

Über das Literarische in der chinesischen Mathematik

Prof. Dr. Dr. Andrea Bréard
Université Paris-Sud
Faculté des Sciences d'Orsay

16. Mai, 2019

Der Begriff der Ästhetik in China

Meixue 美學 =
Ästhetik oder Amerikastudien ?

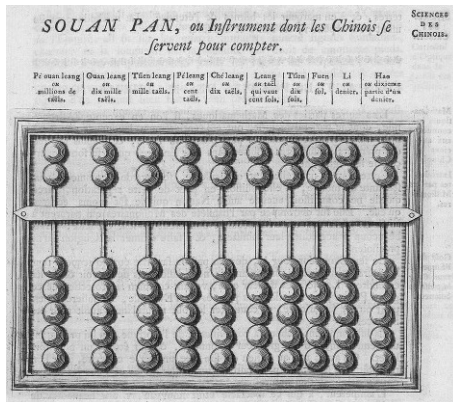


Dingqie longtou yilan xuehai buqiuren 鼎鍬龍頭一覽學海不求人
(Ming 1368-1644)



Titelseite von Schriftrolle 16: “Mathematische Methoden”
(*Suanfa men* 算法門)

Chen Huaixuan 陳懷軒 (Hg.), *Wanbao quanshu* 萬寶全書, 1628
(Vollständiger Titel: 新刻眉公陳先生編輯諸書備採萬卷搜奇全書)



Jean-Baptiste du Halde S.J. *Description géographique, historique, chronologique, politique, et physique de l'Empire de la Chine et de la Tartarie chinoise* (1735)

De leur GÉOMÉTRIE

Pour ce qui est de leur Géométrie, elle est assez superficielle. Ils n'ont que très-peude connaissance, & de la Géométrie théorique qui démontre la vérité des proportions qu'on appelle Théorèmes, & de la pratique qui apprend la manière de les appliquer à quelque usage particulier par la résolution des Problèmes. Si ils se mêlent de résoudre quelques Problèmes, c'est plutôt par induction, que par aucun principe qui les dirige.

Des autres Parties des MATHÉMATIQUES

Les autres parties de Mathématique, si l'on excepte l'Astronomie, dont je parlerai bien-tôt, ont été entièrement inconnues aux Chinois. Ce n'est que depuis un peu plus d'un siècle, & depuis l'entrée des premiers Missionnaires Jésuites dans leur Empire, qu'ils se sont aperçus de leur ignorance.

Joseph Needham (1900-1995)



Vereinigung des chinesischen Kaiserreichs

Gnomon der Zhou
Neun Kapitel Mathematischer Prozeduren

263: Liu Huis Kommentar der Neun Kapitel

Zu Chongzhi ($\pi = 355/113$)

Holzdruck

Wang Xiaotong
Zehn Bücher Mathematischer Klassiker

Druckverfahren mit beweglichen Lettern

Jia Xian
Li Ye
Qin Jiushao
Guo Shoujing
Yang Hui
Zhu Shijie

1. Begegnung mit westlicher Mathematik

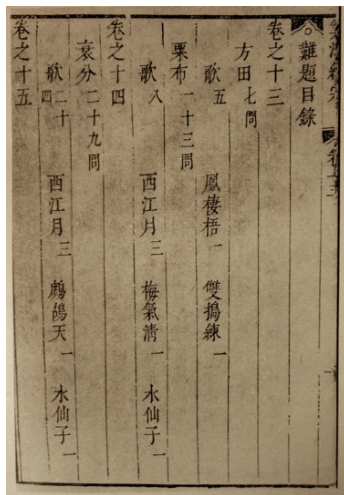
Cheng Dawei
Matteo Ricci
Xu Guangqi, Li Zhizao
Mei Wending, Ming Antu
Ruan Yuan

2. Begegnung mit westlicher Mathematik

Qian-Jia-Schule: Dai Zhen, Wang Lai, Li Rui, Jiao Xun
Li Shanlan

Qin	221
Han	206 B.C. A.D.
Drei Königreiche	220
Jin	265
Nördl. & Südliche Dynastien	420
Sui	581 618
Tang	
5 Dynastien	907
Song	960
Yuan	1279
Ming	1368
Qing	1644
	1911





Cheng Dawei 程大位, *Zengbu Suanfa tongzong daquan* 增補算法統宗大全
(Vervollständigte Sammlung mathematischer Methoden gemeinsamer
Herkunft), 1592

Schriftrolle Dreizehn:

Rechteckige Felder 7 Aufgaben

Reime 5 Fengqi wu 鳳棲梧 (Phönix auf chinesischem Parasolbaum thronend) 1 Shuang daolian 雙搗練 (Seide klopfen mit einem Paar [Stöcke]) 1.

Hirse und Reis 13 Aufgaben

Reime 8 Xijiang yue 西江月 (Mond über dem westlichen Fluss) 3 Meiqi qing 梅氣清 (Pflaumenduft) 1 Shuixian zi 水仙子 (Undine) 1.

Schriftrolle Vierzehn:

Proportionale Verteilung 29 Aufgaben

Reime 24 Xijiang yue 西江月 (Mond über dem westlichen Fluss) 3 Zhengu tian 鷓鴣天 (Ein Rebhuhn am Himmel) 1 Shuixian zi 水仙子 (Undine) 1

Die Tang-Dynastie Melodie *Xijiang yue* 西江月 folgt einem 50-silbigen Muster mit einer komplexen Menge an Regeln. Ausser tonalen Bedingungen,¹ fordert diese Form Parallelismen zwischen den Zeilen des zweiten oder dritten Verspaares. Die Zeilen in diesen Verspaaren müssen kontrastierende Begriffe beinhalten, wobei sich die grammatikalischen Kategorien der Zeichen in jeder Zeile entsprechen müssen:

(仄)仄(平)平(仄)仄, (平)平(仄)仄平平。
(平)平(仄)仄仄平平, (仄)仄(平)平(仄)仄。
(仄)仄(平)平(仄)仄, (平)平(仄)仄平平。
(平)平(仄)仄仄平平, (仄)仄(平)平(仄)仄。

¹Die Töne des Hochchinesischen werden in die zwei Kategorien *ping* 平 und *zè* 仄 eingeteilt. Die *ping*-Töne sind dabei der 1. und der 2. Ton, die *ze*-Töne sind der 3. und 4. Ton.

*Reim zur Berechnung, ob der Kranke sterben oder
leben wird*

*Zuerst, lege [auf das Rechenbrett] das Alter gemäß der
Zeit der Geburt;*

*dann, addiere die Dauer der Krankheit, Monate und
Tage.*

*Multiplikation mit 3 und Division durch 9 wird her-
vorbringen, ob Frieden oder Gefahr herrscht;
so ist das Werk der Unsterblichen !*

*Wenn Du auf [die Zahl] 3 triffst, dann wird der
Kranke leben,
wenn Du auf [die Zahl] 6 triffst, dann wird er nicht
bald sterben.*

*Aber, wenn Du allerdings auf [die Zahl] 9 triffst, wird
der Geist in Eile kommen;
selbst für Bian Que, dem Doktor aus Lu, wird es
schwierig sein, [die Krankheit] zu heilen.*

算病死生訣

先下年康歲數
三因九除見安危
逢三便是病活
逢九鬼來催
次加病月日期
此乃神仙做的
逢六不死淹遲
盧醫扁鵲難治

« Angenommen es sei ein Mann, geboren im 7. Mond eines jiazi-Jahres. Der Mann erkrankte am 6. Tag, im 12. Mond eines guichou-Jahres. Er kam und fragte: “Wie kann ich wissen, ob ich in Frieden sein werde oder nicht?” *Ich habe die Zahl 3 errechnet und dementsprechend ist er nicht gestorben.*

Die Methode besagt : Vom Zeitpunkt der Geburt im jiazi-Jahr bis zum guichou-Jahr sind es 40 Jahre. Durch Addition der 12 Monate und 6 Tage der Krankheit, erhält man insgesamt 418. Platziere dies [auf dem Rechenbrett] und verwende die “Multiplikation mit 3”. 3 mal 8, 24. 1 mal 3 ist 3. 3 mal 4, 12. Insgesamt erhält man 1254. Diese Zahl legt man nieder und weiterhin verwendet man Division durch 9. [...] Man hat einen Rest von 3. [...] *Diese Methode basiert auf viel Erfahrung. Ich habe damit für viele Personen gerechnet, und es gab weder Abweichungen noch Fehler.* Dies ist der Grund, warum sie den Gelehrten hier zur Kenntniss gebracht wird. »

Yu Xiangdou 余象斗 (ed.). *Santai wanyong zhengzong* 三台萬用正宗, 1599

(Vollständiger Titel: *Santais orthodoxe Instruktionen für eine Myriade von* 三台萬用正宗)



Beispiel 1 :

$$\begin{array}{r} 40 \\ 12 \text{ Monate} \\ + \quad 6 \text{ Tages} \\ \hline = 418 \end{array}$$

Beispiel 2 :

$$\begin{array}{r} 56 \\ 12 \text{ Monate} \\ + \quad 7 \text{ Tage} \\ \hline = 5727 \end{array}$$

Die moderne Version

Angenommen $n_1, n_2, \dots, n_k$ seien paarweise teilerfremde natürliche Zahlen. Dann existiert für jedes Tupel ganzer Zahlen $r_1, r_2, \dots, r_k$ eine ganze Zahl x , die die folgende simultane Kongruenz erfüllt:

$$x \equiv r_1 \pmod{n_1}$$

$$x \equiv r_2 \pmod{n_2}$$

$$\vdots$$

$$x \equiv r_k \pmod{n_k}$$

Alle Lösungen dieser Kongruenz sind kongruent modulo

$$N := n_1 n_2 n_3 \dots n_k.$$

Das Produkt N stimmt hier wegen der Teilerfremdheit mit dem kgV überein.

Master Suns Mathematischer Klassiker 孫子算經 (4. Jh.)

*Nun haben wir eine unbekannte
Anzahl von Dingen.*

*Wenn wir sie zu dreien abzählen,
bleibt ein Rest von 2;*

*Wenn wir sie zu zweien
abzählen, bleibt ein Rest
von 3;*

*Wenn wir sie zu siebenen
abzählen, bleibt ein Rest von
2.*

Finde die Anzahl der Dinge.

今有物不知其數三三數之賸二五五數之賸

三七七數之賸二問物幾何

答曰二十三

術曰三三數之賸二置一百四十五數
之賸三置六十三三七七數之賸二置三十
并之得二百三十三以二百一十減之即
得凡三三數之賸一則置七十五五數之
賸一則置二十一七七數之賸一則置十
五
一百六以上以一百五減之即得

Um dieses Problem zu lösen, welches in moderner Terminologie als ein System simultaner linearer Kongruenzgleichungen formuliert werden kann:

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

gibt Sun Text zwei Algorithmen. Diese schlagen drei “magische” Zahlen vor, die auf richtige Art kombiniert, die kleinste positive Lösung liefern:

$$2 \cdot 70 + 3 \cdot 21 + 2 \cdot 15 - 105 \cdot 2 = 23$$

Die zweite Formulierung kann so gedeutet werden, dass sie für eine allgemeinere Klasse von Aufgaben gültig ist. Sie erlaubt:

$$x \equiv r_1 \pmod{3}$$

$$x \equiv r_2 \pmod{5}$$

$$x \equiv r_3 \pmod{7}$$

mit dem zweiten Algorithmus zu lösen:

$$r_1 \cdot 70 + r_2 \cdot 21 + r_3 \cdot 15 \equiv x \pmod{105}.$$

Zhou Mi 周密 (1232-1308)

Zufallsnotizen aus der Halle eleganter Absichten 志雅堂雜鈔

*Es gibt ein Gedicht, welches ich heimlich ein-
füge. Es sagt:*

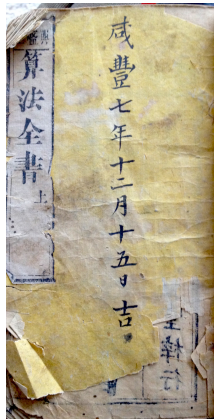
Siebzig Kinder drei Jahre alt, das ist selten!
Fünf, bleiben übrig *einundzwanzig*, das ist eine
noch ungewöhnlichere Sache!

Nach sieben Grad, trifft man wieder auf den
Halbmond.

*Vom Wintersolstitium bis zur Mitte des drit-
ten Mondes*, so kann man [die Antwort]
wissen.

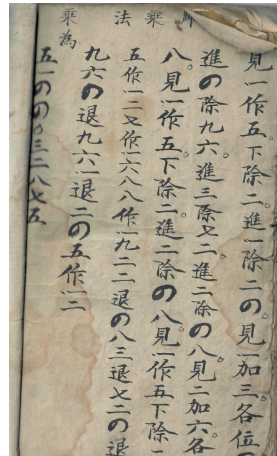
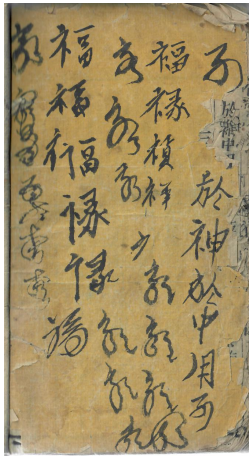
有一詩隱括云
三歲孩兒七十稀
五留廿一事尤奇
七度上元重相會
寒食清明便可知

$$2 \cdot 70 + 3 \cdot 21 + 2 \cdot 15 \equiv 23 \pmod{105}$$



Jiang Shoucheng 蔣守誠 (ed). [Jian long lou xin jiao] *Suanfa quanshu*
[見龍樓新較] 算法全書, 1827

(Vollständige Sammlung mathematischer Methoden [neu graviert in der Jianlong Halle])



Jiang Shoucheng 蔣守誠 (ed). [Jian long lou xin jiao] Suanfa quanshu
[見龍樓新較]算法全書, 1827

(Vollständige Sammlung mathematischer Methoden [neu graviert in der Jianlong Halle])

Nomenklatur für arithmetische Reihen in [Zhu Shijies 朱世傑](#):
Jadespiegel der Vier Unbekannten (*Siyuan yujian* 四元玉鑑, 1303):

- ▶ Verstreute Sterne 撒星
- ▶ In Dunst gehüllte Bergesgipfel 嵐峰
- ▶ ...

jiaocao 茭草

$$1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + \dots + 1 \cdot n$$

luo yi 落一

$$n \cdot 1 + (n-1) \cdot 2 + (n-2) \cdot 3 + (n-3) \cdot 4 + \dots + 1 \cdot n$$

san jiao 三角

$$= 1 \cdot 1 + 1 \cdot (1+2) + 1 \cdot (1+2+3) + \dots + 1 \cdot (1+2+\dots+n)$$

si jiao 四角

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + \dots + n \cdot n$$

san jiao luo yi 三角落一

$$n \cdot 1 + (n-1) \cdot (1+2) + (n-2) \cdot (1+2+3) + \dots + 1 \cdot (1+2+\dots+n)$$

sa xing 撒星

$$= 1 \cdot (1+2+\dots+n) + 2 \cdot (1+\dots+n-1) + 3 \cdot (1+\dots+n-2) + \dots + n \cdot 1$$

lan feng 嵐峰

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot (1+2) + 3 \cdot (1+2+3) + \dots + n \cdot (1+2+\dots+n)$$

$$= 1 \cdot (1+2+\dots+n) + 2 \cdot (2+3+\dots+n) + 3 \cdot (3+\dots+n) + \dots + n \cdot n$$

si jiao luo yi 四角落一

$$n \cdot 1 \cdot 1 + (n-1) \cdot 2 \cdot 2 + (n-2) \cdot 3 \cdot 3 + (n-3) \cdot 4 \cdot 4 + \dots + 1 \cdot n \cdot n$$

sa xing geng luo yi 撒星更落一

$$(1+2+\dots+n) \cdot 1 + (1+2+\dots+n-1) \cdot (1+2) + (1+2+\dots+n-2) \cdot (1+2+3) + \dots + 1 \cdot (1+2+\dots+n)$$

san jiao sa xing 三角撒星

$$= n \cdot 1 + (n-1) \cdot (1+(1+2)) + (n-2) \cdot (1+(1+2)+(1+2+3)) + \dots + 1 \cdot (1+(1+2)+\dots+(1+2+\dots+n))$$

lan feng geng luo yi 嵐峰更落一

$$1 \cdot (1+2+\dots+n) + (1+2) \cdot (2+3+\dots+n) + (1+2+3) \cdot (3+\dots+n) + \dots + (1+\dots+n) \cdot n$$

san jiao lan feng 三角嵐峰

$$= 1 \cdot 1 + 2 \cdot (1+(1+2)) + 3 \cdot (1+(1+2)+(1+2+3)) + \dots + n \cdot (1+(1+2)+\dots+(1+2+\dots+n))$$

si jiao lan feng 四角嵐峰

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot (1 \cdot 1 + 2 \cdot 2) + 3 \cdot (1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3) + \dots + n \cdot (1 \cdot 1 + \dots + n \cdot n)$$

san jiao sa xing geng luo yi 三角撒星更落一

$$(1+2+\dots+n) \cdot 1 + (1+2+\dots+n-1) \cdot (1+(1+2)) + (1+\dots+n-2) \cdot (1+(1+2)+(1+2+3)) + \dots + 1 \cdot (1+\dots+(1+\dots+n))$$

Bereits 1712 versuchte der französische Jesuitenmissionar [Jean-François Foucquet S. J. \(1665-1741\)](#) algebraische Symbole in seinem Werk *Neue Methoden der Algebra* (*Aerrebala xinfā* 阿爾熱巴拉新法) einzuführen. Dieses Werk, das für den Kaiser [Kangxi \(r. 1662-1722\)](#) verfasst war, verwendete erstmals algebraische Symbole in China, beruhend auf Descartes Notation. Jedoch übte dieses Buch zu seiner Zeit keinen Einfluss auf die chinesische Mathematik aus aufgrund der negativen Einstellung des Kaisers gegenüber dieser neuen Notation. Fouquets Versuch schlug fehl weil der Kaiser nicht die Bedeutung der Multiplikationssymbole verstand:

A multipliziert mit A und B multipliziert mit B geben keine Zahl, und man kennt den Wert des Ergebnisses nicht. Es scheint mir, dass [Foucquets] Algebra sehr flach und ungenügend ist. Kurz gesagt, sie ist lächerlich !

war der kaiserliche Kommentar, der Fouquet in einer Notiz übermittelt wurde.

Since

$$d \frac{x^{m+1}(1-x)^n}{m+1} = x^m(1-x)^n dx - \frac{n}{m+1} x^{m+1}(1-x)^{n-1} dx,$$

therefore

$$\int x^m(1-x)^n dx = \frac{x^{m+1}(1-x)^n}{m+1} + \frac{n}{m+1} \int x^{m+1}(1-x)^{n-1} dx,$$

因

$$\frac{\text{寅上}(\text{子天})}{\text{天寅上}(\text{子天})} = \text{天寅}(\text{子天}) \text{ 伏} \frac{\text{寅上}(\text{子天})}{\text{天寅上}(\text{子天})} \text{ 天寅}(\text{子天}) \text{ 伏}$$

所以

$$\text{天寅}(\text{子天}) \text{ 伏} = \frac{\text{寅上}(\text{子天})}{\text{天寅上}(\text{子天})} \text{ 天寅}(\text{子天}) \text{ 伏}$$

J. Fryer & Hua Hengfang, *Jueyi shuxue* 決疑數學 (=A Treatise on Probability. Original: T. Galloway, 1839), 1896

*What shall we say of those teachers of mathematics who insist on substituting the **Arabic numerals** for the Chinese throughout their text books? Is not any Chinese figure, $\equiv$ "three," for instance, every bit as easy to read, write or print as the Arabic numeral 3? Is there any magic charm in the Arabic figures that we must drag them into our Chinese books to suit our hobbies, and to the perplexity of annoyance of the conservative Celestial mind?*

*Or still worse, what shall be said of those who would turn the mathematical world upside down, as far as lies in their power, by changing the time-honored and rational system of **writing vulgar fractions with the denominator above and the numerator below**? Is there any valid reason why a Chinese mathematician's mind should have to bear such a shock as to see fractions turned "topsy-turvy," just to suit the whim of a foreign professor? Is the practice of ages to be upset in this arbitrary manner? As well might all mathematical books be made to **read from left to right** because ours do, or to read from the bottom of the page to the top, so as to come to the numerators of Chinese fractions first!²*

²John Fryer, *Scientific terminology: present discrepancies and means of securing uniformity*, 1880, p. 543.

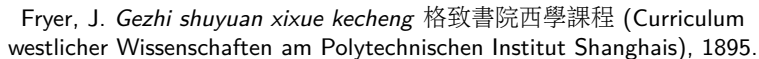
*The fact is that in all such trivial points we must be willing to sink our distinctive and conventional Western practices. We must carefully avoid standing in our own light if we want the Chinese to respect our Western learning. Our systems have no more right to universal use than the Chinese. Their ancient and wonderful language, which for some reasons is more suited to become the universal language of the world than any other, must not be tampered or trifled with by those who wish to introduce Western sciences.*³

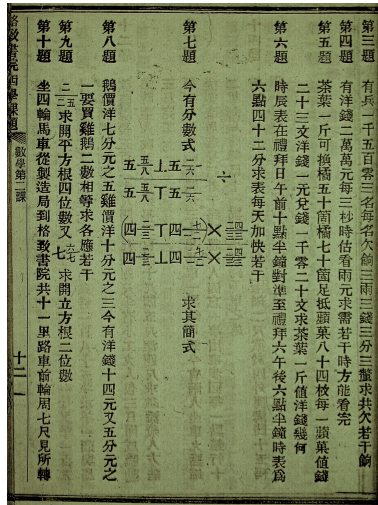
³Records of the General Conference of the Protestant Missionaries of China held at Shanghai May 7-20, 1890 (Shanghai American Presbyterian Mission Press, 1890), p. 543

I differ in toto from Mr. Fryer in regard to the Arabic numerals and mathematical nomenclature. I consider that the effort to propagate in China a system of mathematical nomenclature, different from that which prevails in the whole civilized world outside of China, is to put a block in the way of progress, and greatly to retard the advancement of modern science in China. Those who invert fractions and introduce new signs into Chinese mathematics, are the theoretical men who sit in their studies and make books. They are not the practical men who are teaching mathematics in the school room. I have yet to hear that this system is used in a single school in China. [...]

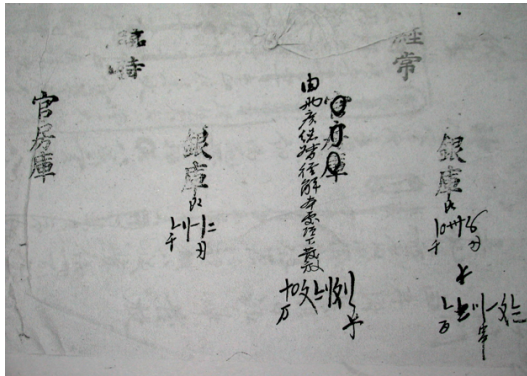
*Why perpetuate the barrier dividing the mental life of China from that of the rest of the world? If China is to join the intellectual comity of nations, let the junction be complete, and let a Chinaman, who sees a foreign mathematical book, whose words he cannot understand, yet understand without confusion the symbols common to the race.*⁴

⁴Calvin Mateer, in *Records of the General Conference of the Protestant Missionaries of China held at Shanghai May 7-20, 1890* (Shanghai American Presbyterian Mission Press, 1890), p. 550.





Fryer, J. *Gezhi shuyuan xixue kecheng* 格致書院西學課程 (Curriculum westlicher Wissenschaften am Polytechnischen Institut Shanghais), 1895.



Zweifache Überprüfung der Zahlen statistischer Tabellen des Pelz- und Lederdepots (*Piku tongji biao* 皮庫統計表)
Archive des Kaiserlichen Haushalts (1909)

Schlussfolgerung

- ▶ Die “Ästhetik” der chinesischen Mathematik entfaltete sich durch die literarischen Potentiale der Sprache und Schrift:
 - ▶ Neigung zu Parallelbildungen (in mathematischer Dichtung und Prosa, oft antithetisch),
 - ▶ (Bildlichkeit)
 - ▶ tonaler Wohlklang.
- ▶ Fragen der “Ästhetik” wurden nach dem Einfluss westlicher Mathematik eng mit der Frage einer chinesischen Identität verbunden: sie steigerten das Bewußtsein einer eigenen chinesischen Mathematiktradition und eines kulturell, also von seinen philosophisch-religiösen Traditionen geprägten Mathematikverständnisses.

Chapter 7

On the Transmission of Mathematical Knowledge in Versified Form in China

Andrea Bréard

7.1 Introduction

Versified mathematical algorithms and problems make their appearance in China around the end of the Song dynasty (eleventh century) and are widely spread among the sources of the Ming (1368–1644) and the Qing (1644–1911) dynasties.¹ Certain rhymes were accompanied by a reference to a well known tune according to which they were supposed to be chanted. Mathematical problems are even classified according to these tunes in the most widely read Ming dynasty mathematical source, the *Unified Lineage of Mathematical Methods* (*Suanfa tongzong* 算法統宗, 1592) as well as other texts.

For mathematical verse, there are no explicit contemporary accounts concerning the social and educational context of their utilization, or the related reading practices. The exercise of memorization of the Confucian classics, which figured among the texts to be learnt by heart for participation in the provincial and imperial examinations in China until the early twentieth century, nevertheless is well known. Against this traditional educational background, one might conclude that memorization was used to acquire different sorts of knowledge, including for example memorization verse that gives the basic rules and prescriptions for a mathematical procedure.

In this article, I will attempt a classification of the content and functionality of the different types of mathematical verse that can be found in the studied corpus. My contribution is based on available primary source material, including sources of the encyclopedic genre, from the Yuan (1271–1368) and Ming dynasties, which

¹ A list of Chinese dynasties and their respective dates is given in the appendix.

A. Bréard (✉)

Laboratoire Paul Painlevé, Université Lille I, Villeneuve d'Ascq Cedex, France

e-mail: andrea.breard@math.univ-lille1.fr

Transcultural Research **Heidelberg Studies on Asia and Europe in a Global Context**

Andrea Bréard

Nine Chapters on Mathematical Modernity

Essays on the Global Historical Entanglements of the Science of Numbers in China

The book addresses for the first time the dynamics associated with the modernization of mathematics in China from the nineteenth to the mid-twentieth century from a transcultural global historical perspective. Rather than depict the transformations of mathematical knowledge in terms of a process of westernization, the book analyzes the complex interactions between different scientific communities and the ways in which the past, modernity, language, and mathematics were negotiated in a global context.

In each chapter, *Andrea Bréard* provides vivid portraits of a series of go-betweens (such as translators, educators, or state statisticians) based on a vast array of translated primary sources hitherto unavailable to a non-Chinese readership. They not only illustrate how Chinese scholars mediated between new mathematical objects and discursive modes, but also how they instrumentalized their autochthonous scientific roots in specific political and intellectual contexts. While sometimes technical in style, the book addresses all readers who are interested in the global and cultural history of science and the complexities involved in the making of universal mathematics.

“While the pursuit of modernity is in the title, entanglement is of as much interest. Using the famous ‘Nine Chapters’ as a framework, Bréard considers a wide range of that entanglement from divination to data management. Bréard’s analysis and thought-provoking insights show once again how much we can learn when two cultures intersect. A fascinating read!”

John Day, Boston University

Mathematics

ISBN 978-3-319-93694-9



► springer.com

Bréard



Nine Chapters on Mathematical Modernity
Essays on the Global Historical Entanglements
of the Science of Numbers in China

Nine Chapters on Mathematical Modernity

Essays on the Global Historical Entanglements of the Science of Numbers in China

Andrea Bréard



 Springer