

**Übungen zur *Mathematik für das Lehramt Physik*
an Haupt-, Real- und Gesamtschulen**

Blatt 3

Abgabe bis Montag, den 06.11.2017, 10:15 Uhr

1. Elementare Funktionen(a) Bilden Sie die Funktionen $f(x) = u(v(x))$ und $g(x) = v(u(x))$ **12 P**

(i) $u(x) = 2 + 5x, \quad v(x) = 2 - 3x$

(ii) $u(x) = \frac{1}{4+x^2}, \quad v(x) = \frac{2}{x}$

(iii) $u(x) = e^x, \quad v(x) = x^2$

(iv) $u(x) = \sqrt{x^2 + 1}, \quad v(x) = \frac{4}{x}$

(b) Bilden Sie die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ **6 P**

(i) $f(x) = -x^3 + 1$

(ii) $f(x) = \frac{3}{e^x}$

(c) Finden Sie x als Funktion von y **6 P**

(i) $y = \log_{10}(2 - x) + 3$

(ii) $y = a^x \cdot (e^x)^2$

(d) Wir betrachten die Funktion $f(x) = \frac{1}{1-x}$ **7 P**(i) Berechnen Sie die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$.(ii) Berechnen Sie die Funktion $g(x) = f(f(x))$.(iii) Skizzieren Sie $f(x)$, $f^{-1}(x)$ und $g(x)$.

2. Exponentialfunktionen und Logarithmen

(a) Schreiben Sie folgende Ausdrücke als Summen aus Logarithmen:

9 P

(i) $\ln \left(\sqrt{\frac{3x^2\sqrt{y}}{2y^2\sqrt{x}}} \right)$

(ii) $\ln \left(\frac{4}{3}xy \right)$

(iii) $\ln \sqrt[4]{c\sqrt[3]{b\sqrt{a}}}$

(b) Aus der Vorlesung kennen Sie

9 P

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

(i) Berechnen Sie explizit:

$$\cosh(x) - \sinh(x)$$

(ii) Zeigen Sie:

$$\sinh(x \pm y) = \sinh(x)\cosh(y) \pm \cosh(x)\sinh(y)$$

(iii) Formen Sie den unten stehenden Ausdruck so um, dass Sie Hyperbelfunktionen erhalten, die lediglich von x bzw. y , nicht aber von einer Kombination dieser beiden abhängig sind:

$$2 \sinh\left(\frac{x+y}{2}\right) \cosh\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

3. Trigonometrie: Gemischte Aufgaben

(a) Der Arkuscosinus $\arccos(x)$ ist die Umkehrfunktion des Cosinus, es gilt also

6 P

$$\cos(\arccos(x)) = \arccos(\cos(x)) = x.$$

Nutzen Sie die Relation

$$\sin(x)^2 + \cos(x)^2 = 1$$

um einen Ausdruck für

$$\sin(\arccos(x))$$

zu finden.

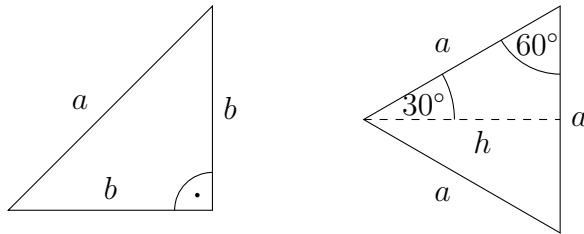
(b) Es gilt

4 P

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$

Für welche Werte von x mit $0 \leq x \leq 2\pi$ können Sie mit Hilfe dieser Information genaue Werte für $\sin(x)$ und $\cos(x)$ angeben?

- (c) Bestimmen Sie $\sin(45^\circ)$ und $\cos(45^\circ)$ mit Hilfe eines gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreiecks (siehe linkes Bild). Bestimmen Sie Sinus und Cosinus bei 30° und 60° mit Hilfe eines gleichseitigen Dreiecks. Können Sie $\sin(15^\circ)$ mit Hilfe der Ergebnisse bestimmen? 10 P



- (d) Die Teile einer Stehleiter haben eine Länge von 5m. Laut Sicherheits-Hinweis sollte der Öffnungswinkel zwischen 20° und 40° liegen, damit sie stabil steht. Bis zu welcher Höhe reicht die Leiter maximal, wenn diese Vorschrift beachtet wird? 4 P
- (e) Wir betrachten einen Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r, in dem das Dreieck MAB liegt. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks. Benutzen Sie diese Formel, um den Flächeninhalt eines regelmäßigen n-Ecks, das in dem Kreis liegt, auszurechnen. 8 P

