

**Übungen zur *Mathematik für das Lehramt Physik*
an *Haupt-, Real- und Gesamtschulen***

Blatt 11

Abgabe bis Montag, den 15.01.2018, 10:15 Uhr

1. Differenzialrechnung I**27 P**

Bestimmen Sie die Ableitung $f'(x) = \frac{d}{dx}f(x)$ folgender Funktionen:

(a) $f(x) = \frac{e^{-x} + 2e^{-x}}{e^{-2x}}$ **3 P**

(b) $f(x) = \ln|x^3|$ **3 P**

(c) $f(x) = x \cdot e^{-2x}$ **3 P**

(d) $f(x) = \sin(x) \cos(x)$ **3 P**

(e) $f(x) = x \tan(x)$ **3 P**

(f) $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 1}$ **3 P**

(g) $f(x) = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4$ **3 P**

(h) $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ **3 P**

(i) $f(x) = (\ln(x))^2$ **3 P**

(j) $f(x) = \operatorname{artanh}(x^2)$ **3 P**

2. Kurvendiskussion**18 P**

Wir wollen eine Kurvendiskussion der Funktion

$$f(x) = -2x^3 - 5x^2 + 8x$$

durchführen und diese schließlich anhand der gewonnenen Erkenntnisse skizzieren.

(a) Wie ist das asymptotische Verhalten der Funktion, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$? **2 P**

(b) Finden Sie die Nullstellen der Funktion, $f(x_N) = 0$. **4 P**

(c) Finden Sie die lokalen Extremstellen (Minima und Maxima) der Funktion. An diesen Stellen muss die Bedingung $f'(x_E) = 0$ erfüllt sein. Falls $f''(x_E) < 0$, handelt es sich bei dem Extremwert um ein Maximum, im Falle von $f''(x_E) > 0$ liegt ein Minimum vor. **5 P**

Bestimmen sie auch die Funktionswerte $f(x_E)$.

(d) Finden Sie die Wendepunkte der Funktion. Hier ist die notwendige Bedingung **4 P**
 $f''(x_W) = 0$, die hinreichende Bedingung ist $f'''(x_W) \neq 0$.
 Bestimmen Sie auch die Funktionswerte $f(x_W)$.

(e) Skizzieren Sie die Funktion. **3 P**

3. Zeichnung **10 P**

Wir betrachten die Funktionen

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2} + \kappa|x|$$

und

$$g(x) = -\sqrt{1 - x^2} + \kappa|x|,$$

wobei $\kappa > 0$. Wir arbeiten im Reellen, beide Funktionen sind daher nur im Intervall $-1 \leq x \leq 1$ definiert.

Es gibt zwei um 0 symmetrische Maxima der Funktion $f(x)$. Bestimmen Sie diese beiden lokalen Extrema, Sie brauchen nicht den Test der hinreichenden Bedingung $f''(x_E) \neq 0$ durchzuführen.

Skizzieren Sie die beiden Funktionen in einer gemeinsamen Zeichnung, wählen Sie dafür $\kappa = 0,8$. *Hinweis:* Für $\kappa = 0$ würden Sie einen Kreis erhalten.