
Hinweise zum Übungsbetrieb:

Ab **01.06.2017** müssen die Abgaben per E-Mail an

`Sebastian Engelnkemper`
`engelnkemper@uni-muenster.de`
Betreff: `[Numerik-Abgabe] Blatt x - Name`

gesendet werden. Die Abgaben sollen aus dem verwendeten Programm-Code und einem pdf-Dokument bestehen, in welchem auch Bilder der Simulationsergebnisse gezeigt werden.
Fragen zu den Übungen können ebenfalls an diese Adresse gesandt werden, bitte mit dem Betreff `[Numerik-Frage] ....`

Aufgabe 1: Swift-Hohenberg-Gleichung

Lösen Sie die zweidimensionale Swift-Hohenberg-Gleichung

$$\partial_t \psi = \epsilon\psi - (\nabla^2 + 1)^2\psi + \delta\psi^2 - \psi^3,$$

$\psi = \psi(x, y, t)$ mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet $[0, 32] \times [0, 32]$. Die Anfangsbedingung ist durch die homogene Lösung $\psi = 0$ zuzüglich Rauschen kleiner Amplitude gegben. Betrachten Sie die Fälle:
a) Streifen: $\epsilon = 0.3$, $\delta = 0$;

b) Hexagone: $\epsilon = 0.1$, $\delta = 1$.

Aufgabe 2: Swift-Hohenberg-Gleichung: Bistabilität

Lösen Sie die zweidimensionale Swift-Hohenberg-Gleichung

$$\partial_t \psi = \epsilon\psi - (\nabla^2 + 1)^2\psi + \delta\psi^2 - \psi^3,$$

$\psi = \psi(x, y, t)$ für $\epsilon = 0.2$ und $\delta = 0.5$ mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens. Die Anfangsbedingung ist durch $\psi(x, y, 0) = \sin(1.178\, x)$ zuzüglich Rauschen kleiner Amplitude gegeben.

Aufgabe 3: Zigzag- und Eckhaus-Instabilitäten

Lösen Sie die zweidimensionale Swift-Hohenberg-Gleichung

$$\partial_t \psi = \epsilon\psi - (\nabla^2 + 1)^2\psi + \delta\psi^2 - \psi^3,$$

$\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{r} = (x, y)$ mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet $\mathbf{r} \in [0, 32] \times [0, 32]$ für den Fall $\epsilon = 0.3$ und $\delta = 0$.
a) Zigzag-Instabilität: Die Anfangsbedingung ist durch Streifen mit der Wellenzahl $k = 0.88357$ zuzüglich Rauschen kleiner Amplitude gegeben.

b) Eckhaus-Instabilität: Die Anfangsbedingung ist nun durch Streifen mit der Wellenzahl $k = 1.178$ plus Rauschen kleiner Amplitude gegeben.

Aufgabe 4:

Lösen Sie nun die zweidimensionale Swift-Hohenberg-Gleichung in der Form

$$\partial_t \psi = \epsilon\psi - (\nabla^2 + 1)^2\psi + \bar{\epsilon}(\mathbf{r})\psi + \delta\psi^2 - \psi^3,$$

wobei $\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{r} = (x, y)$ und

$$\bar{\epsilon}(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0, & \mathbf{r} \in G, \\ -3\epsilon, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Hinweis: Verwenden Sie ein Pseudospektralverfahren, so dass die fouriertransformierte Evolutionsgleichung die Form

$$\dot{\psi} - (\epsilon - (1 - k^2)^2)\psi = \mathcal{F}(\bar{\epsilon}\psi + \delta\psi^2 - \psi^3)$$

besitzt. Betrachten Sie ein kreisförmiges und elliptisches Gebiet G.
Parameter: siehe Aufgabe 1 (a, b).

Aufgabe 5: Quadrate

Lösen Sie nun die Gleichung in der Form

$$\partial_t \psi = \epsilon\psi - (\nabla^2 + 1)^2\psi - b\,\psi^3 - c\,\psi\,\Delta^2(\psi^2),$$

wobei $\psi = \psi(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{r} = (x, y)$ mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens für $\epsilon = 0.1$, $c = \frac{1}{16}$ und

a) $b = 0$,

b) $b = -0.1$.