Prof. Dr. Urs Hartl
Verena Edenfeld

SoSe 19
Übungsblatt 2

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra II

Abgabetermin: Montag, 15.4.2019, 10:15 Uhr

1. Finden Sie die Bruhat-Zerlegung der Matrix A, wobei

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

sei. (4 Punkte)

2. Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

(4 Punkte)

3. Seien $a_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix}$ drei Eckpunkte eines Parallelogramms $P \subseteq \mathbb{R}^2$. Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt von P gleich dem Betrag der Determinanten

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix}$$

ist.

(4 Punkte)

4. Es sei K ein Körper und n eine positive ganze Zahl. Betrachten Sie zu vier Matrizen $A, B, C, D \in K^{n \times n}$ die Matrix $X \in K^{2n \times 2n}$ gegeben durch

$$X := \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie: Gilt $A \cdot C = C \cdot A$ und ist A invertierbar, so gilt

$$\det(X) = \det(A \cdot D - C \cdot B).$$

Hinweis: Betrachten Sie die Matrix $Y \cdot X$ mit $Y := \begin{pmatrix} Id_n & 0 \\ C & -A \end{pmatrix}$. (4 Punkte)

5. Welche Zusammenhänge, Details, Inhalte oder Fragen sollen in der nächsten Übung besprochen werden?