

**Übungen zur *Mathematik für das Lehramt Physik*  
an Haupt-, Real- und Gesamtschulen**

**Blatt 12**

Abgabe bis Montag, den 14.01.2019, 10:15 Uhr

**1. Taylorreihe****8 P**

Entwickeln sie die Funktionen  $\sinh(x)$  und  $\cosh(x)$  an der Stelle  $x_0 = 0$  in Potenzreihen. Berechnen Sie dazu die Terme bis einschließlich der dritten Ordnung.

**2. Schräger Wurf****16 P**

Ein Ball wird zum Zeitpunkt  $t = 0$  unter einem Winkel  $\varphi$  mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  abgeworfen und bewegt sich unter dem Einfluss der Schwerkraft auf einer Bahnkurve, beschrieben durch die vektorwertige Funktion

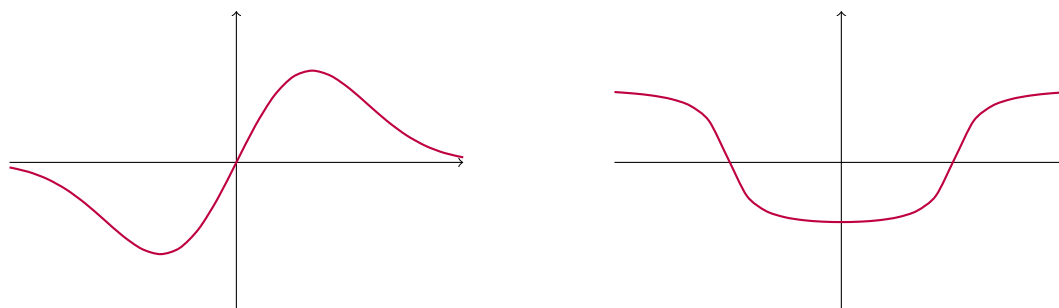
$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cos \varphi \cdot t \\ 0 \\ v_0 \sin \varphi \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Skizzieren Sie jeweils die Bewegung  $x(t)$  des Balles in horizontaler Richtung und  $z(t)$  in vertikaler Richtung. (Zur Orientierung können Sie annehmen, dass  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ ,  $\varphi = 60^\circ$  und  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .) Begründen Sie, warum die Bahn des Balles durch diese Funktionen beschrieben wird. **3 P**
- (b) Geben Sie die Höhe  $z$  des Balles in Abhängigkeit von der Weite  $x$  an, und skizzieren Sie seine Flugbahn  $z(x)$ . **2 P**
- (c) Berechnen Sie die Geschwindigkeit  $\vec{v}(t)$  des Balles und seine Beschleunigung  $\vec{a}(t)$ , sowie deren Beträge. **4 P**
- (d) Zu welcher Zeit  $t_1$  erreicht der Ball den höchsten Punkt der Bahn? Wie muss der Abwurfwinkel  $\varphi$  gewählt werden, damit die Höhe maximal wird? **3 P**
- (e) Nach welcher Zeit  $t_2$  trifft der Ball wieder auf den Erdboden auf? Wie groß ist der Betrag  $|\vec{v}(t_2)|$  der Geschwindigkeit beim Auftreffen? Wie muss der Abwurfwinkel  $\varphi$  gewählt werden, damit die Wurfweite maximal wird? Wie groß ist die maximale Wurfweite? **4 P**

### 3. Differentiation und Integration

4 P

Skizzieren Sie zu den Funktionen, deren Graphen unten dargestellt sind, jeweils die ersten Ableitungen und eine Stammfunktion.



(Achten Sie darauf, wo die Stammfunktion eine positive Steigung hat und wo eine negative.)

### 4. Integration

12 P

Bestimmen Sie zu den folgenden Funktionen jeweils eine Stammfunktion.

$$f(x) = 5x^2 - \frac{3}{x^2}$$

$$g(x) = (x - 3)^2 - 12$$

$$h(x) = \frac{x^2}{\sqrt{3x}}$$

$$j(x) = e^x - \cos x$$

$$k(x) = \frac{3}{x}$$

$$l(x) = e^{2x}$$