

ALLGEMEINE RELATIVITÄTSTHEORIE

Blatt 9

Besprechung am **15.01.2019**

Aufgabe 1: Raychaudhuri-Gleichung

Sei (M, g) eine global hyperbolische Lorentzmannigfaltigkeit mit Cauchy-Hyperfläche S , $t : M \rightarrow \mathbb{R}$ die Abstandsfunktion zu $S = \{t = 0\}$ (die Eigenzeit einer maximalen Geodäte, die S mit einem Punkt verbindet) und $\nu := -\text{grad} t$. Zeigen Sie, dass dann lokal für die mittlere Krümmung θ der Levelflächen von t bezüglich ν die *Raychaudhuri-Gleichung*

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\text{tr}(A^2) - \text{Ric}(\nu, \nu)$$

gilt.

Aufgabe 2: Cauchy-Hyperfläche

Zeigen Sie, dass eine Raumzeit, in der eine Cauchy-Hyperfläche existiert, schon global hyperbolisch ist, d. h. die starke Kausalitätsbedingung gilt und $J^+(p) \cap J^-(q)$ ist kompakt für alle Paare von Raumzeitpunkten (p, q) .