Prof. Dr. G. Münster, S. Kuberski WS 2017/18

Übungen zur *Mathematik für das Lehramt Physik an Haupt-, Real- und Gesamtschulen*

Blatt 1 Abgabe bis Montag, den 16.10.2016, 10:15 Uhr

1. *Potenzen*

(a) Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke (dabei gilt $n \in \mathbb{N}$): **12 P**

$$0{,}3^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^4, \qquad 2^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^n \cdot x, \qquad \left(\frac{a-b}{c}\right)^{2n} \cdot \left(\frac{c}{b-a}\right)^{2n},$$

$$\mathrm{e}^{-x}\mathrm{e}^{-x+2}\mathrm{e}^{2x+3}, \qquad \frac{\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^{-2x}}{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}, \qquad \frac{1}{\mathrm{e}^{2x}} + 3\left(\mathrm{e}^{-x}\right)^2 - \left(\frac{2}{\mathrm{e}^{x}}\right)^2$$

(b) Die binomischen Formeln beliebiger Potenzen $n \in \mathbb{N}$ lassen sich mit Hilfe der Formel **8 P**

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

berechnen. Dabei wird der sogenannte Binomialkoeffizient verwendet, welcher über

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

mit der Fakultät

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

definiert ist.

- Vergewissern Sie sich zunächst, dass Sie mit dieser Formel die bekannte binomische Formel für $n = 2$, also

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

erhalten.

- Bestimmen Sie nun durch die explizite Berechnung der entsprechenden Binomialkoeffizienten die binomischen Formeln für $n = 3$ und $n = 4$.

(c) Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke soweit es geht: **6 P**

$$(x^{1/3} - y^{1/3})(x^{2/3} + (xy)^{1/3} + y^{2/3}), \qquad -\left(\frac{1}{8}\right)^{4/3} - \sqrt[3]{(-27)^{-2}},$$

$$\sqrt[4]{x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1}$$

2. ***Gleichungen und Zahlbereiche***

(a) Machen Sie bei den folgenden Ausdrücken den Nenner rational: **6 P**

$$\frac{3}{\sqrt[3]{2}}, \qquad \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}, \qquad \frac{x+y}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}}, \qquad \frac{x}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$$

(b) Finden Sie die Lösungen der folgenden Gleichungen, für die $x \in \mathbb{N}$ gilt: **12 P**

$$20x^2 + 5x = 0, \qquad x^2 - 9x + 14 = 0,$$

$$2 + 2x = \frac{x+1}{x-1}, \qquad -2x + 2 - (x+1)(x-1) + x^2 = -1,$$

$$x(x^2 - 4) = 0, \qquad (x-1)(x^2 - 2\sqrt{2}x + 2) = 0$$

(c) Finden Sie nun alle reellen Lösungen: **8 P**

$$(x^2 - 2\sqrt{2}x)(x-2) = 4 - 2x,$$

$$2x + \sqrt{25 - x^2} = 0$$

(d) Finden Sie alle rellen Lösungen der Gleichung **4 P**

$$x^2 - 6x + 4a = 0$$

für die folgenden Fälle:

$$a = 0, \qquad a = -4, \qquad a = 4, \qquad a = 1$$

(e) Für welche Werte des Parameters λ hat die quadratische Gleichung **4 P**

$$\lambda x^2 - 4x + 1 = 0$$

reelle Lösungen?

3. ***Stellenwertsysteme***

Wir betrachten das Dual-, das Dezimal- und das Hexadezimalsystem.

(a) Schreiben Sie die Zahl in den Darstellungen zur Basis 2 und zur Basis 16: **6 P**

$$(1023)_{10}$$

(b) Schreiben Sie die Zahl in den Darstellungen zur Basis 10 und zur Basis 16: **6 P**

$$(111110100)_2$$

(c) Schreiben Sie die Zahl in der Darstellung zur Basis 10: **4 P**

$$(1\text{AFFE})_{16}$$