

**Übungen zur *Mathematik für das Lehramt Physik*
an Haupt-, Real- und Gesamtschulen**

Blatt 7

Abgabe bis Montag, den 26.11.2018, 10:15 Uhr

1. Lorentzkraft**24 P**

Wenn sich ein geladenes Teilchen mit der Geschwindigkeit \vec{v} und der Ladung q in einem Magnetfeld mit der magnetischen Flussdichte \vec{B} bewegt, so wird es durch die Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

abgelenkt.

- (a) Betrachten Sie ein Elektron mit der Ladung $q = e$, welches sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = (v_x, v_y, 0)^T$ in der x - y -Ebene bewegt. Das Magnetfeld wirkt in z -Richtung, es hat die Form $\vec{B} = (0, 0, B)^T$. Berechnen Sie die Lorentzkraft \vec{F}_L . In welche Richtungen wirkt sie? 6 P
- (b) Berechnen Sie den Betrag der Lorentzkraft $|\vec{F}_L|$ und drücken Sie diesen durch den Betrag der Geschwindigkeit $v \equiv |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ aus. 4 P
- (c) Durch die Lorentzkraft wird das Elektron auf eine Kreisbahn gezwungen, die Lorentzkraft wirkt als Zentripetalkraft 6 P

$$F_z = \frac{mv^2}{r}.$$

Dabei ist m die Masse des Elektrons und r der Radius der Kreisbahn. Berechnen Sie die Kreisfrequenz ω , welche durch

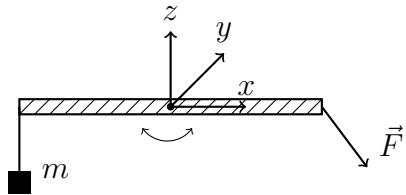
$$\omega \equiv \frac{v}{r}$$

definiert ist.

- (d) Berechnen Sie die Leistung $P = \vec{F}_L \cdot \vec{v}$, welche die Lorentzkraft verrichtet. 2 P
- (e) Berechnen Sie \vec{F}_L für den Fall, dass sich das Elektron auch in z -Richtung bewegt, also die Geschwindigkeit $\vec{v}' = (v_x, v_y, v_z)^T$ besitzt. Können Sie die Bahn des Elektrons beschreiben? 6 P

2. Drehmomente

12 P



Ein Stab der Länge $L = 1 \text{ m}$ sei in seiner Mitte um eine in y -Richtung zeigende Achse drehbar gelagert. An einem Ende des Stabes greife eine Kraft $\vec{F} = (3,0,-4)^T \text{ N}$ an (siehe Skizze).

- (a) Die Kraft \vec{F} verursacht ein Drehmoment \vec{M} . Das Drehmoment ist allgemein definiert als

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}.$$

Darin ist \vec{r} der Vektor vom Drehpunkt zum Angriffspunkt der Kraft. Berechnen Sie das auf die Mitte des Stabes bezogene Drehmoment.

- (b) Damit der Stab im Gleichgewicht ist und nicht beginnt, sich zu drehen, muss die Summe aller Drehmomente gleich $\vec{0}$ sein. Wie groß muss also eine am anderen Ende des Stabes hängende Masse m sein, um den Stab im Gleichgewicht zu halten? 6 P

3. Abbildungsmatrizen in 2D I

16 P

Gegeben sei der Vektor $\vec{v} = (v_1, v_2)^T$, welcher mit der x -Achse den Winkel β einschließt.

- (a) Durch die Drehung um den Winkel α ergibt sich der neue Vektor $\vec{a} = (a_1, a_2)^T$. 8 P
- (i) Nutzen Sie die Additionstheoreme, um a_1 und a_2 durch v_1, v_2 und den Drehwinkel α auszudrücken.
 - (ii) Leiten Sie aus den erhaltenen Formeln die Form der Drehmatrix $R(\alpha)$ her, welche $R(\alpha) \cdot \vec{v} = \vec{a}$ erfüllt.
- (b) Durch Spiegelung an einer Ursprungsgeraden, welche um den Winkel γ relativ zur x -Achse geneigt ist, ergibt sich aus \vec{v} der neue Vektor \vec{b} . 8 P
- (i) Nutzen Sie die Additionstheoreme, um b_1 und b_2 durch v_1, v_2 und den Drehwinkel γ auszudrücken.
 - (ii) Leiten Sie aus den erhaltenen Formeln die Form der Spiegelungsmatrix $S(\gamma)$ her, welche $S(\gamma) \cdot \vec{v} = \vec{b}$ erfüllt.