

**Übungen zur *Mathematik für das Lehramt Physik*  
an Haupt-, Real- und Gesamtschulen**

**Blatt 3**

Abgabe bis Montag, den 06.11.2017, 10:15 Uhr

**1. Elementare Funktionen**(a) Bilden Sie die Funktionen  $f(x) = u(v(x))$  und  $g(x) = v(u(x))$  **12 P**

(i)  $u(x) = 2 + 5x, \quad v(x) = 2 - 3x$

(ii)  $u(x) = \frac{1}{4+x^2}, \quad v(x) = \frac{2}{x}$

(iii)  $u(x) = e^x, \quad v(x) = x^2$

(iv)  $u(x) = \sqrt{x^2 + 1}, \quad v(x) = \frac{4}{x}$

(b) Bilden Sie die Umkehrfunktion  $f^{-1}(x)$  **6 P**

(i)  $f(x) = -x^3 + 1$

(ii)  $f(x) = \frac{3}{e^x}$

(c) Finden Sie  $x$  als Funktion von  $y$  **6 P**

(i)  $y = \log_{10}(2 - x) + 3$

(ii)  $y = a^x \cdot (e^x)^2$

(d) Wir betrachten die Funktion  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  **7 P**

(i) Berechnen Sie die Umkehrfunktion  $f^{-1}(x)$ .

(ii) Berechnen Sie die Funktion  $g(x) = f(f(x))$ .

(iii) Skizzieren Sie  $f(x)$ ,  $f^{-1}(x)$  und  $g(x)$ .

## 2. Exponentialfunktionen und Logarithmen

(a) Schreiben Sie folgende Ausdrücke als Summen aus Logarithmen:

9 P

(i)  $\ln \left( \sqrt{\frac{3x^2\sqrt{y}}{2y^2\sqrt{x}}} \right)$

(ii)  $\ln \left( \frac{4}{3}xy \right)$

(iii)  $\ln \sqrt[4]{c^3\sqrt{b}\sqrt{a}}$

(b) Aus der Vorlesung kennen Sie

9 P

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

(i) Berechnen Sie explizit:

$$\cosh(x) - \sinh(x)$$

(ii) Zeigen Sie:

$$\sinh(x \pm y) = \sinh(x) \cosh(y) \pm \cosh(x) \sinh(y)$$

(iii) Formen Sie den unten stehenden Ausdruck so um, dass Sie Hyperbelfunktionen erhalten, die lediglich von  $x$  bzw.  $y$ , nicht aber von einer Kombination dieser beiden abhängig sind:

$$2 \sinh \left( \frac{x+y}{2} \right) \cosh \left( \frac{x-y}{2} \right)$$

## 3. Trigonometrie: Gemischte Aufgaben

(a) Der Arkuscosinus  $\arccos(x)$  ist die Umkehrfunktion des Cosinus, es gilt also

6 P

$$\cos(\arccos(x)) = \arccos(\cos(x)) = x.$$

Nutzen Sie die Relation

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

um einen Ausdruck für

$$\sin(\arccos(x))$$

zu finden.

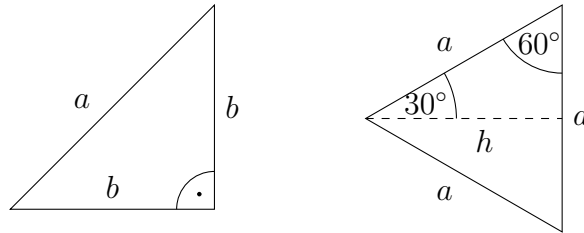
(b) Es gilt

4 P

$$\sin \left( \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}.$$

Für welche Werte von  $x$  mit  $0 \leq x \leq 2\pi$  können Sie mit Hilfe dieser Information genaue Werte für  $\sin(x)$  und  $\cos(x)$  angeben?

- (c) Bestimmen Sie  $\sin(45^\circ)$  und  $\cos(45^\circ)$  mit Hilfe eines gleichschenkligen, rechtwinkligen Dreiecks (siehe linkes Bild). Bestimmen Sie Sinus und Cosinus bei  $30^\circ$  und  $60^\circ$  mit Hilfe eines gleichseitigen Dreiecks. Können Sie  $\sin(15^\circ)$  mit Hilfe der Ergebnisse bestimmen? **10 P**



- (d) Die Teile einer Stehleiter haben eine Länge von 5m. Laut Sicherheits-Hinweis sollte der Öffnungswinkel zwischen  $20^\circ$  und  $40^\circ$  liegen, damit sie stabil steht. Bis zu welcher Höhe reicht die Leiter maximal, wenn diese Vorschrift beachtet wird? **4 P**
- (e) Wir betrachten einen Kreis mit Mittelpunkt M und Radius  $r$ , in dem das Dreieck MAB liegt. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks. Benutzen Sie diese Formel, um den Flächeninhalt eines regelmäßigen  $n$ -Ecks, das in dem Kreis liegt, auszurechnen. **8 P**

