Prof. Dr. Urs Hartl
Maike Frantzen

**WiSe 19/20**
**Übungsblatt 10**

## Übungen zur Vorlesung Geometrische Lineare Algebra

Abgabetermin: Dienstag, 17.12.19, 8:15 Uhr.

1. Betrachten Sie die Ebene

$$E := \{x \in \mathbb{R} \mid \left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)^T \cdot x = 4\}$$

   und die Punkte $P_1 = (2, -3, 5)^T$ und $P_2 = (7, 0, -5)^T$. Bestimmen Sie jeweils das Lot zu $E$ durch den Punkt $P_1$ und $P_2$, sowie die Schnittpunkte dieser Lote mit $E$. Was ist der minimale Abstand von $P_1$ und $P_2$ zu $E$?

   (4 Punkte)

2. Sei $f : x \mapsto A \cdot x$ der Endomorphismus des $\mathbb{C}^3$ gegeben durch die Matrix

   (a) $A = \begin{pmatrix} 2i & 0 & -4 \\ 0 & i & 0 \\ -4 & 0 & -2i \end{pmatrix}$ (b) $A = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

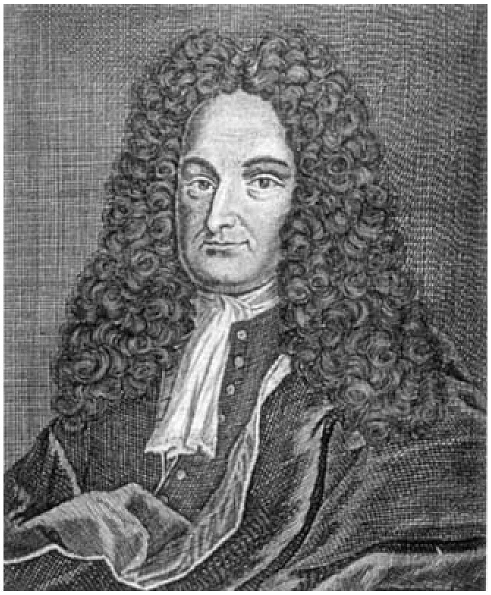
   Definiert $f$ eine Isometrie bezüglich des Standardskalarprodukts auf $\mathbb{C}^3$ ? (4 Punkte)

3. Sei $V$ ein $n$-dimensionaler $\mathbb{K}$-Vektorraum und sei $f \in End_{\mathbb{K}}(V)$ eine Isometrie. Zeigen Sie, dass dann alle Eigenwerte von $f$ den Betrag 1 haben. (4 Punkte)

4. Gegeben seien zwei Vektoren $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ mit Länge $|v| = |w| = 1$. Bestimmen Sie explizit alle Isometrien des $\mathbb{R}^2$, die den Vektor $v$ auf den Vektor $w$ abbilden.

   (4 Punkte)

5. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der nächsten Übung besprochen werden?



**Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)**
Leibniz wurde in Leipzig geboren und studierte dort und in Jena Philosophie, Jura und Mathematik. Ab 1667 war er Hofrat des Kurfürsten von Mainz. Er reiste nach Paris und London, wo er in die königliche Akademie der Wissenschaften aufgenommen wurde. In 1676 wurde er Hofrat und Bibliothekar des Herzogs von Hannover. Auf sein Betreiben hin wurde 1700 die Berliner Akademie der Wissenschaften gegründet, deren Präsident er wurde. Leibniz war Universalgelehrter und arbeitete als Diplomat, Rechtsgelehrter, Mathematiker, Physiker und Historiker. Seine Algorithmen und Notationen für die Differentialrechnung sind noch heute in Gebrauch.

**Karl Weierstraß (1815–1897)**
Weierstraß wurde im westfälischen Ostenfelde geboren. Auf Wunsch seines Vaters studierte er ab 1834 Jura und Wirtschaftswissenschaften in Bonn. Er beschloss jedoch, Mathematiker zu werden und verließ Bonn ohne Abschluss 1838. Drei Jahre später bestand er in Münster die Lehrerprüfung. Sein mathematisches Genie wurde erst 1854 wahrgenommen. Sogleich erhielt er die Ehrendoktorwürde der Universität Königsberg, sowie Rufe an zahlreiche Universitäten. 1956 ging er nach Berlin. Sein Hauptwerk galt der logisch korrekten Fundierung der Analysis und der Entwicklung der Funktionentheorie auf Basis der Potenzreihenentwicklungen. Darüberhinaus leistete er wichtige Beiträge zur Theorie der elliptischen Funktionen, zur Differentialgeometrie und zur Variationsrechnung.

**Augustin-Louis CAUCHY (1789–1857)**
Cauchy wurde in Paris geboren und studierte Straßen- und Brückenbau an der École Polytechnique und der École des Ponts et Chaussées. Als Ingenieur war er an verschiedenen Bauvorhaben Napoleons beteiligt bis er 1813 nach Paris zurückkehrte. Er wurde 1815 Professor für Mathematik an der École Polytechnique und zwei Jahre später am Collège de France, sowie 1816 Mitglied der Académie des Sciences. Nach der Julirevolution 1830 ging Cauchy ins Exil. Er kehrte 1838 nach Paris zurück und erhielt erst nach der Februarrevolution 1848 seine Professorenstellen zurück. Cauchy publizierte fast 800 Artikel in allen Bereichen der reinen und angewandten Mathematik. Er stellte als erster die Analysis auf eine strenge methodische Basis, lieferte bahnbrechende Beiträge zur Funktionentheorie und begründete die Elastizitätstheorie.