
Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass die folgenden Räume *nicht* zueinander homöomorph sind:

$$[0,1], \qquad (0,1], \qquad (0,1)$$

Aufgabe 2. Sei $\sim$ jene Äquivalenzrelation auf $[0,1]$, die durch $0 \sim 1$ erzeugt wird. Zeigen Sie dass die Quotientenmenge $[0,1]/\sim$ ausgestattet mit der Quotiententopologie homöomorph zu S^1 ist.

Aufgabe 3. Sei $\mathbb{N}$ als topologischer Raum ausgestattet mit der koendlichen Topologie. Sei $\mathbb{R}$ ausgestattet mit der Standardtopologie. Sei $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ stetig bezüglich dieser beiden Topologien. Zeigen Sie, dass f konstant ist.

Aufgabe 4. Sei Y und Z Teilmengen eines topologischen Raums X. Beweisen Sie, dass folgende Gleichheiten gelten:

(i) $\mathring{Y} = X \setminus \overline{(X \setminus Y)}, \quad \overline{Y} = X \setminus (X \setminus Y)^\circ$

(ii) $\mathring{Y} = \bigcup_{\substack{U \subseteq Y \\ U \text{ offen}}} U, \quad \overline{Y} = \bigcap_{\substack{Y \subseteq A \\ A \text{ abg.}}} A$

(iii) $(Y \cap Z)^\circ = \mathring{Y} \cap \mathring{Z}, \quad \overline{Y \cup Z} = \overline{Y} \cup \overline{Z}$