



# Produktion und hadronischer Zerfall neuer Eichbosonen am LHC

Bachelorarbeit

Daniel Groll

Matrikelnummer: 404209  
*d\_grol01@wwu.de*

Erstgutachter: Prof. Dr. M. Klasen  
Zweitgutachter: Jun. Prof. Dr. A. Kulesza  
Bearbeitungszeitraum: 28.04.2016 bis 21.07.2016  
eingereicht am: 19.07.2016

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>2. Theoretische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1. Quantenfeldtheorie in der Nusschale . . . . .	5
2.1.1. Klassische Feldtheorie . . . . .	5
2.1.2. Quantisierung der Feldtheorie . . . . .	6
2.2. Symmetrien . . . . .	7
2.2.1. Globale Symmetrien . . . . .	8
2.2.2. Lokale Symmetrien . . . . .	8
2.2.3. Massenterme und Eichinvarianz . . . . .	10
2.3. Spontane Symmetriebrechung . . . . .	10
2.3.1. Spontane Symmetriebrechung einer globalen U(1)-Symmetrie . . . . .	10
2.3.2. Der Higgs-Mechanismus . . . . .	13
2.4. Elektroschwache Theorie . . . . .	14
2.5. Modelle für andere Vektorbosonen . . . . .	15
2.5.1. Links-Rechts-Modell . . . . .	15
2.5.2. Sequential Standard Model . . . . .	17
2.6. Feynman-Diagramme . . . . .	17
<b>3. Kinematik</b>	<b>19</b>
3.1. Mandelstamvariablen und das Schwerpunktssystem . . . . .	19
3.2. Hadronischer Prozess und Partonverteilungsfunktionen . . . . .	21
3.3. Phasenraumintegration und totaler Wirkungsquerschnitt . . . . .	22
3.4. Zerfallsprozesse . . . . .	25
3.5. Weitere kinematische Größen . . . . .	27
<b>4. Analytische Berechnungen</b>	<b>31</b>
4.1. $2 \rightarrow 2$ -Prozess . . . . .	31
4.1.1. Spinsummation . . . . .	32
4.1.2. Allgemeine Kopplungen . . . . .	33
4.1.3. Propagatoren und Resonanzkurve . . . . .	34
4.1.4. Ergebnis . . . . .	36
4.1.5. Farbsummation . . . . .	37
4.2. $1 \rightarrow 2$ -Zerfallsprozess . . . . .	39
<b>5. Numerische Ergebnisse</b>	<b>41</b>
5.1. Zerfallsbreiten . . . . .	42
5.2. Drell-Yan-Prozess . . . . .	43
5.2.1. Standardmodell . . . . .	43
5.2.2. Sequential Standard Model und Links-Rechts-Modell . . . . .	46
5.3. Geladene Ströme . . . . .	51
5.3.1. Standardmodell . . . . .	52

5.3.2. Sequential Standard Model und Links-Rechts-Modell . . . . .	53
<b>6. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick</b>	<b>58</b>
6.1. Vergleich der Modelle . . . . .	58
6.2. Detektierbarkeit . . . . .	58
6.3. Verbesserung der Berechnungen . . . . .	59
<b>A. Eigenschaften der Diracgleichung</b>	<b>62</b>
A.1. Chiralität . . . . .	62
A.2. Diracspuren . . . . .	63
<b>B. Feynman-Regeln</b>	<b>63</b>
B.1. Externe Teilchen . . . . .	63
B.2. Propagatoren . . . . .	64
B.3. Vertizes . . . . .	64
<b>C. Zusätzliche wichtige Formeln</b>	<b>66</b>
<b>D. Abbildungen</b>	<b>67</b>

# 1. Einleitung

In dieser Bachelorarbeit werden Wirkungsquerschnitte von Proton-Proton-Streuprozessen unter Beteiligung von elektroschwachen Vektorbosonen berechnet. Alle Berechnungen werden in niedrigster Ordnung Störungstheorie durchgeführt. Neben den elektroschwachen Vektorbosonen  $\gamma$ ,  $Z$  und  $W$  des Standardmodells werden zwei Modelle untersucht, in denen neue schwere Vektorbosonen vorkommen. Diese werden mit  $W'$  und  $Z'$  bezeichnet und koppeln in ähnlicher Weise, wie die elektroschwachen  $W$ - und  $Z$ -Bosonen.

Das eine Modell ist das Links-Rechts-Modell[HSYY10]. Die schwache Wechselwirkung koppelt bevorzugt an linkshändige Fermionen. In diesem Modell wird diese Asymmetrie für hohe Energien teilweise aufgehoben.

Das zweite Modell ist das Sequential Standard Model[K<sup>+</sup>15], welches in der Experimentalphysik als Benchmark auf der Suche nach neuen schweren Eichbosonen, die den elektroschwachen Eichbosonen des Standardmodells ähnlich sind, dient.

Beide Modelle werden für zwei verschiedene Prozesse verglichen.

Zunächst wird eine Einführung in die Physik des Standardmodells und der beiden anderen Modelle geliefert. Im Anschluss daran werden alle nötigen kinematischen Zusammenhänge hergeleitet, die notwendig sind, um Proton-Proton-Streuprozesse in niedrigster Ordnung Störungstheorie zu berechnen. Darauf folgend werden die betrachteten Prozesse mithilfe von Feynman-Diagrammen berechnet.

Es werden sowohl totale Wirkungsquerschnitte, als auch differentielle Wirkungsquerschnitte berechnet und diskutiert.

## 2. Theoretische Grundlagen

### 2.1. Quantenfeldtheorie in der Nusschale

Ein großes Problem der Quantenmechanik ist, dass diese keine Systeme mit variierender Teilchenzahl beschreiben kann. Vor allem für relativistische Systeme, in denen zum Beispiel Paarerzeugung eine wichtige Rolle spielt, lässt sich diese deshalb nicht zur Beschreibung nutzen (siehe Klein-Paradoxon, [Kle29]). Dieses Problem löst die Quantenfeldtheorie. Die Literaturquelle für dieses Unterkapitel sind Kapitel 5 und 7 aus [AH02].

#### 2.1.1. Klassische Feldtheorie

In der klassischen Mechanik folgen die Bewegungsgleichungen direkt aus dem Hamiltonschen Prinzip. Dieses besagt, dass die klassische Bahnkurve eines Systems der Bedingung genügen muss, dass die Wirkung  $S$  des Systems für diese Bahnkurve stationär ist. Die Wirkung muss also für die klassische Bahnkurve extremal werden. Die klassische Wirkung eines Systems aus Punktteilchen ist definiert als:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q(t), \dot{q}(t)) dt . \quad (2.1)$$

$q = \{q_i\}$  sind die generalisierten Koordinaten der Freiheitsgrade des betrachteten Systems. Eine explizite Zeitabhängigkeit der Lagrange-Funktion ist möglich, wird hier jedoch nicht betrachtet. Für ein einziges Punktteilchen ohne Zwangsbedingungen beschreiben diese zum Beispiel die drei Raumkoordinaten.  $L$  ist die Lagrange-Funktion des Systems und setzt sich in konservativen Systemen aus der kinetischen Energie  $T$  und der potentiellen Energie  $U$  des Systems wie folgt zusammen:

$$L = T - U . \quad (2.2)$$

Die Bedingung, dass die Wirkung für die klassische Bahnkurve stationär sein muss, führt zu den Bewegungsgleichungen des Systems. Diese sind die Euler-Lagrange-Gleichungen:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i(t)} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i(t)} = 0 . \quad (2.3)$$

Die Bedingung, dass die Wirkung für die korrekte klassische Bahnkurve eines Systems stationär sein muss, gilt auch im Fall der Mechanik von Feldern. Ein Feld ist ein physikalisches Objekt mit unendlich vielen Freiheitsgraden. Zum Beispiel besitzt ein Seil, das zwischen zwei Bäumen gespannt ist, an jedem Punkt zwischen diesen beiden Bäumen eine lokale Auslenkung. Es werden also unendlich viele Werte zur Beschreibung der Auslenkung benötigt. Ein weiteres Beispiel für ein Feld wäre das elektrische Feld, welches an jedem Raumzeitpunkt einen bestimmten Wert, das heißt eine bestimmte Auslenkung besitzt. Auch hier muss das Feld also durch unendlich viele Werte beschrieben werden. In

der Feldmechanik ist die Wirkung das vierdimensionale Integral über die Lagrange-Dichte  $\mathcal{L}$ :

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi(x^\mu), \partial_\mu \phi(x^\mu)) . \quad (2.4)$$

$\phi = \{\phi_i\}$  ist dabei die Menge aller für das System relevanten Felder, welche von den Raumzeitkoordinaten  $x^\mu$  abhängen ( $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ ). Aus dem Hamiltonschen Prinzip folgen für den Fall klassischer Felder die Euler-Lagrange Gleichungen für die Felder:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} - \partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = 0 . \quad (2.5)$$

Diese sind lorentzinvariant, solange die Lagrange-Dichte des Systems dies ist.

Als Beispiel soll hier die Diracgleichung dienen. Die Lagrange-Dichte für ein System, das von einem einzigen Diracfeld (Wellenfunktion der Diracgleichung)  $\psi$  mit Fermionen der Masse  $m$  abhängt, lautet:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi . \quad (2.6)$$

Die Euler-Lagrange-Gleichungen ergeben die bekannte Diracgleichung und ihre adjungierte Gleichung:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (2.7)$$

$$\bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu + m) = 0 . \quad (2.8)$$

$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$  ist dabei der Dirac adjungierte Viererspinor und  $\gamma^\mu$  sind die Gamma-Matrizen (Anhang A). Da das Feld  $\psi$  im Allgemeinen komplex ist, lässt sich durch zwei reelle Dirac-Felder, oder analog durch das Feld und sein komplex konjugiertes ausdrücken. Aus diesem Grund hat ein solches System zwei Bewegungsgleichungen (bzw. acht, da der Dirac-Spinor vier Komponenten besitzt).

### 2.1.2. Quantisierung der Feldtheorie

In der Quantenmechanik werden Systeme durch Wellenfunktionen beschrieben. Ein System kann dabei aus einer beliebigen aber festen Anzahl an Teilchen bestehen. Eine Beschreibung mit variierender Teilchenzahl wird durch die Quantisierung der Felder selbst erreicht.

Der Übergang von klassischer Mechanik zur Quantenmechanik wird über das Einführen der fundamentalen Kommutatoren erreicht:

$$[q_i(t), p_j(t)] = i\delta_{ij} \quad (2.9)$$

$$[q_i(t), q_j(t)] = 0 \quad (2.10)$$

$$[p_i(t), p_j(t)] = 0 . \quad (2.11)$$

Wodurch die generalisierten Koordinaten  $q_i$  und zugehörigen kanonisch konjugierten Impulse  $p_i$  und alle weiteren daraus folgenden Observablen eines Systems zu i.A. nicht vertauschenden Operatoren werden. Diese agieren auf einem komplexen Vektorraum, dem

Hilbertraum. Die Eigenwerte dieser Operatoren stellen die möglichen Messwerte dar. Die Essenz der Kommutatorrelationen ist, dass Ort und Impuls eines Teilchens nicht gleichzeitig beliebig scharf gemessen werden können.

In der Quantenfeldtheorie wird ein analoger Ansatz gewählt:

$$[\phi_i(\vec{x}, t), \pi_j(\vec{y}, t)] = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})\delta_{ij} \quad (2.12)$$

$$[\phi_i(\vec{x}, t), \phi_j(\vec{y}, t)] = [\pi_i(\vec{x}, t), \pi_j(\vec{y}, t)] = 0 . \quad (2.13)$$

Hierbei sind  $\phi_i$  die Felder eines Systems und  $\pi_i$  die zugehörigen kanonisch konjugierten Felder:

$$\pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} . \quad (2.14)$$

Im Fall fermionischer Felder, also zum Beispiel des Diracfeldes, müssen die Kommutatoren durch Antikommutatoren ersetzt werden, wodurch automatisch das Pauliprinzip folgt.

Durch die Quantisierung werden die Felder, das heißt z. B. die Wellenfunktionen, selbst zu Operatoren. Diese wirken auf Teilchenzustände und können ausgedrückt werden als Summe von Teilchenerzeugungs- und Teilchenvernichtungsoperatoren. Tatsächlich kann jede physikalische Observable als Kombination aus solchen Operatoren dargestellt werden.

Dies führt zu der physikalischen Interpretation, dass Teilchen die elementaren Anregungen der Felder aus deren Grundzustand, dem Vakuum, sind. Teilchen können also beliebig erzeugt und vernichtet werden (für Fermionen natürlich eingeschränkt durch das Pauliprinzip). Somit ist das Photon die elementare Anregung des elektromagnetischen Feldes und das Elektron die elementare Anregung des zugehörigen Diracfeldes. Durch die Quantisierung der Feldtheorie ist es also möglich, Systeme mit variierender Teilchenzahl zu beschreiben. Die Zahl der Felder ist zwar fest, die Anzahl der Teilchen kann aber durch Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren variiert werden. Dies ermöglicht eine Beschreibung relativistischer Systeme.

## 2.2. Symmetrien

Die Quelle für dieses Unterkapitel ist [AH02], Kap. 3 und 7.

Ist die Lagrange-Dichte invariant unter einer Transformation der Felder

$$\phi \rightarrow \phi', \quad \mathcal{L}(\phi) \rightarrow \mathcal{L}'(\phi') = \mathcal{L}(\phi') \quad (2.15)$$

das heißt, behält die Lagrange-Dichte ihre funktionale Abhängigkeit unter dieser Transformation, so folgt daraus, dass auch die Bewegungsgleichungen (Gl. 2.5) sich nicht ändern. Eine Transformation mit einer solchen Eigenschaft nennt sich Symmetrietransformation. Eine Symmetrie ist schlicht die Eigenschaft eines Systems, sich nicht unter einer Transformation zu ändern. Eine Kugel ist beispielsweise rotationssymmetrisch, denn diese verändert ihr Aussehen nicht, wenn sie um ihren Mittelpunkt rotiert wird.

Für die Physik sind Symmetrien vor allem interessant, da nach dem Noethertheorem

jede kontinuierliche Symmetrie der Lagrange-Dichte eine Erhaltungsgröße zur Folge hat. Kontinuierlich bedeutet dabei, dass sich die Symmetrietransformationen mit kontinuierlichen Parametern parametrisieren lässt.

Symmetrietransformationen bilden Elemente einer Gruppe. Es gibt eine Transformation, die nichts tut (das 'Einselement'), und zu jeder Symmetrietransformation eine Rücktransformation. Außerdem bilden zwei hintereinander ausgeführte Symmetrietransformationen wieder eine Symmetrietransformation. Physikalisch interessant sind dabei Lie-Gruppen([AH04], App. M). Deren Elemente ergeben sich durch infinitesimale Variation der Gruppenparameter aus dem Einselement der Gruppe. Ein Beispiel ist die spezielle orthogonale Gruppe  $SO(3)$  der Drehungen im dreidimensionalen Raum. Jede solcher Drehungen lässt sich zusammensetzen aus unendlich vielen infinitesimal kleinen Drehungen, die beliebig nah am Einselement (keine Drehung) liegen.

Gruppen und somit auch Lie-Gruppen können sowohl abelsch, als auch nichtabelsch sein. Die  $SO(3)$  Gruppe ist zum Beispiel nichtabelsch. Zwei Drehungen im dreidimensionalen Raum kommutieren im Allgemeinen nicht.

### 2.2.1. Globale Symmetrien

Eine globale Symmetrietransformation ist eine solche, bei der die Parameter der Transformation nicht von Raumzeitkoordinaten abhängen. Zum Beispiel bildet die Transformation

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha}\psi \quad (2.16)$$

eine globale Symmetrie der Dirac-Lagrange-Dichte (Gl. 2.6). Diese Symmetrie ist auch aus der nichtrelativistischen Quantenmechanik bekannt, wo die Schrödingergleichung nicht von einer bestimmten Wahl der Phase der Wellenfunktion abhängt. Die zugehörige Gruppe ist die unitäre Gruppe  $U(1)$ , da ihre Elemente ( $e^{i\alpha}$ )  $1 \times 1$  Matrizen sind, und die Bedingung der Unitarität erfüllen, da die inverse Transformation  $e^{-i\alpha}$  gleichzeitig die hermitisch adjungierte ist.

### 2.2.2. Lokale Symmetrien

Eine stärkere Forderung an ein System ist die Invarianz unter lokaler Transformation, wie z. B.:

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi \quad (2.17)$$

wobei  $x$  der Ortsvierervektor ist. Unter einer solchen Transformation ist die Dirac-Lagrange-Dichte offensichtlich nicht mehr invariant, da sie eine Ableitung nach den Raumzeitkoordinaten enthält.

Allerdings lässt sich diese Ableitung ersetzen, indem ein Vektorfeld  $A^\mu$  eingeführt wird, welches dann an die Diracfelder koppelt:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu . \quad (2.18)$$



$q$  ist dabei eine Konstante. Die neue Lagrange-Dichte sieht damit wie folgt aus:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi . \quad (2.19)$$

Mit der zusätzlichen Bedingung, dass sich das Vektorfeld bei einer Transformation des Diracfeldes entsprechend mittransformiert, ist diese Lagrange-Dichte invariant unter der lokalen Transformation. Die Transformationsregeln lauten:

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi \quad (2.20)$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \partial_\mu\chi \quad (2.21)$$

$$\alpha = q\chi . \quad (2.22)$$

Die Transformation des Vektorfeldes ist dabei die aus der Elektrodynamik bekannte Eichtransformation des elektromagnetischen Vierervektorpotenzials, die die Maxwellgleichungen unverändert lässt.

Das Vektorfeld lässt sich als elektromagnetisches Vektorfeld interpretieren und die Konstante  $q$  als Ladung des Teilchens, welches durch das Diracfeld beschrieben wird. Die Forderung der lokalen Symmetrie führt zu der korrekten Kopplung des elektromagnetischen Feldes an das Diracfeld nach Gl. (2.18). Diese Kopplung liefert die korrekten physikalischen Ergebnisse.

Da diese Forderung auch zur korrekten Eichtransformation des elektromagnetischen Feldes führt, wird die zugehörige Transformation lokale Eichtransformation genannt.

Die betrachtete Symmetrie ist die lokale U(1)-Symmetrie, welche zur Kopplung des Diracfeldes (Materieteilchen) an das elektromagnetische Feld (Photonen, Austauscheteilchen und Vermittler der elektromagnetischen Wechselwirkung) führt. Was fehlt, ist noch ein Term zur Beschreibung des freien elektromagnetischen Feldes. Wird dieser hinzugefügt, lautet die komplette Lagrange-Dichte:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} . \quad (2.23)$$

Dies ist die komplette Lagrange-Dichte, die nötig ist, um die Wechselwirkung von Licht mit Materie zu beschreiben (Quantenelektrodynamik).  $F^{\mu\nu}$  ist dabei der elektromagnetische Feldstärketensor, welcher definiert ist durch:

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu . \quad (2.24)$$

Aus dem zweiten Term, welcher auch invariant unter der Eichtransformation der Felder ist, folgen dann die Maxwellgleichungen als Bewegungsgleichungen des freien Photonenfeldes unter Verwendung des Hamiltonschen Prinzips für Felder.

An diesem Beispiel ist zu erkennen, wie wichtig das Prinzip der lokalen Eichinvarianz ist. Dieses Beispiel war das der Gruppe U(1). Diese hat einen Generator und ist abelsch. Die Anzahl der Generatoren einer Lie-Gruppe entspricht physikalisch der Anzahl der Wechselwirkungsteilchen bzw. der Felder, die eingeführt werden, um die Invarianz unter der lokalen Eichtransformation zu gewährleisten.

Im Fall der nichtabelschen Gruppen, zum Beispiel in der schwachen Wechselwirkung

SU(2), treten in der Lagrange-Dichte noch zusätzliche Selbstwechselwirkungsterme auf. Die massiven Vektorbosonen der schwachen Wechselwirkung sind selbst schwach geladen. Hingegen trägt das Photon selbst keine elektrische Ladung, es gibt also keine Selbstwechselwirkung des Photons, da die der Eichtransformation zugrundeliegende Gruppe die abelsche U(1)-Gruppe ist. Die Erhaltungsgröße der oben besprochenen U(1)-Symmetrietransformation ist die elektrische Ladung.

### 2.2.3. Massenterme und Eichinvarianz

Die Vektorbosonen (Anregungen des Kraft-/Wechselwirkungsfeldes) der schwachen Wechselwirkung besitzen eine Masse, weshalb in der Lagrange-Dichte ein Massenterm auftauchen muss. Die einfachste Form eines solchen Terms lautet

$$m^2 A_\mu A^\mu \tag{2.25}$$

wobei  $A^\mu$  das Vektorfeld ist, welches Vektorbosonen der Masse  $m$  besitzt. Das Problem mit diesem Term ist, dass dieser nicht invariant unter der üblichen Transformation für Vektorfelder (Gl. 2.21) ist. Aus diesem Grund sind Massenterme für Vektorfelder verboten, wenn sie einfach naiv eingefügt werden, da die lokale Eichinvarianz erhalten bleiben soll. Dieses Problem wird durch das Konzept der spontanen Symmetriebrechung und durch das Higgs-Modell gelöst.

## 2.3. Spontane Symmetriebrechung

Die Quelle für dieses und das folgende Unterkapitel über die elektroschwache Theorie ist [MB11], Kapitel 5.

Die spontane Symmetriebrechung ist ein wichtiges Konzept der Physik. Sie tritt dann auf, wenn die Lagrange-Dichte eines Systems mehr Symmetrien aufweist als der physikalische Grundzustand. Ein Beispiel ist der Ferromagnet. Hier ist der Hamiltonoperator (welcher sich auch aus einer Lagrange-Funktion ableiten lässt) invariant unter Rotationen. Über einer Temperatur, genannt Curie Temperatur, weist das System auch keine ausgezeichnete Richtung auf. Unter dieser Temperatur bildet sich spontan eine Magnetisierung in eine bestimmte Richtung aus. Das System ist also nicht mehr rotationsinvariant, obwohl der Hamiltonoperator ein rotationsinvariantes System beschreibt. Die Symmetrie des Hamiltonoperators ist spontan gebrochen.

### 2.3.1. Spontane Symmetriebrechung einer globalen U(1)-Symmetrie

Betrachtet wird die Lagrange-Dichte eines komplexen Skalarfeldes, wobei die Operatorigenschaften der Felder zunächst außer Acht gelassen werden sollen (klassische Feldtheorie):

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - V(\phi) . \tag{2.26}$$

$V(\phi)$  ist hier ein Potenzial, welches von dem Feld  $\phi$  und seinem komplex konjugierten abhängt, zum Beispiel:

$$V = \frac{1}{4}\lambda(\phi^*\phi)^2 + \mu^2\phi^*\phi \quad \lambda, \mu^2 > 0 . \quad (2.27)$$

Dieses Potenzial besitzt sein Minimum bei  $\phi = 0$ , was bedeutet, dass der Grundzustand des Systems mit dem Zustand minimaler Auslenkung des Feldes übereinstimmt. Das Feld kann auch umgeschrieben werden, mithilfe seines Imaginär- und Realteils:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - i\phi_2) . \quad (2.28)$$

Es ist offensichtlich, dass die Lagrange-Dichte invariant ist unter

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha}\phi \quad (2.29)$$

$$\phi'_1 = (\cos(\alpha))\phi_1 - (\sin(\alpha))\phi_2 \quad (2.30)$$

$$\phi'_2 = (\sin(\alpha))\phi_1 + (\cos(\alpha))\phi_2 \quad (2.31)$$

welche die bekannte globale U(1)-Transformation ist. Diese kann auch als Rotation der komplexen Ebene interpretiert werden, was aus der Darstellung mit dem sin und dem cos ersichtlich ist. Außerdem ist der Grundzustand  $\phi = 0$  auch invariant unter dieser Transformation, da  $0 \cdot e^{i\alpha} = 0$ . Also weist der Grundzustand des Systems genau die gleiche Anzahl an Symmetrien auf, wie die Lagrange-Dichte. Im Fall  $\lambda = 0$  folgt für die Lagrange-Dichte, geschrieben im Real- und Imaginärteil des Feldes:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi_1\partial^\mu\phi_1 + \frac{1}{2}\mu^2\phi_1^2 + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi_2\partial^\mu\phi_2 + \frac{1}{2}\mu^2\phi_2^2 . \quad (2.32)$$

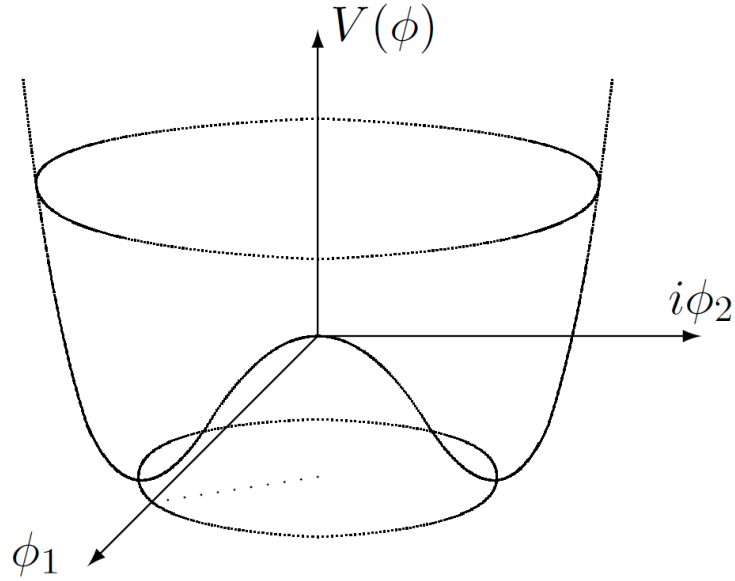
Dies ist die Lagrange-Dichte für zwei skalare Felder der Masse  $\mu$  (Klein-Gordon-Feld). Die zugehörige Bewegungsgleichung ist die Klein-Gordon-Gleichung.

Nun wird die Transformation

$$\mu^2 \rightarrow -\mu^2 \quad (2.33)$$

gemacht. Abhängig vom Real- und Imaginärteil des Feldes sieht das Potenzial aus, wie ein Sombrero (Abb. 2.1).

Die Invarianz der Lagrange-Dichte ist an der Form des Potenzials gut zu erkennen, da diese invariant ist unter Rotation der komplexen Ebene. Die funktionale Abhängigkeit vom komplexen Skalarfeld bleibt unter der U(1)-Transformation erhalten. Allerdings liegt das Minimum des Potentials nicht mehr bei  $\phi = 0$ . Dieser Fall ist zwar stationär aber instabil gegenüber Fluktuationen des Feldes. Es liegen unendlich viele Grundzustände in der Potentialmulde vor. Wenn durch Fluktuation des Feldes (welche in einer quantentheoretischen Betrachtung immer vorkommen) das System in einen der Grundzustände 'abrutscht', ist dieser nicht mehr invariant unter der U(1)-Transformation, da jede Rotation der komplexen Ebene zu einem anderen der unendlich vielen Grundzustände führt. Somit ist die globale U(1)-Symmetrie der Lagrange-Dichte für den Grundzustand spontan gebrochen.



**Abbildung 2.1:** Das 'Sombbrero'-Potenzial dargestellt über der komplexen Ebene, abhängig vom Realteil und Imaginärteil des komplexen Skalarfeldes[MB11].

Die Bedingung für den Grundzustand (also das Minimum des Potentials) lautet:

$$|\phi| = \sqrt{\frac{2\mu^2}{\lambda}} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (2.34)$$

Zur weiteren Betrachtung wird der Grundzustand

$$\phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (2.35)$$

gewählt. Da in der Quantenfeldtheorie Teilchen als Anregung eines Feldes aus seinem Grundzustand (dem Vakuum) angesehen werden, wird das Feld nun ausgehend von seinem Wert im Grundzustand umparametrisiert:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \rho(x) + i\varphi(x)). \quad (2.36)$$

Mit dieser Umparametrisierung lautet die Lagrange-Dichte des Systems:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \rho)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 - \lambda v^2 \rho^2 - \lambda v(\rho^3 + \rho\varphi^2) - \frac{\lambda}{4}(\rho^2 + \varphi^2)^2. \quad (2.37)$$

Die neuen Felder  $\rho$  und  $\varphi$  entsprechen den Fluktuationen des Feldes um den Grundzustand bei  $v/\sqrt{2}$ . Die neue Lagrange-Dichte enthält nun kinetische Terme für die beiden Felder (die ersten beiden) und (Selbst-)Wechselwirkungsterme (die letzten beiden). Außerdem tritt ein Massenterm für das Feld  $\rho$  auf. Beim Vergleich mit der Lagrange-Dichte

für ein reelles skalares Feld, wie zum Beispiel für  $\phi_1$  in Gleichung (2.32), ergibt sich eine Masse von:

$$m_\rho = \sqrt{2\lambda}v . \quad (2.38)$$

Das Feld  $\varphi$  hingegen besitzt keinen Massenterm, ist also masselos. Dieses wird Goldstone-Feld genannt. Durch die spontane Symmetriebrechung liegen jetzt ein massives und ein masseloses reelles Skalarfeld vor, und nicht zwei reelle Skalarfelder gleicher Masse.

Zusammengefasst führt das 'Sombbrero'-Potenzial zu einem Grundzustand, welcher nicht mehr der Symmetrie der Lagrange-Dichte unterliegt. Diese Brechung der Symmetrie führt zu einer Veränderung der Massenterme in der Lagrange-Dichte.

Die quantenfeldtheoretische Betrachtung des Problems, in der die Felder Operatoren sind, ist komplizierter. Deshalb wurden zur Verdeutlichung des Symmetriebrechungs-Mechanismus lediglich klassische Felder betrachtet.

### 2.3.2. Der Higgs-Mechanismus

Nun wird das zuvor betrachtete skalare Feld an ein masseloses Vektorfeld  $A^\mu$  gekoppelt. Dieses soll mit dem elektromagnetischen Feld übereinstimmen. Zur Kopplung wird die normale Ableitung in der Lagrange-Dichte der Klein-Gordon-Gleichung wieder durch die sogenannte kovariante Ableitung aus Gleichung (2.18) ersetzt. Dadurch wird Symmetrie unter der lokalen Eichtransformation aus den Gleichungen (2.20-2.22) gewährleistet. Die Lagrange-Dichte dieser skalaren Quantenelektrodynamik lautet:

$$\mathcal{L} = (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - V(\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} . \quad (2.39)$$

$V(\phi)$  ist das eben diskutierte 'Sombbrero'-Potenzial. Das Minimum des Feldes  $\phi$  liegt somit wieder bei  $\phi_0 = v/\sqrt{2}$ . Das Feld wird nun wieder umparametrisiert, jedoch wird diesmal eine andere Parametrisierung gewählt:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \rho(x))e^{i\xi(x)/v} . \quad (2.40)$$

Das Umschreiben der Lagrange-Dichte hat zur Folge, dass ein Masseterm für das  $\rho$ -Feld auftaucht, mit der selben Masse, wie schon im Falle der spontan gebrochenen globalen Eichsymmetrie. Außerdem tritt ein Masseterm der Form  $m_A = qv$  für das Vektorfeld auf. Das masselose Feld  $\xi$  kann durch eine Eichtransformation aus der Lagrange-Dichte entfernt werden, aufgrund der Wahl der Umparametrisierung des Feldes  $\phi$ . Diese Transformation lautet:

$$\phi(x) \rightarrow e^{-i\xi(x)/v}\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \rho(x)) \quad (2.41)$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu(x) + \frac{1}{qv}\partial_\mu\xi(x) \equiv B_\mu(x) . \quad (2.42)$$

In der endgültigen Lagrange-Dichte nach der Wahl dieser Eichung taucht das masselose Goldstone-Feld  $\xi$  nicht mehr auf. Es steckt nun vielmehr im neuen Vektorfeld  $B_\mu$ . Dieses

hat immer noch die Masse  $m_A$ . Dadurch bekommt das Vektorfeld drei Freiheitsgrade statt der üblichen zwei (Photonen haben zwei Polarisationsrichtungen, Z-Bosonen drei). Die neue Lagrange-Dichte beschreibt ein skalares massives  $\rho$ -Feld und ein massives Vektorfeld  $B_\mu$ . Beide Felder besitzen entsprechende kinetische Terme und koppeln untereinander. Das  $\rho$ -Feld koppelt außerdem an sich selbst. Da für das Vektorfeld  $A_\mu$  ein Feld der Form des elektromagnetischen Feldes gewählt wurde, ergeben sich keine Selbstkoppelungsterme für das Feld  $B_\mu$ . Dieses beschreibt also massive Photonen.

In der umparametrisierten Form ist die Lagrange-Dichte nicht explizit eichinvariant wegen des Massenterms für das Vektorfeld. Die Eichsymmetrie ist vielmehr versteckt. Man spricht dann von einer Symmetriebrechung der lokalen Eichsymmetrie.

Allerdings entsteht diese Lagrange-Dichte durch Umparametrisierung einer Lagrange-Dichte, die offensichtlich eichinvariant ist, da in der ursprünglichen Form nur masselose Vektorfelder vorkommen. Dies führt zu dem Ergebnis, dass Massenterme für Vektorfelder doch erlaubt sind, falls diese durch die Kopplung masseloser Vektorfelder an ein Skalarfeld entstehen, welches dem 'Sombbrero'-Potenzial unterliegt. Die neuen (physikalischen) Felder sind eichinvariante Kombinationen der alten (unphysikalischen) Felder.

Der Higgs-Mechanismus, der hier beispielhaft für die Kopplung eines Higgsfeldes an das elektromagnetische Feld besprochen wurde, generiert quasi die Masse der Vektorbosonen.

## 2.4. Elektroschwache Theorie

Die elektroschwachen Wechselwirkungen des Standardmodells ([O<sup>+</sup>14], Kap. 10) werden durch vier verschiedene Vektorbosonen vermittelt:  $W^\pm$ ,  $Z$  und das Photon  $\gamma$ . Die ersten drei sind massiv. Dies wird durch einen Higgs-Mechanismus ermöglicht. Die Eichtransformationen, die zu den Wechselwirkungen führen, sind Elemente von Gruppen und die Gruppenstruktur der Elektroschwachen Wechselwirkung lautet:

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y . \tag{2.43}$$

Die  $SU(2)$ -Gruppe besitzt drei Generatoren und deshalb folgen aus der Forderung der lokalen Eichinvarianz drei Vektorbosonen. Sie ist nichtabelsch, wodurch die Vektorbosonen untereinander koppeln können. Der Index  $L$  bedeutet, dass die Vektorbosonen dieser Eichfelder nur an linkshändige Fermionen koppeln. Die Kopplungsstärke soll mit  $g_L$  bezeichnet werden. Die Händigkeit bzw. Chiralität ist eine Eigenschaft von Fermionen und ist eine Erhaltungsgröße, falls diese masselos sind (Anhang A).

Die  $U(1)$ -Gruppe besitzt einen Generator und deshalb ein Vektorboson. Der Index  $Y$  bedeutet, dass das Eichfeld an die Hyperladung anderer Teilchen koppelt. Die Kopplungsstärke soll mit  $g_Y$  bezeichnet werden. Die Eichfelder, die zu diesen beiden Eichgruppen gehören, sind die masselosen Felder  $W^1, W^2, W^3, B$ .

Durch einen Higgs-Mechanismus ist diese Eichsymmetrie gebrochen bzw. versteckt und

die physikalischen Felder sind Superpositionen der ursprünglichen Eichfelder:

$$\text{SU}(2)_L \otimes \text{U}(1)_Y \rightarrow \text{U}(1)_{em} \quad (2.44)$$

$$W^\pm = (W^1 \mp iW^2)/\sqrt{2} \quad (2.45)$$

$$Z = \cos(\theta_w)W^3 - \sin(\theta_w)B \quad (2.46)$$

$$\gamma = \sin(\theta_w)W^3 + \cos(\theta_w)B . \quad (2.47)$$

Der Index *em* steht dafür, dass das zugehörige Vektorboson der entstehenden U(1)-Gruppe an die elektrische Ladung anderer Teilchen koppelt. Es ist das masselose Photon. Dadurch, dass das Photon keine Masse besitzt, ist die elektromagnetische U(1)-Symmetrie die einzige explizite Eichsymmetrie in der elektroschwachen Theorie.

Da die Felder  $W^\pm$  Superpositionen der Felder  $W^1$  und  $W^2$  sind, welche nur an linkshändige Teilchen koppeln, koppeln auch diese physikalisch beobachtbaren Felder nur an linkshändige Teilchen. Das  $Z$ -Boson und das Photon sind Superpositionen aus den Feldern  $W^3$  und  $B$ . Somit koppelt das  $Z$ -Boson auch an rechtshändige Teilchen, falls diese eine Hyperladung  $Y$  besitzen.  $\theta_w$  ist der Weinbergwinkel. Er wird auch als Mischungswinkel der elektroschwachen Theorie bezeichnet. Er ist definiert über:

$$\tan \theta_w = \frac{g_Y}{g_L} . \quad (2.48)$$

Mit diesem ergibt sich die Elementarladung zu:

$$e = g_L \sin \theta_w = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{g_Y^2} + \frac{1}{g_L^2}}} \quad (2.49)$$

und das Verhältnis der Massen von  $W$ - und  $Z$ -Boson zu:

$$\frac{m_W}{m_Z} = \cos(\theta_w) . \quad (2.50)$$

Durch den Higgs-Mechanismus erhalten die physikalischen Vektorfelder  $W^\pm, Z$  ihre Masse analog zum besprochenen Beispiel der skalaren Quantenelektrodynamik. Die Feynman-Regeln für die Kopplungen der elektroschwachen Felder an Fermionen stehen im Anhang B.

## 2.5. Modelle für andere Vektorbosonen

### 2.5.1. Links-Rechts-Modell

Es gibt eine Vielzahl an Erweiterungen für das Standardmodell. Ein interessantes ist das Links-Rechts-Modell (LR-Modell) [HSYY10]. In diesem Modell existieren auch Vektorbosonen, die ausschließlich an rechtshändige Teilchen koppeln. Die physikalische Motivation für dieses Modell ist, eine Symmetrie zwischen rechtshändiger und linkshändiger Kopplung wiederherzustellen, welche in der schwachen Wechselwirkung explizit gebrochen ist. Eine Erklärung für das Fehlen der Links-Rechts-Symmetrie ist, dass diese Symmetrie

durch einen Higgs-Mechanismus gebrochen ist. Dadurch erhalten die Vektorbosonen, welche nur an rechtshändige Teilchen koppeln, eine wesentlich höhere Masse als die elektroschwachen  $W$ - und  $Z$ -Bosonen.

Die Gruppenstruktur des LR-Modells sieht wie folgt aus:

$$\mathrm{SU}(2)_L \otimes \mathrm{SU}(2)_R \otimes \mathrm{U}(1)_X \rightarrow \mathrm{SU}(2)_L \otimes \mathrm{U}(1)_Y . \quad (2.51)$$

Hier ist zunächst die Eichgruppe  $\mathrm{SU}(2)_R$  explizit vorhanden, welche die drei Eichfelder  $W_R^i$ ,  $i = 1, 2, 3$  besitzt, die ausschließlich an rechtshändige Teilchen koppeln. Die Kopplungsstärke wird als  $g_R$  bezeichnet.

Die  $\mathrm{U}(1)_X$ -Gruppe koppelt an die X-Ladung der Fermionen. Diese beträgt  $1/6$  für Quarks und  $-1/2$  für Leptonen. Die Kopplungsstärke soll  $g_X$  und das Eichfeld  $X$  genannt werden.

Durch einen ersten Higgs-Mechanismus mischen die Felder der Eichgruppen  $\mathrm{SU}(2)_R$  und  $\mathrm{U}(1)_X$ , wodurch drei physikalische Felder  $W'^{\pm}, Z'$  entstehen, welche eine sehr hohe Masse haben und bevorzugt an rechtshändige Teilchen koppeln, analog aber entgegengesetzt zu den schwachen Vektorbosonen. Außerdem entsteht das masselose  $B$ -Feld der  $\mathrm{U}(1)_Y$ -Eichgruppe. Die  $W'$ -Bosonen koppeln dabei, entgegengesetzt zum Standardmodell- $W$ -Boson nur an rechtshändige Teilchen mit einer Kopplungsstärke von  $g_R$ . Das  $Z'$  koppelt an alle Fermionen, da jedes Fermion eine X-Ladung besitzt. Die gesamte Kopplung des  $Z'$  setzt sich dabei, ähnlich wie beim  $Z$ -Boson, zusammen aus einem Anteil rechtshändiger Kopplung mit Kopplungsstärke  $g_R$  und einem Anteil, der an die X-Ladung koppelt, unabhängig davon, ob das Teilchen rechts- oder linkshändig ist. Der Mischungswinkel  $\phi$  lautet, analog zur elektroschwachen Theorie:

$$\tan(\phi) = \frac{g_X}{g_R} . \quad (2.52)$$

Dadurch ergeben sich die neuen Felder zu:

$$W'^{\pm} = (W_R^1 \mp iW_R^2)/\sqrt{2} \quad (2.53)$$

$$Z' = \cos(\phi)W_R^3 - \sin(\phi)X \quad (2.54)$$

$$B = \sin(\phi)W_R^3 + \cos(\phi)X . \quad (2.55)$$

Mit diesem Mischungswinkel ergibt sich für das Verhältnis der Massen von  $W'$  und  $Z'$  näherungsweise:

$$\frac{m_{W'}}{m_{Z'}} = \cos(\phi) . \quad (2.56)$$

Die Kopplungsstärke der  $\mathrm{U}(1)_Y$ -Gruppe ergibt sich durch den Higgs-Mechanismus zu:

$$\frac{1}{g_Y^2} = \frac{1}{g_R^2} + \frac{1}{g_X^2} . \quad (2.57)$$

Ein zweiter Higgs-Mechanismus führt dann auf die bekannten elektroschwachen Eichbosonen  $Z, W$  und  $\gamma$ .

In diesem Modell existiert also eine Links-Rechts-Symmetrie, welche durch einen Higgs-Mechanismus gebrochen wird. Die neuen Vektorbosonen müssten eine sehr hohe Masse



besitzen, wenn sie existieren, um zu erklären, dass ihre Wechselwirkung einen bis jetzt nicht gemessenen Effekt hat.

In dieser Arbeit wird ein komplett symmetrisches LR-Modell behandelt. Das heißt, es soll  $g_R = g_L$  gelten. Dadurch ergibt sich für die Kopplungsstärke  $g_X$ :

$$g_X = \frac{g_L}{\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\theta_w)} - 1}} \quad (2.58)$$

Außerdem wird dieselbe CKM-Matrix, welche die Flavourmischung von Quarks in der schwachen Wechselwirkung beschreibt, verwendet. Die Feynman-Regeln für die  $W'$  und  $Z'$ -Bosonen im LR-Modell befinden sich in Anhang B.

### 2.5.2. Sequential Standard Model

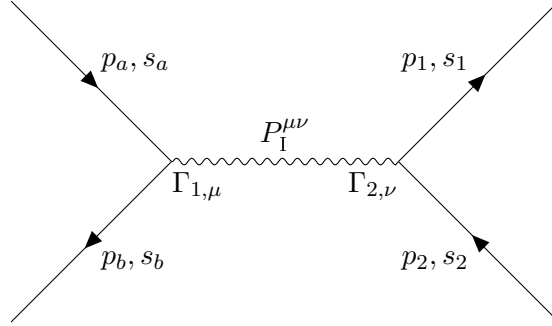
Ein weiteres Modell ist das Sequential Standard Model (SSM) [K<sup>+</sup>15], welches keine physikalische Motivation besitzt, allerdings von Experimentalphysikern auf der Suche nach möglichen schweren Eichbosonen verwendet wird. In diesem Modell haben die schweren Eichbosonen exakt dieselbe Kopplung wie im Standardmodell. Das heißt sie koppeln auch bevorzugt an linkshändige Teilchen. Der einzige Unterschied ist die Masse. In dieser Arbeit wird auch untersucht, inwiefern dieses Modell relevante Vorhersagen für das LR-Modell macht und ob es als Benchmark für die Suche nach schweren Eichbosonen Sinn macht. Die Feynman-Regeln für dieses Modell sind exakt identisch zu denen der  $W$ - und  $Z$ -Bosonen im Standardmodell. Nur die Masse der Vektorbosonen ist eine andere.

## 2.6. Feynman-Diagramme

Die Wechselwirkung der Felder untereinander wird störungstheoretisch behandelt. Im Falle kleiner Kopplungen, wie bei der elektromagnetischen Wechselwirkung, liefert dieses Verfahren schon für niedrige Ordnungen sehr gute Ergebnisse.

Bei Streuprozessen befinden sich im Anfangszustand  $|i\rangle$  mehrere Teilchen mit bestimmten Viererimpulsen und Spinausrichtungen oder Polarisationen. Im Endzustand  $|f\rangle$  befinden sich dann meist andere Teilchen, möglicherweise auch in anderer Anzahl, welche auch andere Viererimpulse, Spinausrichtungen und Polarisationen aufweisen können. Die Größe, welche berechnet werden muss, ist die Übergangsamplitude vom Anfangs- in den Endzustand. Diese ergibt sich als Matrixelement eines quantenmechanischen Operators mit Namen S-Operator [AH02]:  $\langle f|S|i\rangle$ . Dieser hat eine Reihendarstellung, in der die Wechselwirkungsterme der Lagrange-Dichte auftauchen.

Die Feynman-Diagramme sind eine bildliche Darstellung eben dieser Störungsreihe. Sie helfen bei der Berechnung der Übergangsamplitude  $\mathcal{M}$ , welche zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten benötigt wird.



**Abbildung 2.2:** Allgemeiner Annihilations und Erzeugungsprozess mit zwei Fermionen im Anfangs- und Endzustand in erster Ordnung Störungstheorie.  $P_I^{\mu\nu}$  ist der Propagator des Wechselwirkungsteilchens, welches den Viererimpuls  $p_a + p_b$  trägt. Die eingehenden Teilchen haben Spin und Viererimpulse  $s_a, s_b, p_a, p_b$ . Die ausgehenden haben  $s_1, s_2, p_1, p_2$ . Die Vertex-Kopplungen werden beschrieben durch  $\Gamma_{\mu,1}$  und  $\Gamma_{\nu,2}$ .

Für einen Prozess, in dem zwei Fermionen vernichtet und anschließend zwei Fermionen erzeugt werden, sieht das Feynman-Diagramm in niedrigster Ordnung Störungstheorie wie in Abb. (2.2) aus. Die innere, geschlängelte Linie steht für ein Vektorboson, das die Wechselwirkung vermittelt. Die Übergangsamplitude wird mithilfe der Feynman-Regeln (Anhang B) berechnet, die sich aus der Lagrange-Dichte der zugrundeliegenden Theorie ergeben.

Jede äußere Fermion-Linie wird durch einen Dirac-Spinor (Anh. A) repräsentiert und ist entweder ein Teilchen oder ein Antiteilchen, je nachdem ob der Pfeil in Richtung der Zeitachse oder entgegen dieser verläuft. Die Zeit verläuft in allen Diagrammen in dieser Arbeit von links nach rechts.

Jeder Vertex stellt eine Kopplung des Fermion-Feldes an das Feld der Wechselwirkungsteilchen dar. Diese besteht in dieser Arbeit immer aus einer Kombination von Diracmatrizen (Anhang A). Jede innere Linie wird durch einen Propagator repräsentiert.

Werden all diese Faktoren richtig multipliziert, ergibt sich die Größe  $i\mathcal{M}$ . Alle Prozesse in dieser Arbeit werden in niedrigster Ordnung Störungstheorie berechnet, sodass dieses Feynman-Diagramm für diese Arbeit äußerst wichtig ist.

### 3. Kinematik

Es werden Wirkungsquerschnitte von Prozessen berechnet, bei denen Protonen kollidieren und neue Teilchen produziert werden. Ein Beispielprozess wäre  $pp \rightarrow \gamma, Z \rightarrow e^+e^-$ . Bei diesem annihilieren ein Quark des einen Protons mit einem entsprechenden Antiquark des anderen Protons und es wird ein Elektron-Positron-Paar erzeugt. Das heißt der eigentliche Prozess, der berechnet wird, ist  $q\bar{q} \rightarrow \gamma, Z \rightarrow e^+e^-$ .

Das Problem ist der Übergang von dem Prozess auf Quark- bzw. Partonlevel zu dem eigentlichen Proton-Proton-Streuprozess. Bei kleinen Viererimpulsüberträgen ist die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung sehr groß und nimmt für hohe Impulsüberträge ab (Asymptotische Freiheit [AH04], Kap. 15). Wegen der starken Kopplung für kleine Impulsüberträge lassen sich durch starke Wechselwirkung gebundene Zustände sehr schlecht störungstheoretisch berechnen. Dieses Problem wird im Folgenden betrachtet.

#### 3.1. Mandelstamvariablen und das Schwerpunktsystem

Zunächst werden jedoch einige grundlegende Eigenschaften eines  $2 \rightarrow 2$ -Prozesses betrachtet ([O<sup>+</sup>14], Kap. 46), das heißt eines Prozesses mit jeweils zwei Teilchen im Anfangs- und Endzustand wie in Abb. (2.2). Es werden elastische Prozesse betrachtet, das heißt an jedem Vertex des Feynman-Diagramms muss die Viererimpulserhaltung gelten. Daraus folgt die Gesamtviererimpulserhaltung:

$$p_a + p_b = p_1 + p_2 . \quad (3.1)$$

Dies schränkt die Zahl der unabhängigen Viererimpulse auf drei ein. Aus der Viererimpulserhaltung folgt, dass das Wechselwirkungsteilchen, welches durch den Propagator  $P_I^{\mu\nu}$  beschrieben wird (Abb. 3.3), den Viererimpuls  $p_a + p_b \equiv q$  trägt.

Es erweist sich als vorteilhaft, Berechnungen mithilfe lorentzinvarianter Größen auszudrücken. Aus den vier Viererimpulsen unter Betrachtung der Viererimpulserhaltung lassen sich die drei lorentzinvarianten Mandelstamvariablen bilden ([AH02], Kap. 6):

$$s = (p_a + p_b)^2 = (p_1 + p_2)^2 \quad (3.2)$$

$$t = (p_a - p_1)^2 = (p_b - p_2)^2 \quad (3.3)$$

$$u = (p_a - p_2)^2 = (p_b - p_1)^2 . \quad (3.4)$$

Diese erfüllen die Beziehung:

$$s + t + u = m_a^2 + m_b^2 + m_1^2 + m_2^2 . \quad (3.5)$$

Das schränkt die Zahl der unabhängigen Variablen des Prozesses auf zwei ein. Die Übergangsamplituden, die aus den Feynman-Diagrammen berechnet werden, können durch diese invarianten Größen ausgedrückt werden und sind selbst lorentzinvariant. Da für den betrachteten Annihilations- und Produktionsprozess (Abb. 2.2)  $q^2 = s$  gilt, wird

dieser auch  $s$ -Kanal-Prozess genannt.  $\sqrt{s}$  wird auch als invariante Masse des Teilchenpaares im Endzustand bezeichnet, da es sich um die Wurzel aus dem Skalarprodukt des Gesamtviererimpulses dieses Zweiteilchensystems handelt. Nach der relativistischen Energie-Impuls-Relation gilt für einen Viererimpuls  $p$  nämlich gerade  $p^2 = m^2$ , wobei  $m$  die invariante Masse des Systems ist, zu dem der Viererimpuls gehört.

Ein wichtiges System zur Beschreibung von Streuprozessen ist das Schwerpunktsystem (centre of mass system, CMS). Dieses ist durch die Bedingung

$$\vec{p}_a = -\vec{p}_b \quad (3.6)$$

$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 \quad (3.7)$$

charakterisiert. Dadurch wird  $\sqrt{s}$  zur Summe der Energien der beiden eingehenden Teilchen im CMS:

$$s = (E_a + E_b)^2 = (E_1 + E_2)^2 \quad (3.8)$$

$$\sqrt{s} = E_a + E_b . \quad (3.9)$$

Wird nun die Energie-Impuls-Beziehung ausgenutzt, so wird dieser Ausdruck zu:

$$\sqrt{s} = \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + m_1^2} + \sqrt{|\vec{p}_2|^2 + m_2^2} \stackrel{|\vec{p}_1|=|\vec{p}_2|=|\vec{p}|}{=} \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_1^2} + \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_2^2} . \quad (3.10)$$

Dies zeigt, dass die Bedingung dafür, dass der  $2 \rightarrow 2$ - $s$ -Kanal-Prozess stattfinden kann, lautet:

$$s \geq (m_1 + m_2)^2 . \quad (3.11)$$

Das heißt, die invariante Masse der Teilchen im Endzustand muss mindestens so groß sein, wie die Summe der Massen der einzelnen Teilchen. Nun wird die dritte binomische Formel ausgenutzt, um die vorletzte Gleichung umzuformen zu:

$$\frac{m_1^2 - m_2^2}{\sqrt{s}} = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_1^2} - \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_2^2} = E_1 - E_2 . \quad (3.12)$$

Werden identische Berechnungen für  $s = (E_a + E_b)^2$  durchgeführt, so ergeben sich schließlich die Energien und Beträge der Dreierimpulse im CMS zu:

$$E_1 = \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}} \quad (3.13)$$

$$E_2 = \frac{s + m_2^2 - m_1^2}{2\sqrt{s}} \quad (3.14)$$

$$E_a = \frac{s + m_a^2 - m_b^2}{2\sqrt{s}} \quad (3.15)$$

$$E_b = \frac{s + m_b^2 - m_a^2}{2\sqrt{s}} \quad (3.16)$$

$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_1^2, m_2^2)}{2\sqrt{s}} \quad (3.17)$$

$$|\vec{p}_a| = |\vec{p}_b| = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_b^2)}{2\sqrt{s}} . \quad (3.18)$$

$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$  ist die so genannt Källén-Funktion ([ACD<sup>+</sup>14], Kap. 4). Diese Endergebnisse sind relevant für die spätere Berechnung des Wirkungsquerschnitts.

### 3.2. Hadronischer Prozess und Partonverteilungsfunktionen

Am LHC werden Proton-Proton-Streuprozesse meist im CMS durchgeführt, indem Protonen mit gleicher Energie aber entgegengesetzter Impulsrichtung kollidieren. Im Grenzfall hoher Energien sind die Massen der Protonen und der Quarks in den Protonen vernachlässigbar klein. Als Bewegungsrichtung zweier Protonen  $A$  und  $B$  (Strahlachse) soll die  $z$ -Achse gewählt werden, die Viererimpulse lauten:

$$p_A = \frac{\sqrt{s_H}}{2}(1, 0, 0, 1)^T \quad (3.19)$$

$$p_B = \frac{\sqrt{s_H}}{2}(1, 0, 0, -1)^T . \quad (3.20)$$

Daraus folgt

$$s_H = (p_A + p_B)^2 \stackrel{CMS}{=} (E_A + E_B)^2 \quad (3.21)$$

wobei  $s_H$  die hadronische  $s$  Mandelstamvariable ist.  $\sqrt{s_H} \stackrel{CMS}{=} (E_A + E_B)$  wird als Schwerpunktsenergie des Prozesses bezeichnet. Der Streuprozess findet auf dem Quarklevel statt und zur Berechnung der Übergangsamplitude ist es notwendig die Viererimpulse der Quarks zu kennen, welche annihilieren. Die Masse der Quarks  $a$  und  $b$  aus den Protonen  $A$  und  $B$  kommend soll vernachlässigbar klein sein. Außerdem wird als weitere Näherung verwendet, dass die Bewegungsrichtung der Quarks exakt parallel zu denen der Protonen sein soll, diese also keinen Impulsanteil senkrecht zur Strahlachse besitzen. Unter diesen Voraussetzungen lauten die Viererimpulse der Quarks:

$$p_a = x_a \frac{\sqrt{s_H}}{2}(1, 0, 0, 1)^T \quad (3.22)$$

$$p_b = x_b \frac{\sqrt{s_H}}{2}(1, 0, 0, -1)^T . \quad (3.23)$$

$x_a$  und  $x_b$  sind die Anteile der Viererimpulse, die Quark  $a$  bzw.  $b$  von den Viererimpulsen der Protonen  $A$  bzw.  $B$  tragen. Die Mandelstamvariable des Prozesses auf Quarklevel lautet:

$$s = (p_a + p_b)^2 = x_a x_b s_H . \quad (3.24)$$

Wegen der hohen Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung kann das Proton nicht störungstheoretisch berechnet werden. Aus diesem Grund liegt keine analytische Verteilung vor, die Aussagen darüber trifft, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Quarks die Anteile  $x_a$  und  $x_b$  der Viererimpulse tragen.

Diese Information steckt in den Partonverteilungsfunktionen  $f(x, Q)$ . Diese werden durch Experimente bestimmt, da es keine analytische Berechnungsmöglichkeit gibt.  $x$  ist dabei der Anteil des Quarks am Viererimpuls des Protons und  $Q$  ist die Faktorisierungsskala.

Diese Skala beschreibt anschaulich, wie viel der inneren Struktur des Protons durch die Wechselwirkung aufgelöst wird ([HM84], Kap. 10).

Somit wird der gesamte Streuprozess aufgespalten in den störungstheoretisch berechenbaren Prozess auf Quarklevel, der mit Feynman-Diagrammen ausgerechnet wird, und den nicht störungstheoretisch berechenbaren Teil des Prozesses, in dem sich entscheidet welchen Viererimpuls das Quark bei Verlassen des Protons trägt.

Der Proton-Proton-Wirkungsquerschnitt ergibt sich mit den Partonverteilungsfunktionen (parton distribution functions, PDFs) zu ([ESW03], Kap. 7):

$$\sigma_{pp} = \sum_{i,j} \int_0^1 dx_a \int_0^1 dx_b \sigma_{ab}(i,j) f_i(x_a, Q) f_j(x_b, Q) . \quad (3.25)$$

Hierbei ist  $\sigma_{ab}(i,j)$  der Wirkungsquerschnitt des partonischen Prozesses, in dem Quark  $a$  mit Flavour  $i$  und Quark  $b$  mit Flavour  $j$  kollidieren und den gewünschten Endzustand liefern. Die Integration über die Anteile  $x_a$  und  $x_b$  ist aufgrund der Gleichungen (3.11) und (3.24) eingeschränkt, falls die Massen  $m_1$  und  $m_2$  der beiden Teilchen im Endzustand ungleich null sind. Die Summe geht über alle Quarkflavours im Proton. Theoretisch können im Proton alle Quarks und ihre jeweiligen Antiquarks vorliegen (als See-Quarks und zusätzlich  $uud$  als Valenz-Quarks). Allerdings wird wegen seiner sehr hohen Masse das Top-Quark meist nicht berücksichtigt. Das heißt auch die meisten PDFs werden experimentell bestimmt unter Vernachlässigung des  $t$ -Quarks.

Die obenstehende Formel wird in dieser Arbeit zur Berechnung der hadronischen Wirkungsquerschnitte verwendet. Da die Partonverteilungsfunktionen aus experimentellen Daten bestimmt werden, liegen diese nur in numerischer Form vor, weshalb die Integration über die Viererimpulsanteile  $x_a$  und  $x_b$  numerisch durchgeführt werden muss.

### 3.3. Phasenraumintegration und totaler Wirkungsquerschnitt

Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  ist ein Maß dafür, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Prozess stattfindet. Mit der Luminosität  $L$  des Teilchenbeschleunigers gilt für die Ereignisrate  $\dot{N}$  des Prozesses ([PRSZ04], Kap. 4):

$$\dot{N} = \sigma L . \quad (3.26)$$

Die Ereignisrate ist die Anzahl der zu erwartenden Ereignisse pro Zeiteinheit im Detektor.

Der totale Wirkungsquerschnitt lässt sich aus dem Betragsquadrat der zum Prozess gehörenden Übergangsamplitude  $\mathcal{M}$  berechnen. Analog zur normalen Quantenmechanik müssen auch hier Übergangsamplituden betragsg quadriert werden, um physikalisch relevante Ergebnisse zu erhalten.

Die Formel zur Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitt bei gegebener Übergang-

samplitude lautet ([AH02], App. L):

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{|\mathcal{M}|^2}{4[(p_a p_b)^2 - m_a^2 m_b^2]^{1/2}} d\text{Lips}(s, p_1, p_2) \\ &= \frac{|\mathcal{M}|^2}{2s} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_a - p_b) \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Hierbei ist  $F = 4[(p_a p_b)^2 - m_a^2 m_b^2]^{1/2}$  der so genannte Flussfaktor. Dieser sorgt dafür, dass der Wirkungsquerschnitt unabhängig von der hier getroffenen Wahl der Normierung für die Anfangs- und Endzustände des Prozesses ist. Somit bleibt der Wirkungsquerschnitt von Experiment zu Experiment vergleichbar. Dieser ist außerdem invariant gegenüber Lorentzboosts entlang der Strahlachse.

$d\text{Lips}(s, p_1, p_2)$  ist das lorentzinvariante Phasenraum-Integrationsmaß. Um den totalen Wirkungsquerschnitt zu erhalten, muss über die Viererimpulse der Endzustände integriert werden, da diese nicht fest sind. Wie schon vorher erwähnt, lässt sich ein solcher Streuprozess durch zwei unabhängige Variablen beschreiben. Eine der beiden Variablen wird durch die Anfangsbedingungen (Energie der eingehenden Teilchen) bestimmt. Dadurch bleibt eine letzte Variable frei wählbar. Das führt dazu, dass es zufällig ist, welchen Viererimpuls die Endteilchen haben. Da der Wirkungsquerschnitt ein Maß für die Wahrscheinlichkeit des Prozesses ist, muss also über die Impulse der Teilchen im Endzustand unter Berücksichtigung der Viererimpulserhaltung integriert werden.

Im Übergang von der ersten zur zweiten Gleichung werden die Massen der eingehenden Teilchen  $a$  und  $b$  auf null gesetzt, wodurch die Mandelstamvariable  $s$  zu

$$s = (p_a + p_b)^2 = m_a^2 + m_b^2 + 2p_a p_b = 2p_a p_b \quad (3.28)$$

wird. Für masselose Teilchen im Anfangszustand ist der Flussfaktor also  $F = 2s$ . Um weiter rechnen zu können, muss eines der zwei lorentzinvarianten Impulsintegrationsmaße nun in manifest lorentzkovarianter Form geschrieben werden ([AH02] App. E):

$$\begin{aligned} \sigma &= \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{2s} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_a - p_b) \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \\ &= \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{2s} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_a - p_b) \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} d^4 p_2 \delta(p_2^2 - m_2^2) \theta(p_2^0) \\ &= \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{2s} (2\pi) \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \delta((p_a + p_b - p_1)^2 - m_2^2) \\ &= \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{2s} \frac{|\vec{p}_1|^2}{2E_1} \frac{d|\vec{p}_1| d\cos(\vartheta_1) d\varphi_1}{(2\pi)^2} \delta((p_a + p_b - p_1)^2 - m_2^2) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Bei dem gesamten Vorgehen, soll  $\mathcal{M}$  von den beiden unabhängigen Variablen  $s$  und  $t$  abhängen, wovon  $s = (p_a + p_b)^2$  schon durch die Anfangsbedingungen festgelegt ist.  $t = (p_a - p_1)^2$  hängt von dem Viererimpuls von Teilchen 1 ab, da der Viererimpuls von Teilchen  $a$  auch durch die Anfangsbedingungen festgelegt ist.

Nun wird die relativistische Energie-Impuls-Beziehung ausgenutzt, um die Integration über den Betrag des Impulses zu substituieren:

$$E_1 = \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + m_1^2} \quad (3.30)$$

$$|\vec{p}_1| d|\vec{p}_1| = E_1 dE_1 . \quad (3.31)$$

Außerdem wird für die weitere Berechnung das CMS gewählt. Da der Wirkungsquerschnitt invariant gegenüber Lorentzboosts entlang der Strahlachse ist, lässt sich das Ergebnis also auch für solche Systeme nutzen, die durch einen solchen Boost aus dem CMS folgen. Die  $\delta$ -Funktion lässt sich im CMS umschreiben zu:

$$p_a + p_b = (E_a + E_b, 0, 0, 0)^T \quad (3.32)$$

$$E_a + E_b = \sqrt{s} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \delta((p_a + p_b - p_1)^2 - m_2^2) &= \delta((p_a + p_b)^2 - 2(p_a + p_b)p_1 + m_1^2 - m_2^2) \\ &= \delta(s - 2\sqrt{s}E_1 + m_1^2 - m_2^2) . \end{aligned} \quad (3.34)$$

Daraus folgt für den Wirkungsquerschnitt:

$$\begin{aligned} \sigma &= \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{2s} \frac{|\vec{p}_1|}{2} \frac{dE_1 d\cos(\vartheta_1) d\varphi_1}{(2\pi)^2} \delta(s - 2\sqrt{s}E_1 + m_1^2 - m_2^2) \\ &= \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{2s} \frac{|\vec{p}_1|}{2} \frac{dE_1 d\cos(\vartheta_1) d\varphi_1}{(2\pi)^2} \frac{1}{2\sqrt{s}} \delta\left(\frac{\sqrt{s}}{2} - E_1 + \frac{1}{2\sqrt{s}}(m_1^2 - m_2^2)\right) . \end{aligned} \quad (3.35)$$

Wird nun noch  $|\vec{p}_1|$  durch die Källén-Funktion ausgedrückt, ergibt sich als vorläufiges Endergebnis:

$$\sigma = \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{2s} \frac{\lambda^{1/2}(s, m_1^2, m_2^2)}{32\pi^2 s} d\cos(\vartheta_1) d\varphi_1 . \quad (3.36)$$

Da das Phasenraumintegral dLips über den gesamten Phasenraum der Endteilchen läuft, gilt:  $\varphi_1 \in [0, 2\pi]$ ,  $\vartheta_1 \in [0, \pi]$ .

Es ist wünschenswert, diesen letzten Ausdruck noch vollständig durch die invarianten Mandelstamvariablen auszudrücken, da vor allem auch die lorentz invariante Übergangsamplitude  $\mathcal{M}$  sehr gut durch diese ausgedrückt werden kann. Die  $\vartheta_1$ -Integration kann durch die Mandelstamvariable  $t$  ersetzt werden:

$$\begin{aligned} t &= (p_a - p_1)^2 = m_a^2 + m_1^2 - 2E_a E_1 + 2|\vec{p}_a||\vec{p}_1| \cos(\vartheta_1) \\ \Rightarrow dt &= 2|\vec{p}_a||\vec{p}_1| d\cos(\vartheta_1) = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2 = 0, m_b^2 = 0) \lambda^{1/2}(s, m_1^2, m_2^2)}{2s} d\cos(\vartheta_1) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Wenn davon ausgegangen wird, dass  $\mathcal{M}$  nicht vom Azimutalwinkel  $\varphi_1$  abhängt, also dass zum Beispiel keine Spinpolarisation durch ein äußeres Magnetfeld vorliegt, so lässt sich der Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt vereinfachen zu:

$$\sigma = \int_{t_-}^{t_+} \frac{|\mathcal{M}|^2}{16\pi s^2} dt . \quad (3.38)$$



Hier wurde die Källén-Funktion explizit ausgewertet:  $\lambda(s, 0, 0) = s^2$ .

Die Grenzen der  $t$ -Integration ergeben sich aus den Grenzen der  $\vartheta_1$ -Integration. Werden in dem Ergebnis aus Gleichung (3.37) die Energien und Impulse durch invariante Größen ausgedrückt (Gl. 3.13-3.18), so ergibt sich für die Grenzen der  $t$ -Integration:

$$t_{\pm} = \left[ \frac{m_2^2 - m_1^2}{2\sqrt{s}} \right]^2 - \left( \frac{\sqrt{s}}{2} \mp \sqrt{\left( \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}} \right)^2 - m_1^2} \right)^2 . \quad (3.39)$$

Mit Gleichung (3.38) lässt sich der totale Wirkungsquerschnitt eines Prozesses wie in Abb. (2.2) berechnen, falls die Übergangsamplitude bekannt ist und nur von den Mandelstamvariablen  $s$  und  $t$  abhängt. Außerdem lässt sich die Formel für den hadronischen Wirkungsquerschnitt (Gl. 3.25) umschreiben zu:

$$\sigma_{pp} = \sum_{i,j} \int_0^1 dx_a \int_0^1 dx_b \int_{t_-}^{t_+} \frac{|\mathcal{M}_{ab}(i,j)|^2}{16\pi s^2} dt f_i(x_a, Q) f_j(x_b, Q) . \quad (3.40)$$

Es gilt natürlich  $s = x_a x_b s_H$ . Somit ergibt sich der hadronische Wirkungsquerschnitt der Proton-Proton Kollision aus den PDFs und der Übergangsamplitude des partonischen Prozesses.

### 3.4. Zerfallsprozesse

Die letzte Formel liefert bei Bekanntheit der Übergangsamplitude alles, was gebraucht wird, um den totalen Wirkungsquerschnitt der Proton-Proton-Kollision für einen bestimmten Endzustand bestehend aus zwei Teilchen zu berechnen. Allerdings ergibt sich ein kleines Problem für  $s$ -Kanal-Prozesse.

Eine wichtige Eigenschaft der Wechselwirkungen in der Quantenfeldtheorie ist, dass sie 'off-shell' stattfinden können. Das heißt für ein Wechselwirkungsteilchen der Masse  $m$ , welches den Viererimpuls  $q$  überträgt gilt manchmal die aus der Relativitätstheorie bekannte Energie-Impuls-Relation  $q^2 = m^2$  nicht. Man nennt diese Teilchen dann auch virtuell. Sie existieren nur für einen kurzen Moment gegeben durch die Energie-Zeit-Unschärferelation.

Bei einem Blick auf die Propagatoren der Feynman-Regeln (Anhang B) fällt auf, dass diese für den Fall, dass die Teilchen 'on-shell' gehen würden, das heißt die Energie-Impuls-Relation erfüllen, divergieren.

Dies ist für das masselose Photon in keinem Fall möglich, solange die Teilchen im Anfangszustand eine Masse besitzen. Für die massiven Vektorbosonen kann dies jedoch geschehen ([AH02], Kap. 6). In diesem Fall ist das Wechselwirkungsteilchen jedoch nicht mehr virtuell und existiert als reelles Teilchen.

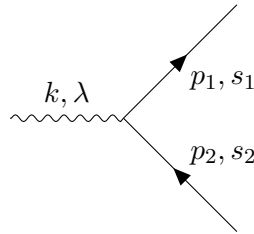
Massive Teilchen zerfallen jedoch (im Rahmen der möglichen Kopplungen) in weniger massive Teilchen. Je höher die Masse des Teilchens, desto größer ist meist auch die Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall. Die mittlere Lebensdauer  $\tau$  eines Teilchens ist das Inverse der Zerfallsbreite  $\Gamma$ .

Um die Möglichkeit des Zerfalls zu berücksichtigen, muss für  $s$ -Kanal-Prozesse im Propagator die Ersetzung ([AH02], Kap. 6)

$$\epsilon \rightarrow m\Gamma \quad (3.41)$$

vorgenommen werden.  $m$  ist dabei die Masse des Vektorbosons. Diese Form des Propagators wird Breit-Wigner Form genannt. Dies sorgt dafür, dass die Divergenzen für den Fall  $q^2 = m^2$  durch den Zerfall des Teilchens verhindert werden. Allerdings liefert der Fall, dass das Teilchen on-shell ist, immer noch den größten Anteil am Wirkungsquerschnitt, da das Betragsquadrat der Übergangsamplitude an dieser Stelle zwar nicht mehr divergiert, aber sehr groß wird und darüber integriert wird, um den Wirkungsquerschnitt zu erhalten.

Die Zerfallsbreite  $\Gamma$  kann mit einem Feynman-Diagramm berechnet werden. Es wird im Folgenden der Zerfall von Vektorbosonen in Fermionen betrachtet. Das zugehörige Diagramm ist in Abbildung (3.1) zu sehen. Aus diesem lässt sich mithilfe der Feynman-



**Abbildung 3.1:** Feynman-Diagramm in niedrigster Ordnung Störungstheorie für einen Zerfallsprozess eines Vektorbosons mit Viererimpuls  $k$  und Polarisation  $\lambda$ . Es wird der Fall zweier Teilchen (hier Fermionen) im Endkanal betrachtet. Diese haben Viererimpulse und Spinausrichtungen  $p_1, p_2, s_1, s_2$ .

Regeln die invariante Amplitude  $\mathcal{M}$  berechnen. Die Frage ist nur, wie sich daraus die Zerfallsbreite  $\Gamma$  ergibt.

Der betrachtete  $1 \rightarrow 2$ -Prozess kann so verstanden werden, dass das Vektorboson aus zwei Teilchen entstanden ist, sodass er nur die eine Hälfte eines  $2 \rightarrow 2$ -Prozesses ist. Mit dieser Überlegung wird klar, dass für den Viererimpuls des Teilchens gilt:

$$m^2 = k^2 = s \quad (3.42)$$

wobei  $s$  die Mandelstamvariable des  $2 \rightarrow 2$ -Prozesses ist. Deshalb ist der Zerfall natürlich, analog zu Gleichung (3.11) eingeschränkt durch die Bedingung:

$$m^2 \geq (m_1 + m_2)^2 . \quad (3.43)$$

Es wird bei der Berechnung der Zerfallsbreite tatsächlich ähnlich vorgegangen wie bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts (Gl. 3.27). Es muss lediglich die Ersetzung  $s = m^2$  vorgenommen werden und es wird ein anderer Flussfaktor verwendet, da nun nicht zwei sondern vielmehr ein Teilchen im Anfangszustand sind. Die Formel zur Berechnung der

Zerfallsbreite lautet ([AH02], App. L):

$$d\Gamma = \frac{1}{2E} |\mathcal{M}|^2 d\text{Lips}(m^2, p_1, p_2) . \quad (3.44)$$

Hierbei ist  $E$  die Energie des zerfallenden Teilchens. Im CMS, welches nun als Bezugssystem gewählt wird, gilt  $E = m$ , da dies gleichzeitig das Ruhesystem des zerfallenden Teilchens ist.

Ein Vergleich von Gleichung (3.27) mit der Gleichung für die Zerfallsbreite verdeutlicht:

$$d\Gamma = \frac{s}{E} d\sigma|_{s=m^2} = \frac{s}{m} d\sigma|_{s=m^2} = m d\sigma|_{s=m^2} . \quad (3.45)$$

Ein Zerfallsprozess  $1 \rightarrow 2$  ist, falls kein äußeres Potential (zum Beispiel Magnetfeld) wirkt, vollkommen isotrop. Für diesen Fall hängt die Übergangsamplitude nicht von irgendeinem Raumwinkel ab, unter dem der Prozess betrachtet wird. Dann lässt sich das Ergebnis der Wirkungsquerschnittsberechnung (Gl. 3.36) benutzen, um mit Gleichung (3.45) die Zerfallsbreite zu bestimmen. Die Übergangsamplitude ist dabei unabhängig von den Winkeln  $\varphi_1$  und  $\vartheta_1$ . Das Endresultat lautet damit:

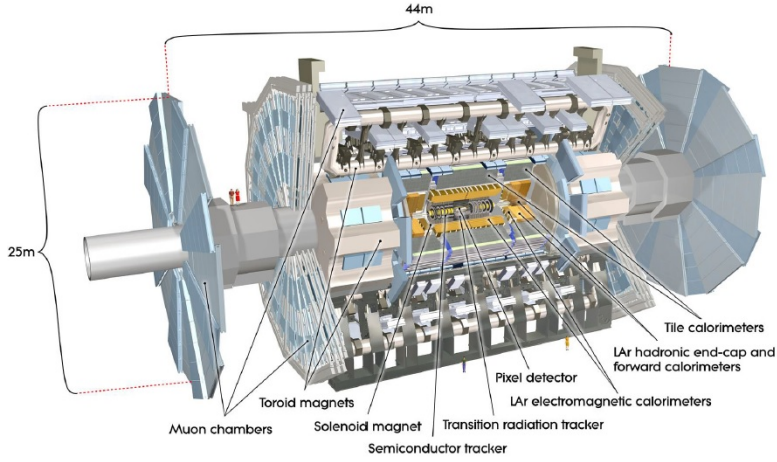
$$\Gamma = \frac{\lambda^{1/2}(m^2, m_1^2, m_2^2) |\mathcal{M}|^2}{16\pi m^3} . \quad (3.46)$$

Auf diese Weise kann mithilfe der Übergangsamplitude für den  $1 \rightarrow 2$ -Prozess die Zerfallsbreite für diesen bestimmt werden. Um die komplette Zerfallsbreite des Teilchens zu bestimmen, müssen alle möglichen Zerfallsbreiten aufsummiert werden. Zum Beispiel kann das  $Z$ -Boson in alle Leptonen und alle Quarks außer dem  $t$ -Quark zerfallen, da dieses eine zu hohe Masse besitzt.

### 3.5. Weitere kinematische Größen

In Teilchenbeschleunigern werden Teilchen mit hoher Energie aufeinandergeschossen. Dies geschieht entlang der so genannten Strahlachse. Das Resultat des Streuprozesses wird von Detektoren untersucht. Diese können allerdings nicht den gesamten Prozess detektieren, da sie sonst der Strahlachse im Weg wären. Stattdessen sind diese um die Strahlachse herum angeordnet (Abb. 3.2). Dies führt dazu, dass nicht in jedem Raumwinkelbereich detektiert werden kann. Aus diesem Grund müssen in Simulationen und Berechnungen von Wirkungsquerschnitten Cuts (Einschränkungen der Phasenraumintegration) eingeführt werden, um Daten zu liefern, die mit dem Experiment vergleichbar sind. Dies würde über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen, allerdings sollen einige Cuts trotzdem implementiert werden. Die Quelle für dieses Kapitel ist ([ESW03], Kap. 7, 10).

Wichtige kinematische Größen für die Experimentalphysik sind der Transversalimpuls  $p_T$



**Abbildung 3.2:** Aufbau des ATLAS-Detektors am LHC [Dis10].

und die Pseudorapidität  $\eta$  eines Teilchens. Diese sind definiert als

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = |\vec{p}| \sin \vartheta \quad (3.47)$$

$$\eta = -\ln \tan \left( \frac{\vartheta}{2} \right) \quad (3.48)$$

wobei  $\vartheta \in [0, \pi]$  der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung des betrachteten Teilchens und der Strahlachse ist. Hier soll allerdings nicht die Pseudorapidität, sondern die Rapidität  $y$  betrachtet werden. Pseudorapidität und Rapidität sind im hochrelativistischen Grenzfall bzw. für masselose Teilchen identisch. Die Rapidität ist definiert über:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right). \quad (3.49)$$

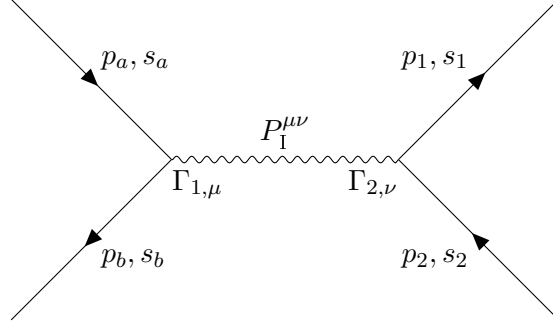
Die letzte physikalische Größe, die benötigt wird ist die transversale Masse  $m_T$  eines Teilchens mit Masse  $m$ :

$$m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}. \quad (3.50)$$

Das Ziel dieses Abschnitts ist es, die Integration zur Berechnung des Proton-Proton-Wirkungsquerschnitts (Gl. 3.40) so umzuschreiben, dass die Integration über die Rapiditäten und Transversalimpulse der Teilchen durchgeführt wird, um Cuts der Rapidität und des Transversalimpulses direkt durchführen zu können oder differentielle  $p_T$ -Wirkungsquerschnitte leichter ausrechnen zu können.

Mit den eingeführten kinematischen Größen kann der Viererimpuls eines Teilchens umgeschrieben werden zu

$$p^\mu = (E, p_x, p_y, p_z) = (m_T \cosh y, p_T \sin \varphi, p_T \cos \varphi, m_T \sinh y). \quad (3.51)$$



**Abbildung 3.3:** Allgemeiner Annihilations- und Erzeugungsprozess mit zwei Fermionen im Anfangs- und Endzustand in erster Ordnung Störungstheorie.  $P_I^{\mu\nu}$  ist der Propagator des Wechselwirkungsteilchens, welches den Viererimpuls  $p_a + p_b$  trägt. Die eingehenden Teilchen haben Spin und Viererimpulse  $s_a, s_b, p_a, p_b$ . Die ausgehenden haben  $s_1, s_2, p_1, p_2$ . Die Vertex-Kopplungen werden beschrieben durch  $\Gamma_{\mu,1}$  und  $\Gamma_{\nu,2}$ .

Betrachtet wird nun wieder der bekannte  $2 \rightarrow 2$ -Prozess (Abb. 3.3). Die Teilchen im Anfangszustand sollen Quarks sein, die aus jeweils einem Proton kommen. Es werden noch einmal die Viererimpulse der Protonen  $p_A$  und  $p_B$ , die der Quarks  $p_a$  und  $p_b$  und die der Teilchen im Endzustand  $p_1$  und  $p_2$  aufgelistet:

$$p_A = \frac{\sqrt{s_H}}{2}(1, 0, 0, 1) \quad (3.52)$$

$$p_B = \frac{\sqrt{s_H}}{2}(1, 0, 0, -1) \quad (3.53)$$

$$p_a = x_a \frac{\sqrt{s_H}}{2}(1, 0, 0, 1) \quad (3.54)$$

$$p_b = x_b \frac{\sqrt{s_H}}{2}(1, 0, 0, -1) \quad (3.55)$$

$$p_1 = (m_{T1} \cosh y_1, p_{x1}, p_{y1}, m_{T1} \sinh y_1) \quad (3.56)$$

$$p_2 = (m_{T2} \cosh y_2, p_{x2}, p_{y2}, m_{T2} \sinh y_2) . \quad (3.57)$$

Unter Betrachtung der Viererimpulserhaltung  $p_a + p_b = p_1 + p_2$  ist sofort ersichtlich, dass die Impulsanteile der beiden Teilchen im Endkanal in  $x$  und  $y$  Richtung betragsmäßig gleich groß sind. Dadurch ergibt sich für den Transversalimpuls der beiden Teilchen im Endzustand

$$p_{T1} = p_{T2} \equiv p_T . \quad (3.58)$$

Außerdem folgt aus der Viererimpulserhaltung unter Betrachtung der nullten und dritten Komponente der Viererimpulse

$$x_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{s_H}}(m_{T1}e^{\pm y_1} + m_{T2}e^{\pm y_2}) . \quad (3.59)$$

Für die Mandelstamvariable  $t$  ergibt sich folgende Relation unter Vernachlässigung der Masse  $m_a$  des Quarks:

$$t = (p_a - p_1)^2 = -x_a(y_1, y_2, p_T)\sqrt{s_H}m_{T1}e^{-y_1} + m_1^2 . \quad (3.60)$$

Mit den letzten beiden Gleichungen wurden die Integrationsvariablen aus Gleichung (3.40) durch die kinematischen Variablen  $y_1, y_2, p_T$  ausgedrückt. Diese Transformation lässt sich nutzen, um die Integration nach dem Transformationssatz ([Kön06]) umzuschreiben:

$$dx_a dx_b dt = \det D\phi(y_1, y_2, p_T) dy_1 dy_2 dp_T . \quad (3.61)$$

$D\phi$  ist dabei die Jakobi-Matrix der Transformation  $\phi : x_a, x_b, t \rightarrow y_1, y_2, p_T$ . Das Berechnen der Determinante führt zu dem Ergebnis:

$$dx_a dx_b dt = 2p_T x_a x_b dy_1 dy_2 dp_T . \quad (3.62)$$

wodurch sich der hadronische Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (3.40) umschreiben lässt zu:

$$d\sigma_{pp} = \sum_{i,j} dy_1 dy_2 \frac{|\mathcal{M}_{ab}(i,j)|^2}{16\pi s^2} dp_T 2p_T x_a f_i(x_a, Q) x_b f_j(x_b, Q) . \quad (3.63)$$

Die Grenzen der Integration ergeben sich aus den Grenzen der  $x_a, x_b, t$  Integration. Bei dieser letzten Gleichung muss darauf geachtet werden, dass  $x_a$  und  $x_b$  von  $y$  und  $p_T$  abhängen und es darf nicht vergessen werden, dass

$$s = s_H x_a x_b \quad (3.64)$$

gilt. Bei dieser Integration lassen sich  $p_T$ - und  $y$ -Cuts leichter implementieren.

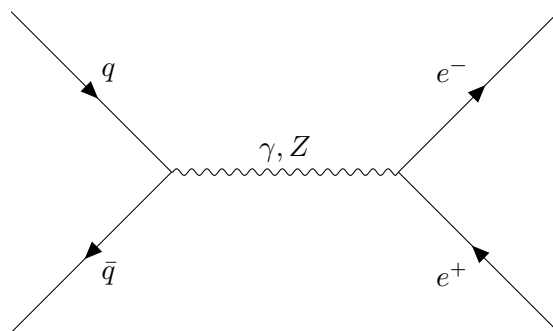
## 4. Analytische Berechnungen

### 4.1. $2 \rightarrow 2$ -Prozess

Nach der langen Vorarbeit zur Kinematik des Prozesses, wird nun die Amplitude des  $2 \rightarrow 2$ -Prozesses auf partonischer Ebene berechnet. Das zugrunde liegende Feynman-Diagramm ist das aus Abbildung (3.3). Zwei Quarks mit den Massen  $m_a = m_b = 0$  annihilieren und es entsteht ein Vektorboson der elektroschwachen Theorie bzw. eines der neuen massiven Vektorbosonen. Dieses kann sowohl virtuell (off-shell) als auch on-shell sein. Als Endzustand werden zwei Fermionen mit den Viererimpulsen  $p_1$  und  $p_2$  betrachtet. Mit den im Diagramm angegebenen Vertexkopplungen und dem Propagator ergibt sich die invariante Übergangsamplitude  $i\mathcal{M}_I$  zu

$$i\mathcal{M}_I = \bar{v}(p_b, s_b)\Gamma_{1,\mu}u(p_a, s_a)P_I^{\mu\nu}\bar{u}(p_1, s_1)\Gamma_{2,\nu}v(p_2, s_2) . \quad (4.1)$$

Diese Amplitude ist komplett allgemein gehalten und gilt für alle  $s$ -Kanal-Prozesse in niedrigster Ordnung.  $u$  und  $v$  sind die Dirac-Spinoren (Anhang A) und der Strich über diesen Spinoren bedeutet, dass es sich um den zugehörigen Dirac adjungierten Spinor handelt.



**Abbildung 4.1:** Feynman-Diagramm für den Drell-Yan-Prozess  $q\bar{q} \rightarrow \gamma, Z \rightarrow e^+e^-$ .

Es soll nun beispielhaft der Prozess  $q\bar{q} \rightarrow \gamma, Z \rightarrow e^+e^-$  betrachtet werden. In diesem gibt es zwei mögliche Wechselwirkungsteilchen, die im Zwischenzustand auftreten können. Das zugehörige Diagramm ist in Abbildung (4.1) dargestellt. Es handelt sich eigentlich um die Summe aus zwei Diagrammen. Dies sind zum Einen das Diagramm mit dem Photon im Zwischenzustand und zum Anderen das Diagramm mit dem  $Z$ -Boson im Zwischenzustand.

Wie aus der Quantenmechanik (z.B. Doppelspaltexperiment, Feynmansches Pfadintegral) bekannt, müssen beide Übergangsamplituden addiert werden um die gesamte Übergangsamplitude zu erhalten. Im Allgemeinen müssen also die Amplituden aller in Frage kommenden Feynman-Diagramme aufsummiert werden, um die Gesamtamplitude zu erhalten:

$$\mathcal{M} = \sum_i \mathcal{M}_i . \quad (4.2)$$

Von physikalischer Bedeutung ist nicht die Übergangsamplitude selbst, sondern ihr Betragsquadrat, welches ein Maß für die Wahrscheinlichkeit des Übergangs ist. Dies ist auch schon aus der Quantenmechanik bekannt, in der die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang  $|\psi\rangle \rightarrow |\phi\rangle$  gerade

$$|\langle\psi|\phi\rangle|^2 \quad (4.3)$$

ist. Das Betragsquadrat der Gesamtamplitude lautet somit

$$|\mathcal{M}|^2 = \sum_{i,j} \mathcal{M}_i \mathcal{M}_j^* \quad (4.4)$$

was umgeschrieben werden kann zu:

$$|\mathcal{M}|^2 = \sum_i |\mathcal{M}_i|^2 + \sum_{i,j \ i \neq j} 2 \operatorname{Re}(\mathcal{M}_i \mathcal{M}_j^*) . \quad (4.5)$$

Die hinteren Summanden sind die Interferenzterme des Prozesses. Die vorderen Terme sind im Grunde genommen identisch zu den hinteren im Fall  $j \rightarrow i$ . Aus diesem Grund ist die einzige Größe, die für einen reinen  $s$ -Kanal-Prozess in niedrigster Ordnung Störungstheorie berechnet werden muss ein allgemeiner Interferenzterm:

$$\operatorname{Re}(\mathcal{M}_I \mathcal{M}_{II}^*) . \quad (4.6)$$

Die Amplitude  $\mathcal{M}_{II}$  beträgt, analog zu Gleichung (4.1) und Abbildung (3.3):

$$i\mathcal{M}_{II} = \bar{v}(p_b, s_b) \Gamma_{3,\eta} u(p_a, s_a) P_{II}^{\eta\xi} \bar{u}(p_1, s_1) \Gamma_{4,\xi} v(p_2, s_2) . \quad (4.7)$$

Mit Gleichung (C.2) aus Anhang (C) beträgt das komplex Konjugierte

$$-i\mathcal{M}_{II}^* = \bar{u}(p_a, s_a) \bar{\Gamma}_{3,\eta} v(p_b, s_b) \left(P_{II}^{\eta\xi}\right)^* \bar{v}(p_2, s_2) \bar{\Gamma}_{4,\xi} u(p_1, s_1) . \quad (4.8)$$

Damit ergibt sich für den allgemeinen Interferenzterm:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\mathcal{M}_I \mathcal{M}_{II}^*) = \\ \operatorname{Re} \left( P_I^{\mu\nu} \left( P_{II}^{\eta\xi} \right)^* \left[ \bar{v}(p_b, s_b) \Gamma_{1,\mu} u(p_a, s_a) \bar{u}(p_a, s_a) \bar{\Gamma}_{3,\eta} v(p_b, s_b) \right] \right. \\ \left. \times \left[ \bar{u}(p_1, s_1) \Gamma_{2,\nu} v(p_2, s_2) \bar{v}(p_2, s_2) \bar{\Gamma}_{4,\xi} u(p_1, s_1) \right] \right) . \end{aligned} \quad (4.9)$$

#### 4.1.1. Spinsummation

In vielen Streuexperimenten wird der Spin der eingehenden und finalen Teilchen nicht gemessen. Es wird also ein unpolarisierter Streuprozess betrachtet. Auch hier soll die unpolarisierte Amplitude berechnet werden. Aus diesem Grund muss zunächst über die Anzahl der möglichen Eingangsspinzustände gemittelt werden und schließlich über alle



möglichen vorkommenden Spinkombinationen summiert werden ([AH02], Kap. 8). Die spingemittelte Amplitude lautet damit:

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{4} \sum_{s_a, s_b, s_1, s_2} |\mathcal{M}|^2. \quad (4.10)$$

Beide Teilchen im Anfangszustand haben Spin- $\frac{1}{2}$  und haben deshalb jeweils zwei mögliche Spinzustände, sodass beide zur Mittelung mit einem Faktor 1/2 beitragen. Um den spingemittelten Interferenzterm  $\text{Re}(\overline{\mathcal{M}}_I \mathcal{M}_{II}^*)$  zu berechnen muss zunächst eine Größe der Form

$$\sum_{s_a, s_b} [\bar{v}(p_b, s_b) \Gamma_{1,\mu} u(p_a, s_a) \bar{u}(p_a, s_a) \bar{\Gamma}_{3,\eta} v(p_b, s_b)] \quad (4.11)$$

berechnet werden. Zunächst wird die Matrixmultiplikation in diesem Ausdruck explizit angegeben (unter Ausnutzung der Einsteinschen Summenkonvention):

$$\sum_{s_a, s_b} \left[ (\bar{v}(p_b, s_b))_\alpha (\Gamma_{1,\mu})_{\alpha\beta} (u(p_a, s_a))_\beta (\bar{u}(p_a, s_a))_\gamma (\bar{\Gamma}_{3,\eta})_{\gamma\delta} (v(p_b, s_b))_\delta \right]. \quad (4.12)$$

Wird nun der Faktor auf der rechten Seite auf die linke Seite geschoben - in dieser Form der Matrixmultiplikation handelt es sich bei den Größen um Einträge einer Matrix bzw. eines Vektors, also um Skalare - und die Vollständigkeitsrelation der Dirac-Spinoren (Gl. A.4 in Anh. A) ausgenutzt, so ergibt sich

$$\left[ (\not{p}_b - m_b)_{\delta\alpha} (\Gamma_{1,\mu})_{\alpha\beta} (\not{p}_a + m_a)_{\beta\gamma} (\bar{\Gamma}_{3,\eta})_{\gamma\delta} \right] = \left[ (\not{p}_b - m_b) \Gamma_{1,\mu} (\not{p}_a + m_a) \bar{\Gamma}_{3,\eta} \right]_{\delta\delta}. \quad (4.13)$$

Dies stellt also die Spur des Produkts der  $4 \times 4$ -Matrizen dar, welche in den Klammern stehen, da über die Diagonaleinträge des Matrixproduktes summiert wird. Wird diese Berechnung auch für den zweiten Faktor in Gleichung (4.9) durchgeführt, so ergibt sich für den allgemeinen spingemittelten Interferenzterm des  $s$ -Kanal-Prozesses

$$\text{Re}(\overline{\mathcal{M}}_I \mathcal{M}_{II}^*) = \frac{1}{4} \text{Re} \left( P_I^{\mu\nu} (P_{II}^{\eta\xi})^* \text{Tr} \left[ (\not{p}_b - m_b) \Gamma_{1,\mu} (\not{p}_a + m_a) \bar{\Gamma}_{3,\eta} \right] \text{Tr} \left[ (\not{p}_1 + m_1) \Gamma_{2,\nu} (\not{p}_2 - m_2) \bar{\Gamma}_{4,\xi} \right] \right). \quad (4.14)$$

Bei den Größen, über die die Spur gebildet wird, handelt es sich um Kombination von Diracmatrizen.

#### 4.1.2. Allgemeine Kopplungen

Mit einem Blick auf die Feynman-Regeln aus Anhang (B) wird schnell klar, dass die allgemeinste Vertexkopplung in dieser Arbeit von der Form

$$\Gamma_k^\mu = -i\lambda_k \gamma^\mu (L_k P_L + R_k P_R), \quad \lambda_k, L_k, R_k \in \mathbb{R} \quad (4.15)$$

ist. Die Chiralitätsprojektionsoperatoren haben die Form

$$P_R, P_L = \frac{1 \pm \gamma^5}{2} . \quad (4.16)$$

Mit den Gleichungen (C.4) und (C.5) aus Anhang (C) ergibt sich

$$\bar{\Gamma}_k^\mu = i\lambda_k \gamma^\mu (L_k P_L + R_k P_R) . \quad (4.17)$$

### 4.1.3. Propagatoren und Resonanzkurve

Der allgemeinste Propagator für einen  $s$ -Kanal-Prozess lautet

$$P_I^{\mu\nu} = i \frac{-g^{\mu\nu} + k^\mu k^\nu / m_I^2 \cdot \phi_I}{s - m_I^2 + im_I \Gamma_I} \quad (4.18)$$

wobei die Zerfallsbreite  $\Gamma_I$  im Nenner eingeführt wird, da die Wechselwirkungsteilchen auch on-shell sein können.  $k$  ist der Viererimpuls des Vektorbosons. Der Faktor  $\phi_I$  wird eingeführt, um den Fall abzudecken, dass das Vektorboson ein Photon ist. In diesem Fall ist  $\phi_I = 0$  und  $m_I = 0$ , wobei  $\phi_I$  die Divergenz im zweiten Term im Zähler des Propagators verhindern soll. Für massive Vektorbosonen gilt  $\phi_I = 1$ .

Nach Kontraktion der Dirac-Spuren mit den metrischen Tensoren und Viererimpulsen in den Propagatoren werden diese reell. Dies kann mit dem Tracer-Paket für Mathematica [JL93] nachgerechnet werden. Deshalb nur noch der Realteil des Propagatorprodukts ausgerechnet werden muss.

$$\begin{aligned} \text{Re} \left( P_I^{\mu\nu} \left( P_{II}^{\eta\xi} \right)^* \right) &= (-g^{\mu\nu} + k^\mu k^\nu / m_I^2 \cdot \phi_I) (-g^{\eta\xi} + k^\eta k^\xi / m_{II}^2 \cdot \phi_{II}^2) \\ &\times \frac{s^2 - s(m_I^2 + m_{II}^2) + m_I^2 m_{II}^2 + m_I m_{II} \Gamma_I \Gamma_{II}}{((s - m_I^2)^2 + m_I^2 \Gamma_I^2)((s - m_{II}^2)^2 + m_{II}^2 \Gamma_{II}^2)} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Im dem Fall, dass es sich nicht um einen expliziten Interferenzterm handelt, also das Vektorboson  $I$  identisch mit dem Vektorboson  $II$  ist ( $m_I = m_{II} = m$ ,  $\Gamma_I = \Gamma_{II} = \Gamma$ ), lässt sich der Quotient in dem letzten Ausdruck umschreiben zu

$$f(s) \equiv \frac{1}{(s - m^2)^2 + \Gamma^2 m^2} \quad (4.20)$$

Hier ist noch einmal explizit zu sehen, dass das Einführen der Zerfallsbreite in den Propagator dazu führt, dass dieser Term nicht divergiert. Der Ausdruck ist, bis auf konstante Faktoren identisch mit einer Cauchy-Verteilung bzw. Lorentzkurve. Das Maximum der Kurve liegt im Fall  $s = m^2$  vor, also genau in dem Fall, in dem das Vektorboson mit Viererimpuls  $k$  ( $k^2 = s$ ) on-shell ist. Dieser Fall liefert also den größten Beitrag in der Amplitude und somit auch später im Wirkungsquerschnitt, da dieser durch Integration über die Amplitude entsteht.

Das Maximum dieser Kurve liegt bei  $1/\Gamma^2 m^2$  und die Hälfte dieses Wertes erreicht die Kurve bei

$$|s - m^2| = m\Gamma . \quad (4.21)$$

Die Halbwertsbreite, abhängig von  $s$  beträgt somit  $2m\Gamma$ . In der späteren Auswertung ist vor allem die Halbwertsbreite dieser Kurve abhängig von  $\sqrt{s}$  interessant. Der letzte Ausdruck lässt sich umformen zu

$$\begin{aligned} |s - m^2| &= |(\sqrt{s} - m)(\sqrt{s} + m)| = |\sqrt{s} - m|(\sqrt{s} + m) = m\Gamma \\ \Leftrightarrow |\sqrt{s} - m| &= \Gamma \frac{m}{\sqrt{s} + m} \\ \Leftrightarrow_{\sqrt{s} \approx m} |\sqrt{s} - m| &= \frac{\Gamma}{2} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Es wird ausgenutzt, dass sich das Maximum der Kurve bei  $\sqrt{s} = m$  befindet und angenommen, dass die Halbwertsbreite nicht zu groß ist, sodass die Positionen, an denen die Kurve auf die Hälfte abfällt also ungefähr im Bereich  $\sqrt{s} = m$  liegt. Die Halbwertsbreite der Kurve, abhängig von  $\sqrt{s}$  ist also näherungsweise gleich der Zerfallsbreite  $\Gamma$  des Bosons.

#### 4.1.4. Ergebnis

Der gesamte Ausdruck aus Gleichung (4.14) muss nun mithilfe der Identitäten zu den Diracspuren ausgewertet werden. Dies geschieht mithilfe des Tracer-Pakets für Mathematica ([JL93]). Außerdem werden die Massen der Quarks  $m_a$  und  $m_b$  zu null gesetzt. Das Endergebnis für den allgemeinen spingemittelten Interferenzterm lautet

$$\begin{aligned}
 \text{Re}(\overline{\mathcal{M}_I} \mathcal{M}_{II}^*) &= \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \frac{s^2 - s(m_I^2 + m_{II}^2) + m_I^2 m_{II}^2 + m_I m_{II} \Gamma_I \Gamma_{II}}{((s - m_I^2)^2 + m_I^2 \Gamma_I^2)((s - m_{II}^2)^2 + m_{II}^2 \Gamma_{II}^2)} \\
 &\left[ (L_1 R_2 L_3 L_4 + L_1 L_2 L_3 R_4 + R_1 R_2 R_3 L_4 + R_1 L_2 R_3 R_4) m_1 m_2 s \right. \\
 &+ (R_1 L_2 R_3 L_4 + L_1 R_2 L_3 R_4)(m_1^2 - t)(m_2^2 - t) \\
 &\left. + (L_1 L_2 L_3 L_4 + R_1 R_2 R_3 R_4)(m_1^2 - u)(m_2^2 - u) \right]. \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

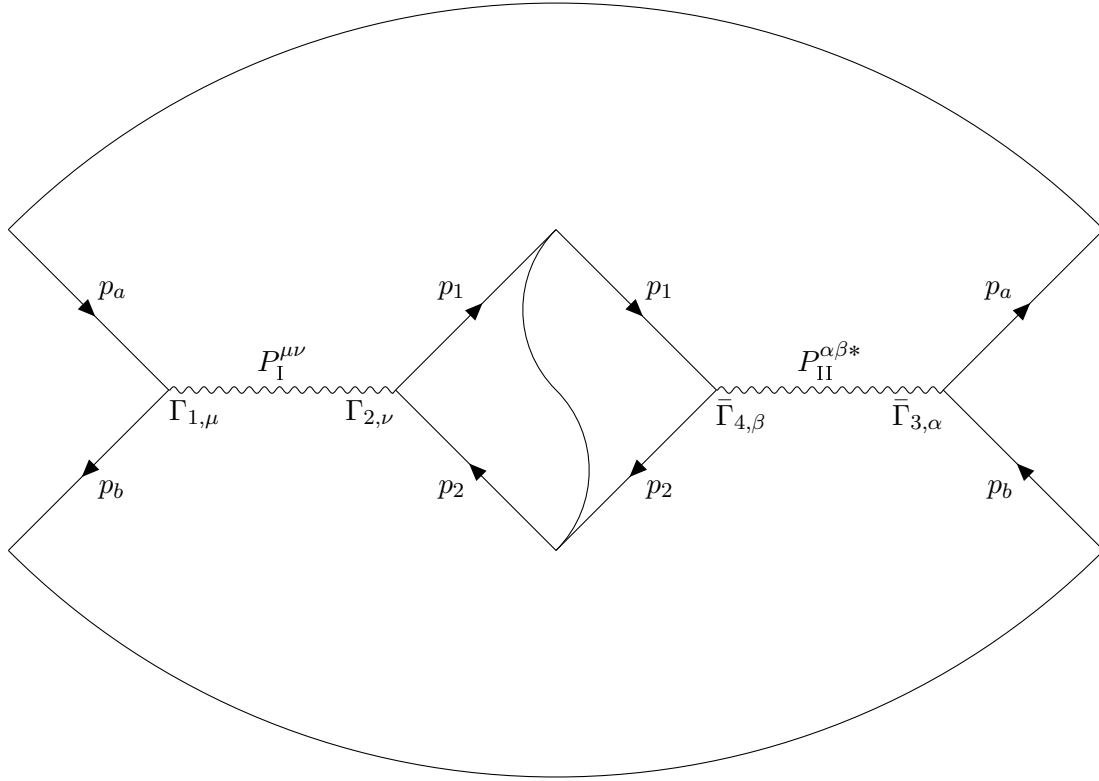


Abbildung 4.2: Allgemeiner spin-gemittelter Interferenzterm  $\text{Re}(\overline{\mathcal{M}_I} \mathcal{M}_{II}^*)$

Dieses Ergebnis kann dargestellt werden durch ein weiteres Feynman-Diagramm (Abb. 4.2). In dieser Abbildung wird noch einmal deutlich an welchem Vertex die Kopplungen liegen. Nur zwei der drei Mandelstamvariablen können unabhängig sein, weshalb in den Berechnungen  $u$  durch  $s$  und  $t$  mithilfe von Gl. (3.5) ersetzt wird.

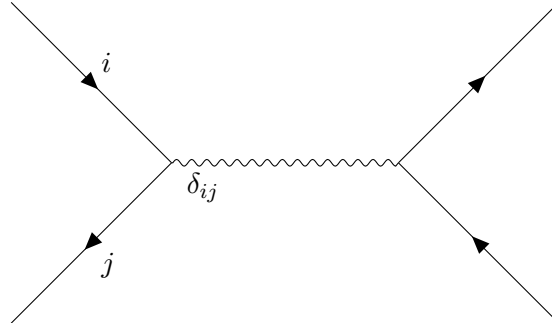
Um die gesamte spingemittelte Amplitude eines Prozesses zu erhalten, müssen die passenden Werte für die Kopplungen, Massen und Zerfallsbreiten eingesetzt werden. Die gesamte spingemittelte Amplitude für den Prozess  $q\bar{q} \rightarrow \gamma, Z \rightarrow e^+e^-$  wäre

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = |\overline{\mathcal{M}}_\gamma|^2 + |\overline{\mathcal{M}}_Z|^2 + 2 \operatorname{Re}(\overline{\mathcal{M}}_\gamma \overline{\mathcal{M}}_Z^*) . \quad (4.24)$$

#### 4.1.5. Farbsummation

Im endgültigen Ergebnis (Gl. 4.23) für die Amplitude, mit der der Wirkungsquerschnitt (Gl. 3.63) des Proton-Proton-Streuprozesses berechnet wird fehlt noch etwas.

Quarks tragen eine Farbladung, welche eine Erhaltungsgröße darstellt. Die elektroschwachen Vektorbosonen bzw. die aus den neuen Modellen (SSM, LR) tragen jedoch keine Farbladung. Aus diesem Grund muss an jedem Vertex, an dem ein Quark mit einem Antiquark zu einem dieser Vektorbosonen annihiliert, oder an dem ein Quark-Antiquark-Paar aus so einem Vektorboson entsteht, ein Faktor  $\delta_{ij}$  hinzugefügt werden, wobei  $i$  und  $j$  die Farbladungen des Quarks und des Antiquarks darstellen. Dies sorgt für die benötigte Farbladungserhaltung.  $i$  und  $j$  nehmen die Werte (anti)rot=1, (anti)grün=2 und (anti)blau=3 an. Somit ist der Faktor  $\delta_{ij}$  eine  $3 \times 3$  Matrix, welche auf dem Unterraum der Farbladungen der Quarks wirkt.



**Abbildung 4.3:** Ein Quark und ein Antiquark mit Farbladung  $i$  und  $j$  annihilieren zu einem farbneutralen Vektorboson. Im Endkanal befinden sich farbneutrale Leptonen.

Die Farbladung wird in Experimenten nicht gemessen, bzw. kann nicht gemessen werden (Confinement). Aus diesem Grund muss auch hier, analog zur Spinsummation, über eingehende Zustände gemittelt werden und die Summe über alle möglichen Kombinationen von Farbladungen gebildet werden.

Zunächst wird der Fall betrachtet, dass zwei Quarks annihilieren und zwei Leptonen den Endzustand bilden. Das zugehörige Feynman-Diagramm bezogen auf den Unterraum der

Farbladungen ist in Abbildung (4.3) dargestellt. Das einzige, was den Amplituden aus den Gleichungen (4.1) und (4.7) hinzugefügt werden müsste, ist ein zusätzlicher Faktor  $\delta_{ij}$ . Dieser ist für beide Amplituden gleich, da die Farbladung eine Eigenschaft der externen Teilchen ist. Aus dem selben Grund sind ja auch die Viererimpulse und Dirac-Spinoren für beide Amplituden gleich.

Für den allgemeinen spinsummierten Interferenzterm  $\text{Re}(\overline{\mathcal{M}_I} \mathcal{M}_{II}^*)$  ergibt sich somit ein Faktor  $\delta_{ij}^2$ , da der Faktor  $\delta_{ij}$  in beiden Amplituden  $\mathcal{M}_I$  und  $\mathcal{M}_{II}$  vorkommt. Die Quarks bzw. Antiquarks besitzen drei mögliche Farbladungszustände. Somit ergibt sich für die Mittelung ein Faktor  $1/9$ . Der zusätzliche Faktor, der einer spingemittelten Amplitude für einen  $2 \rightarrow 2$   $s$ -Kanal-Prozess mit Quarks im Anfangs- und Leptonen im Endzustand hinzugefügt werden muss lautet:

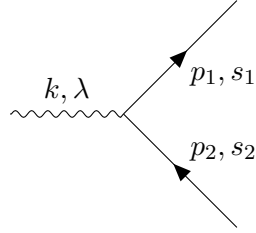
$$\frac{1}{9} \sum_{i,j} \delta_{ij}^2 = \frac{1}{9} \sum_i \delta_{ii} = \frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{1}{3} . \quad (4.25)$$

Für den Fall, dass im Anfangs- und im Endzustand Quarks sind, lautet der Faktor dann:

$$\frac{1}{9} \sum_{i,j} \delta_{ij}^2 \sum_{l,k} \delta_{lk}^2 = 1 . \quad (4.26)$$

Die Regel für diesen Farbfaktor, der nun  $\lambda_c$  genannt wird, lautet: Sind zwei Quarks im Anfangszustand, ergibt sich ein Faktor  $1/9$ , ansonsten 1. Hinzu kommt ein Faktor von 3 für jedes Paar an Quarks, welches in dem Prozess vorkommt. Das Endergebnis der Spinmittelung (Gl. 4.23) muss mit diesem Faktor  $\lambda_c$  multipliziert werden, um später den korrekten Wirkungsquerschnitt zu liefern.

## 4.2. 1 → 2-Zerfallsprozess



**Abbildung 4.4:** Feynman-Diagramm in niedrigster Ordnung Störungstheorie für einen Zerfallsprozess eines Vektorbosons mit Viererimpuls  $k$  und Polarisation  $\lambda$ . Es wird der Fall zweier Teilchen (hier Fermionen) im Endkanal betrachtet. Diese haben Viererimpulse und Spinausrichtungen  $p_1, p_2, s_1, s_2$ .

Die Zerfallsbreite der elektroschwachen Vektorbosonen ist bekannt und experimentell bestimmt. Allerdings sind die Vektorbosonen der neuen Modelle nicht experimentell nachgewiesen worden, weshalb für die Zerfallsbreiten Vorhersagen gemacht werden müssen. Das Feynman-Diagramm für einen solchen Prozess ist hier noch einmal in Abbildung (4.4) dargestellt. Es wird nur ein Zerfall von Vektorbosonen in Fermionen betrachtet. Ein Zerfall der elektroschwachen Vektorbosonen in andere elektroschwache Vektorbosonen ist sowieso nicht möglich. Allerdings wäre es denkbar, dass die Bosonen der neuen Modelle, welche eine sehr hohe Masse besitzen müssen, in die elektroschwachen Vektorbosonen des Standardmodells zerfallen können. Dadurch würde die Zerfallsbreite natürlich größer werden, als sie durch reinen fermionischen Zerfall wäre.

Die Annahme des rein fermionischen Zerfalls wird auch in der Experimentalphysik auf der Suche nach den  $W'$  und  $Z'$  gemacht [K<sup>+</sup>15]. Um eine Abschätzung zu erhalten, inwiefern diese Vernachlässigung gerechtfertigt ist, werden die späteren Berechnungen zum Vergleich mit der 1,5-fachen fermionischen Zerfallsbreite durchgeführt.

Die Amplitude des Prozesses ergibt sich aus den Feynman-Regeln zu

$$i\mathcal{M} = \bar{u}(p_1, s_1)\Gamma_\mu v(p_2, s_2)\epsilon^\mu(k, \lambda) . \quad (4.27)$$

Es gibt in diesem Prozess keinen Zwischenzustand, weshalb es keine weiteren Amplituden gibt, die kohärent addiert werden. Es kann direkt das Betragsquadrat gebildet werden. Massive Vektorbosonen besitzen drei mögliche Polarisationszustände, welche nicht gemessen werden sollen. Es muss die spin/polarisationsgemittelte Amplitude gebildet werden. Diese lautet

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s_1, s_2} |\mathcal{M}|^2 . \quad (4.28)$$

Ausnutzung der Vollständigkeitsrelation der Dirac-Spinoren (Gl. A.4 in Anh. A) wie im Fall des 2 → 2-Prozesses führt wieder zu einer Diracspur. Zusätzlich wird noch die Vollständigkeitsrelation der Polarisationsvektoren  $\epsilon^\mu(k, \lambda)$  (Gl. C.6 in Anh. C) ausgenutzt. Das Ergebnis lautet

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{3}(-g^{\mu\nu} + k^\mu k^\nu/m^2) \text{Tr}[(\not{p}_1 + m_1)\Gamma_\mu(\not{p}_2 - m_2)\bar{\Gamma}_\nu] . \quad (4.29)$$

Wird nun eine allgemeine Kopplung, wie in Gleichung (4.17) eingesetzt, so ergibt sich (nach Berechnung der Spur mit Mathematica):

$$\begin{aligned}
|\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{\lambda^2}{3m^2} \left[ LRm_1m_2(16m^2 - 4m_2^2) + (m^2 - m_1^2 - m_2^2) \right. \\
&\quad \cdot (2L^2m^2 - 4LRm_1m_2 + 2R^2m^2 + m_2^2(L^2 + R^2)) \\
&\quad \left. + m_1^2((m^2 - m_1^2 - m_2^2)(L^2 + R^2) + 4m_2^2(L^2 + R^2) - 4LRm_1m_2) \right] \quad (4.30)
\end{aligned}$$

$\lambda, L, R$  sind die Kopplungsparameter der Vertexkopplung.  $m$  ist die Masse des Vektorbosons,  $m_1$  und  $m_2$  die der Fermionen im Endkanal. Im Falle von Quarks im Endzustand muss ein Faktor 3 hinzugefügt werden (s.o.). Ein Faktor von  $1/9$  durch Mittelung über Farbzustände ergibt sich natürlich nicht, da im Eingangszustand ein farbloses Vektorboson ist.



## 5. Numerische Ergebnisse

Nun sind alle Vorkerungen getroffen, um Wirkungsquerschnitte eines Proton-Proton-Streuprozesses mit reiner  $s$ -Kanal Beteiligung in niedrigster Ordnung Störungstheorie zu berechnen. Die relevanten Ergebnisse sind die spingemittelten Amplituden der  $1 \rightarrow 2$  und  $2 \rightarrow 2$ -Prozesse (Gln. 4.23, 4.30). Diese müssen noch mit dem entsprechenden Faktor  $\lambda_c$  der Farbmittlung multipliziert werden. Der Wirkungsquerschnitt bzw. die Zerfallsbreite ergeben sich aus den Gleichungen (3.63) und (3.46). Die numerische Integration zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte wird in C++ mit dem MonteCarlo Integrator der Gnu Scientific Library [GG09] durchgeführt.

Die PDFs zur Berechnung des Proton-Proton-Wirkungsquerschnitts werden von LHAPDF [BFL<sup>+</sup>15] bezogen. Dies ist eine Bibliothek für C++, in der die Ergebnisse mehrerer experimentell bestimmter PDF-Sets aufgerufen werden können.

Zum Vergleich der numerischen Ergebnisse für das Standardmodell wird MadGraph 5 [AFF<sup>+</sup>14] verwendet.

Für jedes PDF-Set ergeben sich gewisse Fehler, die abhängig vom jeweiligen Set berechnet werden. Die genauen Details stehen in [BFL<sup>+</sup>15]. Diese PDF-Fehler, die aus der Bestimmung der PDFs durch experimentelle Daten entstehen, werden zusätzlich zur eigentlichen Berechnung der Wirkungsquerschnitte berechnet. Außerdem wird ein weiterer Fehler berechnet, der auf die Faktorisierungsskala  $Q$  der PDF zurückzuführen ist. Da diese relativ beliebig wählbar ist, werden für eine Berechnung mit einer Skala  $Q$  als Fehlerabschätzung zwei weitere Berechnungen mit  $Q/2$  und  $2Q$  durchgeführt.

Der Gesamtfehler  $\Delta\sigma$  ergibt sich aus dem PDF-Fehler  $(\Delta\sigma)_{pdf}$  und dem Skalierungsfehler  $(\Delta\sigma)_{scal}$  zu:

$$\Delta\sigma \equiv \sqrt{((\Delta\sigma)_{pdf})^2 + ((\Delta\sigma)_{scal})^2} . \quad (5.1)$$

Zusätzlich zu diesen Fehlern tritt natürlich auch ein numerischer Fehler durch die Integration auf. Dieser ist in allen Fällen jedoch wesentlich kleiner als der obenstehende Fehler.

Die benutzten Parameter bei allen Berechnungen (Massen, Zerfallsbreiten) entsprechen denen von MadGraph 5. Die CKM-Matrix wird, wie bei MadGraph auch, diagonal gewählt. Das heißt es kommt nicht zu Flavourmischung zwischen den einzelnen Generationen.

Im Folgenden werden alle benutzten Cuts der Phasenraumintegration explizit angegeben. Wenn nichts weiter angegeben ist, ist die Integration nicht extra eingeschränkt.

Für die Ergebnisse von MadGraph sind immer die numerischen Fehler der Simulation angegeben. Für die eigenen Berechnungen sind, je nach Kontext, entweder der Integrationsfehler oder der totale Fehler durch die Skalierung und die PDFs angegeben.

Es wird die PDF CT10nlo für die Hauptberechnungen benutzt. Die PDF MSTW2008nlo wird zum Vergleich verwendet, um eine Abschätzung zu bekommen, inwiefern die Berechnung mit einer PDF aussagekräftig ist für eine andere Wahl der PDF. Das  $t$ -Quark wird bei beiden PDFs vernachlässigt, sodass die Summe über die Flavours in Gl. (3.63) über alle Quarks und Antiquarks außer  $t$  und  $\bar{t}$  läuft.

## 5.1. Zerfallsbreiten

**Tabelle 5.1:** Vergleich der Zerfallsbreiten zwischen MG5 und den Berechnungen für das  $W$ - und  $Z$ -Boson. Zusätzlich sind die experimentell bestimmten Zerfallsbreiten aus [O<sup>+</sup>14] angegeben.

	MG5 $\Gamma$ [GeV]	SM $\Gamma$ [GeV]	$\Gamma_{exp}$ [GeV]
$Z$	$2,446 \pm 8,1 \cdot 10^{-5}$	2,44572	$2,4952 \pm 0,0023$
$W$	$2,048 \pm 6 \cdot 10^{-5}$	2,04791	$2,085 \pm 0,042$

Die einfachste Überprüfung der Ergebnisse, die sich anbietet, ist ein Vergleich der berechneten Zerfallsbreiten mit den durch MadGraph (MG5) bestimmten. Die gesamte Zerfallsbreite des  $Z$ -Boson setzt sich wie folgt zusammen:

$$\Gamma_{Z \rightarrow f\bar{f}} = \sum_l \Gamma_{Z \rightarrow l\bar{l}} + \sum_{q, q \neq t} \Gamma_{Z \rightarrow q\bar{q}}. \quad (5.2)$$

Es kann also in jedes Fermion-Antifermion-Paar, bis auf das Top-Antitop-Quark-Paar zerfallen, da dieses eine zu hohe Masse besitzt. Bei den Zerfallsbreiten in Quarks muss daran gedacht werden, dass der Amplitude (Gl. 4.30) der Farbfaktor  $\lambda_c = 3$  hinzugefügt wird.

Die gesamte Zerfallsbreite des  $W$ -Bosons ergibt sich ohne Flavourmischung zu

$$\Gamma_{W^+ \rightarrow f\bar{f}'} = \sum_l \Gamma_{W^+ \rightarrow l\nu_l} + \Gamma_{W^+ \rightarrow u\bar{d}} + \Gamma_{W^+ \rightarrow c\bar{s}}. \quad (5.3)$$

Der Zerfall in ein  $t\bar{b}$ -Paar ist durch die hohe Masse des Top-Quarks verboten. Auch hier muss an den Farbfaktor  $\lambda_c = 3$  gedacht werden bei dem Zerfall in Quark-Antiquark-Paare.

Die Ergebnisse für die totale Zerfallsbreite sind in Tab. 5.1 aufgelistet. Diese zeigen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den durchgeführten Standardmodell (SM) Berechnungen und dem Ergebnis von MG5.

Ein Vergleich mit den experimentellen Werten der Zerfallsbreiten zeigt, dass diese nicht so gut mit den berechneten Werten übereinstimmen. Innerhalb der experimentellen Fehler stimmen die Zerfallsbreiten des  $W$ -Bosons gerade so überein. Die experimentelle Zerfallsbreite des  $Z$ -Bosons liegt allerdings über der berechneten. Dies liegt schlicht daran, dass die Zerfallsbreiten in niedrigster Ordnung Störungstheorie berechnet wurden. Im Experiment hingegen werden zwangsläufig unendlich viele Ordnungen der Störungsreihe berücksichtigt.

## 5.2. Drell-Yan-Prozess

Der erste Prozess, welcher behandelt werden soll, ist der Drell-Yan-Prozess

$$pp \rightarrow \gamma, Z, (Z') \rightarrow e^+ e^- . \quad (5.4)$$

Im Standardmodell findet dieser unter Beteiligung des Photons und des  $Z$ -Bosons statt. Im SSM und LR-Modell ist auch eine Beteiligung durch das  $Z'$  möglich. Die gesamte Amplitude ergibt sich dann zu

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_{Z'} . \quad (5.5)$$

Der letzte Summand der Amplitude beträgt 0 im Standardmodell. Das gemittelte Betragsquadrat dieser Amplitude lautet dann

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= |\overline{\mathcal{M}}_\gamma|^2 + |\overline{\mathcal{M}}_Z|^2 + |\overline{\mathcal{M}}_{Z'}|^2 \\ &+ 2 \operatorname{Re}(\overline{\mathcal{M}}_\gamma \overline{\mathcal{M}}_Z^*) + 2 \operatorname{Re}(\overline{\mathcal{M}}_\gamma \overline{\mathcal{M}}_{Z'}^*) + 2 \operatorname{Re}(\overline{\mathcal{M}}_Z \overline{\mathcal{M}}_{Z'}^*) . \end{aligned} \quad (5.6)$$

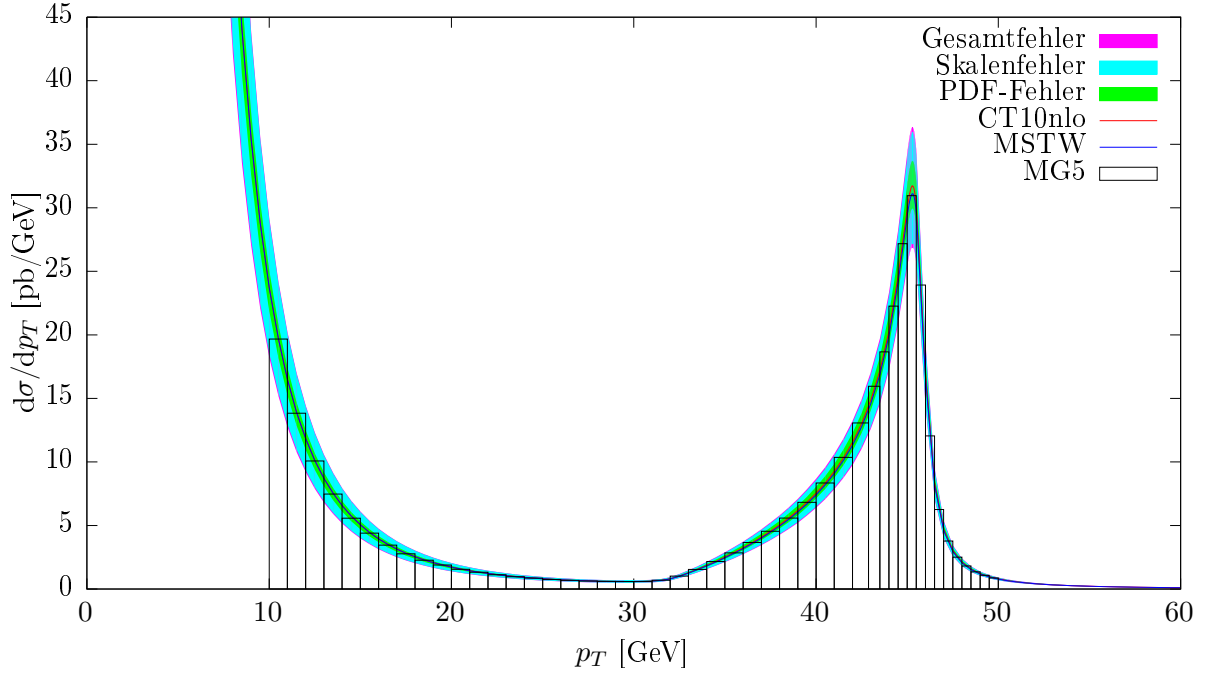
Somit ergeben sich für das SM ein Interferenzterm und für die anderen Modelle drei Interferenzterme.

### 5.2.1. Standardmodell

**Tabelle 5.2:** Vergleich der numerischen Daten mit MG5 für das SM für den Drell-Yan-Prozess. Die angegebenen Fehler sind die numerischen der Integration bzw. der Simulation von MadGraph. Es werden totale Wirkungsquerschnitte  $\sigma$  bei verschiedenen Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s_H}$  verglichen. Faktorisierungsskala  $Q = m_Z$ . Minimale invariante Masse  $\sqrt{s} \geq m_Z$ .

$\sqrt{s_H}$ [TeV]	MG5 $\sigma$ [pb]	SM $\sigma$ [pb]
9	$550,6 \pm 0,18$	$551,66 \pm 2,54$
11	$692,1 \pm 0,21$	$686,803 \pm 3,389$
13	$834,3 \pm 0,26$	$836,97 \pm 3,85$

Zunächst werden die Berechnungen im Standardmodell mit MG5 überprüft (Tab. 5.2). Innerhalb der numerischen Fehler stimmen die berechneten Ergebnisse, außer bei 11 TeV Schwerpunktsenergie, mit denen von MG5 überein. Die Abweichung für 11 TeV liegt unter 1%, ist also höchstwahrscheinlich numerischer Natur.



**Abbildung 5.1:** *Differentieller  $p_T$  Wirkungsquerschnitt für den Drell-Yan-Prozess. Es sind für CT10nlo die Fehlerbereiche dargestellt.  $Q = m_Z, \sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}, |y_1|, |y_2| < 0,9$ .*

Außerdem wird das  $p_T$ -Spektrum des Prozesses betrachtet (Abb. 5.1). Es ist zu erkennen, dass die numerischen Ergebnisse gut mit denen von MG5 übereinstimmen. Zusätzlich zur Hauptberechnung mit der PDF CT10nlo sind die Fehler dargestellt und eine weitere Berechnung mit der PDF MSTW2008nlo geplottet. Die Abweichung zwischen den beiden PDFs ist klein und die Berechnung für MSTW2008nlo liegt innerhalb der Fehler der Berechnung mit CT10nlo.

Das Spektrum divergiert für  $p_T \rightarrow 0$  und weist einen starken Peak bei  $p_T \approx 45 \text{ GeV}$  auf. Dies lässt sich dadurch erklären, dass der größte Anteil am Wirkungsquerschnitt durch den Fall gegeben ist, dass das Vektorboson on-shell geht, also  $s = m_V^2$  gilt, wobei  $m_V$  die Masse des Vektorbosons ist.  $s$  ist im  $s$ -Kanal-Prozess eben gerade das Quadrat des Viererimpulses des Wechselwirkungsteilchens.

Gerade für diesen Fall hat das spingemittelte Betragsquadrat der Übergangsamplitude sein Maximum (s. Gl. 4.19 für  $m_I = m_{II} = m_V, \Gamma_I = \Gamma_{II} = \Gamma_V$ ). Das Einführen der Zerfallsbreite verhindert eben das totale Divergieren des Propagators und somit das Divergieren der Übergangsamplitude und des Wirkungsquerschnitts für den Fall, dass das Teilchen on-shell ist.

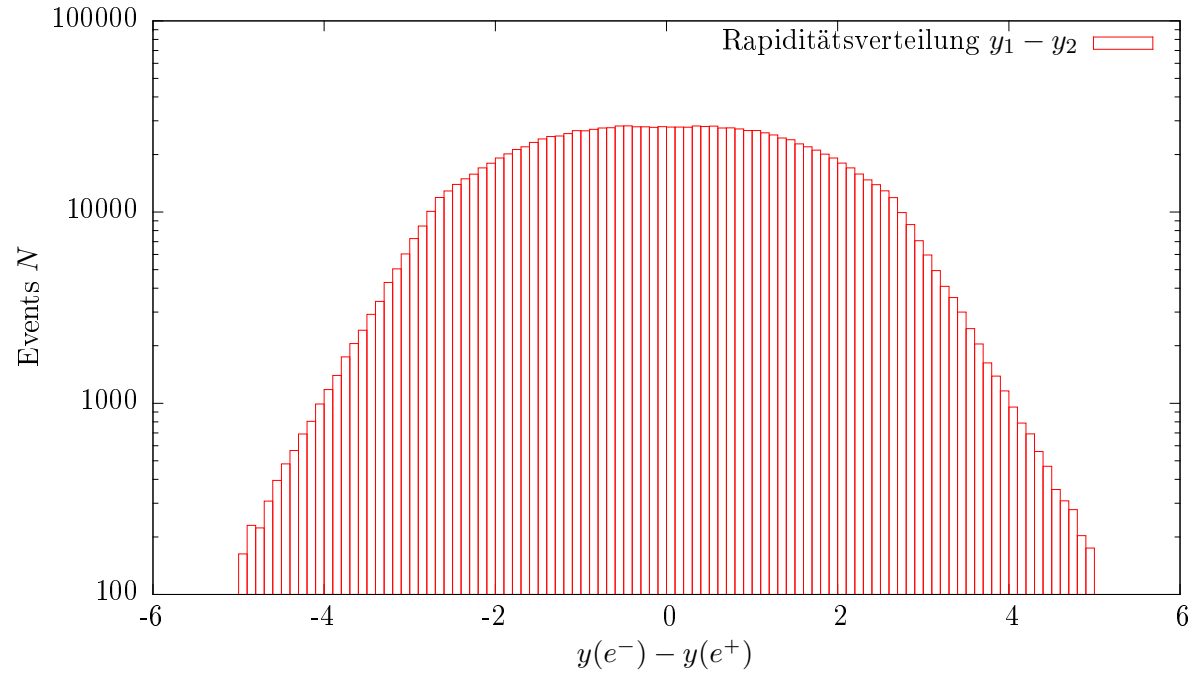
Der Zusammenhang zwischen der invarianten Masse  $\sqrt{s}$  der Endzustandsteilchen und dem Transversalimpuls lässt sich unter Betrachtung von Gl. (3.59) und Ausnutzung von

$$s = x_a x_b s_H \quad (5.7)$$

herleiten. Es ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$s = 2p_T^2(1 + \cosh(y_1 - y_2)) . \quad (5.8)$$

Die Verteilung der Differenz  $y_1 - y_2$  der Rapiditäten des Elektron-Positron-Paares im Drell-Yan-Prozess wird im Bereich  $y_1 - y_2 = 0$  maximal (Abb. 5.2).



**Abbildung 5.2:** Spektrum der Differenz der Rapiditäten des Elektrons und des Positrons. Die Daten sind mit Pythia8 [SAC<sup>+</sup>15] entstanden. Der zugrundeliegende Prozess ist  $f\bar{f} \rightarrow \gamma, Z \rightarrow f'\bar{f}'$ . Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ ,  $10^7$  Events.

Dadurch ergibt sich, dass der wahrscheinlichste Transversalimpuls gerade

$$p_T = \sqrt{s}/2 \quad (5.9)$$

ist. Und da der größte Beitrag am Wirkungsquerschnitt sich dadurch ergibt, dass die Vektorbosonen on-shell sind, ergibt sich als wahrscheinlichster Wert für den Transversalimpuls

$$p_T = m_V/2 . \quad (5.10)$$

Mit dieser qualitativen Diskussion lässt sich begründen, dass das  $p_T$  Spektrum zwei Maxima aufweist. Das Maximum (bzw. die Divergenz) bei  $p_T = 0 \text{ GeV}$  kommt vom Photon, welches ja keine Masse besitzt. Das Maximum bei ca. 45 GeV kommt vom beteiligten Z-Boson, welches eine Masse von ca. 90 GeV besitzt.

Alternativ zu  $p_T$  Spektren bietet es sich an, direkt ein Spektrum über die invarianten Massen  $\sqrt{s}$  der Endteilchen zu erstellen. Aus diesem lässt sich dann die Masse der beteiligten Vektorbosonen direkt ablesen, da dieses an der Stelle  $\sqrt{s} = m_V$  einen Peak hat (Lorentzkurve, Gl. (4.20)).

### 5.2.2. Sequential Standard Model und Links-Rechts-Modell

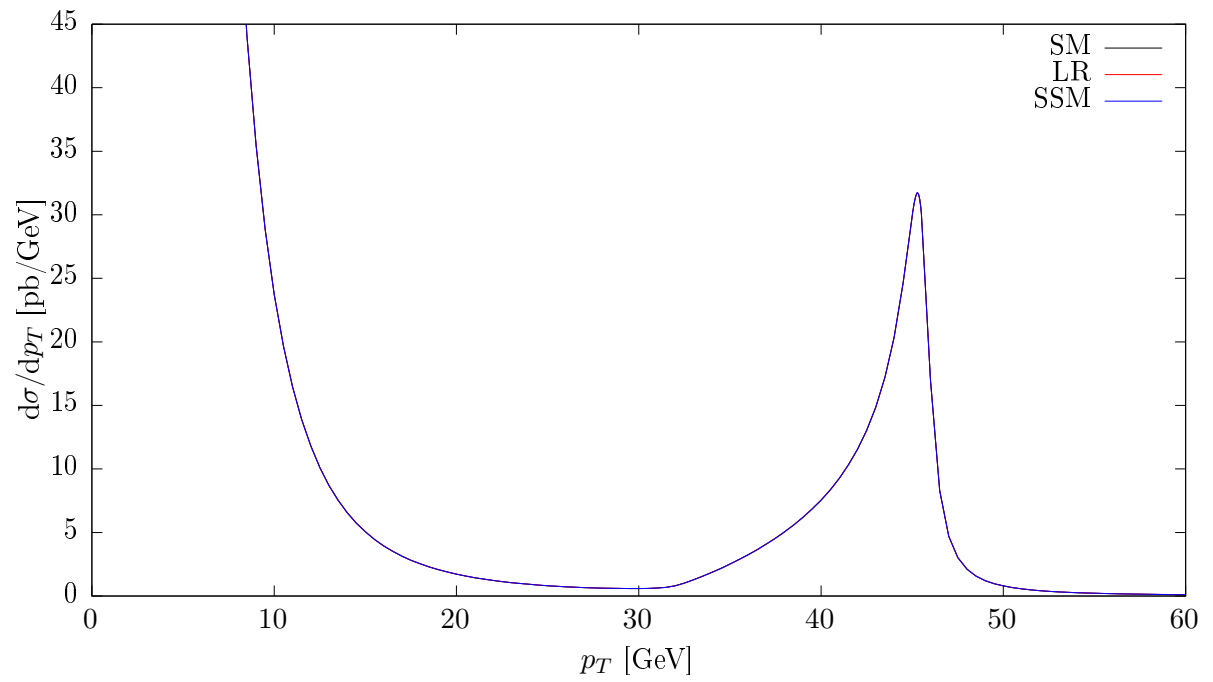
**Tabelle 5.3:** Vergleich der numerischen Daten für das SM,SSM und LR-Modell für den Drell-Yan-Prozess. Die angegebenen Fehler sind die numerischen der Integration. Es werden totale Wirkungsquerschnitte  $\sigma$  bei verschiedenen Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s_H}$  verglichen. Faktorisierungsskala  $Q = m_Z$ . Minimale invariante Masse  $\sqrt{s} \geq m_Z$ . Masse des  $Z'$ :  $m_{Z'} = 5 \text{ TeV}$ .

$\sqrt{s_H}$ [TeV]	SM $\sigma$ [pb]	SSM $\sigma$ [pb]	LR $\sigma$ [pb]
9	$551,66 \pm 2,54$	$550,841 \pm 2,733$	$548,572 \pm 2,671$
11	$686,803 \pm 3,389$	$689,703 \pm 3,379$	$690,318 \pm 3,209$
13	$836,97 \pm 3,85$	$825,691 \pm 3,750$	$831,206 \pm 4,087$

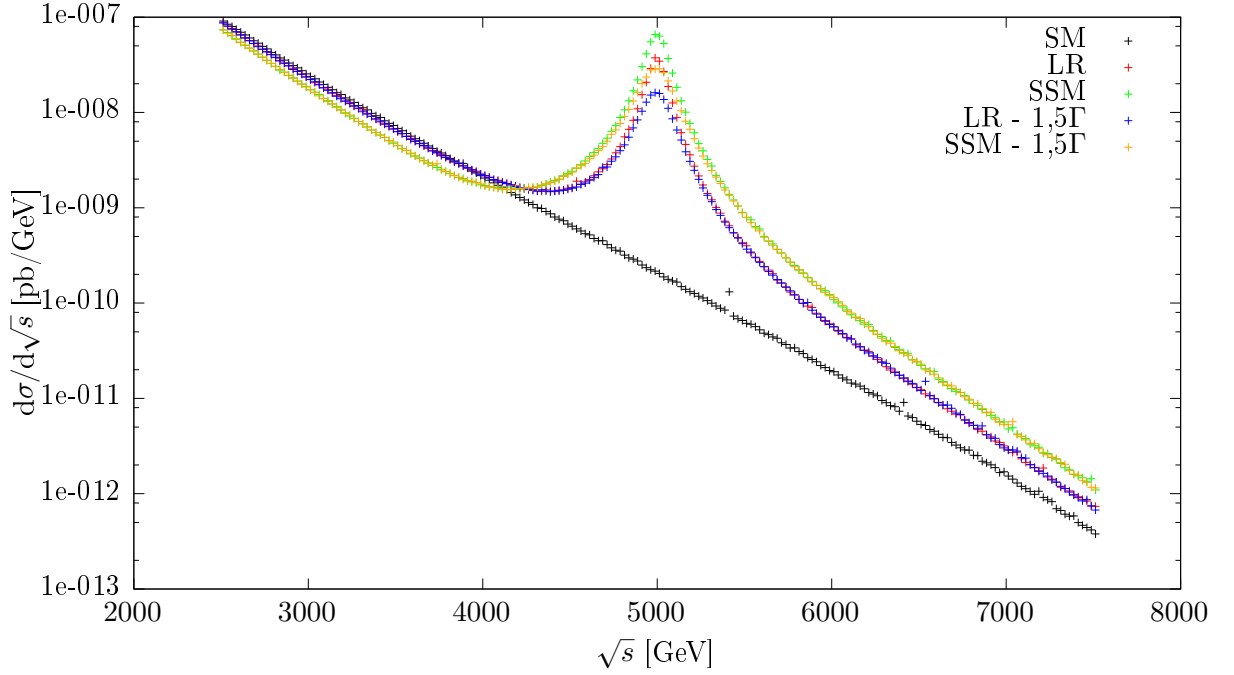
Nun soll der Drell-Yan-Prozess im SSM und LR-Modell diskutiert werden. Zunächst wird der totale Wirkungsquerschnitt betrachtet und mit dem SM verglichen. Der einzige Cut, der verwendet wird, ist einer für die invariante Masse, um die numerische Integration zu stabilisieren. Innherhalb der numerischen Fehler ist bei einer Masse des  $Z'$  von 5 TeV für 9 und 11 TeV Schwerpunktsenergie keine Abweichung der neuen Modelle vom SM zu erkennen. Bei 13 TeV liegt das Ergebnis für das SSM außerhalb dieser Fehlerintervalle. Wird allerdings der totale Fehler durch PDF und Skala berücksichtigt, so ergibt sich für das SM bei 13 TeV mit diesem Cut und dieser Faktorisierungsskala ein Wirkungsquerschnitt von  $836,97^{+115,427}_{-99,992}$  pb. Die Ergebnisse für das SSM und LR-Modell liegen vollständig innerhalb dieses Fehlerintervalls. Über den totalen Wirkungsquerschnitt bei einem Cut auf die invariante Masse von  $\sqrt{s} \geq m_Z$  ließe sich experimentell also kein Indiz für ein neues Teilchen finden.

Dies deckt sich auch mit den Erwartungen, da das  $Z'$  bis jetzt nicht entdeckt wurde und das Standardmodell sehr erfolgreich bei der Beschreibung der Wechselwirkung der Elementarteilchen ist. Die sehr große Masse von z. B. 5 TeV sorgt dafür, dass das  $Z'$ , falls es mit dieser Masse existieren sollte, einen sehr kleinen Beitrag liefert.

Auch im eben betrachteten  $p_T$ -Spektrum lässt sich für die neuen Modelle kein Unterschied zum SM feststellen (Abb. 5.3). Auch dies ist nach der eben geführten Diskussion zu Transversalimpulsen und invarianten Massen zu erwarten. Bei einer Masse von  $m_{Z'} = 5 \text{ TeV}$  ist eine Erhöhung im  $p_T$ -Spektrum bei 2,5 TeV zu erwarten. Um also eine Abweichung vom SM feststellen zu können müssen bei der Integration für den totalen Wirkungsquerschnitt hohe Cuts für die invariante Masse oder den Transversalimpuls gesetzt werden. Außerdem müssen die Spektren in den entsprechenden Bereichen angeschaut werden, in denen eine Erhöhung des SM-Untergrunds zu erwarten ist.



**Abbildung 5.3:** *Differentieller  $p_T$  Wirkungsquerschnitt für den Drell-Yan-Prozess. Es wird CT10nlo verwendet.  $Q = m_Z, \sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ ,  $y_1, y_2 < 0,9$ ,  $m_{Z'} = 5 \text{ TeV}$ .*



**Abbildung 5.4:** *Differentieller  $\sqrt{s}$  Wirkungsquerschnitt für den Drell-Yan-Prozess. Es wird CT10nlo verwendet.  $Q = m_{Z'} = 5 \text{ TeV}$ ,  $\sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ . Die Zerfallsbreiten sind  $\Gamma_{LR} = 134,153 \text{ GeV}$ ,  $\Gamma_{SSM} = 149,923 \text{ GeV}$ .*

Zunächst wird das Spektrum der invarianten Masse  $\sqrt{s}$  der Endkanalteilchen untersucht (Abb. 5.4). Die Masse des  $Z'$  soll dabei wieder 5 TeV betragen. Im SM-Untergrund ist wie erwartet keine Erhöhung zu erkennen. Sowohl für das SSM und das LR-Modell sind zusätzlich die Spektren für eine 1,5-fache Zerfallsbreite geplottet. In der Berechnung für die Zerfallsbreite werden nur fermionische Zerfälle betrachtet, allerdings sind auch Zerfälle in die wesentlich leichteren  $W$ - und  $Z$ -Bosonen denkbar. Um diese Möglichkeit in Betracht zu ziehen, wird als Abschätzung eine um 50 % erhöhte Zerfallsbreite zusätzlich betrachtet.

Eine Erhöhung der Zerfallsbreite führt für beide Modelle zu einer Verbreiterung des Peaks und einer Verkleinerung des Maximums (Cauchyverteilung, Breit-Wigner Kurve). Das SSM weist den höheren Peak auf und liegt für invariante Massen kleiner als der des  $Z'$  wegen Interferenzen leicht unter dem SM Untergrund. Für invariante Massen größer als der des  $Z'$  liegt das Spektrum des SSM über dem des LR-Modells, welches seinerseits noch über dem SM Untergrund liegt.

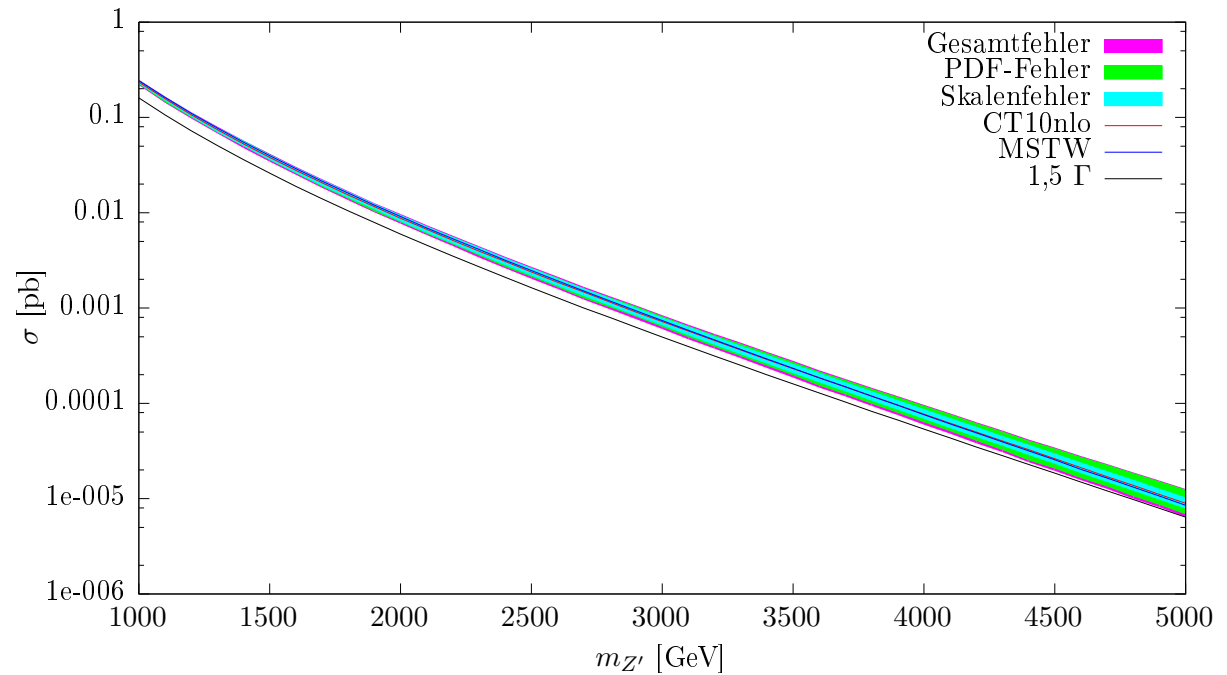
Die Halbwertsbreite für die SSM Berechnung mit einfacher Zerfallsbreite kann unter Betrachtung der Daten, die dem Plot zugrundeliegen, grob zu 150 GeV abgeschätzt werden. Dies deckt sich ungefähr mit der berechneten Zerfallsbreite von  $\Gamma_{SSM} = 149,923 \text{ GeV}$ . Aus den Daten für die LR-Modell Berechnung ergibt sich eine Halbwertsbreite von ca. 130 GeV. Auch dies stimmt ungefähr mit der Halbwertsbreite von  $\Gamma_{LR} = 134,153 \text{ GeV}$



überein.

Die Werte für die Halbwertsbreiten sind nur grobe Schätzungen, da natürlich keine kontinuierliche Datenmenge vorliegt. Allerdings ist die Überlegung, dass die Halbwertsbreite identisch zu der Zerfallsbreite ist (Abschnitt 4.1.3), einigermaßen gut bestätigt.

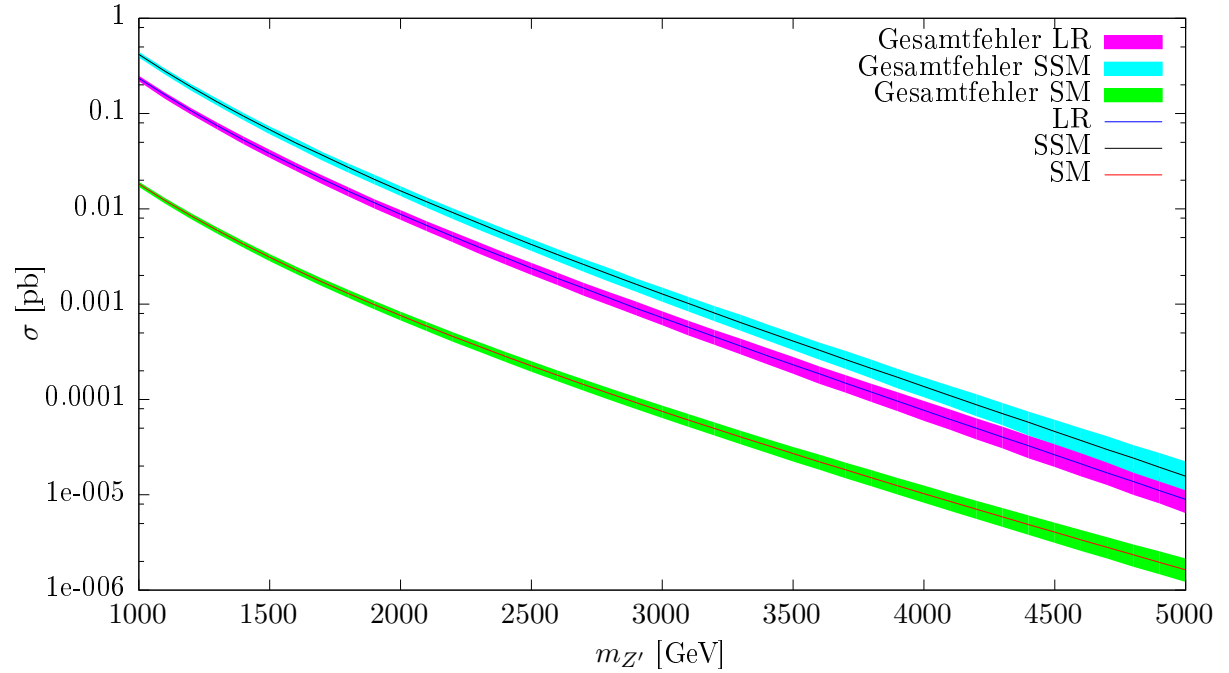
Zusammengefasst sind Abweichungen im  $\sqrt{s}$ -Spektrum des SSM vom LR-Modell zu erkennen, die durch die andersartige Kopplung des LR- $Z'$  an die  $X$ -Ladung der Teilchen und durch andere Kopplungsstärken und Mischungswinkel zustande kommen (Anhang B). Wie erwartet zeigt sich eine Erhöhung des SM Untergrunds bei der Masse des  $Z'$ .



**Abbildung 5.5:** Totaler Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  für den Drell-Yan-Prozess im LR-Modell. Es wird CT10nlo verwendet. Es sind PDF- Skalen- und der totale Fehler abgebildet. Zum Vergleich sind die Ergebnisse für MSTW2008nlo dargestellt. Außerdem sind die Ergebnisse für die 1,5-fache Zerfallsbreite dargestellt.  $Q = m_{Z'}$ ,  $\sqrt{s_H} = 13$  TeV.  $\sqrt{s} \geq 3/4 m_{Z'}$ .

Um nun einen totalen Wirkungsquerschnitt ohne starke Beteiligung des SM Untergrunds zu erhalten, wird ein Cut der invarianten Masse bei  $3/4 m_{Z'}$  angesetzt. Die totalen Wirkungsquerschnitte für das SM, SSM und LR Modell sind in den Abb. 5.5, D.1 und D.2 zu sehen. Der totale Wirkungsquerschnitt für die Berechnung mit der 1,5-fachen Zerfallsbreite liegt unter der mit der einfachen Zerfallsbreite. Dies ist schon durch das  $\sqrt{s}$ -Spektrum ersichtlich, da der Resonanzpeak für eine höhere Zerfallsbreite kleiner wird. Die Abweichung nimmt mit höherer Masse des  $Z'$  ab. Eine Abweichung vom Fehlerintervall der

Berechnung mit 1-facher Zerfallsbreite bei  $m_{Z'} = 5 \text{ TeV}$  ist im LR-Modell tatsächlich kaum mehr zu erkennen. Würden für die Berechnung mit der 1,5-fachen Zerfallsbreite auch die Fehlerbereiche geplottet, würden diese bei 5 TeV mit denen für die 1-fache Berechnung überlappen. Die Annahme eines rein fermionischen Zerfalls ist für hohe Massen also eine gute Näherung, falls die Abschätzung, dass die Zerfallsbreite bei zusätzlichem Zerfall in Bosonen um nicht mehr als 50 % steigt, gerechtfertigt ist. Zuletzt wird nun die Abweichung der SSM und LR-Modell Ergebnisse vom SM Untergrund betrachtet (Abb. 5.6).



**Abbildung 5.6:** Vergleich der totalen Wirkungsquerschnitte für das SM, SSM, LR-Modell. Die Daten sind mit Gesamtfehlern dargestellt.  $\sqrt{s} \geq 3/4 m_{Z'}$ ,  $Q = m_{Z'}$ ,  $\sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ .

Der Wirkungsquerschnitt der neuen Modelle weicht für einen Cut auf die invariante Masse von  $\sqrt{s} \geq 3/4 m_{Z'}$  deutlich vom SM ab. Dies liegt daran, dass durch diesen Cut über Bereiche integriert wird, in denen eine deutliche Abweichung vom SM erkennbar ist (siehe  $\sqrt{s}$ -Spektrum Abb. 5.4). Die Ergebnisse für das SSM liegen über denen des LR-Modells und erst für hohe Massen überlappen die Fehlerintervalle. Das heißt, dass erst für ausreichend hohe Massen des  $Z'$  eine gute Approximation des physikalischen LR-Modells durch das eher unphysikalische SSM erreicht wird. Bei einer Masse des  $Z'$

von 5 TeV ergeben sich totale Wirkungsquerschnitte von

$$\sigma_{SM} = \left(1, 63192_{-0,39946}^{+0,52457}\right) \cdot 10^{-6} \text{ pb} \quad (5.11)$$

$$\sigma_{SSM} = \left(1, 56604_{-0,43643}^{+0,68570}\right) \cdot 10^{-5} \text{ pb} \quad (5.12)$$

$$\sigma_{LR} = \left(8, 95225_{-2,37693}^{+3,77826}\right) \cdot 10^{-6} \text{ pb} . \quad (5.13)$$

Die aktuelle integrierte Luminosität des LHC beträgt für das ATLAS Experiment  $18,94 \text{ fb}^{-1}$  für Proton-Proton Kollision bei 13 TeV Schwerpunktsenergie [lum16]. Somit kam es nach Gl. (3.26) bisher mit der Luminosität des ATLAS Experiments im Mittel zu folgender Anzahl an Events:

$$N_{SM} = \left(3, 090_{-0,756}^{+0,993}\right) \cdot 10^{-2} \quad (5.14)$$

$$N_{SSM} = \left(2, 966_{-0,826}^{+1,298}\right) \cdot 10^{-1} \quad (5.15)$$

$$N_{LR} = \left(1, 708_{-0,451}^{+0,716}\right) \cdot 10^{-1} . \quad (5.16)$$

Diese Ergebnisse liegen weit unter einem Event. Und bei der Berechnung des Wirkungsquerschnittes wurden keine Cuts auf Winkel o.ä. durchgeführt. Das heißt bei der jetzigen integrierten Luminosität gab es im kompletten Raumwinkelbereich weniger als ein Event für den hier verwendeten Cut auf die invariante Masse  $\sqrt{s} \geq 3/4 m_{Z'} = 3/4 \cdot 5 \text{ TeV}$ . Der Detektor kann allerdings nicht den kompletten Raumwinkelbereich abdecken. Außerdem besitzen Detektoren keine hundertprozentige Quanteneffizienz. Das heißt die Anzahl der Events, die dann vom Detektor detektiert werden können, wird noch einmal kleiner sein. Somit ist es bisher für beide Modelle nicht möglich, bei der hier getroffenen Wahl der Cuts auf die invariante Masse der Endkanalteilchen, Aussagen über die Existenz eines  $Z'$  mit einer Masse von 5 TeV zu machen.

### 5.3. Geladene Ströme

Der zweite Prozess, welcher im Rahmen dieser Bachelorarbeit betrachtet werden soll, ist die  $t\bar{b}$ -Produktion durch ein  $W$ - und das hypothetische  $W'$ -Boson:

$$pp \rightarrow W, (W') \rightarrow t\bar{b} . \quad (5.17)$$

Im Standardmodell ist das einzige beteiligte Boson das  $W$ -Boson. Die gesamte Amplitude des Prozesses lautet

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_W + \mathcal{M}_{W'} . \quad (5.18)$$

Der letzte Summand beträgt 0 im SM. Für das gemittelte Betragsquadrat der Amplitude ergeben sich folgende Terme:

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = |\overline{\mathcal{M}}_W|^2 + |\overline{\mathcal{M}}_{W'}|^2 + 2 \text{Re}(\overline{\mathcal{M}}_W \overline{\mathcal{M}}_{W'}^*) . \quad (5.19)$$

Im SM tritt nur der erste Term auf, im SSM hingegen alle drei, da das  $W$  und das  $W'$  des SSM interferieren. Das  $W'$  des LR-Modells hingegen interferiert nicht mit dem  $W$  des SM. Die Kopplungen des  $W$  und des  $W'$  im LR-Modell sind proportional zu den Chiralitätsprojektionsoperatoren  $P_L$  bzw.  $P_R$  (Anhang B). Dadurch kann es nicht zu Interferenzen kommen: Das Produkt der Projektionsoperatoren ist null

$$P_R P_L \psi = 0 . \quad (5.20)$$

Somit gibt es nur für das SSM einen Interferenzterm. Bis auf den Interferenzterm sind das SSM und das LR-Modell allerdings identisch,  $|\overline{\mathcal{M}_{W'}}|^2$  ist für beide Modelle gleich groß. Dies kann einfach überprüft werden. Im analytischen Ergebnis für den allgemeinen Interferenzterm (Abschnitt 4.1.4) muss  $\lambda_i = \lambda$ ,  $L_i = L$ ,  $R_i = R$  eingesetzt werden für  $i = 1, 2, 3, 4$ . Wird nun  $\lambda = g/\sqrt{2}$  und  $L = 1$ ,  $R = 0$  für das SSM, bzw.  $R = 1$ ,  $L = 0$  für das LR, eingesetzt, so sind die Ergebnisse identisch für identische Massen und Zerfallsbreiten. Tatsächlich ist der Ausdruck invariant und  $L \leftrightarrow R$ . Auch die Zerfallsbreite (Abschnitt 4.2) ist für beide Modelle identisch, da die gemittelte Amplitude invariant unter  $L \leftrightarrow R$  ist.

Also ist das LR-Modell im Falle des  $W'$  ein SSM ohne Interferenzen. Dies gilt allerdings nur, da die gleichen Kopplungsstärken für das LR  $W'$  und das SM  $W$  gefordert worden sind, um für hohe Energien, bei denen der Massenunterschied zwischen den beiden Bosonen keine Rolle mehr spielt, die LR-Symmetrie wiederherzustellen (Kap. 2.5.1).

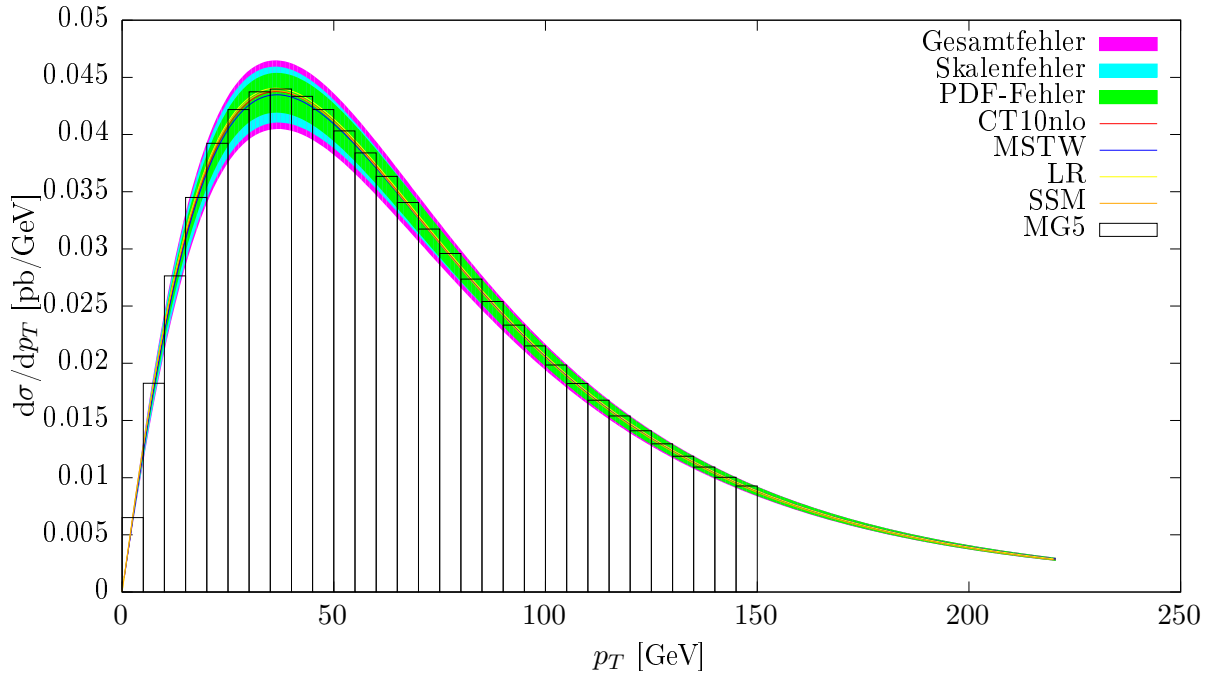
### 5.3.1. Standardmodell

**Tabelle 5.4:** Vergleich der numerischen Daten mit MG5 für das SM für  $pp \rightarrow t\bar{b}$ . Die angegebenen Fehler sind die numerischen der Integration bzw. der Simulation von MadGraph. Es werden totale Wirkungsquerschnitte  $\sigma$  bei verschiedenen Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s_H}$  verglichen. Faktorisierungsskala  $Q = m_Z$ .

$\sqrt{s_H}$ [TeV]	MG5 $\sigma$ [pb]	SM $\sigma$ [pb]
9	$2,859 \pm 0,0018$	$2,85908 \pm 0,00035$
11	$3,697 \pm 0,0011$	$3,69766 \pm 0,00049$
13	$4,546 \pm 0,0027$	$4,54543 \pm 0,00065$

Zunächst sollen wieder die Berechnungen im SM mit MG5 überprüft werden. Hier bietet es sich an, wieder die totalen Wirkungsquerschnitte zu vergleichen (Tab. 5.4). Die Ergebnisse von MG5 stimmen innerhalb der numerischen Fehler mit den Berechnungen überein.

Das  $p_T$ -Spektrum des Prozesses ist in Abb. 5.7 dargestellt. Es liegt eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von MG5 vor.



**Abbildung 5.7:** *Differentieller  $p_T$  Wirkungsquerschnitt für  $pp \rightarrow t\bar{b}$ . Es sind für CT10nlo die Fehlerbereiche dargestellt.  $Q = m_Z, \sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ . Außerdem sind für das SSM und das LR-Modell das  $p_T$ -Spektrum bei  $m_{W'} = 5 \text{ TeV}$  geplottet.*

Das Maximum des Spektrums liegt bei ca 40 GeV. Es ist jedoch, anders als im Drell-Yan (DY) Spektrum, kein so scharfer Peak zu sehen. Dies liegt daran, dass das  $t$ -Quark eine Masse über der des  $W$ -Boson besitzt. Dadurch gibt es keinen hohen Peak im  $\sqrt{s}$ -Spektrum durch das  $W$ -Boson, da das  $t$ -Quark einen Cut für die invariante Masse vorgibt:  $s \geq (m_b + m_t)^2$ .

### 5.3.2. Sequential Standard Model und Links-Rechts-Modell

Im gerade betrachteten  $p_T$ -Spektrum sind außerdem die Spektren für das LR-Modell und das SSM geplottet. Es ist kein großer Unterschied gegenüber der SM-Berechnung zu erkennen, wie auch schon beim DY-Prozess. Die hohe Masse des hypothetischen  $W'$  sorgt dafür, dass Beiträge im Wirkungsquerschnitt durch dieses Boson erst bei hohen  $p_T$  bzw.  $\sqrt{s}$  zu sehen sind.

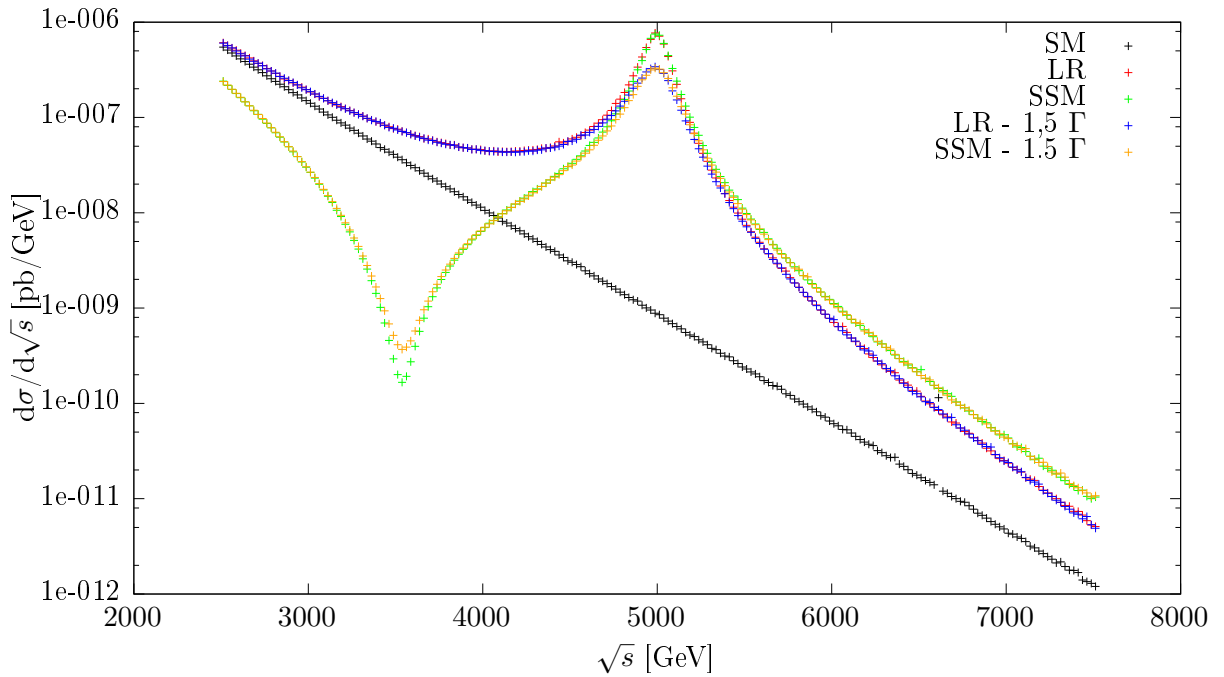
**Tabelle 5.5:** Vergleich der numerischen Daten für das SM,SSM und LR-Modell für  $pp \rightarrow t\bar{b}$ . Es sind die totalen Fehler angegeben. Es werden totale Wirkungsquerschnitte  $\sigma$  bei verschiedenen Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s_H}$  verglichen. Faktorisierungsskala  $Q = m_Z$ . Masse des  $W'$   $m_{W'} = 5 \text{ TeV}$ .

$\sqrt{s_H}$ [TeV]	SM $\sigma$ [pb]	SSM $\sigma$ [pb]	LR $\sigma$ [pb]
9	$2,85908^{+0,12401}_{-0,15307}$	$2,83241^{+0,12304}_{-0,15188}$	$2,85932^{+0,12399}_{-0,15310}$
11	$3,69766^{+0,17770}_{-0,21487}$	$3,66163^{+0,17401}_{-0,21320}$	$3,69814^{+0,17512}_{-0,21483}$
13	$4,54543^{+0,23949}_{-0,29089}$	$4,50024^{+0,23778}_{-0,28896}$	$4,54669^{+0,23935}_{-0,29093}$

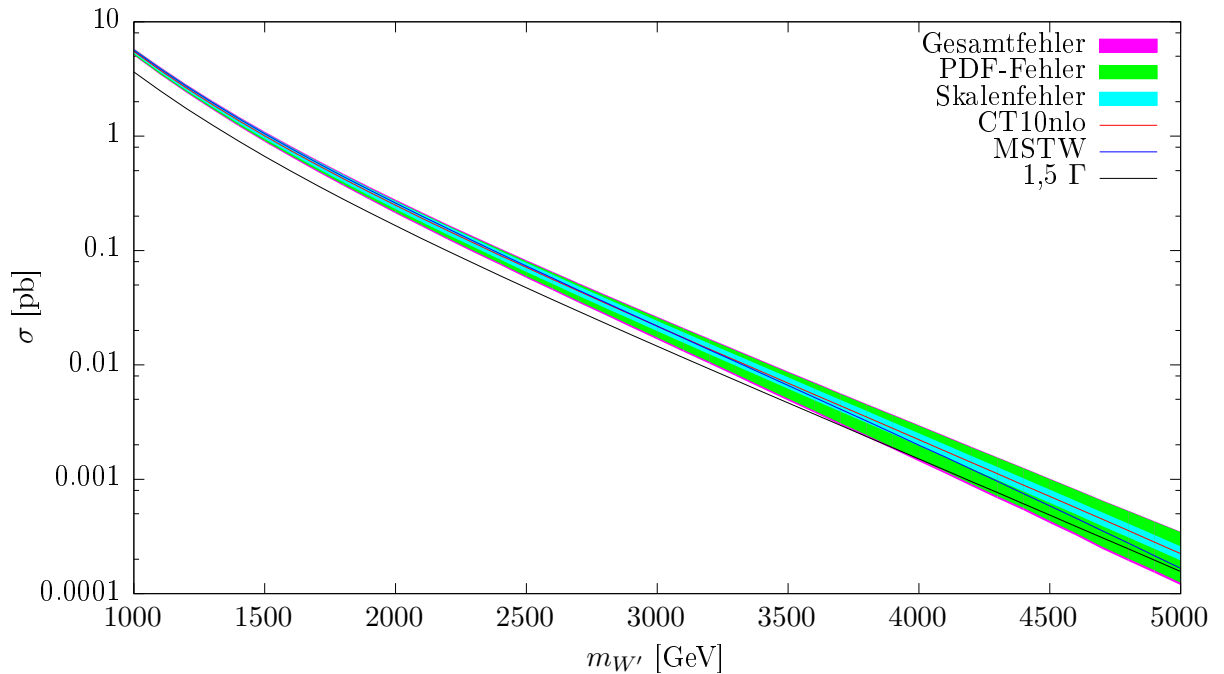
Zunächst soll wieder der totale Wirkungsquerschnitt für die verschiedenen Modelle betrachtet werden (Tab. 5.5). Die Abweichungen zwischen den Modellen sind klein und liegen innerhalb der Gesamtfehler. Dies liegt an der hohen Masse des  $W'$ , die für diese Berechnungen bei 5 TeV liegt. Es müssen also wieder passende Cuts für die Phasenraumintegration gesetzt werden, damit überhaupt ein Unterschied zwischen dem SM und den anderen Modellen zu erkennen ist.

Es wird nun das Spektrum der invarianten Masse des  $t\bar{b}$ -Paares betrachtet (Abb. 5.8). Wie erwartet liegt ein Peak bei der Masse des Vektorbosons vor. Die Höhe des Peaks ist für das LR-Modell und das SSM wegen identischer Zerfallsbreiten nahezu gleich. Eine 1,5-fache Zerfallsbreite führt wieder zu einer Verkleinerung des Peaks. Für invariante Massen über der Masse des  $W'$  laufen die Spektren der beiden Modelle wegen des Interferenzterms im SSM etwas auseinander und nähern sich dem SM-Untergrund an. Es ist ein starker Unterschied zwischen den Modellen für invariante Massen kleiner als der Masse des  $W'$  zu erkennen. Dieser negative Peak im Spektrum des SSM wird durch die Interferenz hervorgerufen, die im LR-Modell nicht vorhanden ist.

Die berechnete Zerfallsbreite beträgt für beide Modelle  $\Gamma = 169,708 \text{ GeV}$ . Aus den dem Plot zugrundeliegenden Daten lässt sich eine Halbwertsbreite von ca. 170 GeV bestimmen. Auch hier wird der Zusammenhang (Abschnitt 4.1.3) zwischen Halbwertsbreite und Zerfallsbreite bestätigt.

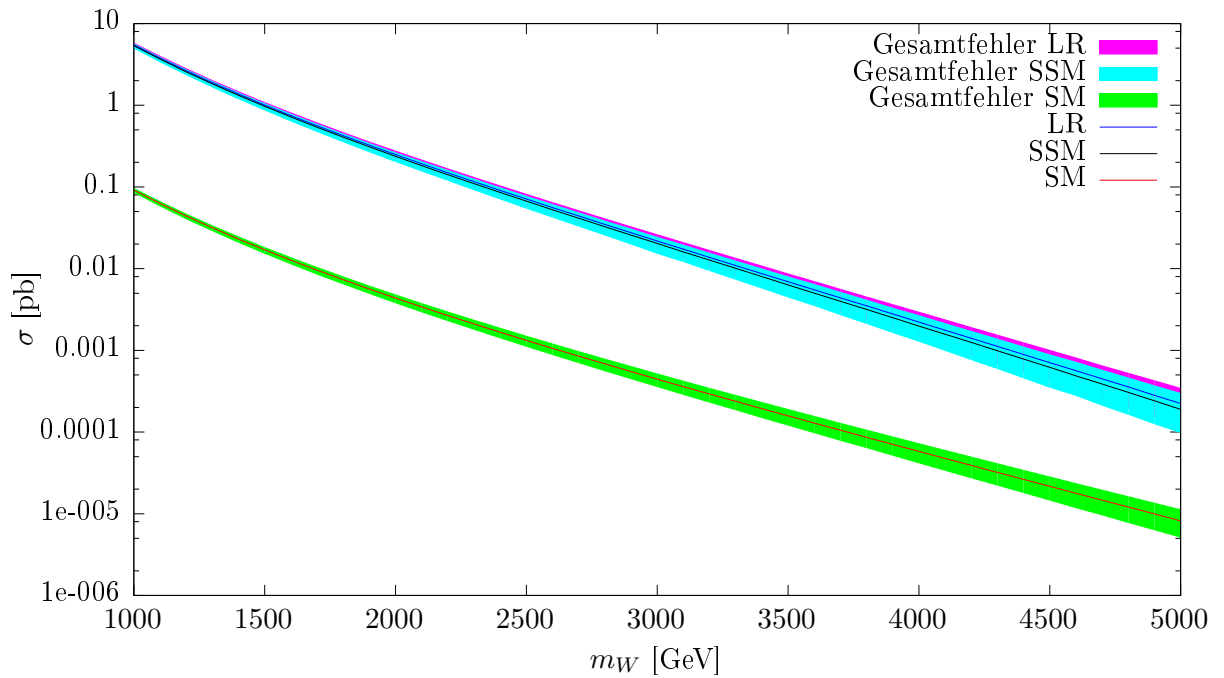


**Abbildung 5.8:** Differentieller  $\sqrt{s}$  Wirkungsquerschnitt für  $pp \rightarrow t\bar{b}$ . Es wird CT10nlo verwendet.  $Q = m_{W'} = 5 \text{ TeV}$ ,  $\sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ . Zerfallsbreite des  $W'$  in beiden Modellen:  $\Gamma = 169, 708 \text{ GeV}$ .



**Abbildung 5.9:** Totaler Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  für  $pp \rightarrow t\bar{b}$  im LR-Modell. Es wird CT10nlo verwendet. Es sind PDF- Skalen- und der totale Fehler abgebildet. Zum Vergleich sind die Ergebnisse für MSTW2008nlo dargestellt. Außerdem sind die Ergebnisse für die 1,5-fache Zerfallsbreite dargestellt.  $Q = m_{W'}$ ,  $\sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ ,  $\sqrt{s} \geq 3/4 m_{W'}$ .

Zur Unterdrückung des SM Untergrunds in der Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts wird wieder ein Cut auf die invariante Masse  $\sqrt{s} \geq 3/4 m_{W'}$  durchgeführt. Die Ergebnisse für das LR-Modell, das SM und das SSM sind in Abb. 5.9, D.3 und D.4 dargestellt. Der Wirkungsquerschnitt für die 1,5-fache Zerfallsbreite liegt wieder unter dem für die einfache Zerfallsbreite, allerdings ist die Abweichung bei diesem Prozess nicht so groß und schon unter 4 TeV liegt der Wirkungsquerschnitt für die erhöhte Zerfallsbreite innerhalb der Fehler für die Berechnung ohne erhöhte Zerfallsbreite. Unter der Annahme, dass eine Erhöhung der Zerfallsbreite um 50 %, falls ein Zerfall in die  $W$ - und  $Z$ -Bosonen möglich ist, eine gute Abschätzung ist, ist auch hier für hohe Massen eine Vernachlässigung dieser Zerfälle gerechtfertigt, sodass nur fermionische Zerfälle in Betracht genommen werden müssen.



**Abbildung 5.10:** Vergleich der totalen Wirkungsquerschnitte für das SM, SSM, LR-Modell. Die Daten sind mit Gesamtfehlern dargestellt.  $\sqrt{s} \geq m_{W'}$ ,  $Q = m_{W'}$ ,  $\sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ .

Nun soll die Abweichung des Wirkungsquerschnitts vom SM Untergrund für die beiden Modelle betrachtet werden. Hierfür sind noch einmal alle Wirkungsquerschnitte mit Gesamtfehler in Abb. 5.10 dargestellt. Es ist keine Überschneidung der Fehlerbänder zwischen dem SM und den neuen Modellen ersichtlich. Das heißt, es lässt sich, falls das  $W'$  existiert, bei 13 TeV Schwerpunktsenergie im Beschleuniger bis zu einer Masse von 5 TeV klar zwischen Standardmodelluntergrund und dem Beitrag durch das  $W'$  unterscheiden.



Die Ergebnisse für das SSM und das LR-Modell überschneiden sich stark, sodass das SSM für ein LR- $W'$  mit identischer Kopplungsstärke wie im SM eine gute Approximation ist. Die Interferenz des SSM macht also keinen großen Unterschied. Vor allem wird auf der Suche nach dem  $W'$  auch oft ein SSM ohne Interferenz verwendet [K<sup>+</sup>15].

Bei der Masse von  $m_{W'} = 5 \text{ TeV}$  ergeben sich totale Wirkungsquerschnitte von

$$\sigma_{SM} = \left(8, 17105_{-2,99990}^{+3,26461}\right) \cdot 10^{-6} \text{ pb} \quad (5.21)$$

$$\sigma_{LR} = \left(2, 23548_{-1,02921}^{+1,25869}\right) \cdot 10^{-4} \text{ pb} \quad (5.22)$$

$$\sigma_{SSM} = \left(1, 89856_{-0,91179}^{+1,12501}\right) \cdot 10^{-4} \text{ pb} \quad (5.23)$$

für einen Cut auf die invariante Masse von 3/4 der  $W'$ -Masse. Mit der aktuellen integrierten Luminosität des ATLAS Experiments [lum16] von  $18,94 \text{ fb}^{-1}$  ergibt sich für die Anzahl der im Mittel im ganzen Raumwinkelbereich vorgekommenen Events seit Start des LHC-Run mit 13 TeV Schwerpunktsenergie:

$$N_{SM} = \left(1, 547_{-0,568}^{+0,619}\right) \cdot 10^{-1} \quad (5.24)$$

$$N_{SSM} = 4, 235_{-1,950}^{+2,383} \quad (5.25)$$

$$N_{LR} = 3, 596_{-1,727}^{+2,131} \quad (5.26)$$

Auch hier muss berücksichtigt werden, dass der Detektor natürlich nicht im ganzen Raumwinkelbereich und auch nicht mit einer hundertprozentigen Quanteneffizienz detektieren kann. Allerdings ist die Anzahl der Events für den  $pp \rightarrow t\bar{b}$  Prozess mit  $W'$  wesentlich höher als für den Drell-Yan-Prozess mit  $Z'$ . Diese liegt für die beiden neuen Modelle über 1, und für das SM eine Größenordnung darunter. Wenn also für die angewandten Cuts ein Event mit einem  $t\bar{b}$ -Paar im Endkanal detektiert wird, handelt es sich mit viel höherer Wahrscheinlichkeit um ein  $W'$  als um das SM  $W$ .

## 6. Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

### 6.1. Vergleich der Modelle

Für das  $Z'$  stellt das SSM im betrachteten Drell-Yan-Prozess keine so gute Approximation des LR-Modells dar. Erst für sehr hohe Massen des  $Z'$  nähern sich die Wirkungsquerschnitte beider Modelle an (Abb. 5.6). Dies liegt daran, dass es im LR-Modell vollkommen andere Kopplungen des  $Z'$  gibt, da dieses nicht an die gewöhnliche elektrische Ladung, sondern an die Ladung der  $U(1)_X$ -Gruppe koppelt.

Für das  $W'$  stellt das SSM allerdings eine erstaunlich gute Approximation dar (Abb. 5.10), was daran liegt, dass sich die Kopplungen des SSM- $W'$  und des LR- $W'$  nur durch den Projektionsoperator unterscheiden, wodurch es im SSM zu Interferenzen kommt, die im LR-Modell nicht vorhanden sind. Diese zeigen sich vor allem stark im  $\sqrt{s}$ -Spektrum, im totalen Wirkungsquerschnitt ist der Unterschied zwischen LR- $W'$  und SSM- $W'$  jedoch nicht groß.

In dieser Arbeit wird für das LR-Modell eine zum SM und SSM identische Kopplungsstärke der rechtshändigen  $SU(2)_R$ -Gruppe gewählt. Allerdings wären auch andere Kopplungsstärken denkbar. Das heißt der hier angestellte Vergleich der beiden Modelle gilt nur für das symmetrische LR-Modell.

Das LR-Modell ist auch nur eines aus einer Reihe von Modellen, die allesamt die Gemeinsamkeit haben, dass eine zweite  $SU(2)$ -Gruppe auftaucht und dass durch einen Higgs-Mechanismus neue schwere Eichbosonen entstehen, die mit  $Z'$  und  $W'$  bezeichnet werden und sich ähnlich zu den schwachen Standardmodell-Bosonen verhalten. In einer weiterführenden Arbeit könnte eine vollständige Analyse der wichtigsten  $W'$ - und  $Z'$ -Modelle durchgeführt werden.

### 6.2. Detektierbarkeit

Anhand der Ergebnisse zu den Wirkungsquerschnitten ist ersichtlich, dass es bei der aktuellen integrierten Luminosität am LHC kaum bis gar nicht möglich ist, ein  $W'$  oder ein  $Z'$  der Masse 5 TeV aus den hier besprochenen Modellen mit genügend hoher Statistik zu detektieren. Die integrierte Luminosität steigt mit der Dauer des LHC-Run an und so könnte es möglich sein, die Teilchen, falls sie existieren in Zukunft zu detektieren.

Allerdings ist bei den explizit dargestellten Wirkungsquerschnitten eine Masse von 5 TeV verwendet worden. Dies stellt die Obergrenze des hier betrachteten Parameterraums dar. Es sind auch niedrigere Massen für die neuen Vektorbosonen möglich. Die aktuellen Massenuntergrenzen liegen für das  $Z'$  bei 3,15 TeV im SSM [Col15] und für das  $W'$  bei 4,07 TeV im SSM [A<sup>+</sup>16]. Die diesen Analysen zugrundeliegenden Daten stammen allerdings noch von 2015. Die integrierte Luminosität am LHC lag im Zeitraum, aus dem die Daten stammen bei ca.  $3 \text{ fb}^{-1}$ . Eine Analyse der Daten von 2016 wird weitere Erkenntnisse liefern, da die integrierte Luminosität in diesem Jahr sehr stark angestiegen ist und auch noch weiter steigt.

### 6.3. Verbesserung der Berechnungen

Ein Vergleich der berechneten Daten mit experimentellen Daten ist im Rahmen dieser Bachelorarbeit kaum möglich. Lediglich bei den Zerfallsbreiten wird verglichen (Tab. 5.1). Die dort auftretende Abweichung von den experimentell bestimmten Daten kommt daher, dass in dieser Arbeit nur in niedrigster Ordnung Störungstheorie gerechnet wird. Um mit experimentellen Daten vergleichbare Größen zu liefern, müssen die Berechnungen auf mehrere Weisen modifiziert werden. Zunächst muss eine komplette Detektorsimulation geschrieben werden. Das heißt es müssen alle Cuts, die durch den Detektor durchgeführt werden, implementiert werden. Dabei ist zu beachten, dass es für unterschiedliche Teilchen unterschiedliche Cuts auf Pseudorapiditäten etc. gibt. Des Weiteren müssen die Prozesse auch in höherer Ordnung berechnet werden. Die Berechnung von Prozessen in höheren Ordnungen vervielfacht den numerischen Aufwand.

## Literatur

- [A<sup>+</sup>16] Morad Aaboud et al. Search for new resonances in events with one lepton and missing transverse momentum in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector. 2016.
- [ACD<sup>+</sup>14] Adam Alloul, Neil D. Christensen, Céline Degrande, Claude Duhr, and Benjamin Fuks. FeynRules 2.0 - A complete toolbox for tree-level phenomenology. *Comput. Phys. Commun.*, 185:2250–2300, 2014.
- [AFF<sup>+</sup>14] J. Alwall, R. Frederix, S. Frixione, V. Hirschi, F. Maltoni, O. Mattelaer, H. S. Shao, T. Stelzer, P. Torrielli, and M. Zaro. The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations. *JHEP*, 07:079, 2014.
- [AH02] I.J.R. Aitchison and A.J.G. Hey. *Gauge Theories in Particle Physics: Volume I: From Relativistic Quantum Mechanics to QED, Third Edition*. Graduate Student Series in Physics. CRC Press, 2002.
- [AH04] I.J.R. Aitchison and A.J.G. Hey. *Gauge Theories in Particle Physics: Volume II: QCD and the Electroweak Theory, Third Edition*. 2004.
- [BFL<sup>+</sup>15] Andy Buckley, James Ferrando, Stephen Lloyd, Karl Nordström, Ben Page, Martin Rüfenacht, Marek Schönherr, and Graeme Watt. LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era. *Eur. Phys. J.*, C75:132, 2015.
- [Col15] CMS Collaboration. Search for a Narrow Resonance Produced in 13 TeV pp Collisions Decaying to Electron Pair or Muon Pair Final States. 2015.
- [Dis10] Guenther Dissertori. LHC Detectors and Early Physics. In *Proceedings, 65th Scottish Universities Summer School in Physics: LHC Physics (SUSSP65)*, pages 197–230, 2010.
- [ESW03] R.K. Ellis, W.J. Stirling, and B.R. Webber. *QCD and Collider Physics*. Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology. Cambridge University Press, 2003.
- [GG09] M. Galassi and B. Gough. *GNU Scientific Library: Reference Manual*. GNU manual. Network Theory, 2009.
- [HM84] F. Halzen and A.D. Martin. *Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics*. Wiley, 1984.
- [HSYY10] Ken Hsieh, Kai Schmitz, Jiang-Hao Yu, and C.-P. Yuan. Global analysis of general  $su(2) \times su(2) \times u(1)$  models with precision data. *Phys. Rev. D*, 82:035011, Aug 2010.
- [JL93] Matthias Jamin and Markus E. Lautenbacher. Tracer version 1.1: Mathematica package for gamma-algebra in arbitrary dimensions. 1993.

- [K<sup>+</sup>15] Vardan Khachatryan et al. Search for physics beyond the standard model in final states with a lepton and missing transverse energy in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV. *Phys. Rev.*, D91(9):092005, 2015.
- [Kle29] O. Klein. *Die Reflexion von Elektronen an einem Potentialsprung nach der relativistischen Dynamik von Dirac*, volume 53. March 1929.
- [Kön06] K. Königsberger. *Analysis 2*. Number Bd. 2 in Springer-Lehrbuch. Physica-Verlag, 2006.
- [lum16] Accelerator performance and statistics <https://acc-stats.web.cern.ch/acc-stats/>, 15.07.2016.
- [MB11] G. Münster and G. Bergner. *Gauge Theories of the Strong and Electroweak Interactions*. Introduction to the Standardmodel, University of Muenster. 2011. Available at <http://pauli.uni-muenster.de/tp/menu/studium/archiv/standardmodell-ss-2015.html>.
- [O<sup>+</sup>14] K. A. Olive et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C38:090001, 2014.
- [PRSZ04] B. Povh, K. Rith, C. Scholz, and F. Zetsche. *Povh, B: Teilchen und Kerne.: Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*. Physics and astronomy online library. Springer, 2004.
- [SAC<sup>+</sup>15] Torbjörn Sjöstrand, Stefan Ask, Jesper R. Christiansen, Richard Corke, Nishita Desai, Philip Ilten, Stephen Mrenna, Stefan Prestel, Christine O. Rasmussen, and Peter Z. Skands. An Introduction to PYTHIA 8.2. *Comput. Phys. Commun.*, 191:159–177, 2015.

## A. Eigenschaften der Diracgleichung

Die Diracgleichung

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (\text{A.1})$$

beschreibt Spin- $\frac{1}{2}$  Teilchen. Die Wellenfunktion  $\psi$  ist dabei ein vierkomponentiger Dirac-Spinor.  $\gamma^\mu$  sind die Diracmatrizen. Diese sind  $4 \times 4$ -Matrizen. Sie bilden eine Clifford-Algebra:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} . \quad (\text{A.2})$$

$g^{\mu\nu}$  ist der metrische Tensor, bekannt aus der speziellen Relativitätstheorie.

Da  $\psi$  vier Komponenten besitzt, gibt es vier Basislösungen für die Diracgleichung. Diese sind die vierkomponentigen Spinoren  $u(p, s)$  und  $v(p, s)$ , wobei  $p$  der Viererimpuls des Teilchens ist und  $s$  der Spin, welcher zwei mögliche Zustände annehmen kann.  $u$  sind die Spinoren für Teilchen und  $v$  die für die korrespondierenden Antiteilchen. Diese erfüllen (in der in dieser Arbeit gewählten Normierung für die Zustände) eine Vollständigkeitsrelation der Form

$$\sum_s u_\alpha(p, s) \bar{u}_\beta(p, s) = (\not{p} + m)_{\alpha\beta} \quad (\text{A.3})$$

$$\sum_s v_\alpha(p, s) \bar{v}_\beta(p, s) = (\not{p} - m)_{\alpha\beta} . \quad (\text{A.4})$$

Der diracadjungierte Spinor  $\bar{u}$  ist dabei durch

$$\bar{u} = u^\dagger \gamma^0 \quad (\text{A.5})$$

definiert.  $\not{p}$  ist eine Kurzform für  $\gamma_\mu p^\mu$ .

### A.1. Chiralität

Die Chiralität ist eine Eigenschaft eines Spin- $\frac{1}{2}$  Teilchens. Der Chiralitätsoperator  $\gamma_5$  ist definiert als

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 . \quad (\text{A.6})$$

Dieser ist lorentzinvariant. Er hat die Eigenwerte  $\pm 1$  und antikommutiert mit den Matrizen  $\gamma^\mu$ . Außerdem ist die Chiralität eine Erhaltungsgröße, falls das Teilchen keine Masse besitzt.

In den Vertextkopplungen der elektroschwachen Theorie taucht der Chiralitätsprojektionsoperator  $P_L$  auf. Dieser projiziert auf den Unterraum der Spin- $\frac{1}{2}$  Teilchen mit links-händiger Chiralität. Analog gibt es einen Projektionsoperator  $P_R$  für den rechtshändigen Unterraum:

$$P_R, P_L = \frac{1 \pm \gamma^5}{2} . \quad (\text{A.7})$$

Chiralität und Helizität eines Teilchens sind im hochrelativistischen Grenzfall, bzw. falls das Teilchen masselos ist, identisch.

## A.2. Diracspuren

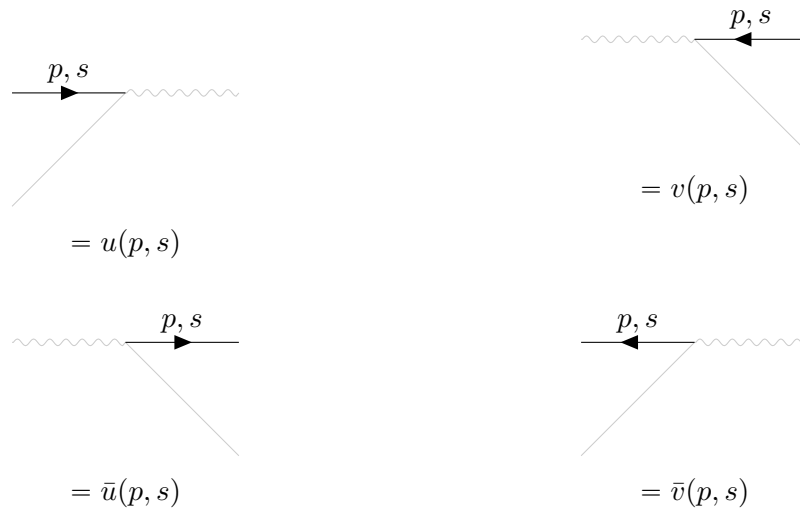
Für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten ist die Berechnung von Diracspuren wichtig. Es gibt einige Theoreme betreffend Spuren von Produkten von Diracmatrizen. In dieser Arbeit wird zur Berechnung der Diracspuren das Tracer-Paket für Mathematica [JL93] verwendet. Aus diesem Grund sind die Theoreme hier nicht explizit angegeben. Diese können zum Beispiel in [AH02], App. J gefunden werden.

## B. Feynman-Regeln

Im Folgenden sind die Feynman-Regeln ([AH02] App. L, [AH04] App. Q, [HSYY10]) aufgelistet, die in dieser Arbeit verwendet werden. Es ist zu beachten, dass die Zeitrichtung von links nach rechts gewählt ist.

### B.1. Externe Teilchen

Für ausgehende und eingehende Fermion-Linien mit Viererimpuls  $p$  und Spinausrichtung  $s$  müssen Dirac-Spinoren in der Übergangsamplitude  $i\mathcal{M}$  hinzugefügt werden. Die Art des Spinors hängt davon ab, ob es sich um Teilchen oder Antiteilchen handelt und ob die Pfeilrichtung zu einem Vertex hin oder von einem Vertex weg zeigt.



Für ausgehende und eingehende Vektorbosonen mit Viererimpuls  $k$  und Polarisation  $\lambda$  müssen Polarisationsvektoren in der Übergangsamplitude hinzugefügt werden.



$$= \epsilon_\mu(k, \lambda)$$

$$= \epsilon_\mu^*(k, \lambda)$$

## B.2. Propagatoren

Für interne Linien müssen Propagatoren  $P^{\mu\nu}$  zur Übergangsamplitude hinzugefügt werden. Im Folgenden sind der Propagator für ein Photon mit Viererimpuls  $q$  und der Propagator für ein massives Vektorboson mit Masse  $m_V$  und Viererimpuls  $q$  aufgelistet.  $g^{\mu\nu}$  ist der metrische Tensor der speziellen Relativitätstheorie.  $\epsilon$  ist eine infinitesimale Größe.

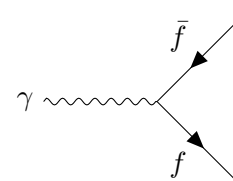


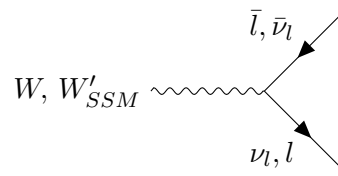
$$P^{\mu\nu} = i \frac{-g^{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon}$$


$$P^{\mu\nu} = i \frac{(-g^{\mu\nu} + q^\mu q^\nu / m_V^2)}{q^2 - m_V^2 + i\epsilon}$$

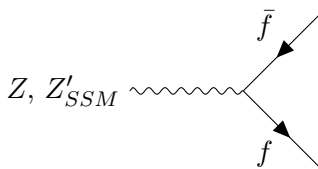
## B.3. Vertizes

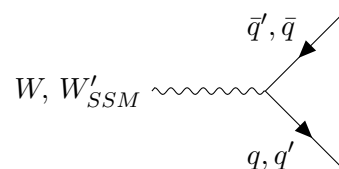
Für jeden Vertex muss ein Vertexfaktor  $\Gamma_\mu$  zur Übergangsamplitude hinzugefügt werden.



$$\Gamma_\mu = -iezf\gamma_\mu$$


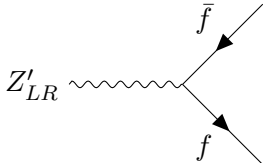
$$\Gamma_\mu = -i \frac{g_L}{\sqrt{2}} \gamma_\mu P_L$$



$$\Gamma_\mu = -i \frac{g_L}{\cos(\theta_w)} \gamma_\mu (c_L^f P_L + c_R^f P_R)$$


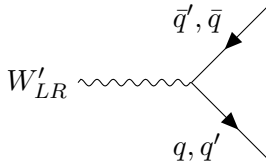
$$\Gamma_\mu = -i \frac{g_L}{\sqrt{2}} \gamma_\mu P_L V_{qq'}$$





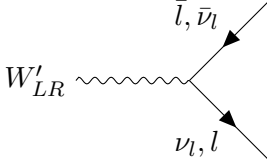
A Feynman diagram showing a wavy line labeled  $Z'_{LR}$  on the left. It splits into two outgoing lines: an upper line labeled  $\bar{f}$  and a lower line labeled  $f$ .

$$\Gamma_\mu = -i\gamma_\mu (c_L^{f'} P_L + c_R^{f'} P_R)$$



A Feynman diagram showing a wavy line labeled  $W'_{LR}$  on the left. It splits into two outgoing lines: an upper line labeled  $\bar{q}', \bar{q}$  and a lower line labeled  $q, q'$ .

$$\Gamma_\mu = -i\frac{g_R}{\sqrt{2}}\gamma_\mu P_R V'_{qq'}$$



A Feynman diagram showing a wavy line labeled  $W'_{LR}$  on the left. It splits into two outgoing lines: an upper line labeled  $\bar{l}, \bar{\nu}_l$  and a lower line labeled  $\nu_l, l$ .

$$\Gamma_\mu = -i\frac{g_R}{\sqrt{2}}\gamma_\mu P_R$$

$P_L$  und  $P_R$  sind die Projektionsoperatoren, die auf den Unterraum der Dirac-Spinoren mit linkshändiger bzw. rechtshändiger Chiralität projizieren.

$V$  und  $V'$  sind die CKM-Matrix für das Standardmodell und die Modelle, welche die neuen Vektorbosonen enthalten. Es wird in allen Berechnungen eine diagonale CKM-Matrix gewählt, das heißt es soll  $V = V' = \text{diag}(1,1,1)$  gelten. Wobei  $q = \{u, c, t\}$  und  $q' = \{d, s, b\}$  ist.

$g_L$  und  $g_R$  sind die Kopplungskonstanten der linkshändigen  $SU(2)_L$ -Gruppe der elektroschwachen Theorie und der rechtshändigen  $SU(2)_R$ -Gruppe aus dem LR-Modell. Es wird für alle Berechnungen  $g_R = g_L$  gewählt.  $e$  ist die Elementarladung.

$z_f$  hat den Wert  $-1$  für alle geladenen Leptonen,  $0$  für alle ungeladenen. Außerdem den Wert  $\frac{2}{3}$  für alle Quarks vom up-Typ und den Wert  $-\frac{1}{3}$  für alle Quarks vom down-Typ.

$c_L^f$ ,  $c_R^f$ ,  $c_L^{f'}$  und  $c_R^{f'}$  sind definiert als:

$$c_L^f = t_3^f - \sin^2(\theta_w)z_f \quad (\text{B.1})$$

$$c_R^f = -\sin^2(\theta_w)z_f \quad (\text{B.2})$$

$$c_L^{f'} = -x_f \sin(\phi)g_X \quad (\text{B.3})$$

$$c_R^{f'} = t_3^f \cos(\phi)g_R - x_f \sin(\phi)g_X . \quad (\text{B.4})$$

$t_3^f$  nimmt dabei die Werte  $-\frac{1}{2}$  für geladene Leptonen und Quarks vom down-Typ und  $\frac{1}{2}$  für Neutrinos und Quarks vom up-Typ an.  $x_f$  beträgt  $1/6$  für alle Quarks und  $-1/2$  für alle Leptonen.  $\theta_w$  und  $\phi$  sind die Mischungswinkel der elektroschwachen Theorie und des LR-Modells.  $g_X$  ist die Kopplungskonstante der  $U(1)_X$  des LR-Modells.

## C. Zusätzliche wichtige Formeln

Die Vertexkopplungen  $\Gamma_\mu$  bestehen aus Produkten und Summen von Gammamatrizen. Aus diesem Grund sind diese  $4 \times 4$  Matrizen. Daraus folgt, dass die Größe

$$\bar{v}(p_b, s_b)\Gamma_\mu u(p_a, s_a) \quad (\text{C.1})$$

ein Skalar ist, wodurch sein komplex Konjugiertes gleichzeitig sein hermitisch Konjugiertes ist. Es folgt ([AH02], App. J):

$$\begin{aligned} [\bar{v}(p_b, s_b)\Gamma_\mu u(p_a, s_a)]^* &= [\bar{v}(p_b, s_b)\Gamma_\mu u(p_a, s_a)]^\dagger \\ &= \bar{u}(p_a, s_a)\bar{\Gamma}_\mu v(p_b, s_b) . \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Dies gilt auch für eine andere Wahl der Dirac-Spinoren. Es gilt

$$\bar{\Gamma} = \gamma^0 \Gamma^\dagger \gamma^0 \quad (\text{C.3})$$

$$\overline{\gamma^\mu} = \gamma^\mu \quad (\text{C.4})$$

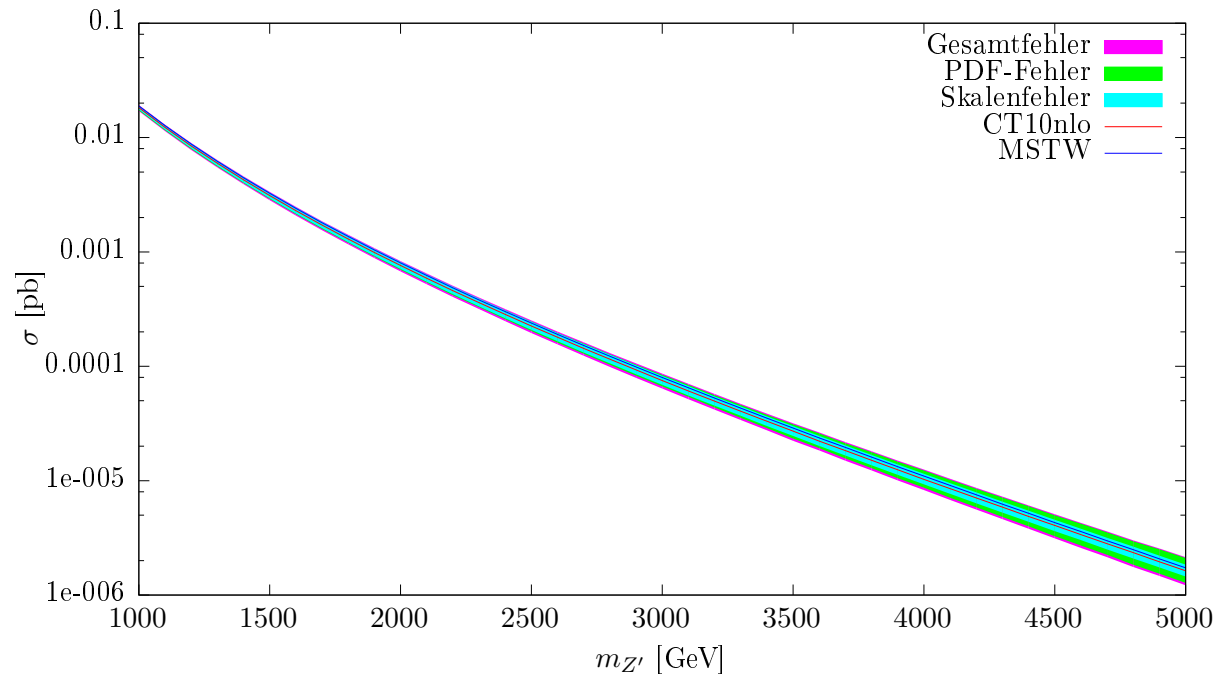
$$\overline{\gamma^\mu \gamma^5} = \gamma^\mu \gamma^5 . \quad (\text{C.5})$$

Zur Berechnung von Zerfallsbreiten wird die Vollständigkeitsrelation für Polarisationsvektoren von Vektorbosonen benötigt ([AH04], Kap. 21):

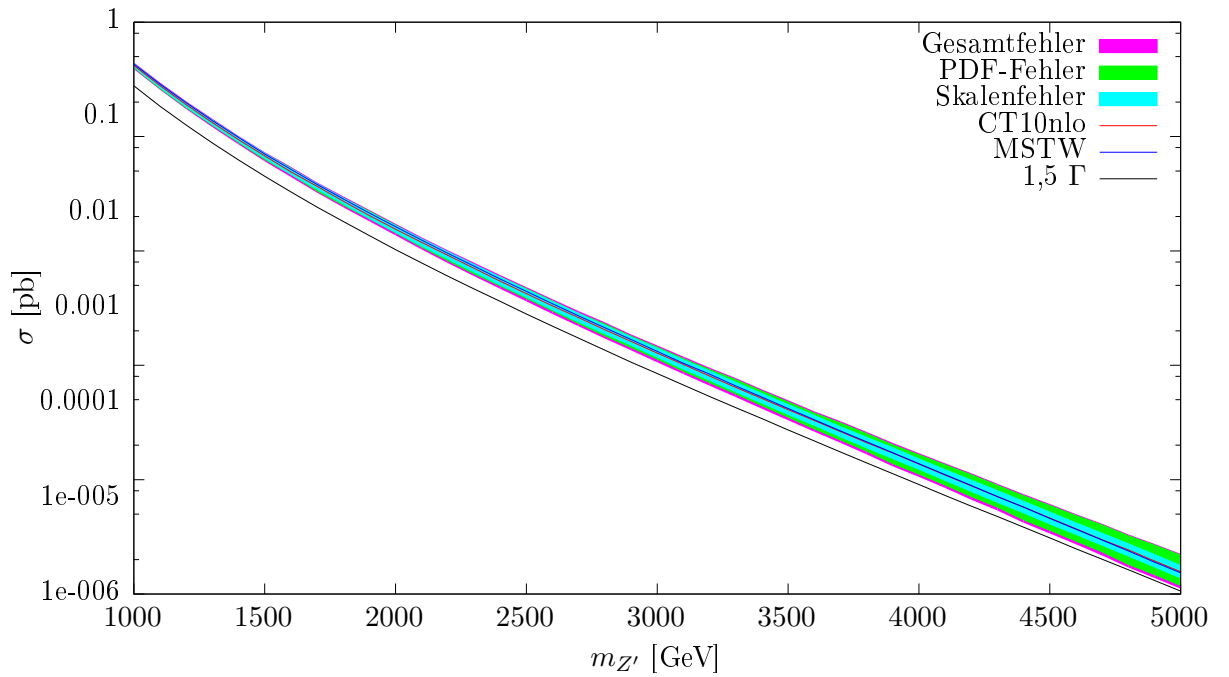
$$\sum_\lambda \epsilon_\mu(k, \lambda)\epsilon_\nu^*(k, \lambda) = -g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / m^2 . \quad (\text{C.6})$$

$m$  ist dabei die Masse des Vektorbosons,  $\lambda$  sein Polarisationszustand und  $k$  sein Viererimpuls.

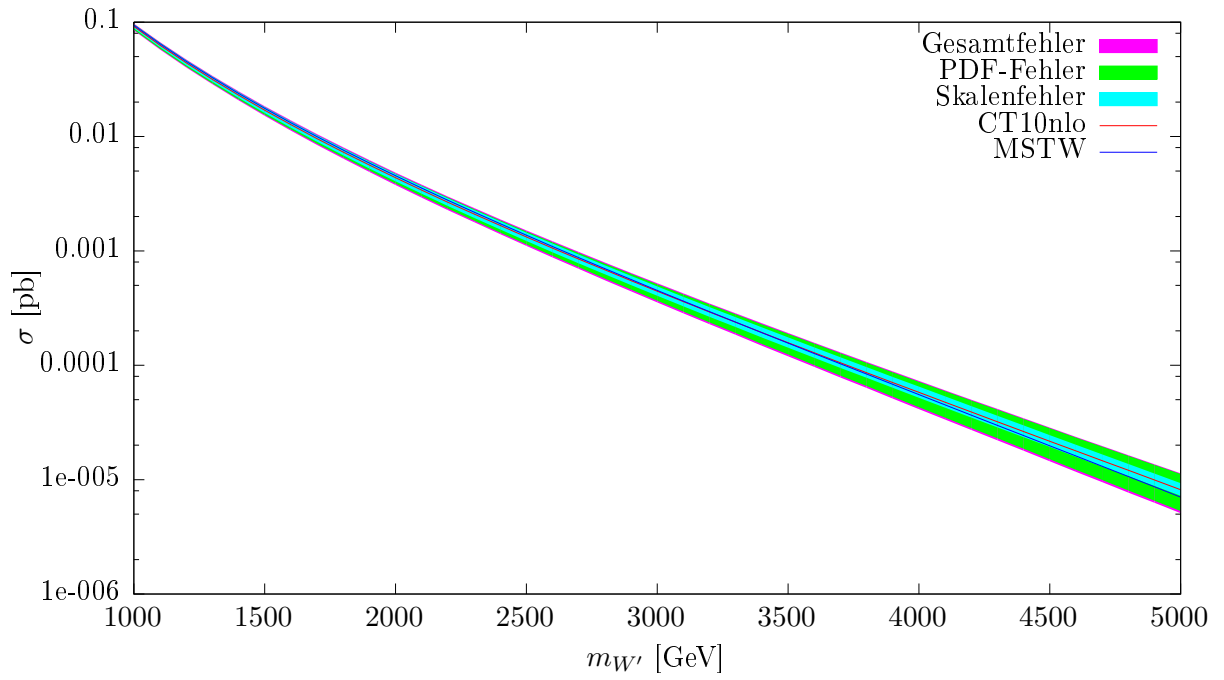
## D. Abbildungen



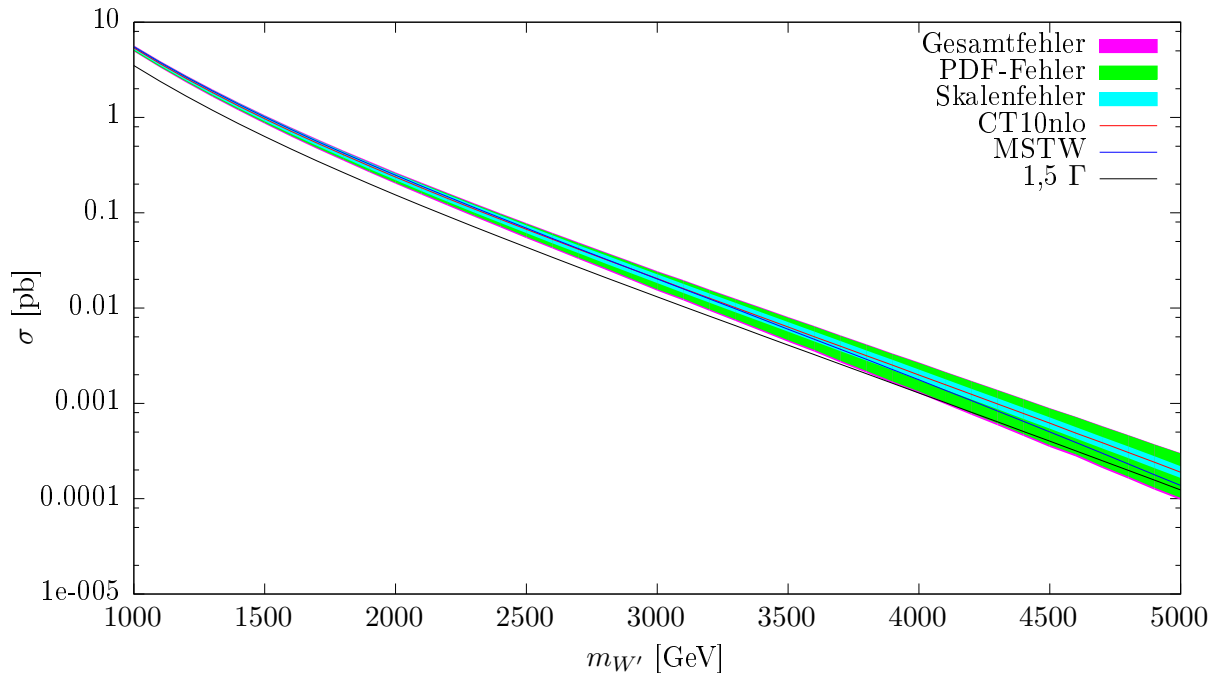
**Abbildung D.1:** *Totaler Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  für den Drell-Yan-Prozess im SM. Es wird CT10nlo verwendet. Es sind PDF- Skalen- und der totale Fehler abgebildet. Zum Vergleich sind die Ergebnisse für MSTW2008nlo dargestellt.  $Q = m_{Z'}$ ,  $\sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ ,  $\sqrt{s} \geq 3/4 m_{Z'}$ .*



**Abbildung D.2:** *Totaler Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  für den Drell-Yan-Prozess im SSM. Es wird CT10nlo verwendet. Es sind PDF- Skalen- und der totale Fehler abgebildet. Zum Vergleich sind die Ergebnisse für MSTW2008nlo dargestellt. Außerdem sind die Ergebnisse für die 1,5-fache Zerfallsbreite dargestellt.  $Q = m_{Z'}$ ,  $\sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ ,  $\sqrt{s} \geq 3/4 m_{Z'}$ .*



**Abbildung D.3:** *Totaler Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  für  $pp \rightarrow t\bar{b}$  im SM. Es wird CT10nlo verwendet. Es sind PDF- Skalen- und der totale Fehler abgebildet. Zum Vergleich sind die Ergebnisse für MSTW2008nlo dargestellt.  $Q = m_{W'}$ ,  $\sqrt{s_H} = 13$  TeV,  $\sqrt{s} \geq 3/4 m_{W'}$ .*



**Abbildung D.4:** *Totaler Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  für  $pp \rightarrow t\bar{b}$  im SSM. Es wird CT10nlo verwendet. Es sind PDF- Skalen- und der totale Fehler abgebildet. Zum Vergleich sind die Ergebnisse für MSTW2008nlo dargestellt. Außerdem sind die Ergebnisse für die 1,5-fache Zerfallsbreite dargestellt.  $Q = m_{W'}$ ,  $\sqrt{s_H} = 13 \text{ TeV}$ ,  $\sqrt{s} \geq 3/4 m_{W'}$ .*

### **Plagiatserklärung der / des Studierenden**

Hiermit versichere ich, dass die vorliegende Arbeit über

\_\_\_\_\_ selbstständig verfasst worden ist,  
\_\_\_\_\_ dass keine anderen Quellen und Hilfsmittel als die angegebenen benutzt worden sind und dass die Stellen der Arbeit, die anderen Werken – auch elektronischen Medien – dem Wortlaut oder Sinn nach entnommen wurden, auf jeden Fall unter Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht worden sind.

\_\_\_\_\_  
(Datum, Unterschrift)

Ich erkläre mich mit einem Abgleich der Arbeit mit anderen Texten zwecks Auffindung von Übereinstimmungen sowie mit einer zu diesem Zweck vorzunehmenden Speicherung der Arbeit in eine Datenbank einverstanden.

\_\_\_\_\_  
(Datum, Unterschrift)