Prof. Dr. Joachim Lohkamp
Matthias Kemper

WWU Münster
WS18/19

Allgemeine Relativitätstheorie

Blatt 8

Besprechung am **18.12.2018**

Aufgabe 1: Geometrie von Untermannigfaltigkeiten

Die *zweite Fundamentalform* einer Untermannigfaltigkeit S einer Pseudo-Riemannschen Mannigfaltigkeit (M, g) ist definiert als $A(X, Y) = (\nabla^g_X Y)^\perp$ für Vektorfelder X, Y tangential an S, wobei $^\perp$ den Anteil senkrecht zu $TS \subset TM$ bezeichnet. Beweisen Sie

(a) $A(X, Y) = A(Y, X)$,

(b) dass A ein $(0, 2)$-Tensor auf S mit Werten im Normalenbündel von S ist,

(c) die *Gauß-Gleichung*

$$\langle R^M(X, Y)V, W\rangle = \langle R^S(X, Y)V, W\rangle + \langle A(X, V), A(Y, W)\rangle - \langle A(X, W), A(Y, V)\rangle$$

(d) und die *Codazzi-Mainardi-Gleichung*

$$(R^M(X, Y)Z)^\perp = (\nabla_X A)(Y, Z) - (\nabla_Y A)(X, Z)$$

für Vektorfelder tangential an S.