

## Aufgabe 6: de Broglie-Wellenlänge (4 Punkte)

- a) Ein freies Elektron habe eine Energie  $E=150$  eV. Wie groß ist seine de Broglie-Wellenlänge? Um wieviel kleiner ist die Wellenlänge eines Elektrons, welches im LEP bei CERN beschleunigt wurde? *Hinweis:* Informationen über LEP finden Sie zum Beispiel in Wikipedia. Gehen Sie von der zuletzt erreichten Energie aus.
- b) Welche de Broglie-Wellenlänge hat Ihr Professor ( $m = 78$  kg) samt Fahrrad ( $m = 15$  kg), wenn er auf dem Fahrrad mit einer Geschwindigkeit von 14 km/h fährt? Wie schnell müsste er gehen, wenn beim Eintreten in den Hörsaal sein 1. Beugungsmaximum am seitlichen Ende der Tafel (Winkel:  $20^\circ$ ) liegen soll? (Skizze!) Nehmen Sie den Professor als punktförmiges Objekt an. Die Tür habe eine Breite von 1 m.

## Aufgabe 7: Eigenschaften eines Gauß'schen Wellenpaketes (7 Punkte)

Ein Wellenpaket werde zur Zeit  $t = 0$  durch  $\psi(x, 0) = A \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2} + ik_0x\right)$  beschrieben.

- a) Stellen Sie  $\psi(x, 0)$  als Überlagerung ebener Wellen dar.
- b) Welcher Zusammenhang besteht qualitativ zwischen den Breiten der beiden Wellenpakete im Ortsraum bzw. im  $k$ -Raum?
- c) Berechnen Sie mit Hilfe der Dispersionsbeziehung für de Broglie-Wellen die Funktion  $\psi(x, t)$ . (Nach erfolgter Integration muss das Argument in der auftretenden Exponentialfunktion nicht vereinfacht werden.)

## Aufgabe 8: Dreieckiges Wellenpaket (5 Punkte)

Gegeben sei

$$\psi(x) = \begin{cases} \frac{x}{a} & \text{für } 0 \leq x \leq a, \\ \frac{(b-x)}{(b-a)} & \text{für } a \leq x \leq b, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

wobei  $a$  und  $b$  Konstanten sind. Wir wollen  $Q = \int \rho(x) dx$  betrachten, wobei die „Dichte“  $\rho(x)$  durch  $\rho(x) = \psi^*(x)\psi(x)$  gegeben ist.

- a) Skizzieren Sie  $\psi(x)$  als Funktion von  $x$ .
- b) Berechnen Sie  $Q$  als Funktion von  $a$  und  $b$ .
- c) Welcher Anteil von  $Q$  ist links von  $a$  zu finden?
- d) Berechnen Sie den „Schwerpunkt“ von  $Q$ , d. h.  $\int x\rho(x) dx$ .

**Aufgabe 9: Stromdichte und Wellenfunktion (5 Punkte)**

Gegeben sei die Stromdichte  $\vec{j} = \frac{\hbar}{m} \text{Im}(\psi^* \nabla \psi)$ .

- a) Berechnen Sie  $\vec{j}$  für die Wellenfunktion  $\psi_1 = \frac{a}{r} e^{\pm i \vec{k} \vec{r}}$ .
- b) Berechnen Sie  $\vec{j}$  für die Wellenfunktion  $\psi_2 = \frac{a}{r} e^{\pm i k r}$ . Wie groß ist der Gesamtstrom, der aus der Kugel mit Radius  $R$  fließt?