

SEMINAR »GROMOV-HYPERBOLISCHE RÄUME« IM SS18

Prof. Dr. Joachim Lohkamp, Matthias Kemper

Anspruch der Vortragsthemen auf einer Skala von \star bis $\star\star\star$.

1 DEFINITION UND BEISPIELE** (TOM RICKERMANN)

Gromov-Hyperbolizität soll hier anhand von dünnen Dreiecken eingeführt werden. Einfache, aber wichtige Beispiele sind Bäume und der hyperbolische Raum \mathbb{H}^n . Gromov-Hyperbolizität ist invariant unter Quasiisometrien, was dabei hilft, zahlreiche weitere Beispiele (und Gegenbeispiele) zu finden. *Literatur:* [BH99, I.2 Abschnitt zum \mathbb{H}^n und I.6 Abschnitte zu den Poincaré-Modellen] zum hyperbolischen Raum; [BH99, III.H.1 bis S. 405] enthält reichlich weiteres Material, hier ist eine sinnvolle Auswahl zu treffen.

2 LINEARE ISOPERIMETRISCHE UNGLEICHUNG UND WEITERE CHARAKTERISIERUNGEN** (MICHAEL HOLL)

Eine Charakterisierung Gromov-hyperbolischer Räume benutzt eine verallgemeinerte lineare isoperimetrische Ungleichung, d. h. Flächeninhalte können durch die Länge des Randes nach oben abgeschätzt werden. Dazu benötigt man zunächst einen hinreichend allgemeinen Begriff von »Fläche«. Es sollen auch weitere Charakterisierungen Gromov-hyperbolischer Räume, u. a. über das Gromov-Produkt, vorgestellt werden. *Literatur:* [BH99, III.H.1 ab S. 407 unten; III.H.2 bis einschließlich S. 421], [BS07, 1.2 und 2.1]

3 DER GROMOV-RAND** (LISA HOEDTKE)

Ein Großteil der Struktur von Gromov-hyperbolischen Räumen nahe unendlich wird im Gromov-Rand erfasst. Dieser soll hier auf verschiedene Arten definiert, topologisiert und metrisiert werden. Letzteres funktioniert nicht kanonisch, aber es gibt eine kanonische Familie von Metriken auf dem Gromov-Rand. *Literatur:* [BH99, III.H.3], [BS07, 2.2]

4 HYPERBOLISCHE GRUPPEN** (JULIAN BLAWID)

Eine Gruppe heißt hyperbolisch, wenn ihr Cayley-Graph ein Gromov-hyperbolischer Raum ist. Diese Definition ist sinnvoll, da die Cayley-Graphen zu verschiedenen Erzeugern quasi-isometrisch sind, was hier gezeigt wird. Einige algorithmische Probleme lassen sich in ihnen einfach lösen. *Literatur:* [BH99, S. 139 und III.F.2]

5 FAST ALLE GRUPPEN SIND HYPERBOLISCH***

Diese Aussage wurde in der Originalarbeit von Gromov [Gro87] zur Motivation herangezogen, jedoch nicht bewiesen. Der Beweis von Ol'shanskii ist relativ elementar, aber zu lang, um in einem Vortrag vollständig vorgeführt zu werden. Der Vortragende sollte den Beweis vollständig verstehen und die wesentlichen Schritte präsentieren. *Literatur:* [Ol'92].

Literatur

- [BH99] M. R. BRIDSON and A. HAEFLIGER, *Metric Spaces of Non-Positive Curvature, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften* **319**, Springer, Berlin, 1999.
- [BS07] S. BUYALO and V. SCHROEDER, *Elements of Asymptotic Geometry, EMS monographs in mathematics*, European Mathematical Society, Zürich, 2007.
- [Gro87] M. GROMOV, Hyperbolic groups, in *Essays in Group Theory, Math. Sci. Res. Inst. Publ.* **8**, Springer, New York, 1987, pp. 75–263.
- [Ol'92] A. Y. OL'SHANSKII, Almost every group is hyperbolic, *International Journal of Algebra and Computation* **02** (1992), 1–17. doi:10.1142/S0218196792000025.