

## Übungen zur Vorlesung Geometrische Lineare Algebra

Abgabetermin: Dienstag, 15.10.19, 8:15 Uhr.

1. Rekapitulieren Sie die Begriffe Rang einer Matrix, invertierbare Matrix, Kern einer linearen Abbildung und Bild einer linearen Abbildung. Wiederholen Sie dazu die Definitionen aus Ihrer Vorlesung Linearen Algebra 1, oder z.B. aus den Büchern von Gerd Fischer oder Siegfried Bosch.

Sind Kern und Bild einer linearen Abbildung Untervektorräume? Was hat die Lösbarkeit, bzw. eindeutige bzw. universelle Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems mit dem Rang zu tun? Gibt es einen Zusammenhang zwischen der Invertierbarkeit einer Matrix und ihrem Rang? (4 Punkte)

2. Sei  $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$  eine Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 5 \\ -4 & -1 & -3 & -1 & -8 \end{pmatrix}$$

Betrachten Sie  $f_A$ , die durch die Matrix  $A$  dargestellte  $\mathbb{R}$ -lineare Abbildung, und bestimmen Sie eine Basis des Kernes und des Bildes von  $f_A$ . (4 Punkte)

3. Die Matrix  $A$  sei gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 11 \\ 3 & 5 & 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3 \times 3}.$$

Zeigen Sie, dass  $A$  invertierbar ist und bestimmen Sie das Inverse von  $A$ .

(4 Punkte)

4. Bitte lesen Sie den Artikel [Kaenders, Weiss: „Mathematische Schneeschmelze“, Mitteilungen der Deutschen Mathematiker Vereinigung, Band 25, Heft 2, Seiten 82–89], siehe Rückseite.
5. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der nächsten Übung besprochen werden?

### **Anmerkungen:**

1. Die Abgabe der Übungsblätter sollte in Gruppen zu je 2-3 Studierenden erfolgen, die eine gemeinsame Übungsgruppe besuchen.

Für die Zulassung zur Klausur müssen Sie

- den Großteil der Übungsaufgaben sinnvoll bearbeiten und
- in Ihrer Übungsgruppe aktiv mitarbeiten.

Es wird einen Learnwebkurs begleitend zum Übungsbetrieb geben. Sie finden ihn unter dem Name *ÜZVGLA-2019\_2* und benötigen für das Einschreiben ein Passwort. Hier wird auch die Einteilung in die Übungsgruppen erfolgen. Nehmen Sie dazu bitte ab Freitag dem 11.10.19 um 12 Uhr bis Sonntag dem 13.10.19 um 23:59 Uhr an der Verteilung „*Zuteilung der Übungsgruppen*“ teil. Die Einteilung erfolgt am darauffolgenden Montag und wird im Learnwebkurs bekannt gegeben. Der reguläre Übungsbetrieb beginnt in der zweiten Vorlesungswoche.

2. Die Verben „angeben, nennen, berechnen, beschreiben, erstellen, darstellen, skizzieren, zeichnen, graphisch darstellen, bestimmen, ermitteln, entscheiden, erklären, herleiten, interpretieren, untersuchen, prüfen, vergleichen, zeigen, nachweisen, beurteilen, beweisen und widerlegen“, denen im Rahmen der Kompetenzorientierung an den Schulen eine künstlich eingeschränkte Bedeutung verpasst wurde, sollten immer so verstanden werden, wie das aus mathematischer Sicht sinnvoll ist.

Bitte lesen Sie dazu den Artikel [Kaenders, Weiss: „Mathematische Schneeschmelze“, DMV-Mitteilungen, Band 25, Heft 2], der sich kritisch mit der Kompetenzorientierung auseinandersetzt. Sie finden den Artikel im Learnwebkurs *ÜZVGLA-2019\_2*.