

Übungen zur Atom- und Quantenphysik (SS 2018)

Prof. Dr. G. Münster, Jun.-Prof. Dr. C. Schuck; Koordinator: Dr. J. Salomon

Übungsblatt 1

Abgabe: 19.04.2018, Besprechung: 24./25.04.2018

Aufgabe 6: de Broglie-Wellenlänge (4 Punkte)

- Ein freies Elektron habe eine Energie $E=150$ eV. Wie groß ist seine de Broglie-Wellenlänge? Um wieviel kleiner ist die Wellenlänge eines Elektrons, welches im LEP bei CERN beschleunigt wurde? *Hinweis:* Informationen über LEP finden Sie zum Beispiel in Wikipedia. Gehen Sie von der zuletzt erreichten Energie aus.
- Welche de Broglie-Wellenlänge hat Ihr Professor ($m = 78$ kg) samt Fahrrad ($m = 15$ kg), wenn er auf dem Fahrrad mit einer Geschwindigkeit von 14 km/h fährt? Wie schnell müsste er gehen, wenn beim Eintreten in den Hörsaal sein 1. Beugungsmaximum am seitlichen Ende der Tafel (Winkel: 20°) liegen soll? (Skizze!) Nehmen Sie den Professor als punktförmiges Objekt an. Die Tür habe eine Breite von 1 m.

Aufgabe 7: Eigenschaften eines Gauß'schen Wellenpaketes (7 Punkte)

Ein Wellenpaket werde zur Zeit $t = 0$ durch $\psi(x, 0) = A \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2} + ik_0x\right)$ beschrieben.

- Stellen Sie $\psi(x, 0)$ als Überlagerung ebener Wellen dar.
- Welcher Zusammenhang besteht qualitativ zwischen den Breiten der beiden Wellenpakete im Ortsraum bzw. im k -Raum?
- Berechnen Sie mit Hilfe der Dispersionsbeziehung für de Broglie-Wellen die Funktion $\psi(x, t)$. (Nach erfolgter Integration muss das Argument in der auftretenden Exponentialfunktion nicht vereinfacht werden.)

Aufgabe 8: Dreieckiges Wellenpaket (5 Punkte)

Gegeben sei

$$\psi(x) = \begin{cases} \frac{x}{a} & \text{für } 0 \leq x \leq a, \\ \frac{(b-x)}{(b-a)} & \text{für } a \leq x \leq b, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

wobei a und b Konstanten sind. Wir wollen $Q = \int \rho(x) dx$ betrachten, wobei die „Dichte“ $\rho(x)$ durch $\rho(x) = \psi^*(x)\psi(x)$ gegeben ist.

- Skizzieren Sie $\psi(x)$ als Funktion von x .
- Berechnen Sie Q als Funktion von a und b .
- Welcher Anteil von Q ist links von a zu finden?
- Berechnen Sie den „Schwerpunkt“ von Q , d. h. $\int x\rho(x) dx$.

Aufgabe 9: Stromdichte und Wellenfunktion (5 Punkte)

Gegeben sei die Stromdichte $\vec{j} = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im}(\psi^* \nabla \psi)$.

- a) Berechnen Sie \vec{j} für die Wellenfunktion $\psi_1 = \frac{a}{r} e^{\pm i \vec{k} \vec{r}}$.
- b) Berechnen Sie \vec{j} für die Wellenfunktion $\psi_2 = \frac{a}{r} e^{\pm i k r}$. Wie groß ist der Gesamtstrom, der aus der Kugel mit Radius R fließt?