

**Übungen zur *Mathematik für das Lehramt Physik*
an Haupt-, Real- und Gesamtschulen**

Blatt 11

Abgabe bis Montag, den 15.01.2018, 10:15 Uhr

1. Differenzialrechnung I**27 P**Bestimmen Sie die Ableitung $f'(x) = \frac{d}{dx}f(x)$ folgender Funktionen:

- | | |
|---|-----|
| (a) $f(x) = \frac{e^{-x} + 2e^{-x}}{e^{-2x}}$ | 3 P |
| (b) $f(x) = \ln x^3 $ | 3 P |
| (c) $f(x) = x \cdot e^{-2x}$ | 3 P |
| (d) $f(x) = \sin(x) \cos(x)$ | 3 P |
| (e) $f(x) = x \tan(x)$ | 3 P |
| (f) $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 1}$ | 3 P |
| (g) $f(x) = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4$ | 3 P |
| (h) $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ | 3 P |
| (i) $f(x) = (\ln(x))^2$ | 3 P |
| (j) $f(x) = \operatorname{artanh}(x^2)$ | 3 P |

2. Kurvendiskussion**18 P**

Wir wollen eine Kurvendiskussion der Funktion

$$f(x) = -2x^3 - 5x^2 + 8x$$

durchführen und diese schließlich anhand der gewonnenen Erkenntnisse skizzieren.

- | | |
|--|-----|
| (a) Wie ist das asymptotische Verhalten der Funktion, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$? | 2 P |
| (b) Finden Sie die Nullstellen der Funktion, $f(x_N) = 0$. | 4 P |
| (c) Finden Sie die lokalen Extremstellen (Minima und Maxima) der Funktion. An diesen Stellen muss die Bedingung $f'(x_E) = 0$ erfüllt sein. Falls $f''(x_E) < 0$, handelt es sich bei dem Extremwert um ein Maximum, im Falle von $f''(x_E) > 0$ liegt ein Minimum vor. | 5 P |

Bestimmen sie auch die Funktionswerte $f(x_E)$.

- (d) Finden Sie die Wendepunkte der Funktion. Hier ist die notwendige Bedingung $f''(x_W) = 0$, die hinreichende Bedingung ist $f'''(x_W) \neq 0$.
Bestimmen Sie auch die Funktionswerte $f(x_W)$. **4 P**
- (e) Skizzieren Sie die Funktion. **3 P**

3. Zeichnung

10 P

Wir betrachten die Funktionen

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2} + \kappa|x|$$

und

$$g(x) = -\sqrt{1 - x^2} + \kappa|x|,$$

wobei $\kappa > 0$. Wir arbeiten im Reellen, beide Funktionen sind daher nur im Intervall $-1 \leq x \leq 1$ definiert.

Es gibt zwei um 0 symmetrische Maxima der Funktion $f(x)$. Bestimmen Sie diese beiden lokalen Extrema, Sie brauchen nicht den Test der hinreichenden Bedingung $f''(x_E) \neq 0$ durchzuführen.

Skizzieren Sie die beiden Funktionen in einer gemeinsamen Zeichnung, wählen Sie dafür $\kappa = 0,8$. *Hinweis:* Für $\kappa = 0$ würden Sie einen Kreis erhalten.