

Aufgaben zur Vorlesung Elemente der Topologie

Blatt 6

Wintersemester 2017/2018

M. Joachim & R. Loose

Abgabe: 24.11.17 um 10 Uhr

Aufgabe 15 (Reidemeister-Bewegungen). Seien $\iota_1, \iota_2 : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$ Knoten mit zugehörigen Knotendiagrammen 1 und 2. Zeigen Sie, dass Knotendiagramm 1 in Knotendiagramm 2 durch eine Folge von Reidemeister-Bewegungen überführt werden kann und dokumentieren Sie diese Folge.

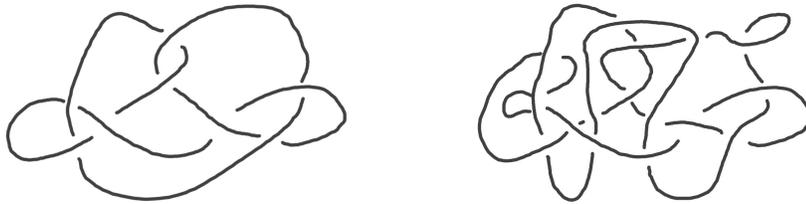


Abbildung 1: Knotendiagramm des Knotens $\iota_1 : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$.
Abbildung 2: Knotendiagramm des Knotens $\iota_2 : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

Aufgabe 16 (Entknotungszahl eines Knotendiagramms). Sei $\iota : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ein Knoten mit zugehörigem Knotendiagramm 3.

- Zeigen Sie, dass ι nicht trivial ist.
- Bestimmen Sie die Entknotungszahl des Knotendiagrammes 3.

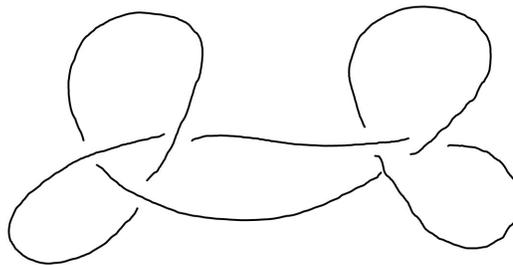


Abbildung 3: Knotendiagramm des Knotens $\iota : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

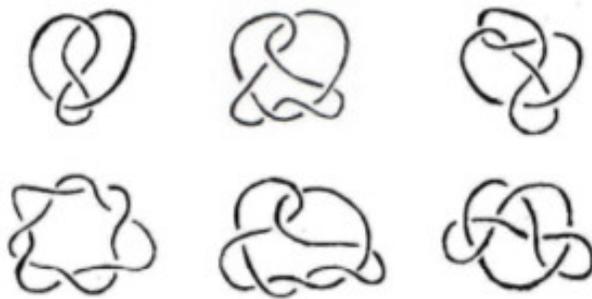


Abbildung 4: Knotendiagramme von sechs Knotens zur Bestimmung der Färbungszahl.

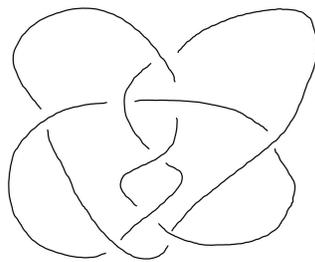


Abbildung 5: Knotendiagramm eines Knotens $\iota : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$, von dem gemunkelt wird, dass es modulo 7 färbbar sei.

Aufgabe 17 (Färbungszahl eines Knotendiagramms). *Bestimmen Sie die Färbungszahl der folgenden sechs Knotendiagramme 4.*

Definition (Färbbarkeit modulo einer Primzahl $p \geq 3$). Sei $p \geq 3$ eine Primzahl. Ein Knotendiagramm heißt *färbbar modulo p* , wenn jeder Bogen mit einer ganzen Zahl zwischen 0 und $p - 1$ versehen werden kann derart, dass

- a) an jeder Kreuzung die Beziehung $2x - y - z \equiv 0(p)$ erfüllt ist, wobei x die Zahl der Überkreuzung und y und z die beiden anderen Zahlen sind;
- b) mindestens zwei Zahlen verschieden sind.

Bonusaufgabe (Färbbarkeit modulo einer Primzahl $p \geq 3$). a) *Zeigen Sie, dass das Knotendiagramm 5 färbbar modulo 7 ist.*

- b) *Zeigen Sie, dass ein Knotendiagramm genau dann färbbar ist, wenn es färbbar modulo 3 ist.*