Allgemeine Relativitätstheorie
WWU Münster, Sommersemester 2016
Prof. Dr. Joachim Lohkamp / Matthias Kemper
Besprechung am **15.06.2016**

Blatt 4

Aufgabe 1: Zweite Fundamentalform

Für eine Untermannigfaltigkeit S einer Pseudo-Riemannschen Mannigfaltigkeit M lässt sich die zweite Fundamentalform auch unabhängig von der Wahl von Normalenvektorfeldern als $A(X,Y) = \nabla^M_X Y - \nabla^S_X Y = (\nabla^M_X Y)^\perp$ für X, Y tangential an S definieren. Überlegen Sie sich, dass A ein symmetrischer 2-Tensor mit Werten im Normalenbündel von S ist und beweisen Sie

(a) die *Gauß-Gleichung*

$$\langle R^M(X,Y)V,W\rangle = \langle R^S(X,Y)V,W\rangle + \langle A(X,V),A(Y,W)\rangle - \langle A(X,W),A(Y,V)\rangle$$

(b) und die *Codazzi-Mainardi-Gleichung*

$$(R^M(X,Y)Z)^\perp = (\nabla_X A)(Y,Z) - (\nabla_Y A)(X,Z)$$

für Vektorfelder tangential an S.

Aufgabe 2: Alexandrov-Topologie

Zeigen Sie, dass für eine streng kausale Raumzeit M die Mengen der Form $I^+(p) \cap I^-(q)$, $p, q \in M$, eine Basis der Mannigfaltigkeitstopologie bilden.