Prof. Dr. Urs Hartl
Verena Edenfeld

SoSe 19
Übungsblatt 3

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra II

Abgabetermin: Dienstag, 23.4.2019, 8:15 Uhr

1. Seien $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ zwei verschiedene Punkte im $\mathbb{R}^2$ und sei $L \subseteq \mathbb{R}^2$ die Gerade durch v und w. Zeigen Sie, dass dann

$$L = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2; \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ v_1 & w_1 & x_1 \\ v_2 & w_2 & x_2 \end{pmatrix} = 0 \right\}$$

gilt.

Bemerkung: Diese Aussage gilt nicht nur für Geraden im $\mathbb{R}^2$, sondern auch für Ebenen im $\mathbb{R}^3$ und allgemein für $n-1$-dimensionale affine Unterräume von K^n für einen Körper K.

(4 Punkte)

2. Sei die Matrix $A_t \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & t-1 & 0 \\ -2 & -t & 4 & -2 \\ 3 & -1 & -1 & t \end{pmatrix}$$

gegeben. Für welche t ist das lineare Gleichungssystem $A_t x = 0$ nur trivial lösbar?

(4 Punkte)

3. Berechnen Sie die Determinante der Matrix $A \in K^{n \times n}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} \star & & & a_n \\ & & \iddots & \\ & a_2 & & \\ a_1 & & & 0 \end{pmatrix}.$$

(4 Punkte)

4. Bestimmen Sie das Signum der folgenden Permutationen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 8 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

5. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der nächsten Übung besprochen werden?