

# Aufgaben zur Vorlesung Elemente der Topologie

**Blatt 6**

Wintersemester 2017/2018

M. Joachim & R. Loose

Abgabe: 24.11.17 um 10 Uhr

---

**Aufgabe 15** (Reidemeister-Bewegungen). Seien  $\iota_1, \iota_2 : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$  Knoten mit zugehörigen Knotendiagrammen 1 und 2. Zeigen Sie, dass Knotendiagramm 1 in Knotendiagramm 2 durch eine Folge von Reidemeister-Bewegungen überführt werden kann und dokumentieren Sie diese Folge.



Abbildung 1: Knotendiagramm des Knotens  $\iota_1 : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$ .      Abbildung 2: Knotendiagramm des Knotens  $\iota_2 : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$ .

**Aufgabe 16** (Entknotungszahl eines Knotendiagramms). Sei  $\iota : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$  ein Knoten mit zugehörigem Knotendiagramm 3.

- Zeigen Sie, dass  $\iota$  nicht trivial ist.
- Bestimmen Sie die Entknotungszahl des Knotendiagrammes 3.

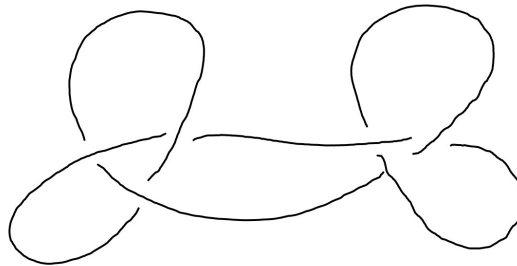


Abbildung 3: Knotendiagramm des Knotens  $\iota : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$ .



Abbildung 4: Knotendiagramme von sechs Knotens zur Bestimmung der Färbungszahl.

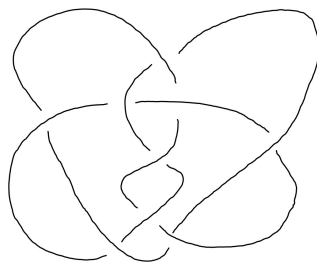


Abbildung 5: Knotendiagramm eines Knotens  $\iota : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , von dem gemunkelt wird, dass es modulo 7 färbbar sei.

**Aufgabe 17** (Färbungszahl eines Knotendiagramms). *Bestimmen Sie die Färbungszahl der folgenden sechs Knotendiagramme 4.*

**Definition** (Färbbarkeit modulo einer Primzahl  $p \geq 3$ ). Sei  $p \geq 3$  eine Primzahl. Ein Knotendiagramm heißt *färbbar modulo  $p$* , wenn jeder Bogen mit einer ganzen Zahl zwischen 0 und  $p - 1$  versehen werden kann derart, dass

- a) an jeder Kreuzung die Beziehung  $2x - y - z \equiv 0(p)$  erfüllt ist, wobei  $x$  die Zahl der Überkreuzung und  $y$  und  $z$  die beiden anderen Zahlen sind;
- b) mindestens zwei Zahlen verschieden sind.

**Bonusaufgabe** (Färbbarkeit modulo einer Primzahl  $p \geq 3$ ). a) *Zeigen Sie, dass das Knotendiagramm 5 färbbar modulo 7 ist.*

- b) *Zeigen Sie, dass ein Knotendiagramm genau dann färbbar ist, wenn es färbbar modulo 3 ist.*