Blatt 1

Hinweise zum Übungsbetrieb:

Der reine Besuch der Vorlesung wird mit 2 LP angerechnet. Werden auch die Übungen ($\geq$ 70%) bearbeitet, werden 3 LP angerechnet. Hierfür müssen die Lösungen der Übungsaufgaben jeweils vor der nächsten Vorlesung eingereicht werden. Bei Bedarf kann auch eine Benotung anhand der Übungsabgaben erfolgen. Abgaben müssen per E-Mail an

Markus Wilczek
markuswilczek@uni-muenster.de
Betreff: [Numerik-Abgabe] Blatt x - Name

gesendet werden. Die Abgaben sollen aus dem verwendeten Programm-Code und einem pdf-Dokument bestehen, in welchem auch Bilder der Simulationsergebnisse gezeigt werden.

Fragen zu den Übungen können ebenfalls an diese Adresse gesandt werden, bitte mit dem Betreff [Numerik-Frage] ....

Die vorgesehene Programmiersprache für diese Vorlesung ist Python. Fragen zu Implementierungen in anderen Sprachen können nur begrenzt beantwortet werden.

Aufgabe 1: Anwendung der Fourier-Transformation zur Berechnung von Ableitungen

Machen Sie sich mit der Funktionsweise der Fourier-Transformation vertraut. Betrachten Sie hierzu die Funktionen

$$f(x) = \sin(x), \quad x \in [0, 2\pi[, \tag{1}$$

$$g(x) = e^{-(x-\pi)^2}. \tag{2}$$

Die *Fast Fourier Transform* (FFT) eines Feldes "b" kann aus dem Paket numpy (np) in Python aufgerufen werden mit `np.fft.fft(b)` und die Rücktransformation durch `np.fft.ifft(b)`.

a) Berechnen Sie die Fourier-Transformierten von $f(x)$ und $g(x)$ mit Hilfe der FFT und überprüfen Sie, ob nach Anwendung der Rücktransformation wieder die ursprüngliche Funktion erhalten wird.

b) Vergleichen Sie das Ergebnis der FFT aus a) mit ihrer Erwartung. Machen Sie sich hierzu mit der Anordnung der Fourier-Moden im Ergebnis vertraut.

c) Berechnen Sie die Ableitung $\frac{d}{dx}g(x)$ durch Ausnutzung der Relation $\mathcal{F}\left[\frac{d}{dx}g(x)\right] = ik\,\mathcal{F}\left[g(x)\right]$. Zur Erzeugung des dazu nötigen k-Arrays bietet sich die Funktion `np.fft.fftfreq()` an.