Blatt 7

Aufgabe 1: Nichtexistenz von Ric > 0-Inseln

Beweisen Sie ohne Verwendung der Resultate aus der Vorlesung, dass es keine Riemannsche Mannigfaltigkeit M mit $\mathrm{Ric} > 0$-Insel (d. h. $M \setminus K \cong \mathbb{R}^n \setminus C$ mit K, C nicht leer und kompakt und $\mathrm{Ric} > 0$ auf K) gibt. Finden Sie dazu zuerst eine harmonische 1-Form und wenden Sie dann die Bochner-Weitzenböck-Formel an.
Tipp: Benutzen Sie das Hodge-Theorem: Die k-te de-Rham-Kohomologie einer geschlossenen orientierbaren Mannigfaltigkeit N ist als Vektorraum isomorph zum Raum der harmonischen k-Formen auf N. Um eine Kohomologieklasse zu finden, überlegen Sie sich, wie sich Kohomologie unter zusammenhängenden Summen verhält.

Aufgabe 2: Nichtexistenz von Ric ≥ 0-Inseln

Zeigen Sie folgende Variante des $E = 0$-Falls: Gibt es eine $\mathrm{Ric} \geq 0$-Insel auf M, so ist bereits $M \cong \mathbb{R}^n$. An irgendeiner Stelle werden Sie etwas Überlagerungstheorie benötigen.