Universität
Münster

Physikalisches
Institut

Anleitung zu den Experimentellen Übungen zur Physik

Wintersemester 2024

für
Lehramtskandidaten BA(HRSGe)

- Vollständige Anleitung -

Praktikum.im.Physikalischen.Institut@uni-muenster.de
http://physik-praktikum.uni-muenster.de

Auflage 10/2024

Praktikumsleitung

Prof. Dr. H. F. Arlinghaus
Dr. D. Lipinsky

Praktikumsorganisation

David Baumeier
Florian Trittmaack
Raum 105 Physikalisches Institut
Wilhelm-Klemm-Str. 10
48149 Münster
Tel. +49-(0)-251-83-33617
Fax +49-(0)-251-83-36351
E-Mail: **Praktikum.im.Physikalischen.Institut@uni-muenster.de**
Internet: **http://physik-praktikum.uni-muenster.de**

Vertretung:
Rainer Metzdorf, Raum 101 (Elektronik-Werkstatt)

Inhaltsverzeichnis

I Praktikumsordnung und Organisation 3
II Hilfsmittel zur Vorbereitung und Versuchsdurchführung 11

Messen und Auswerten

1 Messung, Auswertung und Unsicherheitsbetrachtung . . **23**
2 Reaktionszeit **43**

Mechanik 1

3/4 Kräfte und Schwingungen **47**

Optik 1

9/10 Geometrische Optik und Auge **67**

Optik 2

11 Photometer **87**
12 Polarimeter **97**

Elektrizitätslehre 1

13/14 Elektrischer Widerstand und Kirchhoffsche Regeln . . **109**

Akustik

17/18 Ultraschall in Reflexion und Transmission **127**

Anhang

Literaturhinweise **151**
Lösungen der Übungsaufgaben **152**

I

Praktikumsordnung und Organisation

I.1 Lernziele

Das Physikalische Praktikum für Nebenfachstudenten soll den Stoff der Kursvorlesung ergänzen, vertiefen und in die Grundlagen physikalischer Messtechniken, einschließlich Diskussion der Messergebnisse einführen. Der Fokus liegt also auf dem Erlernen der Durchführung von Experimenten. Hierzu ist es erforderlich, dass Sie zur **Vorbereitung** auf die Versuchstage den **Inhalt des Versuchsskripts kennen** und die darin gestellten Fragen zum Versuch beantworten können. Zweck der experimentellen Übungen ist es also **nicht**, die aus der Vorlesung bekannten theoretischen Grundlagen erst während des Versuchstages zu erlernen, **sondern** die **zuvor** erarbeiteten theoretischen Grundlagen experimentell zu überprüfen.
Dazu gehört auch, dass Sie (siehe hierzu die Kapitel **„Basisgrößen und Basiseinheiten“** und **„Mathematische Vorbemerkungen“**)

- angeben können, was eine physikalische Größe ist,
- Größengleichungen umformen und mit Potenzen, Wurzeln, Logarithmen, trigonometrischen Funktionen sowie Exponentialfunktionen umgehen können und
- Funktionen darstellen können.

Darüber hinaus sollen Sie sich durch die Vorbereitung auf den jeweiligen Versuchstag

- mit der Funktion der im Versuch vorkommenden Geräte, Instrumente und Bauelemente vertraut machen und
- angeben können, wie die Experimente durchgeführt werden sollen, d.h.
  - die Messgleichung sowie die Definitionen und Einheiten der darin vorkommenden Größen angeben können und
  - den Bezug zwischen Messgleichung und Versuchsaufbau herstellen können.

Nach Durchführung der Versuche sollen Sie in der Lage sein

- angeben zu können, wie die Messwerte protokolliert wurden und wie die Auswertung erfolgte,
- das Versuchsergebnis inklusive korrekter Einheit angeben und die Ergebnisse kritisch diskutieren können. Ohne Angabe der physikalischen Einheit fehlt dem Ergebnis eine wichtige Information und ist daher unvollständig.

Dabei sollen Sie erlernen (siehe das Kapitel **II**.2 **„Darstellung der Versuchsergebnisse“**)

- wie Beobachtungen und Messungen vollständig und übersichtlich protokolliert werden, (dafür angemessene Darstellungsformen wählen können),
- was ein Versuchsprotokoll im Allgemeinen enthalten soll,
- wie die Ergebnisse eines Experiments zusammenfassend dargestellt werden können,
- wie die Ergebnisse bewertet und eingeordnet werden können, das heißt, ob sie den theoretischen Grundlagen entsprechen beziehungsweise in wie weit sie von eventuell gegebenen Literaturwerten abweichen und welche Gründe es für solche Abweichungen geben kann.

I.2 Laborordnung und Sicherheitshinweise

Das „Physikalische Praktikum für Nebenfächler“ ist mit erheblichem organisatorischem Aufwand verbunden. Jährlich nehmen daran etwa 850 Studierende aus vier unterschiedlichen Fachbereichen teil. Damit das Praktikum überhaupt gelingen kann, d.h. damit Sie als Praktikantin/Praktikant davon profitieren können, ist es notwendig, dass gewisse Regeln strikt eingehalten werden. Im Sinne Ihrer eigenen Sicherheit gehören dazu auch die Arbeitsschutzbestimmungen.

I.2.1 Allgemeines Verhalten im Praktikum

1. Die vorgegebene Gruppeneinteilung ist verpflichtend. Ein Wechsel in eine andere Praktikumsgruppe ist nur in Ausnahmefällen nach Rücksprache mit **Herrn Baumeier oder Herrn Trittmaack** (Kontakt siehe Impressum) möglich.
2. Die Praktikanten haben sich in den Praktikumsräumen so zu verhalten, dass Personen nicht gefährdet sowie Einrichtungen, Geräte und Versuchsaufbauten nicht beschädigt werden.
3. Die von den betreuenden Assistenten, vom Praktikumspersonal sowie in den Versuchsanleitungen gegebenen Hinweise zur Handhabung der Geräte und Versuchsanordnungen sind unbedingt zu beachten.
4. Auftretende Störungen und Unregelmäßigkeiten bei der Durchführung der Versuche, Beschädigungen und Funktionsstörungen an Geräten und Einrichtungen sowie Unfälle sind sofort zu melden. Es ist nicht zulässig Geräte selbst zu reparieren!

5. Für fahrlässig verursachte Schäden an Geräten und Arbeitsmaterialien können die Praktikanten haftbar gemacht werden.
6. Den Praktikanten steht jeweils nur die am Arbeitsplatz befindliche Ausrüstung zur Verfügung. Es ist nicht gestattet, Geräte von fremden Arbeitsplätzen zu benutzen.
7. Nach Beendigung des Versuches ist der Arbeitsplatz aufgeräumt und sauber zu hinterlassen. Haben Sie einen PC benutzt, so müssen Sie diesen wieder herunter fahren.
8. Essen und Trinken ist in den Praktikumsräumen nicht erlaubt. Rauchen ist im gesamten Praktikum (auch im Flur vor den Praktikumsräumen) untersagt.
9. Die Benutzung von Kommunikationsgeräten (wie z.B. Handys, Tablets, etc.) ist in den Praktikumsräumen untersagt!
10. Das Praktikum beginnt pünktlich zu der im Stundenplan angegebenen Zeit. Wer so spät kommt, dass bis zum **Ende der Eingangsfrage** (s. Kontrolle der Vorbereitung) nicht die erforderliche Anzahl richtiger Fragen abgegeben werden kann, wird an diesem Tag von der Versuchsdurchführung ausgeschlossen.
11. Für einen erfolgreichen Abschluss müssen Sie alle Praktikumstermine wahrnehmen. In dringenden Fällen sowie bei Krankheit können nach schnellstmöglicher Rücksprache mit Herrn Baumeier oder Herrn Trittmaack wenn möglich Ersatztermine innerhalb der regulären Zeiten des Physikpraktikums vereinbart werden.
12. Nachholtermine, die aufgrund mangelhafter Vorbereitung (s. Kontrolle der Vorbereitung) erforderlich werden, werden ebenfalls von Herrn Baumeier und Herrn Trittmaack koordiniert und finden im Anschluss an die reguläre Praktikumszeit statt.

I.2.2 Umgang mit elektrischen Schaltungen

1. Elektrische Schaltungen müssen vor der Inbetriebnahme vom zuständigen Assistenten überprüft werden!
2. Der Auf- und Abbau elektrischer Schaltungen hat stets im spannungslosen Zustand zu erfolgen (Stromversorgungsgeräte aus, Batterien und Steckernetzteile nicht angeschlossen).
3. Bei elektrischen Messgeräten ist auf die richtige Polung, auf die Einstellung des richtigen Messbereiches und die Verwendung der richtigen Messeingänge zu achten. (Überlastungsgefahr!)
4. Unter Spannung stehende Anlagen müssen ständig überwacht werden.
5. Bei Versuchsaufbauten mit elektrischen Spannungen müssen mindestens zwei Personen im Praktikumsraum anwesend sein.
6. In Notfällen muss die gesamte Netzspannung im Praktikumsraum abgeschaltet werden (Notausschalter: roter Tastschalter in jedem Raum). Ein Unfall muss unverzüglich gemeldet werden.

I.2.3 Umgang mit Chemikalien

Nach Beendigung des Versuches sind alle verwendeten Chemikalien in den bereitgestellten Entsorgungsbehältern zu entsorgen. Wasser und Salzlösungen können im Abfluss entsorgt werden.

I.2.4 Laserschutz

In den Praktikumsversuchen zur Optik kommen zum Teil Laser zum Einsatz. Laser emittieren stark gerichtete Strahlung mit hoher Intensität, die Schäden an biologischem Gewebe und insbesondere am Auge verursachen kann. Im Umgang mit Lasern sind daher besondere Verhaltensregeln zu beachten:

1. Niemals direkt in den Laserstrahl sehen!
2. Niemals mit reflektierenden Gegenständen im Strahlengang hantieren! Uhren und Schmuck müssen abgelegt werden!
3. Niemals den Kopf auf Strahlhöhe halten!
4. Laser nur einschalten, wenn sie auf dem Tisch liegen!
5. Wird der Laser für die weitere Durchführung nicht mehr benötigt, so ist dieser auszuschalten!
6. Beim Umbau der Versuchsaufbauten muss der Laser ausgeschaltet werden!
7. Um sich selbst und andere Anwesende nicht zu gefährden sind unsachgemäße Handhabung und „Spielereien“ mit dem Laser zu unterlassen!

Den Anweisungen der Beschäftigten im Praktikum ist Folge zu leisten. Bei Zuwiderhandlung sowie Nichtbeachtung der Laborordnung oder der Sicherheitshinweise entscheidet die Praktikumsleitung über einen möglichen Ausschluss vom Praktikum!

I.3 Allgemeine Hinweise

Neben dem Besuch einer Vorlesung und der Benutzung eines Lehrbuch, ist diese Anleitung als Arbeitshilfe für die experimentellen Übungen gedacht. Die mit einem Stern (*) versehenen Abschnitte sind zur Vervollständigung eingefügt. Sie betreffen praxisübliche Anwendungen, werden zum Versuch aber nicht benötigt. Alle Fragen im Praktikum und in den Prüfungen beziehen sich auf den technisch-wissenschaftlich einfachsten Fall, sofern nicht ausdrücklich auf Besonderheiten hingewiesen wird. Einflussgrößen von nachrangiger Bedeutung sind zu vernachlässigen.

Beispiele:

- Salzlösung: Wasser ist Lösungsmittel.
- Freier Fall: Reibung wird nicht berücksichtigt.
- Strömungswiderstand: kreisförmiger Querschnitt, Flüssigkeit inkompressibel, laminare Strömung, Temperatur konstant, Viskosität konstant.

- Kapillarität: kreisförmiger Querschnitt, Viskosität ohne Einfluss.

I.4 Organisation und Versuchsdurchführung

Die erfolgreiche Versuchsdurchführung setzt ein gründliches Studium des Skripts vor Praktikumsbeginn voraus. Die zusätzliche Benutzung eines Lehrbuchs der Physik wird dazu empfohlen. Die Praktikumsanleitung ist somit nicht als alleinige Grundlage der Vorbereitung auf das Praktikum gedacht. Für die Teilnahme am Praktikum gilt die Praktikumsordnung.

I.4.1 Organisation

Das Praktikum erstreckt sich über acht Versuchstage. Für einen Versuchstag sind drei Zeitstunden vorgesehen. Im Anschluss an das Praktikum findet eine Abschlussklausur statt.
Die Versuche beginnen pünktlich (sine tempore (s.t.)) zu der jeweils angegebenen Uhrzeit.
Der Versuchstag baut sich aus zwei Teilen auf: Eingangstest und Versuchsvorbesprechung sowie Versuchsdurchführung mit Auswertung. Die Versuchsprotokolle werden während des Versuchstages erstellt und von den Assistenten bewertet.
Für die Vorbereitung, Durchführung und Nachbereitung erhalten Sie mit diesem Skript zu jedem Versuch eine ausführliche schriftliche Anleitung. Achten Sie darauf, dass Sie die **derzeit gültige Version der Praktikumsanleitung** benutzen (siehe Einband der Praktikumsanleitung).
Außerdem erhalten Sie eine **Teilnehmerkarte**, die zu allen Versuchstagen mitzubringen ist und auf der die durchgeführten Aufgaben testiert werden (An- und Abtestat).

Sie benötigen darüber hinaus:

- **Zeichenmaterial** (Stifte, Lineal, Geodreieck) zur Bearbeitung von Diagrammen
- **Taschenrechner** (Bitte üben Sie schon vor dem Beginn des Praktikums den Umgang mit Ihrem Taschenrechner anhand der Gebrauchsanleitung.)
- **DIN A4-Ordner**, in dem Sie alle anzufertigenden Protokolle aus den Anleitungen **(mit Ihrem Namen versehen)** abheften.

Bei Fragen organisatorischer Art sind **Herr Baumeier und Herr Trittmaack** (Kontakt siehe Impressum) Ihre **alleinigen Ansprechpartner**.

I.4.2 Hinweise zur Versuchsdurchführung

Es gilt Anwesenheitspflicht bei den Versuchsterminen. Es ist erforderlich, dass sich jeder Studierende an seinem Arbeitsplatz aufhält und diesen nur wenn notwendig verlässt.

Vorbereitung

Die Studierenden müssen sich anhand der Anleitungen - u.U. unter Zuhilfenahme eines Lehrbuches - auf die physikalischen Grundlagen des jeweiligen

Versuches soweit vorbereiten, dass eine **aktive und erfolgreiche Teilnahme** an der Praktikumsübung gewährleistet ist.
Jeder Teilnehmer muss so vorbereitet sein, dass **er die Grundlagen des Versuchs klar darlegen kann.** Hierzu zählen sowohl die theoretischen Grundlagen als auch die Versuchsdurchführung. **Ebenfalls sind die in grauen Kästen hinterlegten Übungen vor Versuchsbeginn (zu Hause) zu bearbeiten.** Die Überprüfung der Versuchsvorbereitung erfolgt **schriftlich und mündlich. Mangelhafte Vorbereitung führt zum Ausschluss am Versuchstag!**

Kontrolle der Vorbereitung

Zu Beginn jedes Praktikumstages wird ein **schriftlicher Eingangstest** durchgeführt (multiple choice, 5 Antwortmöglichkeiten pro Frage, nur eine Antwort ist richtig). Zur Vorbereitung auf den Eingangstest dienen zur Orientierung die im Kapitel **„Übungsaufgaben zur Vorbereitung auf die Eingangstests und die Abschlussklausur“** zu jedem Praktikumstag angegeben Fragen (siehe Anhang).
Der Test umfasst 6 Fragen zu den Grundlagen bei einer Gesamtdauer von 12 Minuten. Taschenrechner und die Praktikumsanleitung („Anleitung zu den experimentellen Übungen zur Physik“) dürfen zur Hilfe genommen werden. Zusätzliches „Schmierpapier“ darf nicht benutzt werden. Das Ergebnis wird auf der Teilnehmerkarte dokumentiert.
Der Test gilt als bestanden, wenn mindestens 3 der 6 Fragen richtig beantwortet wurden. **Nichtbestehen führt zum Ausschluss vom Praktikumstag und es ist mit Herrn Baumeier ein Nachholtermin zu vereinbaren.**
Wer durch Zuspätkommen den Test versäumt, kann an dem betreffenden Tag den Versuch nicht durchführen.

Versuchsdurchführung

Das Bestehen des Eingangstests zu Beginn des Praktikums (siehe oben) ist Voraussetzung für die Zulassung zum Versuch.
Anschließend finden Vorgespräche mit dem betreuenden Assistenten statt, in denen die Studierenden anhand der benötigten Grundlagen im Dialog mit dem Assistenten in die praktische Durchführung der einzelnen Übungsteile eingeführt werden.
Die praktische Durchführung der Praktikumsversuche erfolgt in der Regel in 2er-Gruppen. Während der Versuchsdurchführung werden die Studierenden durch die Assistenten betreut. Es werden von den Studierenden die apparativen und gemessenen Daten in einem Messprotokoll festgehalten.
Die Versuchsdurchführung sollte als selbständig erbrachte Leistung erkennbar sein. Zeigt sich in der Versuchsdurchführung ein erheblicher Mangel an Vorbereitung oder fehlende Aktivität einzelner Gruppenmitglieder, so kann der Assistent **auch trotz bestandenen Eingangstests** für diese Personen die Versuchsdurchführung für gescheitert erklären.
Die Verwendung von aus Altprotokollen entnommenen Messwerten zur „Vereinfachung“ oder „Verkürzung“ der Versuchsdurchführung wird als Betrugsversuch gewertet.
In diesem Fall entscheidet die Praktikumsleitung über einen Ausschluss vom Praktikum!

Das Originalmessprotokoll wird vom zuständigen Assistenten unterschrieben.

Jede Gruppe hat ihren Versuchsplatz sauber und aufgeräumt zu hinterlassen.

Protokollführung

Die Versuchsauswertung entsprechend der Versuchsanleitung wird, wenn möglich, während der Praktikumszeit durchgeführt. Jeder Student führt ein eigenes Protokoll. Es wird empfohlen sich der Protokollvordrucke zu bedienen. Die Protokollabgabe soll möglichst am Praktikumstag, ansonsten spätestens eine Woche später erfolgen.
Das Protokoll soll so angelegt sein, dass (in Verbindung mit der Versuchsanleitung) auch noch nach Jahren verständlich wird, welche Aufgaben im Einzelnen wie und mit welchen Ergebnissen durchgeführt wurden.
Protokolle werden mit Tinte oder mit Kugelschreiber geführt. Es wird nicht radiert oder überschrieben; was falsch ist, wird so gestrichen, dass die Lesbarkeit erhalten bleibt. Entscheidend bei der Protokollführung sind Vollständigkeit und Übersichtlichkeit.

Folgende Punkte muss ein Protokoll enthalten:

- Ihren Namen, Matrikelnummer, Datum der Versuchsdurchführung und Versuchstitel.
- Die Aufgabenstellung, d.h. die Ziele des Versuchs
- Den nachvollziehbaren Verlauf des Versuchs und die Antworten auf Fragen in der Anleitung.
- alle Messwerte, grafische Darstellungen der Messergebnisse, Auswertungen sowie Ergebnisse.
- Bewertung Ihrer Versuchsergebnisse und Schlussfolgerungen, die sich aus den Resultaten des Experiments ziehen lassen, wenn möglich Vergleich mit Literaturwerten und Diskussion möglicher Ursachen für Abweichungen.

Die Beantwortung der in den Protokollvordrucken gestellten Fragen beziehungsweise die abschließenden Diskussionen sollen als selbständig erbrachte Leistungen erkennbar sein. Bloßes Kopieren aus externen Unterlagen erfüllt diese Vorgaben nicht, zumal Sie bei der Verwendung von „Vorlagen“ bedenken sollten, dass diese möglicherweise nicht mehr zu den aktuellen Anleitungen passen.
Wenn den Assistenten Textpassagen besonders bekannt vorkommen und der Verdacht besteht, dass das von Ihnen verfasste Protokoll keine selbständig erbrachte Leistung darstellt, können sie Ihr Protokoll ablehnen und Ihnen das Abtestat für diesen Versuchstag verweigern.

Darüber hinaus entscheidet die Praktikumsleitung bei Betrug oder nachgewiesenem Betrugsversuch über einen Ausschluss vom Praktikum!

Die Bestätigung der erfolgreichen Versuchsdurchführung inklusive Auswertung erfolgt durch die Eintragung von Datum und Langunterschrift des betreuenden Assistenten im Protokoll und auf der Teilnehmerkarte.

Nach- oder Wiederholung von Versuchen

Studierende, die einen Praktikumsversuch z. B. krankheitsbedingt versäumt haben, können diesen nach schnellstmöglicher Rücksprache mit Herrn Baumeier oder Herrn Trittmaack (Kontakt siehe Impressum) wenn möglich im laufenden Semester nachholen.
Studierende, die aufgrund eines nicht bestandenen Eingangstests von der Versuchsdurchführung ausgeschlossen wurden bzw. den Praktikumsversuch anderweitig nicht ordnungsgemäß abgeschlossen haben, können diesen nur am Semesterende an dem dafür vorgesehenen Nachholtermin wiederholen. Hierfür werden jedem Studierenden **maximal 3** Nachholtermine gestattet. **Sollte dies nicht ausreichen, müssen die nicht ordnungsgemäß abgeschlossenen Versuche im darauf folgenden Semester nachgeholt werden.**

Nach Durchführung der Versuche

Nach erfolgreicher Durchführung der vorgeschriebenen Anzahl von Versuchen ist die **abgezeichnete Teilnehmerkarte unbedingt am letzten Versuchstag bei Herrn Baumeier oder Herrn Trittmaack (Kontakt siehe Impressum) abzugeben.**
Ohne Abgabe der ausgefüllten Teilnehmerkarte kann keine endgültige Teilnahmebestätigung (Schein (Pharmazie), QIS-POS-Eintrag (Biowissenschaften und Landschaftsökologie), sowie Vervollständigung der ELAN-Einträge (Human- und Zahnmedizin)) ausgestellt werden, da sie den Nachweis über die erfolgreiche Teilnahme am Praktikum darstellt.
Bewahren Sie ebenfalls ihre im Praktikum angefertigten Versuchsprotokolle **mindestens** bis zur Abgabe Ihrer vollständig ausgefüllten Teilnehmerkarte auf.
Weitere Informationen zur Abschlussklausur finden Sie im Anhang dieses Skriptes.

II

Hilfsmittel zur Vorbereitung und Versuchsdurchführung

II.1 Größen und Einheiten

Messwerte und Ergebnisse, die bei der Durchführung der Versuche anfallen, bestehen in der Regel aus einem Zahlenwert und einer Einheit. Auf den nachfolgenden Seiten sind zu Ihrer Orientierung einige Größen, Symbole, Einheiten, Konstanten und Umrechnungen zusammengestellt. Im Rahmen eines internationalen Einheitensystems (SI) wurde festgelegt, dass als Basis für die Darstellung von Messergebnissen folgende Angaben zu verwenden sind:

Basisgrößen	Symbole	Basiseinheiten
Länge	l	Meter (m)
Masse	m	Kilogramm (kg)
Zeit	t	Sekunde (s)
elektrische Stromstärke	I	Ampere (A)
Temperatur	T	Kelvin (K)
Lichtstärke	I	Candela (cd)
Stoffmenge	n	Mol (mol)

Tabelle II.1: Basisgrößen und Basiseinheiten

Diese Basisgrößen genügen, um die gesamte Welt der Physik zu beschreiben. Alle anderen Größen und Einheiten lassen sich aus Basisgrößen ableiten.

Konstante	Symbol	Wert	Einheit
Avogadrosche Zahl	N_A	$6,022 \cdot 10^{23}$	mol^{-1}
Elementarladung	e_0	$1,6 \cdot 10^{-19}$	A s
Lichtgeschwindigkeit	c	$3 \cdot 10^{8}$	$\mathrm{m\,s}^{-1}$
Elektrische Feldkonstante	ε_0 (epsilon)	$8,854 \cdot 10^{-12}$	$\mathrm{A\,s\,V}^{-1}\mathrm{m}^{-1}$
Planksches Wirkunsquantum	h	$6,626 \cdot 10^{-34}$	J s
Grundzahl nat. Log.	e	$2,71828$	-

Tabelle II.2: Konstanten

Größe	Symbol	Einheit	Umrechnung
Kraft	F	Newton (N)	$1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg\,m/s^2}$
Energie, Arbeit	E, W	Joule (J)	$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N\,m}$
Leistung	P	Watt (W)	$1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{J/s} = 1\,\mathrm{V\,A}$
Druck	p	Pascal (Pa)	$1\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{N/m^2}$, $1\,\mathrm{bar} = 10^5\,\mathrm{Pa}$
Dichte	ρ (rho)	$\mathrm{kg/m^3}$	
Oberflächenspannung	σ (sigma)	$\mathrm{J/m^2}$	
Viskosität	η (eta)	Pa s	
Ladung	Q	Coulomb (C)	$1\,\mathrm{C} = 1\,\mathrm{A\,s}$
Spannung	U	Volt (V)	$1\,\mathrm{V} = 1\,\mathrm{J\,A^{-1}s^{-1}}$
Leitwert	G	Siemens (S)	$1\,\mathrm{S} = 1\,\mathrm{A/V}$
Widerstand, Impedanz	R	Ohm (Ω)	$1\,\Omega = 1\,\mathrm{V/A}$
Kapazität	C	Farad (F)	$1\,\mathrm{F} = 1\,\mathrm{A\,s/V}$
Induktivität	L	Henry (H)	$1\,\mathrm{H} = 1\,\mathrm{V\,s/A}$
Wellenlänge	λ (lambda)	m	
Wärmekapazität	C	J/K	
spez. Wärmekapazität	c	$\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$	
Frequenz	f, ν (nü)	Hertz (Hz)	$1\,\mathrm{Hz} = 1\,\mathrm{s^{-1}}$
Winkelgeschwindigkeit	ω (omega)	$\mathrm{s^{-1}}$	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$
Aktivität	A	Becquerel (Bq)	$1\,\mathrm{Bq} = 1\,\mathrm{s^{-1}}$
Energiedosis	D	Gray (Gy)	$1\,\mathrm{Gy} = 1\,\mathrm{J/kg}$
Äquivalentdosis	D_q, H	Sievert (Sv)	$1\,\mathrm{Sv} = 1\,\mathrm{J/kg}$

Tabelle II.3: Abgeleitete Größen und Einheiten

Dezimale Vielfache			Dezimale Bruchteile		
Deka	da	10^1	Dezi	d	10^{-1}
Hekto	h	10^2	Zenti	c	10^{-2}
Kilo	k	10^3	Milli	m	10^{-3}
Mega	M	10^6	Micro	µ	10^{-6}
Giga	G	10^9	Nano	n	10^{-9}
Tera	T	10^{12}	Pico	p	10^{-12}
Peta	P	10^{15}	Femto	f	10^{-15}
Exa	E	10^{18}	Atto	a	10^{-18}

Tabelle II.4: Abkürzungen für Größenordnungen von Einheiten

Größe	Einheit	Abkürzung	Umrechnung
Energie	Kalorie	cal	$1\,\mathrm{cal} = 4,184\,\mathrm{J}$
Energie	Elektronenvolt	eV	$1\,\mathrm{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$
Druck	Bar	bar	$1\,\mathrm{bar} = 10^5\,\mathrm{Pa}$
Druck	Torr	Torr	$1\,\mathrm{Torr} = 133,3\,\mathrm{Pa}$
Druck	mm-Quecksilber	mm-Hg	1 mm Hg = 1 Torr
Druck	mm-Wasser	mm-H_2O	9, 81 Pa
Länge	Ångström	Å	$1\,\text{Å} = 10^{-10}\,\mathrm{m}$

Tabelle II.5: Einheiten außerhalb des SI-Systems

II.2 Darstellung der Versuchsergebnisse

II.2.1 Allgemeines

Beachten Sie bei der Aufzeichnung und der Auswertung von Versuchsergebnissen folgende Punkte:

- Überlegen Sie sich zuerst, welche Messgrößen, welchen Messbereich und wie viele Messpunkte Sie benötigen.
- Legen Sie dann vor Versuchsbeginn eine Wertetabelle an, in die die zu messenden Größen und erforderliche Umformungen wie Differenzen, Quadrate usw. eingetragen werden können.
- Die Messwerte selbst, alle Zwischenrechnungen und Resultate müssen die Maßzahl und die Einheit der Messgröße enthalten. Korrekte Angaben sind „$l = 3,2$ cm“ oder „$l = 32$ mm“. Angaben wie „$l = 3,2\ [\mathrm{cm}]$“ sind unzulässig.

II.2.2 Sinnvolles Runden

Bei der Angabe von Zahlenwerten, deren Verknüpfungen und Fehlergrenzen sollte man die Anzahl der geltenden Ziffern berücksichtigen. Aufgrund der Rundungsvereinbarungen (DIN, ISO) besagt eine Längenangabe mit drei geltenden Ziffern z. B. 35,4 cm, dass der Wert zwischen 35,35 cm und 35,44 cm liegt. Zahlenwerte wie 0,0034 und 0,003400 mit zwei und vier geltenden Ziffern unterscheiden sich nur durch ihre Genauigkeit. Ergebnisse von Berechnungen können deshalb nicht genauer sein als die an der Berechnung beteiligte Zahl mit der geringsten Anzahl geltender Ziffern. Eine sinnvolle Zahlenangabe für das Produkt $57,32 \cdot 4,63$ ist der Wert 265 und nicht 265,391600, wie es der Taschenrechner anzeigt. Zur Verdeutlichung kann der mögliche Bereich des Ergebnisses durch Multiplikation der jeweils minimal ($57,315 \cdot 4,625$) und maximal ($57,324 \cdot 4,634$) möglichen Werte berechnet werden (265,081875 – 265,639416).
Für Zwischenrechnungen mit dem Taschenrechner sollte natürlich eine möglichst große Anzahl an Stellen berücksichtigt werden. Bei der Angabe von Ergebnissen sollten aber nicht unnötig viele Stellen angegeben werden. Ebenso sollte man bei Umrechnungen geschätzter Angaben nicht den Eindruck einer höheren Genauigkeit erwecken. Es ist richtig, bei ungefähr 20 Meilen (1 Meile = 1,609 km) von ungefähr 30 km zu sprechen und nicht von 32,2 km. Bei der Angabe der Anzahl von Personen, Häusern usw. oder von Bruchteilen (z. B. 1/3) sind dagegen die Zahlenwerte als beliebig genau anzusehen.

II.2.3 Grafische Darstellung

- Die im Versuch eingestellte Größe wird längs der horizontalen Achse, der Abszisse, aufgetragen; die abgelesene Messgröße längs der vertikalen, der Ordinate. Dabei werden die Messwerte sinnvoll gerundet (s.o.) in Form von Kreuzen oder ähnlichen Markierungen eingetragen.
- Der Maßstab wird so gewählt, dass sich die Messpunkte etwa über 2/3 der Diagrammbreite und -höhe verteilen.

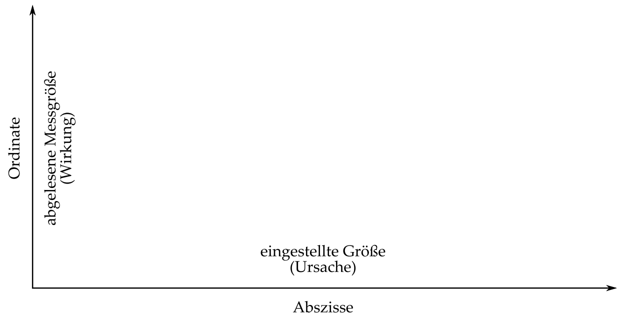


Abbildung II.1: Auftragung der Messgrößen in ein Diagramm

- Durch die streuenden Messpunkte wird eine *glatte, ausgleichende Kurve* gezeichnet. Dies ist allerdings nur sinnvoll, wenn die entsprechende Kurve der Form der theoretischen Beschreibung des Zusammenhangs zwischen den Versuchsgrößen entspricht. Im Rahmen dieses Praktikums dürfen ausgleichende Geraden nach Augenmaß eingezeichnet werden. Ein Beispiel ist im Musterprotokoll angegeben.
- Die streuenden Messpunkte mit einer Zickzacklinie zu verbinden ist physikalisch unsinnig, da neu gemessene Zwischenwerte nicht auf den geraden Verbindungslinien liegen, sondern um die mittlere Kurve streuen werden. Experimentell registrierte Kurven zeigen immer ein gewisses Rauschen, das der statistischen Messwertstreuung entspricht.

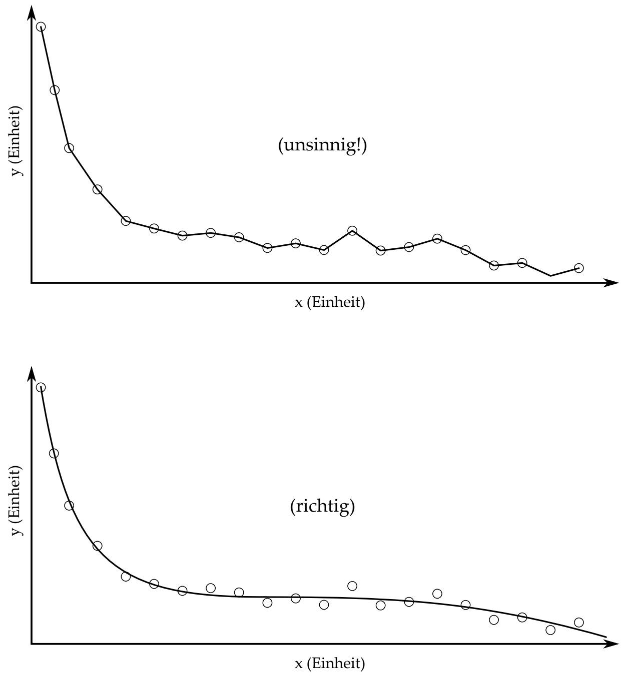


Abbildung II.2: Zeichnen einer Ausgleichskurve

II.2.4 Musterprotokoll

Versuch X — Geschwindigkeitsmessung

Name: Max Mustermann **Datum:** 1.1.2012

Einleitung

Bem.: In der Einleitung wird der Versuch in zwei bis drei Sätzen beschrieben. Es wird darauf eingegangen, welche Größe bestimmt werden soll und welches Messprinzip benutzt wird.

In diesem Versuch soll die als konstant angenommene Geschwindigkeit eines Spielzeugautos mit Hilfe einer Stroboskopkamera gemessen werden. Das durch Lösen einer Feder beschleunigte Auto wird in konstanten Zeitabständen fotografiert. Aus den Fotografien kann die zum jeweiligen Zeitpunkt t_i vom Startpunkt aus zurückgelegte Strecke s_i ermittelt werden.

Messungen

Bem.: Alle Messwerte, eventuelle Umrechnungen, werden in eine Tabelle eingetragen. Die Messwertetabelle wird beschriftet, also die Formelzeichen und Einheiten eingetragen.

Zeit t_i **in** s	**Abstand** s_i **in** m	**Zeit** t_i **in** s	**Abstand** s_i **in** m	**Zeit** t_i **in** s	**Abstand** s_i **in** m
0,00	0,028	1,40	0,425	3,00	0,813
0,20	0,066	1,60	0,491	3,20	0,865
0,40	0,124	1,80	0,503	3,40	0,934
0,60	0,158	2,20	0,583	3,60	1,002
0,80	0,220	2,40	0,659	3,80	1,081
1,00	0,306	2,60	0,687	4,00	1,128
1,20	0,362	2,80	0,786	–	–

Auswertung

Bem.: Für eine grafische Auswertung der Messwerte sind die Hinweise im vorangehenden Abschnitt zu beachten. Werden die Messwerte durch Rechnungen weiter verwertet, so ist die verwendete Formel zu notieren. Endergebnisse werden deutlich sichtbar gemacht (z. B. unterstrichen oder farbig markiert). Zu dem markierten Endergebnis wird ein Antwortsatz formuliert, der auch auf eventuelle Fehlerquellen eingeht.

In Abbildung **II**.3 wurden die Werte aus der Messwertetabelle eingetragen. Aus der Gleichung

$$s(t) = v \cdot t$$

ergibt sich, dass die Geschwindigkeit durch $v = \frac{s}{t}$ gegeben ist. Folglich ist die Steigung der Ausgleichsgeraden aus Abbildung **II**.3 die mittlere Geschwindigkeit. Die Steigung beträgt:

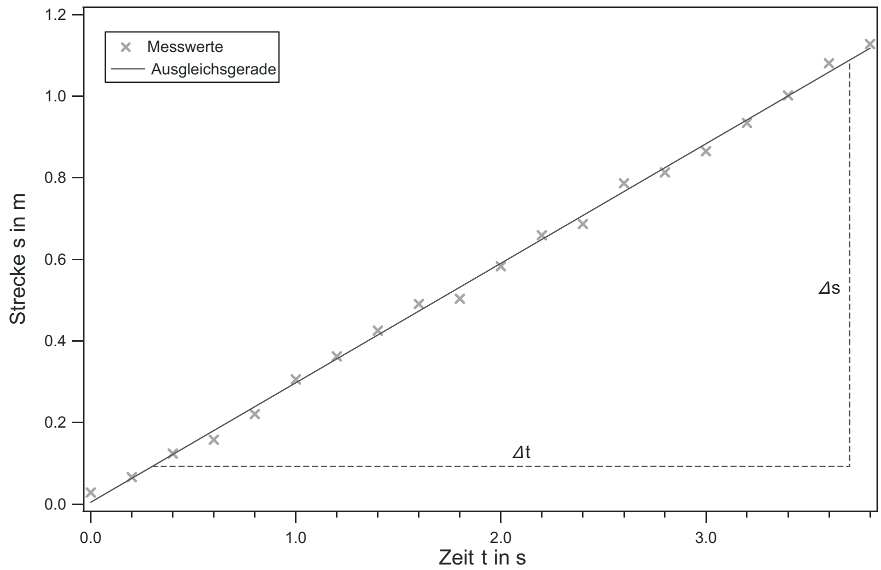


Abbildung II.3: Strecke aufgetragen gegen Zeit

$$\boxed{v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = 0,29\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.}$$

Bem.: Das Vorgehen bei der grafischen Auswertung eines linearen Prozesses ist das Folgende: Nach dem Zeichnen des Graphen wird der zu erwartende Zusammenhang (hier: $s(t) = v \cdot t + s_0$) mit der allgemeinen Geradengleichung $y(x) = m \cdot x + b$ verglichen, die jede lineare Funktion beschreibt und damit auch die eingezeichnete Ausgleichsgerade. Die Steigung der Ausgleichsgeraden $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ (Steigungsdreieck!) entspricht also hier der Geschwindigkeit v, die sich damit ebenfalls mit Hilfe eines Steigungsdreiecks bestimmen lässt: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (siehe Abb. ***II****.3). Für große Genauigkeit sollte das Steigungsdreieck möglichst groß gewählt werden. Am Graphen lässt sich zudem der Ordinatenabschnitt b ablesen, der in diesem Beispiel Null ist ($s_0 = 0$).*

Bewertung und Einordnung der Messergebnisse

Zunächst ist in Abbildung **II**.3 zu erkennen, dass die Messwerte dem zu erwartenden linearen Verlauf entsprechen und kein Messwert stark von diesem linearen Verlauf abweicht. So kann mit Hilfe dieser Messung der Zusammenhang bestätigt werden, dass die Geschwindigkeit der Strecke pro Zeit entspricht. Des weiteren liegt die Geschwindigkeit von $v = 0,29\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1,04\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ im Rahmen dessen, was für ein Spielzeugauto zu erwarten war, so dass die Messung als gelungen angesehen werden kann.

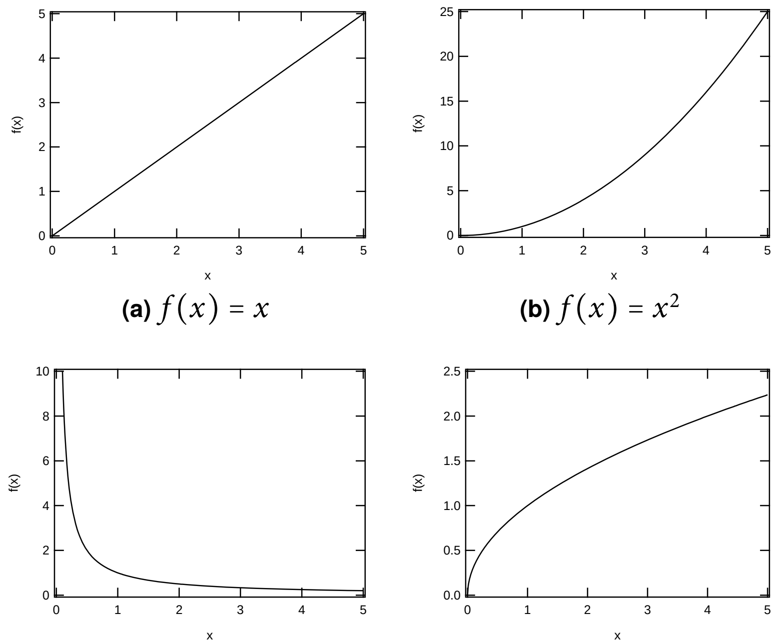
Bem.: Im Kapitel „Bewertung und Einordnung der Messergebnisse" (das im Allgemeinen auch als Diskussion der Messung bezeichnet wird) findet eine Einschätzung der Messung statt. Hier soll unter anderem diskutiert werden, ob die Messungen den theoretischen (physikalischen) Grundlagen entsprechen und wie diese (physikalisch) zu interpretieren sind. Ebenfalls ist eine Einordnung der Messergebnisse in Erwartungsbereiche (z.B. Literaturwerte) wichtig (z.B. ist eine Herzfrequenz von 3 kHz *unsinnig, da die Herzfrequenz im Bereich von einigen zehn bis hundert Schlägen pro Minute liegt). Weichen die Messergebnisse von den Erwartungsbereichen ab, sind mögliche Fehlerquellen abzuschätzen (z.B. man hat die Einheit (hier: Hz) der Herzfrequenz falsch berechnet oder z.B. wurde bei einer Streckenmessung die Strecke jeweils* 2 m *zu kurz gemessen).*

II.3 Mathematische Vorbemerkungen

Mathematik ist die Sprache der Naturwissenschaften. Daher ist die Aneignung mathematischer Grundlagen für das erfolgreiche Bestehen des Praktikums unbedingt notwendig.

II.3.1 Im Praktikum benötigte wichtige Funktionen

Potenzfunktion



(a) $f(x) = x$ **(b)** $f(x) = x^2$

(c) $f(x) = x^{-1} = 1/x$ **(d)** $f(x) = x^{1/2} = \sqrt{x}$

Abbildung II.4: Wichtige Potenzfunktionen

Die Potenzfunktion ist eine elementare mathematische Funktion der Form:

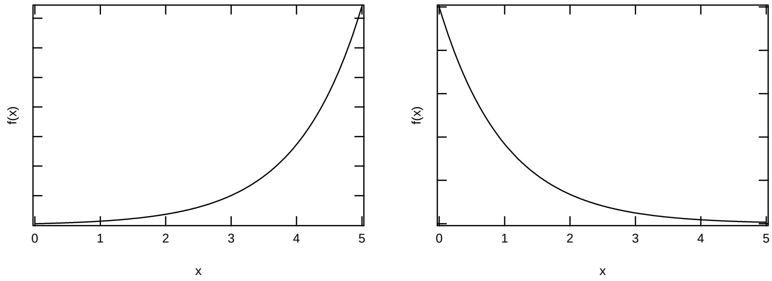
$$f(x) = c \cdot x^b \quad c, b \in \mathbb{R}. \tag{II.1}$$

Hierbei bedeutet $c, b \in \mathbb{R}$, dass c und b reelle Zahlen sind. Die Variable x ist die Basis und b der Exponent. Wichtige Spezialfälle der Potenzfunktion sind in Abbildung **II**.4 dargestellt.
Wichtige Rechenregeln für die Potenzrechnung:

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b} \tag{II.2}$$
$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b} \tag{II.3}$$
$$(x^a)^b = x^{a \cdot b} \tag{II.4}$$
$$(x \cdot y)^a = x^a \cdot y^a \tag{II.5}$$
$$x^0 = 1. \tag{II.6}$$

Exponentialfunktionen

Bei einer *Exponentialfunktion* steht die Variable x im *Exponenten*. Ein Beispiel für eine (gerade in der Physik) häufig verwendete Exponentialfunktion



(a) Wachstumsfunktion ($b > 0$) **(b)** Zerfallsfunktion ($b < 0$)

Abbildung II.5: Exponentialfunktion $f(x) = \mathrm{e}^{b \cdot x}$

ist

$$f(x) = c \cdot \mathrm{e}^{b \cdot x} = c \cdot \exp(b \cdot x) \quad c, b \in \mathbb{R}. \tag{II.7}$$

Die Basis ist in diesem Fall die EULERsche Zahl e = 2,71828.... Allgemein sind beliebige reelle Zahlen als Basis möglich. Für positive Exponenten ergibt sich eine Wachstumsfunktion (Abbildung **II**.5a), für negative Exponenten eine Zerfallsfunktion (Abbildung **II**.5b).

Logarithmus

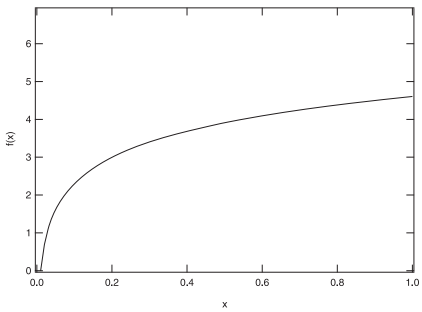


Abbildung II.6: Natürlicher Logarithmus

Die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion zur Basis e ist der natürliche *Logarithmus*:

$$f(x) = \ln(x) = \log_e x. \tag{II.8}$$

Allgemein gelten folgende wichtige Rechenregeln für Logarithmen:

$$\log_b(x \cdot y) = \log_b x + \log_b y \tag{II.9}$$

$$\log_b(x^y) = y \cdot \log_b x \tag{II.10}$$

$$\log_b 1 = 0 \tag{II.11}$$

$$b^{\log_b x} = x. \tag{II.12}$$

Insbesondere ist

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b} = \frac{\ln x}{\ln b}. \tag{II.13}$$

Bei der halblogarithmischen Darstellung wird eine Achse des Koordinatensystems logarithmisch skaliert. Üblicherweise wird dazu der dekadische Logarithmus, d.h. der Logarithmus zur Basis 10, verwendet. In diesem Fall ist der Abstand zwischen zwei Zehnerpotenzen ($10^0 - 10^1$, $10^1 - 10^2$, ...) auf der logarithmisch skalierten Achse immer gleich. Wird eine Exponentialfunktion $f(x) = c \cdot \mathrm{e}^{b \cdot x}$ in einem halblogarithmischen Koordinatensystem dargestellt ergibt sich eine Gerade (Abbildung **II**.7).

Trigonometrische Funktionen

Trigonometrische Funktionen sind periodische Funktionen. Ihre Herleitung lässt sich anhand des Einheitskreises (ein Kreis mit dem Radius $r = 1$) veranschaulichen.

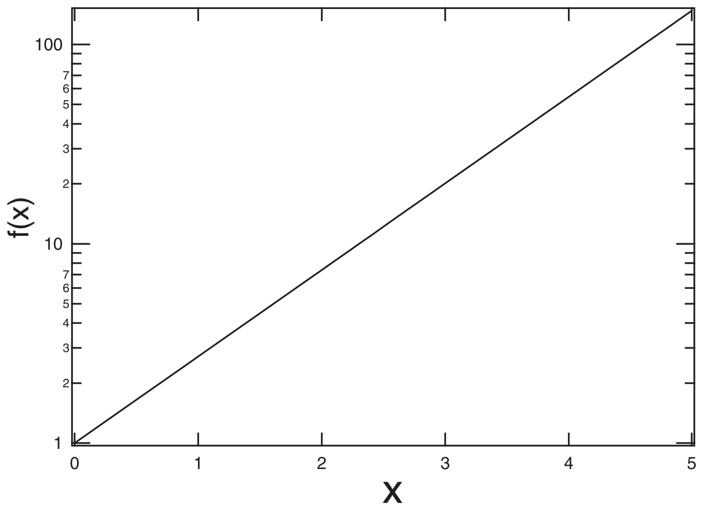


Abbildung II.7: Halblogarithmische Darstellung einer Exponentialfunktion

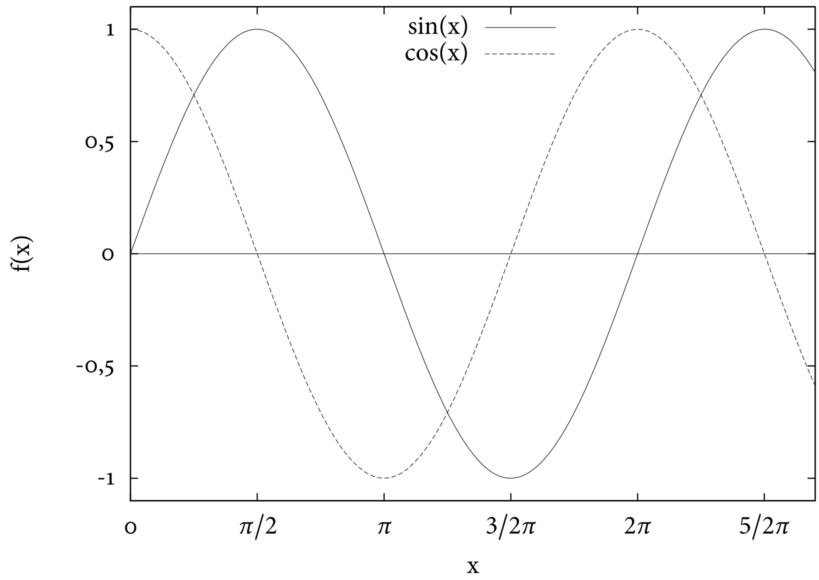


Abbildung II.8: Trigonometrische Funktionen

Die trigonometrischen Funktionen sind durch die Koordinaten eines Punktes P auf der Kreislinie des Einheitskreises definiert. Die x-Koordinate von P ist gleich dem Kosinus des Winkels im Gradmaß (Kosinus der Bogenlänge im Bogenmaß). Die y-Koordinate von P ist gleich dem Sinus des Winkels im Gradmaß (Sinus der Bogenlänge im Bogenmaß).
Wichtige Funktionen sind

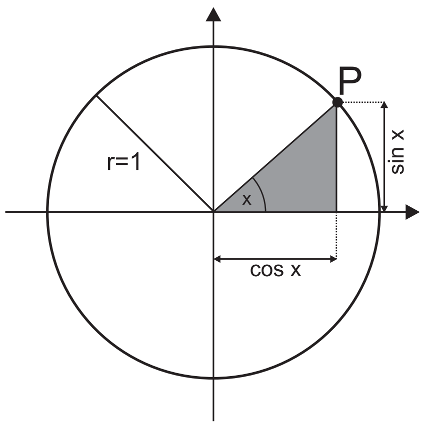


Abbildung II.9: Einheitskreis

$$f(x) = \sin(x), \tag{II.14}$$
$$f(x) = \cos(x). \tag{II.15}$$

Das Argument x wird in Grad (°) oder in *Bogenmaß* gemessen. Das Bogenmaß b eines Winkels α ist die dem Winkel entsprechende Teillänge des Umfangs des Einheitskreises. Für die Umrechnung von Grad in Bogenmaß gilt:

$$b = \frac{\alpha}{360\,°} \cdot 2\pi. \tag{II.16}$$

Somit ergibt sich für $\alpha = 90\,° \Rightarrow b = \pi/2$, für $\alpha = 180\,° \Rightarrow b = \pi$ usw.

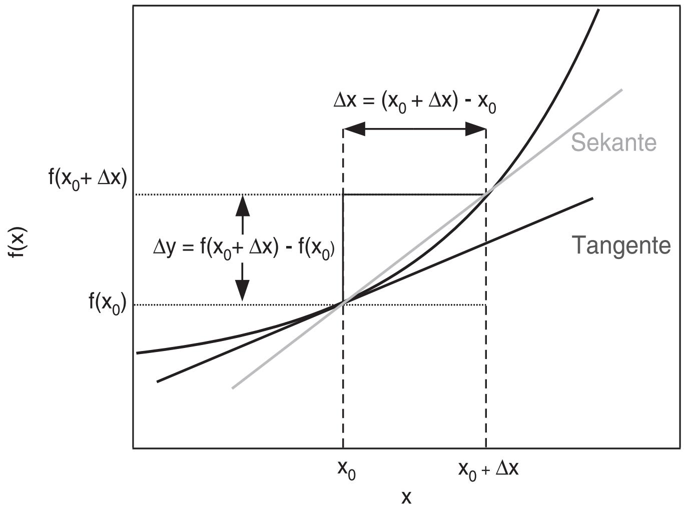


Abbildung II.10: Differenzenquotient

II.3.2 Differentialrechnung

Die Ableitung einer Funktion nach einer Variablen x ist definiert als der Grenzwert $\Delta x \to 0$ des Differenzenquotienten

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x) = \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} = f'(x). \qquad (\mathbf{II}.17)$$

Ableitungen nach der Zeit t werden häufig statt mit einem Strich mit einem Punkt gekennzeichnet:

$$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} = \dot{f}(t). \qquad (\mathbf{II}.18)$$

Die zweite Ableitung einer Funktion ergibt sich, indem man die erste Ableitung ein weiteres Mal differenziert:

$$f''(x) = \left(f'(x)\right)' = \frac{d}{dx}\left(\frac{df(x)}{dx}\right) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = \frac{d^2}{dx^2} f(x). \qquad (\mathbf{II}.19)$$

Für das Praktikum wichtige Ableitungen sind in Tabelle **II**.8 zusammengestellt.

Tabelle II.8: Wichtige Ableitungen

Funktion f(x)	Ableitung f'(x)
$c \cdot x^n$	$n \cdot c \cdot x^{n-1}$
$c \cdot \sin(b \cdot x)$	$c \cdot b \cdot \cos(b \cdot x)$
$c \cdot \cos(b \cdot x)$	$-c \cdot b \cdot \sin(b \cdot x)$
$c \cdot \mathrm{e}^{b \cdot x}$	$c \cdot b \cdot \mathrm{e}^{b \cdot x}$

II.3.3 Potenzrechnung

Die Potenzrechnung beschreibt eine verkürzte Schreibweise für die Multiplikation gleicher Faktoren.
Analog zur Multiplikation, die eine verkürzte Schreibweise der Addition gleicher Summanden darstellt ($a \cdot b = \underbrace{a + a + \cdots + a}_{b\ Summanden}$), wird die Potenz a^x

wie folgt definiert:

$$a^x = \underbrace{a \cdot a \cdot \ \ldots \ \cdot a}_{x\ Faktoren} \qquad \text{(II.20)}$$

wobei x ein Element aus der Menge der natürlichen Zahlen (einschließlich 0) ist.
Unter Berücksichtigung der genannten Definition ergeben sich für die Potenzrechnung folgende Gesetzmäßigkeiten:

$$a^x \cdot a^y = \underbrace{a \cdot a \cdot \ \ldots \ \cdot a}_{x\ Faktoren} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ \ldots \ \cdot a}_{y\ Faktoren} = a^{x+y} \qquad \text{(II.21)}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad \text{(II.22)}$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y} \qquad \text{(II.23)}$$

Beispiele ($a = 4$, $x = 3$ und $y = 2$):

$$a^x \cdot a^y = 4^3 \cdot 4^2 = \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4}_{\text{3 Fakt.}} \cdot \underbrace{4 \cdot 4}_{\text{2 Fakt.}} = 1024 = \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}_{\text{5 Faktoren}} = 4^5 = 4^{3+2} = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = \frac{4^3}{4^2} = \frac{4 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot \cancel{4}} = 4 = 4^1 = 4^{3-2} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = (4^3)^2 = (4 \cdot 4 \cdot 4)^2 = (4 \cdot 4 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 4 \cdot 4) = 4096 = 4^6 = 4^{3 \cdot 2} = a^{x \cdot y}$$

Bezug zur Physik

Physikalische Einheiten können ebenfalls in verkürzter (potenz-basierter) Schreibweise dargestellt werden. So ist beispielsweise 1 µm nichts anderes als 10^{-6} m (siehe hierzu Tabelle **II**.4). Zur vereinfachten Berechnung verschiedener physikalischer Größen werden somit in der Regel die erwähnten Gesetzmäßigkeiten der Potenzrechnung angewandt.
Zum Beispiel werden Elektronen in einer Röntgenröhre mit 30 kV beschleunigt. Die Geschwindigkeit v dieser Elektronen, die eine Strecke von s = 20 cm zwischen Kathode und Anode in einer Zeit t = 2 ns von zurücklegen, kann wie folgt berechnet werden: $v = \frac{s}{t} = \frac{20\ \text{cm}}{2\ \text{ns}} = \frac{20 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{2 \cdot 10^{-9}\ \text{s}} = \frac{2 \cdot 10^{-1}\ \text{m}}{2 \cdot 10^{-9}\ \text{s}} = 1 \cdot 10^{-1+9}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Gleichermaßen kann man die elektrische Leistung P berechnen, die an der Anode umgesetzt wird, wenn der Elektronenstrom I = 5 mA beträgt:

$$\begin{aligned} P = U \cdot I &= 30\ \text{kV} \cdot 5\ \text{mA} = 30 \cdot 10^3\ \text{V} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ \text{A} = 3 \cdot 10^4\ \text{V} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ \text{A} \\ &= 3 \cdot 5 \cdot 10^{4-3}\ \text{W} = 15 \cdot 10^1\ \text{W} = 150\ \text{W} = 0{,}15\ \text{kW} \end{aligned}$$

1 Messung, Auswertung und Unsicherheitsbetrachtung

Mathematik ist ein wichtiges Werkzeug der Physik. Dazu gehören graphische Auswertungen ebenso wie arithmetische Umformungen von Gleichungen. Essenziell in einer Auswertung ist die qualitative Beurteilung der Messung und Ergebnisse. Dazu dienen Unsicherheiten welche sich in Rechnungen fortpflanzen können. Das Lernziel ist nicht nur die Vermittlung der mathematischen Grundlagen, sondern auch das Erstellen eines exemplarischen Protokolls anhand einer Reaktionszeitmessung.

1.1 Mathematische Einführung

1.1.1 Umformen/Arithmetik

Der erste Schritt vor dem Berechnen von Messwerten ist das Umformen einer Gleichung. Wichtige Werkzeuge der Arithmetik sind Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division. Im Weiteren sind aber auch Potenzen wie Wurzeln rechnerische Mittel. Haben wir eine Gleichung in der x die gesuchte Größe ist, so stehen uns eine Reihe von Äquivalenzumformungen zur Verfügung. Im Folgenden ein paar Beispiele:

$$\begin{aligned} x - a &= b && \mid + a \text{ auf beiden Seiten} \\ \Leftrightarrow x &= a + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= b + c \cdot x && \mid - b \text{ auf beiden Seiten} \\ \Leftrightarrow a - b &= c \cdot x && \mid \div c \text{ auf beiden Seiten} \\ \Leftrightarrow \frac{a-b}{c} &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= b && \mid ()^2 \text{ auf beiden Seiten} \\ \Rightarrow x &= b^2 \end{aligned}$$

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Formen Sie die folgenden Gleichungen nach den Variablen a und b um:

  a) $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b-c}$

  b) $x = a + \sqrt{b - c}$

  c) $x = e^{a+bc}$

1.1.2 Einheiten

Hat man eine Gleichung umgeformt und die bekannten Größen eingesetzt gibt es eventuell noch Einheiten welche nicht übereinstimmen und deswegen umgeformt werden müssen. Für jede Physikalische Größe existieren SI-Einheiten (Internationales Einheitensystem, siehe Kapitel **II**.1) welche als Standardeinheiten fungieren (z.B. Sekunden als Zeiteinheit). Diese Einheiten lassen sich besser in andere Einheiten überführen und so empfiehlt es sich die jeweiligen SI-Einheiten zu kennen. Um also das Ergebnis in der richtigen Einheit zu erhalten müssen die eingesetzten Größen angepasst werden. In manchen Fällen betrifft dies lediglich Vorfaktoren (1 km = 1000 m), in anderen Fällen gibt es mehrere, häufig ältere, Einheiten für dieselbe Größe (1 Unze = $28,3495$ g).

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Rechnen Sie folgende Größen in die angegebenen Einheiten um.

  a) Forme 5 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ um.

  b) Forme 5 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ um.

  c) Forme 3 l in m^3 um.

- Berechnen Sie den Druck p mit Hilfe folgender Gleichung: $p\,V = N\,k_B\,T$

  Wobei: $n = 1$ mol ($N = n \cdot N_A$), $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$, $V = 1$ l, $T = 20°$C.

  Beachten Sie die Einheiten.

1.1.3 Vektoren

In der Physik haben Größen oftmals nicht nur einen Betrag sondern auch eine Richtung. Beispielsweise wird die Geschwindigkeit eines Autos mit ihrer Fahrtrichtung verknüpft. Größen, die nicht nur einen Betrag, sondern auch eine Richtung besitzen, nennt man Vektoren. Für jede Raumdimension besitzt ein Vektor einen Eintrag. Im zweidimensionalen Fall im kartesischen Koordinatensystem mit den Achsen x und y gilt beispielsweise für die Geschwindigkeit $\vec{v}$:

$$\vec{v} = (v_x, v_y) \tag{1.1}$$

Die Multiplikation zweier Vektoren wird Skalarprodukt genannt. Dabei multipliziert man die Einträge der entsprechenden Dimensionen miteinander und addiert die Produkte:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x, a_y) \cdot (b_x, b_y) = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y \tag{1.2}$$

Bildet man das Skalarprodukt eines Vektors mit sich selbst und zieht die Quadratwurzel, so ergibt sich die Länge (der Betrag) eines Vektors:

$$|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \tag{1.3}$$

Bei der Addition und Subtraktion von Vektoren werden ihre Komponenten

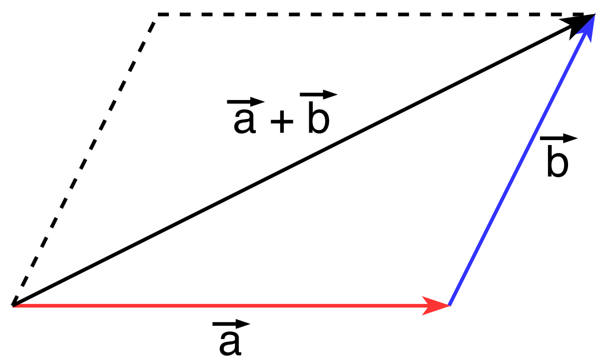


Abbildung 1.1: Addition von Vektoren

addiert und subtrahiert:

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x, a_y) \pm (b_x, b_y) = (a_x \pm b_x, a_y \pm b_y) \tag{1.4}$$

Zeichnerisch wird dabei der Startpunkt des zweiten Vektors auf dem Endpunkt des ersten Vektors gesetzt. Die Verbindung des Startpunkts des ersten Vektors mit dem Endpunkt des zweiten Vektors ergibt den resultierenden Vektor.

1.2 Graphische Auswertung von Messwerten

Oftmals benutzt man zur Auswertung von Messwerten eine graphische Darstellung. Dadurch lassen sich Zusammenhänge zwischen den Werten schnell veranschaulichen. In diesem Abschnitt soll vermittelt werden, wie man entsprechende Graphen erstellt und auswertet.

1.2.1 Erstellen von Graphen

Die in 60 min zurückgelegte Strecke eines PKWs wurde aufgezeichnet. Abbildung 1.2 zeigt die Messwerte. Auf der Abszissenachse wird per Konvention die unabhängige Variable (Ursache), aufgetragen, die abhängige Variable (Wirkung) auf der Ordinatenachse. Im Folgenden wird die Abszissenachse als x-Achse bezeichnet und die Ordinatenachse als y-Achse. Beide Achsen werden mit der aufgetragenen physikalischen Größe und deren Einheit beschriftet. Der Maßstab der Achsen sollte entsprechend der Messwerte so gewählt werden, dass ein übersichtlicher Graph entsteht. Außerdem sollte eine erklärende Überschrift bzw. Abbildungsbeschreibung nicht fehlen. Im Praktikum sind alle Graphen in die dafür vorgesehenen Diagramme (oder auf logarithmischem Papier) einzuzeichnen. Im Praktikum werden Ihnen meist lineare Zusammenhänge begegnen. Deswegen soll jetzt näher auf deren Auswertung eingegangen werden.

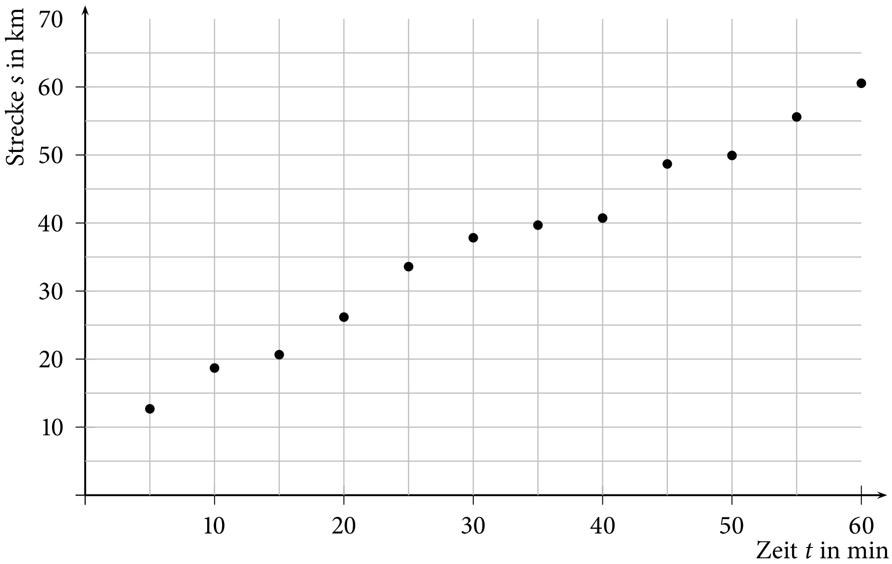


Abbildung 1.2: Graphische Darstellung der zurückgelegten Strecke eines PKWs

1.2.2 Auswerten von linearen Zusammenhängen

Besteht zwischen den gemessenen Wertepaaren ein linearer Zusammenhang, so lautet die zugrunde liegende allgemeine Funktionsgleichung:

$$f(x) = y = m \cdot x + c \tag{1.5}$$

Dabei ist m die Steigung der Geraden und c der y-Achsenabschnitt. In Abbildung 1.2 erkennt man, dass den Werten wahrscheinlich ein linearer Zusammenhang zu Grunde liegt aber auch, dass die Werte nicht alle exakt auf einer Geraden liegen sondern statistisch um diese verteilt sind. Der lineare Zusammenhang ist in diesem Fall das Weg-Zeit-Gesetz:

$$s = v \cdot t + s_0 \tag{1.6}$$

s ist die zurückgelegte Strecke, v die Durchschnittsgeschwindigkeit, t die vergangene Zeit und s_0 die zu Beginn der Messung bei $t = 0$ bereits zurückgelegte Strecke. Vergleicht man Gleichung 1.5 und 1.6 erkennt man, dass die Steigung m der Geraden der Geschwindigkeit v und der y-Achsen-Abschnitt c dem Wert s_0 entspricht.
Möchte man also die Durchschnittsgeschwindigkeit des PKWs ermitteln, benötigt man die Steigung einer Geraden, die den Zusammenhang zwischen den gemessenen Werten s und t am besten beschreibt. Dazu zeichnet man eine Ausgleichsgerade durch die Messpunkte. Man versucht eine Gerade zu finden, auf der möglichst viele Messwerte liegen, bzw. wählt die Gerade so, dass möglichst gleich viele Messwerte oberhalb und unterhalb liegen. Ob die Ausgleichsgerade durch den Nullpunkt geht oder nicht, bzw. ob c bekannt ist, sollte man sich zuvor klarmachen. Sogenannte Ausreißer, d.h. Werte die ungewöhnlich weit vom Verlauf der übrigen Werte abweichen, werden dabei nicht berücksichtigt.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Was könnte es für Gründe dafür geben, dass die Werte nicht exakt auf einer Gerade liegen?
- Warum muss man hier von einer Durchschnittsgeschwindigkeit sprechen?

Um die Steigung m der Ausgleichsgeraden zu ermitteln, wird ein Steigungsdreieck eingezeichnet. Dazu wählt man zwei Punkte P_1 und P_2 auf der Ausgleichsgeraden (nicht zwei Messwerte!) und liest $\Delta y = y_2 - y_1$ und $\Delta x = x_2 - x_1$ an den Achsen ab. Oft bieten sich Schnittpunkte der Ausgleichsgerade mit dem Koordinatengitter an. Für die Steigung m gilt dann

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \tag{1.7}$$

Liest man die Werte in Abbildung 1.7 ab, ergibt sich:

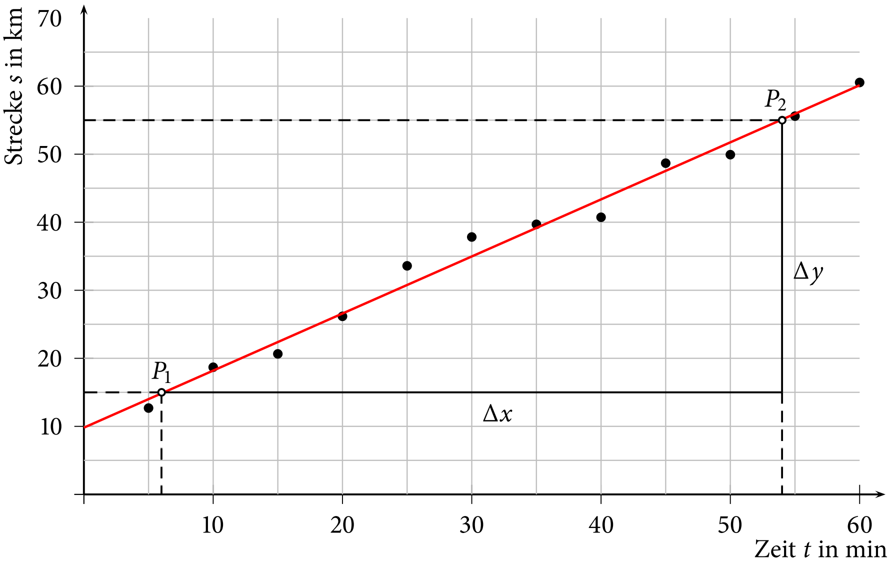


Abbildung 1.3: Graphische Darstellung der zurückgelegten Strecke eines PKWs mit eingezeichneter Ausgleichsgeraden und Steigungsdreieck

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{55\ \text{km} - 15\ \text{km}}{54\ \text{min} - 6\ \text{min}} = 0,83\ \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

Die Durchschnittsgeschwindigkeit des PKWs beträgt also:

$$v = 0,83\ \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

Bei größeren Datenmengen werden Ausgleichsrechnungen mithilfe von Computern durchgeführt. Ein häufig verwendetes Verfahren ist die Methode der kleinsten Quadrate. Dabei werden die Parameter (hier m und c) so bestimmt, dass die Summe der quadratischen Abstände zwischen der Ausgleichsgeraden und den einzelnen Messpunkten möglichst klein wird.

1.2.3 Unsicherheit der Geraden

Die Ausgleichsgerade, bzw. der darüber bestimmte Wert, besitzt natürlich eine Unsicherheit. Um diese abzuschätzen, kann man zwei zusätzlich Geraden in den Graphen einzeichnen. Diese Geraden sollten (auf Grundlage der

Messwerte) die maximal und minimal mögliche Steigung besitzen. Die Steigung dieser Unsicherheitsgeraden bilden dann eine Ober- und Untergrenze für die Steigung der Ausgleichsgeraden. Zur Probe sollte man überprüfen, ob der Wert der Steigung der Ausgleichsgeraden zwischen den Werten der Steigungen der Unsicherheitsgeraden liegt.

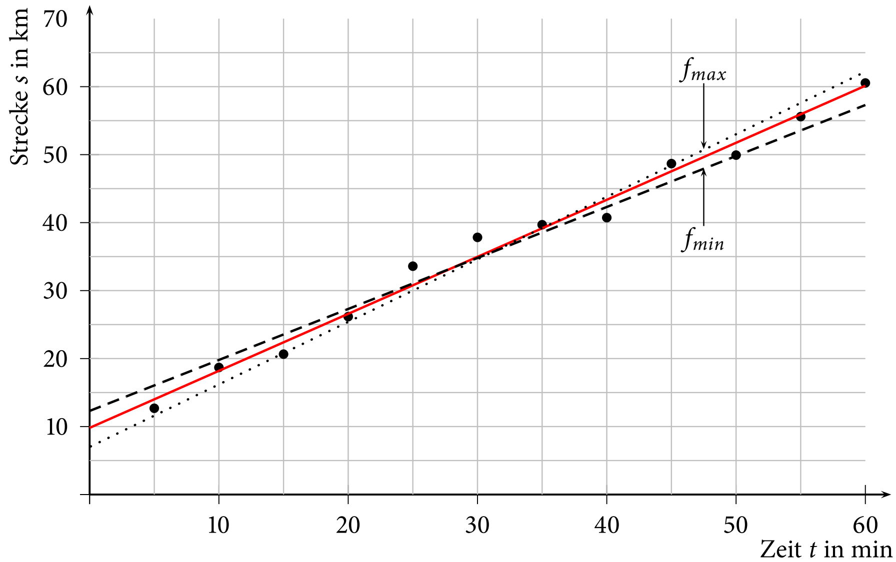


Abbildung 1.4: Graphische Darstellung der zurückgelegten Strecke eines PKWs mit eingezeichneter Ausgleichsgeraden und Unsicherheitsgeraden

Abbildung 1.4 zeigt die Beispielmessung mit Ausgleichsgerade und den beiden Unsicherheitsgeraden mit maximaler und minimaler Steigung. Die Geradengleichungen der Unsicherheitsgeraden lauten wie folgt:

$$f_{max} = m_{max} \cdot x + c_1 \tag{1.8}$$

$$f_{min} = m_{min} \cdot x + c_2 \tag{1.9}$$

Bestimmt man die Steigung der Unsicherheitsgeraden ergibt sich:

$$m_{max} = 0,92\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \qquad \text{und} \qquad m_{min} = 0,75\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$$

Der Mittelwert der beiden Steigungen ergibt sich dann zu:

$$m_{mittel} = \frac{m_{max} + m_{min}}{2} = 0,835\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$$

Dieser Wert liegt recht nahe am Wert für die Steigung der Ausgleichsgeraden. Die beiden Unsicherheitsgeraden wurden also gut gewählt. Die Unsicherheit der Steigung ergibt sich dann zu:

$$\Delta m = \frac{m_{max} - m_{min}}{2} = 0,09\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$$

Nun kann man die Durchschnittsgeschwindigkeit des PKWs also vollständig mit Unsicherheit angeben:

$$v = (0,83 \pm 0,09)\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$$

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Rechnen Sie die Geschwindigkeit und deren Messunsicherheit in für Geschwindigkeiten übliche Einheiten um.

Aufgaben

Am Versuchstag zu bearbeiten

Teilversuch 1

An eine Federwaage wurden Gewichte mit unterschiedlicher Masse m angehängt und jeweils die Federlänge gemessen (siehe unten stehende Tabelle). Dabei wirken zum einen die rücktreibende Kraft der Feder $F_R = -D \cdot s$ mit der Federkonstante D und der Längenänderung s, zum anderen die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$ mit der Erdbeschleunigung g und der Masse m. Im Kräftegleichgewicht gilt $F_G = -F_R \Rightarrow m \cdot g = D \cdot s$. Damit kann die Federkonstante zu $D = g \cdot \frac{m}{s}$ bestimmt werden.

1. Berechnen Sie zunächst die Federauslenkung $s = s_m - s_0$ und tragen Sie diese in die im Protokoll stehende Tabelle ein. Die Länge der Feder ohne angehängte Masse beträgt:

$$s_0 = 8,7 \text{ cm}$$

2. Erstellen Sie einen Graphen, wobei die angehängte Masse auf der x-Achse und die Federauslenkung auf der y-Achse aufgetragen werden soll. Überlegen Sie sich zunächst wie die Skalierung der Achsen gewählt werden sollte!

3. Zeichnen Sie eine Ausgleichsgerade durch die Messwerte.

4. Bestimmen Sie die Steigung $c = \frac{\Delta s}{\Delta m}$ der Geraden und berechnen Sie daraus die Federkonstante D.
   Für die Federkonstante gilt: $D = g \cdot \frac{1}{c}$ mit $g = 9,81$ Einheit: $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
   Geben Sie D in der Einheit $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ an. Hinweis: In Tabelle **II**.3 finden Sie eine Definition für die Einheit Newton (N).

1.2.4 Auswerten von nicht-linearen Zusammenhängen

Nicht allen Messungen liegt ein linearer Zusammenhang zugrunde. In diesen Fällen ist oft dennoch eine lineare graphische Darstellung mit entsprechender Auswertung möglich. Dazu transformiert man den theoretischen Zusammenhang auf eine lineare Form. Abbildung 1.5 zeigt das Bakterienwachstum in einem Zeitraum von 10 Stunden. In jeder Stunde verdoppelt sich die Anzahl der Bakterien. Hier lautet die entsprechende Funktion:

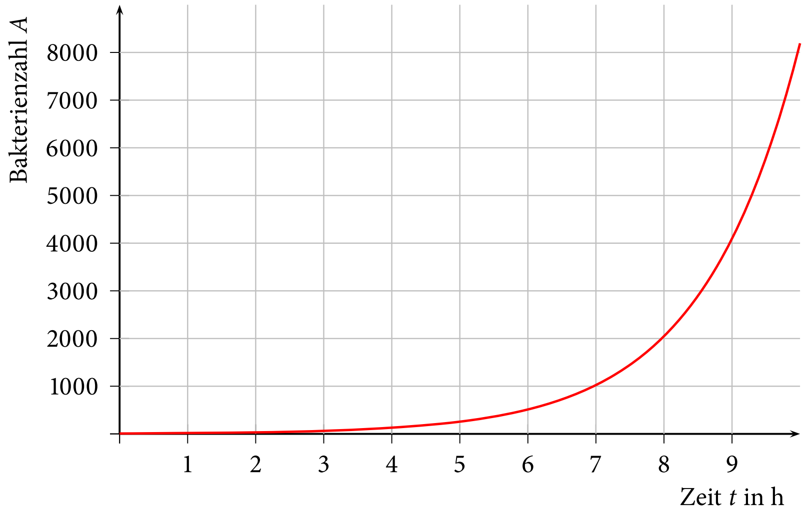


Abbildung 1.5: Graphische Darstellung des Bakterienwachstums mit der Zeit

$$A = A_0 \cdot 2^t \tag{1.10}$$

Dabei ist A_0 die zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandene Anzahl an Bakterien. Trägt man nun nicht A gegen t, sondern $\log_2(A)$ gegen t auf, so ergibt sich der Graph in Abbildung 1.6. Als Logarithmus wird der Logarithmus zur Basis 2 gewählt, da dieses der Basis aus Gleichung 1.10 entspricht.

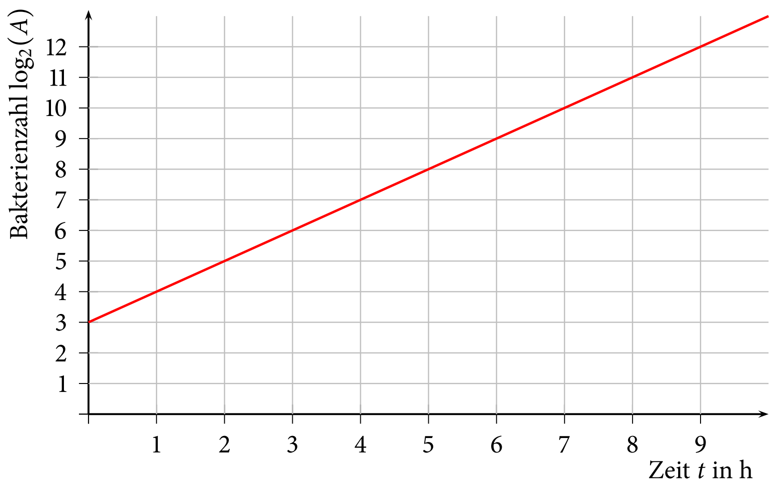


Abbildung 1.6: Graphische Darstellung von $\log_2(A)$ gegen die Zeit

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Bringen Sie durch Logarithmieren die Gleichung 1.10 auf eine lineare Form und bestimmen Sie mit Hilfe von Abbildung 1.6 die zu Beginn der Messung vorhandenen Anzahl an Bakterien A_0.

1.3 Behandlung von Messwerten

Im folgenden Kapitel werden Sie zunächst die Dichte eines Hohlzylinders bestimmen, um mit den Messwerten schrittweise eine Unsicherheitsbetrachtung durchzuführen.

Ablesen eines Messschiebers

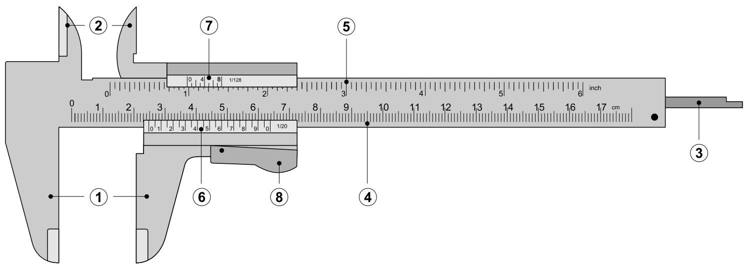


Abbildung 1.7: Schematische Darstellung eines Messschiebers. Legende: (1) Außenmaß, (2) Innenmaß, (3) Tiefenmaß, (4) Hauptskala (cm), (5) Hauptskala (Zoll), (6) Nonius (cm), (7) Nonius (Zoll), (8) Feststellhebel

Der Messschieber ist ein Gerät zum Messen von Längen. Durch seine Geometrie sind Innen-, Außen- und auch Tiefenmessungen möglich. Ein Messschieber besteht im Wesentlichen aus einer festen Hauptskala und einer beweglichen Noniusskala. Mit Hilfe der Noniusskala ist es möglich, eine Länge mit einer Genauigkeit von bis zu $0,02$ mm (1/50-Nonius) zu messen.

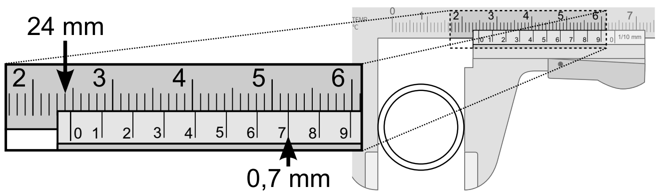
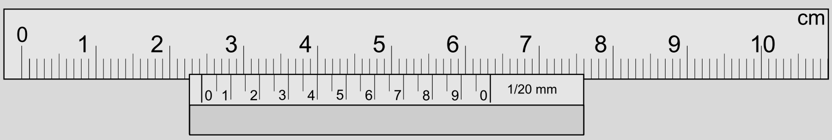


Abbildung 1.8: Messung des Außendurchmessers eines Rohres mit Hilfe eines Messschiebers.

Abbildung 1.8 demonstriert die Verwendung eines Messschiebers (1/10- Nonius) zur Messung des Außendurchmessers eines Rohres. Nachdem das Außenmaß durch Verschieben des Nonius dem Außendurchmesser des Rohres angepasst wurde, wird der Millimeterwert von der Hauptskala abgelesen. Dieser Wert entspricht dem vom Ursprung der Noniusskala aus gesehenen nächstkleineren Wert auf der Hauptskala (hier 24 mm). Nun wird der 1/10-Millimeterwert abgelesen. Dazu wird der Strich der Noniusskala gesucht, der mit einem beliebigen Strich der Hauptskala zur Deckung kommt. Dessen Wert (hier 7) entspricht dem 1/10-Millimeterwert.
Insgesamt ist der Messwert die Summe der beiden Werte (hier also $24\ \text{mm} + 7 \cdot (1/10)\ \text{mm} = 24,7\ \text{mm}$). Bei Verwendung eines Messschiebers mit 1/20-Nonius wird im zweiten Schritt nicht der 1/10-Millimeterwert abgelesen, sondern der 1/20-Millimeterwert. Die Skala ist aber bei Messschiebern mit 1/20-Nonius so geartet, dass der richtige Wert direkt abgelesen werden kann.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Lesen Sie folgenden Wert vom Messschieber ab (1/20-Nonius):



Am Versuchstag zu bearbeiten

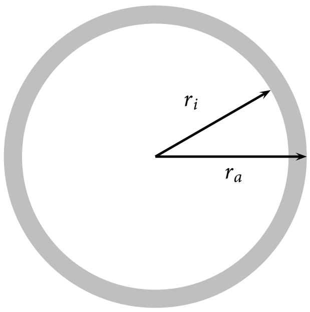


Abbildung 1.9: Schematische Darstellung einer Hohlzylinderfläche

Aufgaben

Teilversuch 2

In dieser Aufgabe sollen Sie die Dichte eines Hohlzylinders bestimmen. Hierzu sind folgende Grundlagen wichtig:

Für die Dichte ρ eines homogenen Körpers gilt:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Somit benötigen Sie zur Bestimmung der Dichte die Masse m und das Volumen V des Hohlzylinders.

Für das Volumen eines Hohlzylinders gilt:

$$\begin{aligned} \text{Volumen} &= \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe} \\ V &= A \cdot h \end{aligned}$$

Die Höhe h des Zylinders lässt sich einfach mit Hilfe des Messschiebers bestimmen. Für die Grundfläche A bestimmen Sie zunächst die Fläche eines Kreises mit dem Außendurchmesser und dann die Fläche eines Kreises mit dem Innendurchmesser des Zylinders. Die Differenz der beiden Flächen ergibt die Grundfläche des Zylinders. In Abbildung 1.9 ist die Grundfläche als graue Fläche dargestellt.

Messen Sie die benötigten Größen und berechnen Sie die Dichte ρ.

Vergleichen Sie den ermittelten Wert mit dem Literaturwert $\overline{\rho}_{\text{Lit}} \approx 7,9\ \text{kg/dm}^3$ der mittleren Dichte für Edelstahllegierungen und diskutieren Sie anhand folgender Vergleichswerte: $\rho_{\text{Aluminium}} \approx 2,7\ \text{kg/dm}^3$, $\rho_{\text{Titan}} \approx 4,5\ \text{kg/dm}^3$, $\rho_{\text{Nickel}} \approx 8,9\ \text{kg/dm}^3$ und $\rho_{\text{Gold}} \approx 19,3\ \text{kg/dm}^3$.

1.3.1 Messunsicherheiten von Messwerten

Grundsätzlich können Messwerte (welcher Art auch immer) nicht exakt sein, da jedes erdenkliche Messgerät nur eine endliche Genauigkeit besitzt. Messergebnisse können also nur innerhalb gewisser Grenzen genau angegeben werden, z.B. lässt sich mit Hilfe eines einfachen Lineals eine Länge nicht genauer als in Millimetern bestimmen. Man sagt, ein Messergebnis besitze eine Messunsicherheit oder Toleranz oder sei mit einem Fehler behaftet.

Im nächsten Abschnitt soll es darum gehen, Mittel zur Bezifferung der Messunsicherheit und zur statistischen Auswertung von Versuchsergebnissen kennenzulernen.

1.3.2 Absolute und relative Unsicherheit

Messergebnisse werden durch Maßzahl, Einheit und Messunsicherheit charakterisiert, z.B. Länge

$$l = 1000\ \text{mm} \pm 2\ \text{mm}$$

Mit welcher Messeinrichtung (bei einer Länge z.B. Maßband, Schieblehre...) ein Wert gemessen werden sollte, richtet sich nach Größe der Maßzahl und gewünschter bzw. benötigter Genauigkeit. Die erreichbare Genauigkeit einer Messeinrichtung ergibt sich bereits durch ihre Konstruktion und später durch die Handhabung der Messeinrichtung.
Grundsätzlich lassen sich absolute und relative Messunsicherheiten unterscheiden. Im Beispiel $l = 1000$ mm ± 2 mm ist ±2 mm die absolute Messunsicherheit u. Sie trägt die gleiche Einheit wie die Maßzahl. Die relative Messunsicherheit ergibt sich durch Division der absoluten Messunsicherheit durch die Maßzahl, also im Beispiel zu

$$u_{rel} = \frac{2 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} = 0,002 = 0,2\%$$

und die relative Messunsicherheit ist somit einheitenlos.

1.3.3 Ableseunsicherheit eines Messgerätes

In manchen Fällen begrenzt schon die Konstruktion des Messgeräts die Genauigkeit einer Messung (zum Beispiel eine Waage mit Digitalanzeige, deren letzte Ziffer schwankt). In diesem Fällen ist es sinnvoll eine Einzelmessung durchzuführen und eine Ableseunsicherheit anzunehmen. Der Messwert entspricht dann dem Mittelpunkt des Schwankungsintervalls, die Ableseunsicherheit der halben Intervallbreite der Schwankung. Bei nicht schwankenden Anzeigen wird, um Rundungsfehler zu berücksichtigen, grundsätzlich auf die letzte Anzeigestelle eine Unsicherheit von ±1 angenommen. Damit ergibt sich, wie in der Einführung erwähnt, für ein einfaches Lineal eine Unsicherheit von ±1 mm.

Aufgaben

Am Versuchstag zu bearbeiten

Teilversuch 3

In der vorherigen Aufgabe haben Sie verschiedene Größen mit Hilfe des Messschiebers bzw. mit Hilfe der Waage bestimmt.

Geben Sie die Ableseunsicherheiten Ihrer Messwerte an!

1.3.4 Systematische Fehler

Fehlerhafte Messeinrichtungen führen im Allgemeinen zu unbrauchbaren Ergebnissen. Zeigt zum Beispiel eine Waage grundsätzlich 5 g zu viel an, so kann durch wiederholtes Messen das Ergebnis nicht verbessert werden. In diesem und in ähnlichen Fällen spricht man von systematischen Fehlern. Es ist dann unbedingt erforderlich, die Fehlerursache zu finden und zu beseitigen oder zumindest bei der Auswertung der Messergebnisse zu berücksichtigen.

1.3.5 Zufällige Fehler

Ableseungenauigkeiten und zufällige Änderungen der Messgröße zwischen einzelnen Messungen führen dazu, dass die Messwerte um einen Mittelwert

$\bar{x}$ schwanken. Der Mittelwert $\bar{x}$ ergibt sich durch Addition sämtlicher Messergebnisse x_i und anschließende Division durch die Anzahl der Messergebnisse n, also

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\left(x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + x_n\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i . \tag{1.11}$$

Die Genauigkeit des Mittelwerts lässt sich durch wiederholte Messungen erheblich steigern. Als Maß für Streuung der Messwerte um den Mittelwert $\bar{x}$ (und damit für die Genauigkeit des Mittelwerts) werden verschiedene Größen definiert. Praktische Bedeutung haben zum Beispiel

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Warum lässt sich die Genauigkeit des Mittelwertes durch wiederholtes Messen steigern?
- Wie verhalten sich die verschiedenen Größen (Varianz, Standardabweichung, abs. Messunsicherheit und rel. Messunsicherheit), wenn die einzelnen Messwerte nur wenig vom Mittelwert abweichen und wie wenn sie stark vom Mittelwerte abweichen?

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \qquad \textit{Varianz} \tag{1.12}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2} \qquad \textit{Standardabweichung} \tag{1.13}$$

$$u = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \textit{(absolute) Messunsicherheit} \tag{1.14}$$

$$u_{rel} = \frac{u}{\bar{x}} \qquad \textit{(relative) Messunsicherheit.} \tag{1.15}$$

Gleichung 1.14 wird auch als Standardfehler des Mittelwertes bezeichnet.

Am Versuchstag zu bearbeiten

Aufgaben

Teilversuch 4

Messen Sie jetzt den Außendurchmesser d_a des Hohlzylinders 5 mal und tragen Sie die Messwerte in die Tabelle im Protokoll ein. Bestimmen Sie mit Hilfe der obigen Formeln den Mittelwert Ihrer Messungen und die Standardabweichung und die Ungenauigkeit. Vergleichen Sie die Werte mit denen aus den vorherigen Aufgaben.

1.3.6 Fehlerfortpflanzung

Die bisherigen Unsicherheitsbetrachtungen gelten für Messgrößen, die durch direkte Beobachtung bestimmt werden können. Bei Flächen-, Volumen- oder Dichtemessungen werden jedoch zunächst Längen bzw. Massen bestimmt und daraus die interessierenden Größen berechnet. Dabei pflanzt sich die

Unsicherheit der direkt gemessenen Messgröße fort, d. h. auch die berechneten Größen sind unsicherheitsbehaftet. In solchen Fällen bestimmt man zunächst Mittelwerte und Standardabweichungen der direkt gemessenen Werte ($x_1 \pm u_1$, $x_2 \pm u_2, \ldots$) bzw. Messwerte aus Einzelmessungen und deren Ableseungenauigkeit, und berechnet die Messunsicherheit des Ergebnisses mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes. Bei der Addition und der Subtraktion der Messwerte ergibt sich die gesamte absolute Unsicherheit aus der Addition der absoluten Messunsicherheiten:

$$\begin{aligned} x_{ges} &= x_1 + x_2 \ \text{ bzw. } \ x_{ges} = x_1 - x_2 \\ \Rightarrow u_{ges} &= (|u_1| + |u_2|)\,. \end{aligned} \tag{1.16}$$

Bei der Multiplikation und der Division der Messwerte ergibt sich die gesamte relative Unsicherheit aus der Addition der relativen Messunsicherheiten:

$$\begin{aligned} x_{ges} &= x_1 \cdot x_2 \ \text{ bzw. } \ x_{ges} = \frac{x_1}{x_2} \\ \Rightarrow u_{rel,ges} &= \frac{u_{ges}}{x_{ges}} = \left(\left|\frac{u_1}{x_1}\right| + \left|\frac{u_2}{x_2}\right| \right). \end{aligned} \tag{1.17}$$

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Wie geht man vor, wenn eine Größe aus einer unsicherheitsbehafteten und einer nicht unsicherheitsbehafteten Größe (z.B. einer Konstanten wie die Zahl π) errechnet wird?

Man sieht den Formeln direkt an, dass die Messunsicherheit des Ergebnisses stärker von dem Messwert mit der größten Unsicherheit beeinflusst wird. Folglich wird man erst versuchen, diesen Messwert z.B. durch Verbesserung der Messtechnik genauer zu bestimmen. Die folgende Rechnung verdeutlicht wie mit Hilfe der Formeln der Fehlerfortpflanzung die Unsicherheit der Fläche eines Kreises bestimmt werden kann. Die Kreisfläche ist gegeben durch:

$$A_{\text{Kreis}} = \pi r^2 \tag{1.18}$$

Im Fall des größeren Kreises gilt daher:

$$A_{d_a} = \pi r_a^2 \tag{1.19}$$

Die Ungenauigkeit des Radius $\Delta r_{a,ges}$ ergibt sich durch die Ablesegenauigkeit des Messschiebers. Für die relative Unsicherheit des Radius $\Delta r_{a,rel}$ gilt:

$$\Delta r_{a,rel} = \frac{\Delta r_{a,ges}}{r_a} \tag{1.20}$$

Zur Berechnung einer Kreisfläche wird der Radius mit sich selbst multipliziert. Das Quadrat lässt sich als Multiplikation aus zwei gleichen Radien darstellen:

$$r_a^2 = r_{a1} \cdot r_{a2} \tag{1.21}$$

Für die Unsicherheitsbetrachtung wird daher Formel (1.17) genutzt. Für den Fall einer Multiplikation werden die relativen Unsicherheiten addiert. Daher ergibt sich für das Quadrat des Radius:

$$\Delta(r_a^2)_{rel} = \Delta r_{a1,rel} + \Delta r_{a2,rel} = 2 \cdot \Delta r_{a,rel} \quad (1.22)$$

Die Unsicherheit der Größe wird also mit ihrem Exponenten multipliziert. Für die Berechnung einer Kreisfläche wird das Quadrat des Radius mit π multipliziert. Auch hier kann zur Bestimmung der Unsicherheit die Fehlerfortpflanzung für Multiplikationen genutzt werden. Die Unsicherheit für den quadrierten Radius ist bekannt. Für die Unsicherheit der Kreisfläche errechnet man damit:

$$\Delta A_{d_a,rel} = \Delta\pi_{rel} + \Delta(r_{d_a}^2)_{rel} \quad (1.23)$$

Da hier π als Konstante ohne Unsicherheit angesehen werden kann ergibt sich die relative Unsicherheit von $\Delta(r_{d_a}^2)_{rel}$ zur relativen Unsicherheit von $\Delta A_{d_a,rel}$. Da die Kreisfläche gegenüber dem Quadrat des Radius um π vergrößert ist, steigt auch ihre Unsicherheit um π. Ist eine Größe also über einen konstanten nicht unsicherheitsbehafteten Faktor mit einer anderen Größe verknüpft, so erhöht sich damit die Unsicherheit der anderen Größe um genau diesen Faktor.

Am Versuchstag zu bearbeiten

Aufgaben

Teilversuch 5

Um die Unsicherheit der von Ihnen bestimmten Dichte zu berechnen, müssen Sie berechnen wie sich die Unsicherheit während der einzelnen Rechenschritte fortpflanzt. Das im Protokoll stehende Diagramm soll Ihnen dabei helfen. Berechnen Sie die absoluten (siehe Gleichung 1.16) und relativen Unsicherheiten (siehe Gleichung 1.17) während der einzelnen Rechenschritte und tragen Sie sie in das Diagramm ein.

1.4 Protokoll

Matr.-Nr.: Datum: vom **Assistenten** auszufüllen:
Name, Vorname: Datum:
Versuchstitel: Unterschrift:

In diesem Versuch soll...

In Teilversuch 1 soll...

Masse m in g	Federlänge s_m in cm	Federauslenkung s in cm
5,0	12,6	
10,0	16,9	
15,0	20,0	
20,0	32,5	
25,0	27,8	
30,0	32,2	
35,0	35,7	
40,0	40,1	
45,0	43,8	
50,0	47,5	

Tabelle 1.1: Messergebnisse: Federlängen für unterschiedliche Massen

Was fällt Ihnen an einem der Messwerte auf und welche Gründe könnte es dafür geben?

Wo sollte die Gerade die y-Achse schneiden?

Wo sollte die Gerade die y-Achse schneiden, wenn Sie nicht die Federauslenkung sondern die Federlänge auftragen?

Ändert sich dadurch die Steigung der Ausgleichsgeraden? (Warum?/Warum nicht?)

Bestimmen Sie die Steigung der Ausgleichsgeraden:

$c =$ ______________

Für die Federkonstante ergibt sich damit:

$D \approx$ ______________

Vergleichen Sie ihren Wert für D mit den Werten der anderen Praktikumsteilnehmer. Wie sehr weichen die Werte voneinander ab?

In Teilversuch 2 soll...

Variable	Wert	Einheit
m		
d_i		
d_a		
h		
A		
V		

Tabelle 1.2: Messwerte und Berechnungen zur Bestimmung der Dichte eines Hohlzylinders

Bestimmen Sie die Dichte des Hohlzylinders:

$\rho =$ ______________

In Teilversuch 3 soll...

Variable	Wert	Unsicherheit	Einheit
m			
r_i			
r_a			
h			

Tabelle 1.3: Messwerte und deren Ableseunsicherheiten zur Bestimmung der Unsicherheit der Dichte eines Hohlzylinders

In Teilversuch 4 soll...

Messung	d_a in mm
1	
2	
3	
4	
5	
Mittelwert	
Standardabweichung	
abs. Messunsicherheit	
rel. Messunsicherheit	

Tabelle 1.4: Messergebnisse: Außendurchmesser der Hohlzylinder

Vergleichen Sie den Mittelwert aus Teilversuch 4 mit dem dazugehörigen
Wert aus Teilversuch 3. Was fällt Ihnen auf?

In Teilversuch 5 soll...

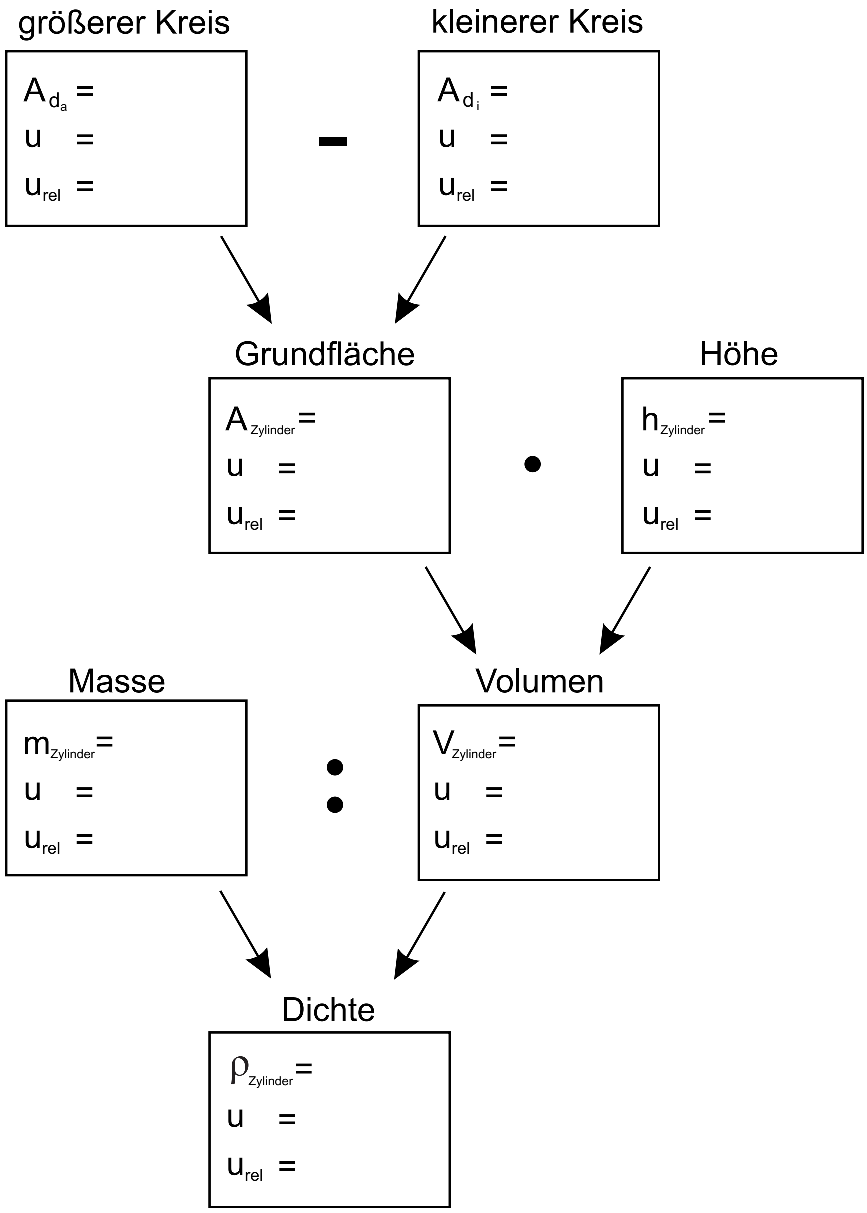


Abbildung 1.10: Diagramm zur Berechnung der Unsicherheiten

Bewertung und Einordnung der Messergebnisse

2 Reaktionszeit

Der folgende Versuch dient zur Anwendung des Gelernten über die Behandlung von Messwerten. Zudem sollen Grundlagen der Kinematik kennengelernt werden.

Geräteausstattung

- Elektronische Stoppuhr (gibt elektronisches Startsignal)
- Fußschalter

2.1 Grundlagen

Bewegt sich ein Objekt mit konstanter Geschwindigkeit v_0, so legt es in gleichen Zeitintervallen gleichgroße Strecken zurück. Für eine nicht beschleunigte (also auch nicht abgebremste) Bewegung ist die Geschwindigkeit als zurückgelegte Strecke pro Laufzeit gegeben:

$$v_0 = \frac{s}{t}. \tag{2.1}$$

Erfährt das Objekt nun während eines Zeitintervalls t_b eine Beschleunigung a, so ändert sich seine Geschwindigkeit. Die Endgeschwindigkeit des beschleunigten Objekts v_b ergibt sich aus der Summe seiner Geschwindigkeit vor der Beschleunigung v_0 und einem Zusatzterm, der proportional zur Größe des Zeitintervalls t_b ist:

$$v_b = a \cdot t_b + v_0. \tag{2.2}$$

Die während der Gesamtlaufzeit zurückgelegte Strecke ist durch

$$s_b = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_b^2 + v_0 \cdot t_b \tag{2.3}$$

gegeben.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Welche Laufzeit benötigt ein Radarsignal (Lichtgeschwindigkeit) zum Mond und zurück? (Abstand Erde-Mond: $d_{EM} \approx 380000$ km)
- Welche Laufzeit benötigt der Ultraschallimpuls eines Sonographen, der im menschlichen Gewebe in einer Tiefe von 15 cm reflektiert wird? ($v = 1500$ m/s)

Im Versuch wird der Reaktionsablauf eines Autofahrers vor dem Bremsen simuliert. Die Geschwindigkeit des Autos vor dem Bremsen wird dazu als konstant angenommen. Nach Wahrnehmung eines akustischen Signals ist ein Fußschalter zu betätigen. Die Reaktionszeit wird digital angezeigt.

2.2 Versuchsdurchführung

1. Messen Sie 10 Reaktionszeiten $t_{r,i}$ und tragen Sie diese in die Tabelle im Protokoll ein.
2. Bestimmen Sie den zugehörigen Mittelwert $t_{r,m}$ und dessen (absolute) Messunsicherheit u_r.
3. Berechnen Sie mit Gleichung (2.1) die von einem PKW mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 120\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ während der mittleren Reaktionszeit $t_{r,m}$ zurückgelegte Strecke und ihre Messunsicherheit. Beachten Sie dabei die Einheiten!

   Beispiel:
   $s_r = v_0 \cdot t_{r,m} = 120\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,47\ \text{s} = 120 \cdot \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} \cdot 0,47\ \text{s} = 15,667\ \text{m} \approx 16\ \text{m}$
   Für die Unsicherheit gilt nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz:
   $u_{rel,s} = u_{rel,t} = \frac{0,02\ \text{s}}{0,47\ \text{s}} = 4,4\%$
   $\Rightarrow u_s = u_{rel,s} \cdot s_r \approx 1\ \text{m}$
   Die in der mittleren Reaktionszeit zurückgelegte Strecke beträgt 16 m mit einer absoluten Messunsicherheit von 1 m.
4. Berechnen Sie nach Gleichung 2.2 die Bremsdauer bis zum Stillstand ($v_b = 0$) des PKW, wenn die (Brems)-Beschleunigung $a = -4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ beträgt.
5. Berechnen Sie anschließend nach Gleichung 2.3 den Bremsweg s_b und die insgesamt zurückgelegte Strecke $s_{ges} = s_r + s_b$ und ihre Messunsicherheit.
6. Beantworten Sie anschließend bitte die darauf folgenden Fragen, und diskutieren Sie ihre Ergebnisse im Bereich *Bewertung und Einordnung der Messergebnisse.*

2.3 Protokoll

Matr.-Nr.:
Name, Vorname:
Versuchstitel:

Datum:

vom **Assistenten** auszufüllen:
Datum:
Unterschrift:

In diesem Versuch soll...

Messung	Reaktionszeit $t_{r,i}$ in s
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Tabelle 2.1: Tabelle zur Dokumentation der Messergebnisse

$t_{r,m} =$ ______ $\pm$ ______

$s =$ ______ $\pm$ ______

$t_b =$ ______ $\pm$ ______

s_b = ______________ ± ______________

s_{ges} = ______________ ± ______________

Wenn ein Autofahrer eine Reaktionszeit von 2 s hätte (z.B. durch Ablenkung oder Sekundenschlaf) wie groß wäre ungefähr die insgesamt zurückgelegte Strecke bis zum Stillstand des Autos?

Bewertung und Einordnung der Messergebnisse

3/4

Kräfte und Schwingungen

Physikalische Beobachtungen wurden im Rahmen der Naturphilosophie bereits in der Antike unternommen, beispielsweise von Aristoteles oder Archimedes. Die Lösung der Physik von der Philosophie begann am Ende des 17. Jahrhunderts mit Sir Isaac Newton durch die Einführung der Mathematik und damit der Zusammenfassung vieler Einzelergebnisse zu mathematischen Gleichungen. Den Ausgangspunkt für die Entwicklung der Physik bildete dabei die Mechanik (einschließlich Himmelsmechanik). Sie befasst sich mit Wechselwirkungen zwischen Körpern und ihrer Bewegung in Raum und Zeit.
Das Lernziel dieses Versuchs sei das Kennenlernen wichtiger physikalischer Grundbegriffe wie der Kraftwirkung (nach Newton) und der Schwingung an Beispielen aus der Mechanik.

Geräteausstattung

- Schraubenfeder mit anhängbarer Gewichtauflageplatte und Längenskala
- Gewichtssatz
- Taschenspiegel für parallaxenfreie Skalenablesung
- Labor-Hebebühne
- Becherglas
- Aräometer
- Computer mit Messprogrammen
- Ultraschall-Abstandssensor

Erforderliche Kenntnisse

Kraft, elastische und plastische Deformation, Hooke'sches Gesetz, Schraubenfeder, Dichte, Newton'sche Bewegungsgleichung, Schwingungen, harmonische Schwingung

3.1 Grundlagen

In der klassischen Mechanik werden Wechselwirkungen zwischen Objekten über das Konzept der Kräfte beschrieben.

Nach dem 1. Newtonschen Gesetz verharrt ein Körper im Zustand der Ruhe oder bewegt sich mit einer gleichförmig geradlinigen Geschwindigkeit, solange keine Kraft auf ihn einwirkt. Erfährt ein Körper der Masse m jedoch eine Beschleunigung a, was eine Änderung der Geschwindigkeit bedeutet, so ist die Ursache hierfür immer eine Krafteinwirkung. Ausgedrückt wird dieser Zusammenhang über das Kraftgesetz:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \tag{3.1}$$

Kraft $\vec{F}$ und Beschleunigung $\vec{a}$ sind im allgemeinen vektorielle Größen. haben also eine Richtung. Die Vektorpfeile in der Gleichung spiegeln diese Tatsache wider. Eine Masse wird daher immer in Richtung der Krafteinwirkung beschleunigt. Die Beschleunigung $\vec{a}$ ist antiproportional zur Masse m des Körpers, d.h. ein schwerer Körper wird bei gleicher Krafteinwirkung weniger stark beschleunigt als ein leichter: Zur Veranschaulichung mögen ein Fußtritt gegen je einen Gummi- und einen Medizinball und der Vergleich ihrer Endgeschwindigkeiten dienen. Die Richtung, in der man den Ball tritt, entscheidet über die Richtung seiner Bewegungsänderung.

3.1.1 Kräftegleichgewicht

Für Krafteinwirkungen gilt das Superpositionsprinzip, d.h. bei Wirkung mehrerer Kräfte auf ein Objekt ist die resultierende Kraft die Vektorsumme der einzelnen Kräfte. Verharrt ein Körper im Ruhezustand oder in gleichförmig geradliniger Bewegung, so ist die resultierende Kraft $\vec{F}_{Res}$ gleich Null:

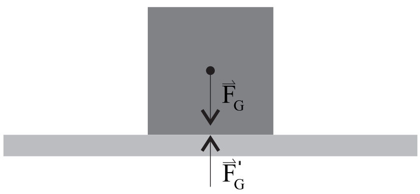


Abbildung 3.1: Kräfteschema für einen Körper auf einer Unterlage

$$\vec{F}_{Res} = 0 \tag{3.2}$$

Diesen Zustand nennt man *Kräftegleichgewicht*.

Ein anschauliches Beispiel für eine Kraft ist die *Gewichtskraft* F_G. Eine Masse m erfährt auf der Erde die Kraft:

$$F_G = m \cdot g \tag{3.3}$$

Dabei ist $g = 9,81\ \mathrm{m/s^2}$ die Erdbeschleunigung, die in Richtung des Erdmittepunkts zeigt. Für eine Masse $m = 1\ \mathrm{kg}$ ergibt sich so eine Gewichtskraft von:

$$F_G = m \cdot g = 1\ \mathrm{kg} \cdot 9,81\ \mathrm{m/s^2} = 9,81\ \mathrm{N} \approx 10\ \mathrm{N} \tag{3.4}$$

Wirkt lediglich die Gewichtskraft auf einen Körper, so fällt er, bis er eine Unterlage erreicht.
In Abb. 3.1 befindet sich ein Körper auf einer Unterlage, deren Oberflächenebene senkrecht zur Richtung der Gewichtskraft $\vec{F}_{\mathrm{G}}$, der Masse des Körpers ausgerichtet ist. $\vec{F}_{\mathrm{G}}$ wird durch die Unterlage kompensiert[1] und die resultierende Kraft $\vec{F}_{\mathrm{Res}} = \vec{F}_{\mathrm{G}} + \vec{F'}_{\mathrm{G}}$, auf den Körper ist gleich Null. Er befindet also im Kräftegleichgewicht.
Ist die Oberflächenebene nicht senkrecht zu $\vec{F}_{\mathrm{G}}$, sondern um einen Winkel α geneigt, so handelt es sich um eine schiefe Ebene (siehe Abb. 3.2). α (0 ° bis 90 °) wird auch als Neigungswinkel bezeichnet und ist ein Maß für

[1] Dies gilt natürlich nur, wenn die Unterlage stabil genug ist. Andernfalls gibt sie nach.

den Anstieg der Ebene. Für die physikalische Betrachtung der dabei wirkenden Kräfte auf den Körper wird $\vec{F}_G$ in zwei Komponenten zerlegt. ($\vec{F}_G = \vec{F}_N + \vec{F}_H$)
Die erste Komponente ist die Normalkraft $\vec{F}_N$ (vergleichbar mit der Normalkraft in Abb. 3.1), welche senkrecht zur Oberfläche der Ebene wirkt, gegenüber $\vec{F}_G$ um den Winkel α geneigt ist und durch die Unterlage kompensiert[1] wird. Die zweite Komponente bezeichnet die Hangabtriebskraft $\vec{F}_H$, welche durch die Neigung auf den Körper wirkt und dazu entgegengesetzt die Reibungskraft $\vec{F}_R$. Ist der Anteil der Hangabtriebskraft größer als die der Bewegung entgegenwirkenden Reibungskraft, rutscht der Körper die Ebene hinunter.
Wie zuvor erwähnt wirkt eine Kraft immer in eine bestimmte Richtung und ist somit im allgemeinen als vektorielle Größe zu betrachten. Manchmal ist die Information über die Richtung aber nicht von Interesse. In Gleichung 3.3 zum Beispiel ist nur der Betrag der Gewichtskraft gegeben, da vorausgesetzt wird, dass klar ist, dass diese Kraft immer „nach unten" wirkt.
In dem Fall, dass alle betrachteten Kräfte nur entlang ein und derselben Achse wirken, kann man die Vektorpfeile weglassen, dann unterscheiden sich die beiden Richtungen (in Achsenrichtung und dagegen) nur durch das Vorzeichen der Kraft. Dies wird in den folgenenden Abschnitten der Fall sein.

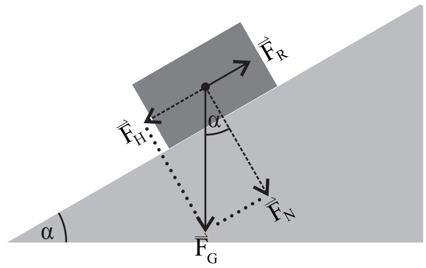


Abbildung 3.2: Kräfteschema für einen Körper auf einer schiefen Ebene.

3.1.2 Federpendel im Kräftegleichgewicht

Eine Schraubenfeder, die man zu dehnen oder stauchen versucht, widersetzt sich dieser Änderung mit der sogenannten *rücktreibenden Kraft* F_R. Bei geringen Auslenkungen steigt diese Kraft proportional mit der Längenänderung s. Der Proportionalitätsfaktor wird als *Federkonstante (Direktionskonstante)* D bezeichnet:

$$F_R = D \cdot (-s) = -D \cdot s. \qquad (3.5)$$

Das negative Vorzeichen besagt, dass Auslenkung und rücktreibende Kraft entgegengesetzt gerichtet sind.
Wird ein Probekörper der Masse m an eine Schraubenfeder gehängt und dabei die Schwingung abgewartet oder vermieden, so erreicht das Pendel das Kräftegleichgewicht. Hier ist die Feder genau um die Länge s gedehnt (siehe Abbildung 3.3), bei der sich angreifende Gewichtskraft F_G und rücktreibende Kraft der Feder F_R gerade gegenseitig aufheben:

$$F_G + F_R = F_{Res} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad m \cdot g = D \cdot s. \qquad (3.6)$$

Für die Direktionskonstante D ergibt sich somit

$$D = g \cdot \frac{m}{s}. \qquad (3.7)$$

Jeder Körper wird durch eine auf ihn wirkende Kraft deformiert. Nimmt der Körper nach Wegnahme der Kraft seine ursprüngliche Form wieder an, spricht man von einer *elastischen Deformation*. In diesem Bereich gilt das *Hooke'sche Gesetz*. Für einen belasteten Draht sind dann Kraft pro Drahtquerschnitt $\frac{F}{A}$ und Längenänderung Δl proportional.
Die Belastungsgrenze, bis zu der eine Deformation elastisch erfolgt, hängt vom Material ab. Nimmt nach höheren Belastungen der deformierte Körper seine frühere Form nur zum Teil oder gar nicht wieder an, handelt es sich

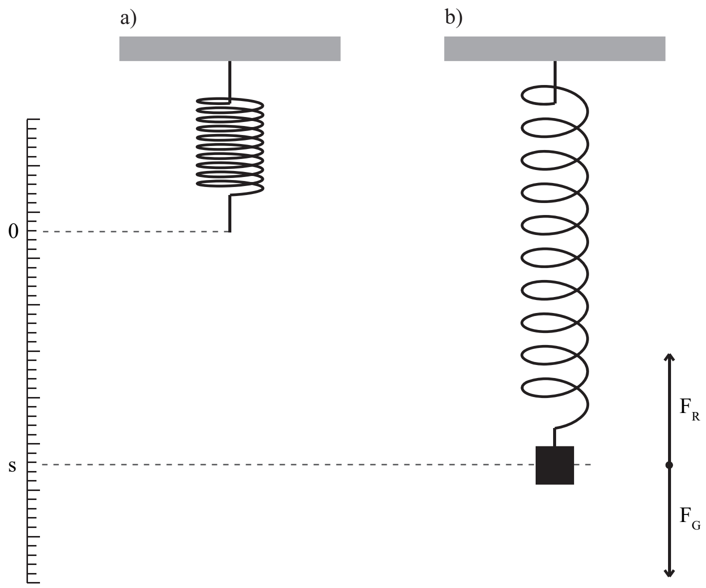


Abbildung 3.3: Federwaage: a) Schraubenfeder ohne Belastung, b) Auslenkung der Feder durch angehängtes Gewicht.

um eine *plastische Deformation*. Bei einer Schraubenfeder wird der Draht, aus dem die Feder hergestellt ist, durch die angreifende Kraft nicht in seiner Länge gedehnt, sondern verdreht (Torsion). Man kann so bei der Herstellung von Federn deren Wirkung (Federkonstante) durch die Wahl von Drahtstärke und Federdurchmesser in weiten Grenzen variieren.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Weshalb darf eine Schraubenfeder nicht überdehnt werden?

Versuchsdurchführung am Versuchstag:

Teilversuch 1 (Linearität der Federdehnung)
Zur Vorbereitung siehe Kapitel 3.2

3.1.3 Dichte, Auftriebskraft und Jolly'sche Federwaage

Die *Dichte* ρ für homogene Stoffe ist definiert als Verhältnis von Masse zu Volumen:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad [\rho] = \mathrm{kg/m^3}. \tag{3.8}$$

Eine Flüssigkeit zeichnet sich dadurch aus, dass sie sich nicht komprimieren lässt, also überall konstante Dichte ρ_{Fl} aufweist. Dahingegen nimmt der Druck aufgrund der Gewichtskraft proportional zur Tiefe zu. Befindet sich nun ein Körper in einer Flüssigkeit, so herrscht an der Unterseite des Körpers ein höherer Druck als an der Oberseite, was zu einer resultierenden auftreibenden Kraft F_A führt. Archmides erkannte schon vor über 2000 Jahren, dass diese Kraft genau der Gewichtskraft des verdrängten Flüssigkeitsvolumens V entspricht. Da die Masse der Flüssigkeit sich durch $m = \rho_{\mathrm{Fl}} \cdot V$ ergibt, lautet die Auftriebskraft folglich

$$|F_A| = \rho_{\mathrm{Fl}} \cdot V \cdot g. \tag{3.9}$$

Hierbei ist V das Volumen des Körpers, was sich unter Wasser befindet. Wird der gesamte Körper untergetaucht, so ist dieses Volumen gleich dem gesamten Körpervolumen, also gilt $V = V_K$. *Anm.: Entsprechendes gilt ebenfalls für Gase, jedoch sind die Dichten der Gase und damit die Auftriebskräfte sehr gering.*

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit ein Körper schwimmt?
- Ein Schiff fährt von Hamburg aufs offene Meer. Wie ändern sich beim Übergang von Süß- auf Salzwasser Auftriebskraft und Tiefgang? (Hinweis: Die Auftriebskraft des Schiffs muss konstant bleiben. Warum?)

Das System aus Abschnitt 3.1.2 (Masse m hängt an Feder, Direktionskonstante D) wird nun um ein Flüssigkeitsbad erweitert, in das der Probekörper der Masse m vollständig getaucht wird.

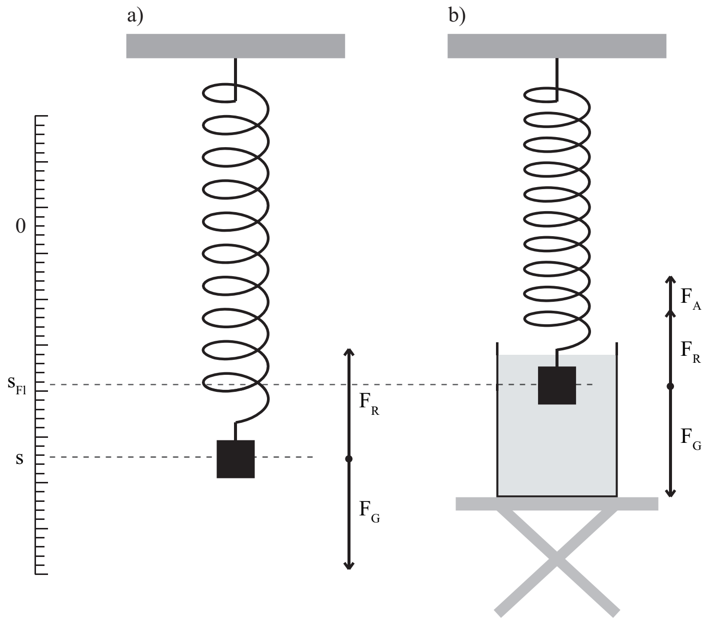


Abbildung 3.4: Jollysche Federwaage: a) Messung an Luft, b) Messung bei Eintauchen des Körpers in eine Flüssigkeit

Die Auslenkung s_{Fl} der Feder ist nun geringer als ohne Flüssigkeitsbad, da zusätzlich die Auftriebskraft F_A des Probekörpers seiner Gewichtskraft entgegenwirkt. In der Ruhelage addieren sich nun die Gewichtskraft F_G, die rücktreibende Kraft der Feder F_R und die Auftriebskraft F_A zu Null ($F_{Res} = 0$: Kräftegleichgewicht). Unter Beachtung der Richtung der Kraftwirkungen erhält man:

$$|F_G| = |F_R| + |F_A| \qquad \Rightarrow \qquad m \cdot g = D \cdot s_{Fl} + \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g. \tag{3.10}$$

Zur Bestimmung der Dichte eines Probekörpers ρ_K mit der Jolly'schen Federwaage werden die Auslenkungen der Feder s ohne und s_{Fl} mit Flüssigkeitsbad verglichen. Dazu werden die Ausdrücke 3.6 und 3.10 nach der Federkonstanten aufgelöst und dann gleichgesetzt. Mit 3.8 erhält man für die zu bestimmende Dichte den Ausdruck:

$$\rho_K = \rho_{Fl} \cdot \frac{s}{s - s_{Fl}}. \tag{3.11}$$

3.1.4 Aräometer

Zur schnellen Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten kann ein *Aräometer* (Spindel) genutzt werden. Die Eintauchtiefe ist ein Maß für die Dichte der Flüssigkeit, die an einer Skala in Höhe der Flüssigkeitsoberfläche abgelesen werden kann. Befindet sich die Skala ganz unterhalb oder oberhalb der Flüssigkeitsoberfläche, so ist das Aräometer für den Dichtebereich nicht geeignet. Aräometer werden für verschiedene Dichtebereiche und in Bauformen für grobe (dicker Hals, großer Bereich) und feine (schlanker Hals, kleiner Bereich) Bestimmungen gebaut.

✍

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Wie sollte der Hals eines Aräometers für eine große Empfindlichkeit und wie für einen großen Messbereich ausgebildet sein?

Versuchsdurchführung am Versuchstag:

Teilversuch 2 (Jolly'sche Federwaage)
Zur Vorbereitung siehe Kapitel 3.2

3.1.5 Federschwingungen

Es wurden soweit nur Systeme betrachtet, bei denen die resultierende auf ein Objekt einwirkende Kraft F_{Res} zu jedem Zeitpunkt Null ist.
Wird die Schraubenfeder aus Abschnitt 3.1.2 durch Vergrößern ihrer Gesamtlänge aus der Ruhelage ausgelenkt, so wird die rücktreibende Kraft größer als die Gewichtskraft. Lässt man die Feder nun los, so gilt:

$$F_{Res} \neq 0. \tag{3.12}$$

Die Feder zieht sich zusammen, da eine resultierende Kraft in Richtung von F_R auf sie wirkt. Die angehängte Masse wird beschleunigt. Sobald die beschleunigte Masse die Ruhelage passiert hat, wird die Feder gestaucht. Die rücktreibende Kraft ändert daher ihre Richtung. Es wirkt also nun eine resultierende Kraft, die die Feder wieder ausdehnt.
Die Feder führt so eine Schwingung um ihre Ruhelage aus. Die resultierende Kraft ändert Größe und Richtung mit der Zeit $F_{Res} = F_{Res}(t)$. Die Bewegung der angehängten Masse m kann mit 3.13 beschrieben werden:

$$\begin{aligned} m \cdot a = m \cdot \frac{\mathrm{d}^2 s(t)}{\mathrm{d}t^2} &= -D \cdot s(t) \\ \Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2 s(t)}{\mathrm{d}t^2} &= -\frac{D}{m} \cdot s(t). \end{aligned} \tag{3.13}$$

Es gilt nun, Lösungsfunktionen für diese Differentialgleichung zu finden. Nach 3.13 müssen diese proportional zu ihrer zweiten Ableitung sein. Diese Bedingung erfüllen die trigonometrischen Funktionen (siehe auch **II**.3.2):

$$s(t) = s_0 \cdot \sin(\omega t) \tag{3.14}$$

$$s(t) = s_0 \cdot \cos(\omega t). \tag{3.15}$$

Dabei stellt s_0 die Amplitude und $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ die Winkelgeschwindigkeit (bzw. Kreisfrequenz) dar. Für die zweiten Ableitungen erhält man:

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} = -\omega^2 \cdot s_0 \cdot \sin(\omega t) \tag{3.16}$$

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} = -\omega^2 \cdot s_0 \cdot \cos(\omega t). \tag{3.17}$$

Vergleicht man dies mit der Differentialgleichung 3.13, so erhält man einen Ausdruck für die Winkelgeschwindigkeit ω:

$$\omega^2 = \frac{D}{m}, \tag{3.18}$$

also:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \tag{3.19}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{1}{f} = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m}{D}}. \tag{3.20}$$

T wird die *Periodendauer* und f die *Frequenz* der Schwingung genannt. Welche der trigonometrischen Funktionen die Schwingung korrekt beschreibt, lässt sich anhand der Startbedingung überprüfen. Im betrachteten Fall wird zum Startzeitpunkt ($t = 0$) die ausgelenkte Feder losgelassen. Die Auslenkung $s(t)$ ist zu diesem Zeitpunkt also maximal und ungleich Null. Diese Bedingung erfüllt die Kosinusfunktion. Zur Veranschaulichung soll Abbildung 3.5 dienen.
Die zeitabhängige Auslenkung des Federpendels wird also durch die Funktion

$$s(t) = s_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \tag{3.21}$$

beschrieben. Dabei stellt s_0 die Amplitude der Schwingung und T die Dauer für eine Schwingungsperiode dar (siehe Abbildung 3.5).

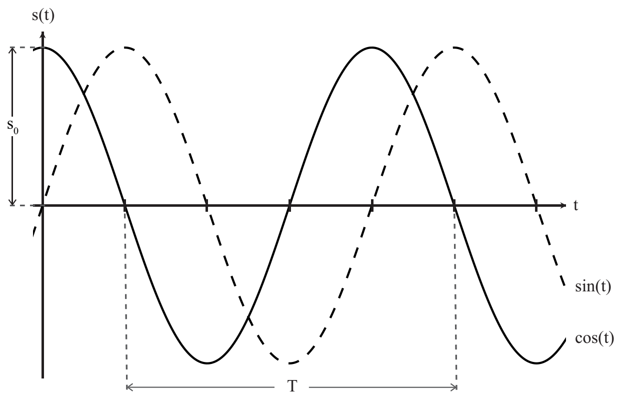


Abbildung 3.5: Trigonometrische Funktionen. Die Amplitude s_0 und die Periode T sind eingezeichnet.

3.1.6 Energie des Federpendels, Reibung

Eine wichtige Größe in der Mechanik ist die Energie, da sie stets erhalten bleibt, solange man ein geschlossenes System betrachtet und alle Energieformen berücksichtigt. Energie gibt die Fähigkeit eines Körpers an, Arbeit zu verrichten, wobei sie in andere Energieformen umgewandelt wird.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Wie lauten die drei Newton'schen Axiome?
- Welche Kräfte wirken auf eine Schraubenfeder ohne Gewicht, mit Gewicht und mit Gewicht + Auslenkung?
- Differenzieren Sie die Funktion $f(t) = \sin(\omega t)$ zweimal.
- Skizzieren Sie mit einem Bleistift E_{pot}, E_{kin} und E_{ges} in das Diagramm! (Hinweis: Machen Sie sich dazu klar, an welchen Stellen E_{pot} und E_{kin} jeweils maximal bzw. minimal sind.)

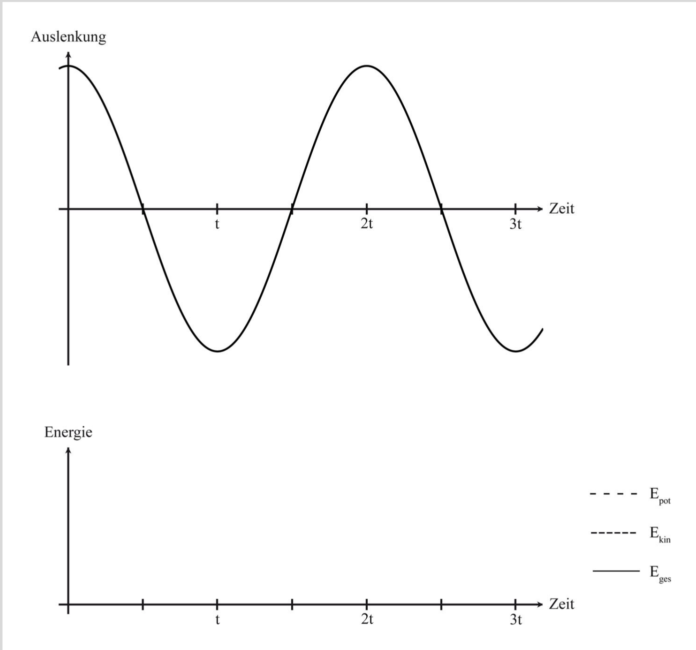


Abbildung 3.6: Verlauf von E_{pot}, E_{kin} und E_{ges} bei gegebener Auslenkung.

Die wichtigsten Energieformen in der Mechanik sind kinetische und potentielle Energie. Die kinetische Energie E_{kin} ist die in der Bewegung eines Körpers gespeicherte Energie und beträgt

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2. \tag{3.22}$$

Sie steigt also quadratisch mit der Geschwindigkeit an, weswegen bei einer Kollision mit doppelter Geschwindigkeit beispielsweise die vierfache Deformationsarbeit geleistet werden kann.
Potentielle Energie E_{pot} ist dahingegen die Energie, die ein Körper durch seine Lage in einem bestimmten Kraftfeld besitzt. Dies wird im Beispiel anschaulich: Im Schwerefeld der Erde besitzen Körper auf der Erdoberfläche die (potentielle) Lageenergie:

$$E_{\text{pot}} = mgh. \tag{3.23}$$

So besitzt beispielsweise auch Wasser, was sich in einem Speicherbecken auf einer bestimmten Höhe h befindet, eine Lageenergie. Diese kann zur

Stromerzeugung benutzt werden, indem man das Wasser ins Tal fließen lässt. Dabei wird die Lageenergie in kinetische Energie und diese wiederum in Turbinen in elektrische Energie umgewandelt.
Das Federpendel besitzt auch eine Form der potentiellen Energie, nämlich Spannungsenergie

$$E_{\text{Feder}} = \frac{1}{2}Ds^2. \tag{3.24}$$

Die Spannungsenergie der Feder verschwindet also, wenn sie nicht ausgelenkt ist, und kann somit keine Arbeit verrichten.
Man kann das Federpendel nun als System verstehen, welches kontinuierlich kinetische und potentielle Energie ineinander umwandelt. Lenkt man es aus, so besitzt es zunächst potentielle Energie, die, sobald man es loslässt, in kinetische Energie umgewandelt wird. Die kinetische Energie nimmt dabei bis zum Nulldurchgang zu, und wird dann wieder in potentielle Energie umgewandelt. Dieser Prozess wiederholt sich.
Diese Überlegung gilt nur bei Vernachlässigung der Reibungskräfte. Beobachtet man das Federpendel über mehrere Schwingungen hinweg, so macht sich eine Abnahme der Amplitude bemerkbar. Dies liegt daran, dass für die Schwingung weniger Energie zur Verfügung steht, da ein Teil der Gesamtenergie der Feder kontinuierlich durch Reibung in Wärmenergie umgewandelt wird. Wartet man solange, bis die Pendelschwingung vollständig abgeklungen ist, so wurde die gesamte Energie der Schwingung in Wärme umgewandelt.

3.1.7 Eigenschwingung

Die Eigenmasse m_0 von Feder und Gewichtauflageplatte bestimmen die Eigenschwingungsdauer des Systems

$$T_0 = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m_0}{D}}. \tag{3.25}$$

Nach Anbringen einer Zusatzmasse m_Z verändert sich die Schwingungsdauer auf

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m_0 + m_Z}{D}}. \tag{3.26}$$

Durch Quadrieren von Gleichung (3.26) und Einsetzen von Gleichung (3.25) erhält man die bekannte Form einer linearen Gleichung bezüglich T^2:

$$T^2 = \underbrace{4 \cdot \pi^2 \frac{m_0}{D}}_{T_0^2} + 4 \cdot \pi^2 \frac{m_Z}{D} = \underbrace{T_0^2}_{Achsenabschnitt} + \underbrace{\frac{4 \cdot \pi^2}{D}}_{Steigung} \cdot m_Z \tag{3.27}$$

Das Quadrat der Schwingungsdauer eines Federpendels ändert sich demnach linear zu einer zusätzlich angebrachten Masse. Nach der experimentellen Bestimmung der Eigenschwingungsdauer T_0 und der dynamischen Direktionskonstanten D kann man das Federpendel zur Bestimmung mitschwingender Massen einsetzen.
Die Erdbeschleunigung ist in Gleichung (3.25) nicht enthalten, so dass geeignete Bauformen von Federpendeln für beliebige Massekörper auch an Orten mit unbekannter Beschleunigung eingesetzt werden können. Im schwerelosen Raum muss man die Massekörper allerdings zusätzlich befestigen. Zur Bestimmung der Masse bzw. der Massenänderung von Astronauten wertet man die Änderung der Schwingungsdauer eines federnden Sitzes aus.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Welche physikalische Größe kann man mit einer Schraubenfeder bekannter Direktionskonstante D messen?
- Wie ändern sich auf dem Mond gegenüber der Erde durch eine an eine Schraubenfeder gehängte Masse die Auslenkung s und die Schwingungsdauer T?
- Ist die mit der Stoppuhr bestimmte Schwingungsdauer eines Pendels genauer, wenn man zehnmal je eine Periode oder einmal zehn Perioden misst?
- Man stelle sich zwei identische schwingungsfähige Systeme im schwerelosen Raum vor (gleiche Massen, gleiche Federkonstanten), die sich nur in ihrer Ausrichtung horizontal/vertikal unterscheiden (siehe Abbildung 3.7). Welche Unterschiede erwarten Sie?

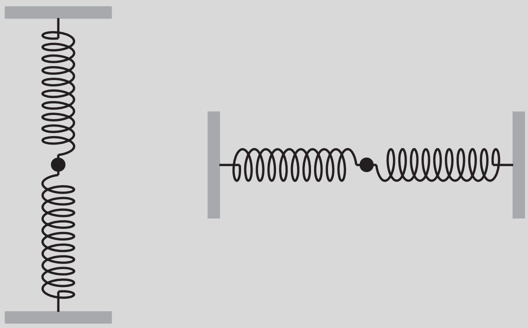


Abbildung 3.7: Zwei identische schwingungsfähige Systeme: Sowohl in vertikaler, als auch in horizontaler Ausrichtung.

Versuchsdurchführung am Versuchstag:

Teilversuch 3 (Gedämpfte Schwingungen),
Teilversuch 4 (Schwingungsdauer),
Teilversuch 5 (Bestimmung einer unbekannten Masse)
Zur Vorbereitung siehe Kapitel 3.2

3.2 Versuchsdurchführung

Im Rahmen dieses Versuchs soll zunächst mit zwei verschiedenen Methoden die Direktionskonstante (Federkonstante) D einer Spiralfeder bestimmt werden um die erhaltenen Ergebnisse miteinander zu vergleichen. Danach

sollen mit Hilfe der Jolly'schen Federwaage die Dichten dreier Probekörper, sowie die Dichte von Salzwasser bestimmt werden. Zum Abschluss soll die unbekannte Masse eines Probekörpers bestimmt werden. In den letzt genannten Aufgaben soll Ihnen klar werden, wofür die Direktionskonstante einer Feder vonnöten ist und warum Sie sie bestimmen.
Achten Sie bitte bei den Versuchen darauf die Feder nicht zu überdehnen und nehmen Sie die Gewichte ab, solange Sie diese nicht benutzen, da die Feder sonst plastisch verformt werden kann.
Es stehen zwei Aufhängungen zur Verfügung. Die der Wand nähere Position wird für die statischen Messungen (Aufgabe Teilversuch 1 und Teilversuch 2) benötigt, die andere für die dynamischen.

Teilversuch 1: Linearität der Federdehnung

Um die Direktionskonstante statisch zu bestimmen, brauchen wir nach Gleichung $D = g \cdot \frac{m}{s}$ die Erdbeschleunigung g und das Verhältnis $\frac{m}{s}$ zwischen angehängter Masse m und Ausdehnung der Feder s. Dazu müssen Sie zunächst die Auslenkungen s_i ($i = 0, 5, 10, 15, 20, 25$) der Feder für die gegebenen Massen $m_i = 0\,\text{g}, 5\,\text{g}, 10\,\text{g}, 15\,\text{g}, 20\,\text{g}$ und $25\,\text{g}$ bestimmen. Dazu hängen Sie die Schraubenfeder mit der Gewichtsplatte (siehe Abbildung 3.8) an die wandnahe Position und belasten sie nacheinander mit den zur Verfügung stehenden Gewichten. Die Werte für die Auslenkungen werden **parallaxenfrei**[2] abgelesen und in die Wertetabelle 3.1 eingetragen.
Die Differenz $s_i - s_0$ ist anschließend in Diagramm 3.9 gegen die jeweils angehängte Masse aufzutragen.
Die Steigung der **Ausgleichsgraden** durch die Messpunkte $\Delta s/\Delta m$ ist mit Hilfe des Steigungsdreiecks (siehe Abschnitt **II**.2.4) zu ermitteln. Nach Gleichung $D = g \cdot \frac{m}{s}$ wird der Kehrwert der Steigung benötigt, um die Direktionskonstante zu ermitteln. Der Faktor g ist hierbei die Erdbeschleunigung. Geben sie die Direktionskonstante in $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ an. Warum machen wir an dieser Stelle 6 Messungen, anstatt nur einmal ein Gewicht anzuhängen und mit den entsprechenden Werten D zu bestimmen?

Teilversuch 2: Jolly'sche Federwaage

Um die Dichte der Probekörper zu bestimmen, werden nach Gleichung $\rho_K = \rho_{\text{Fl}} \cdot \frac{s_{Luft}}{s_{Luft} - s_{\text{Fl}}}$ die Dichte der Flüssigkeit ($\rho_{Wasser} = 1{,}0\ \text{g/cm}^3$), die Auslenkung der Feder mit dem Probekörper an Luft (s_{Luft}), die Auslenkung der Feder nach Eintauchen in die Flüssigkeit (s_{Fl}) und die Differenz der Auslenkungen ($s - s_{\text{Fl}}$) benötigt.

- Bestimmen Sie zunächst die Auslenkung der Feder **ohne** Masse (s_0). Dazu lesen Sie die Position der Ablesehilfe auf der Skala parallaxenfrei mit Hilfe eines Spiegels ab, indem sie den Körper mit seinem Spiegelbild in Deckung bringen.

- Bestimmen Sie als nächstes mit der Ablesehilfe die Auslenkungen der Feder mit den Probekörpern an Luft ($s_{i,Luft}$) und tragen Sie die Werte in Tabelle 3.2 ein. Bestimmen Sie in der Tabelle die Differenzen $s_{Luft} = s_{i,Luft} - s_0$.

[2] Parallaxe bezeichnet dabei, dass sich die abgelesene Auslenkung der Feder scheinbar ändert, abhängig von der Höhe aus der man abliest.

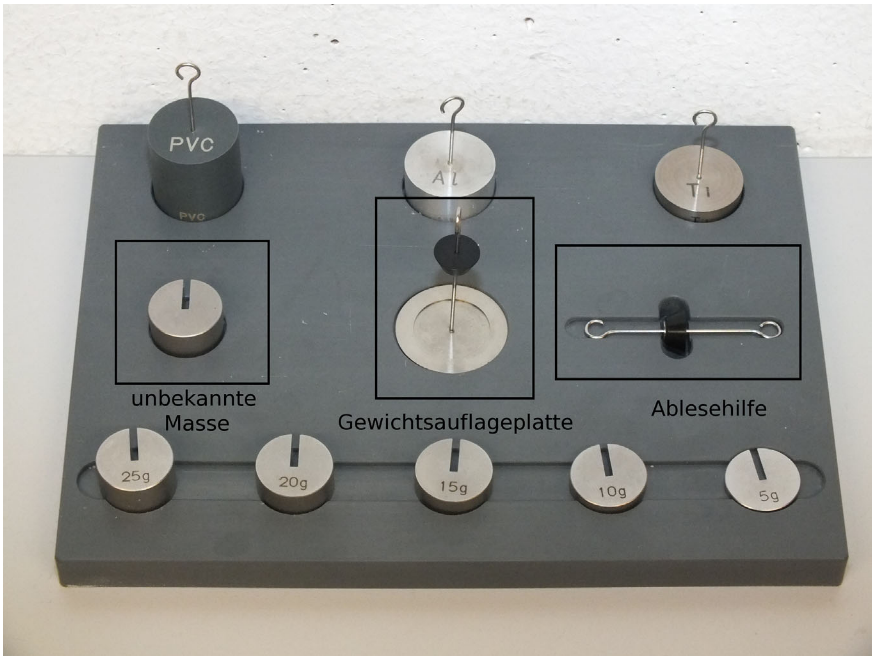


Abbildung 3.8: Für diesen Versuch benötigte Massen und Aufhängungen

- Füllen Sie das Becherglas mit Wasser und positionieren Sie es auf der Laborhebebühne unter der Schraubenfeder. Fahren Sie die Hebebühne so weit nach oben, bis der Probekörper vollständig im Wasser eingetaucht ist. Achten Sie darauf, dass sich keine Luftblasen unter dem Probekörper befinden! (Warum?) Lesen Sie die Position der Ablesehilfe (siehe Abbildung 3.8) ($s_{i,Fl}$) ab und tragen Sie den Wert in der Tabelle ein. Wiederholen Sie den Vorgang für alle drei Probekörper (PVC, Aluminium und Titan) und ermitteln Sie aus der Differenz wie oben $s_{\mathrm{Fl}} = s_{i,Fl} - s_0$.

- Berechnen Sie nun aus den ermittelten Werten die Dichten der drei Probekörper und vergleichen Sie diese mit den Literaturwerten[3]. Was fällt Ihnen für die Werte $s_{i,Luft}$ auf? Was hat das zu bedeuten?

- Wechseln Sie das Wasser gegen Salzwasser aus und wiederholen Sie die letzte Messung für **einen** der drei Probekörper. Bestimmen Sie $s_{SW} = s_{i,SW} - s_0$. Stellen Sie Gleichung $\rho_K = \rho_{SW} \cdot \frac{s_{Luft}}{s_{Luft} - s_{\mathrm{Fl}}}$ um und bestimmen Sie die Dichte des Salzwassers. Verwenden Sie für diese Rechnung den Literaturwert für die Dichte des Probekörpers.

- Überprüfen Sie mit Hilfe des Aräometers, ob der berechnete Wert für die Dichte des Salzwassers stimmt (Beachten Sie die Skala des Aräometers).

Teilversuch 3: Gedämpfte Schwingungen

In diesem Versuchsteil sollen die Eigenschaften (Amplitude, Frequenz, Dämpfung) einer gedämpften Schwingung untersucht werden.

Experiment

Hängen Sie die Feder dazu mit der Gewichtsauflageplatte an die weiter von der Wand entfernte Position und legen Sie die 20 g Masse auf die Gewichts-

[3] Zu finden in Tabelle 3.2 auf Seite 61

auflageplatte. Positionieren Sie den Ultraschallsensor (Schalter auf das Wagensymbol, Sensor in 90° Position) möglichst genau unter die Auflageplatte und starten Sie das Programm „V3 Schwingungen“.
Lenken Sie die Feder nun vorsichtig aus, damit das System zur Schwingung angeregt wird. Achten Sie dabei darauf, dass die Feder möglichst vertikal schwingt! (Warum?)
Starten Sie nun die Aufzeichnung mit dem „Start“ Knopf und beenden Sie die Aufzeichnung nach 120 Sekunden mit dem „Stopp“ Knopf. Während der Aufzeichnung wird der Abstand der Gewichtsauflageplatte als Funktion der Zeit aufgezeichnet. Beschreiben Sie, wie sich im Laufe der Zeit die Amplitude und die Frequenz ändert. Woran kann man die Dämpfung ausmachen?

Teilversuch 4: Schwingungsdauer

Nun soll aus der Schwingungsdauer T nach Gleichung $T^2 = T_0^2 + \frac{4\cdot\pi^2}{D} \cdot m_Z$ die Direktionskonstante D bestimmt werden. Dazu werden in Diagramm 3.10 die Quadrate der zuvor ermittelten Schwingungsdauern (T^2) gegen die entsprechenden Massen aufgetragen. Wie man an obiger Gleichung sehen kann, lässt sich aus der Steigung der Ausgleichsgraden direkt die Direktionskonstante D bestimmen ($Steigung = \frac{4\cdot\pi^2}{D}$).

- Legen Sie das Massestück $m_{10} = 10$ g auf die Gewichtsauflageplatte, starten Sie das Programm „V3 10g“ und regen Sie das System zur Schwingung an. Nehmen Sie mit dem Programm **mindestens** 11 Schwingungen auf und drucken Sie den Graphen aus. Ermitteln Sie nun die Schwingungsdauer für 10 vollständige Schwingungen $(10 \cdot T)$ in Sekunden und berechnen Sie daraus T und T^2. Tragen Sie die Werte in Tabelle 3.4 ein.

- Wiederholen Sie die Messung für die Gewichte $m_{15} = 15$ g, $m_{20} = 20$ g und $m_{25} = 25$ g mit den entsprechenden Programmen „V3 15g“, „V3 20g“ und „V3 25g“.

- Tragen Sie nun im Diagramm 3.10 T^2 gegen m auf und bestimmen Sie die Direktionskonstante D.

- Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus Aufgabe 3.2.

- Bestimmen Sie aus dem Diagramm ebenfalls die Eigenschwingungsdauer T_0. Warum wurden die Messungen mit 10 Periodendauern gemacht und nicht einfach eine abgelesen?

Teilversuch 5: Bestimmung einer unbekannten Masse

- Legen Sie nun die unbekannte Masse auf die Gewichtsauflageplatte und bestimmen Sie wie eben die Schwingungsdauer T.

- Stellen Sie nun Gleichung $T^2 = T_0^2 + \frac{4\cdot\pi^2}{D} \cdot m_Z$ nach m_Z um und bestimmen Sie mit den zuvor ermittelten Daten (T_0, D, T^2) m_Z.

3.3 Protokoll

vom **Assistenten** auszufüllen:

Datum:
Unterschrift:

Matr.-Nr.:
Name, Vorname:
Versuchstitel:

Datum:

In diesem Versuch soll...

In Teilversuch 1 soll...

m_i in g	s_i in cm	$s_i - s_0$ in cm
0		
5		
10		
15		
20		
25		

Tabelle 3.1: Messung zu Teilversuch 1

Wir haben in diesem Versuch 6 Messungen durchgeführt, da...

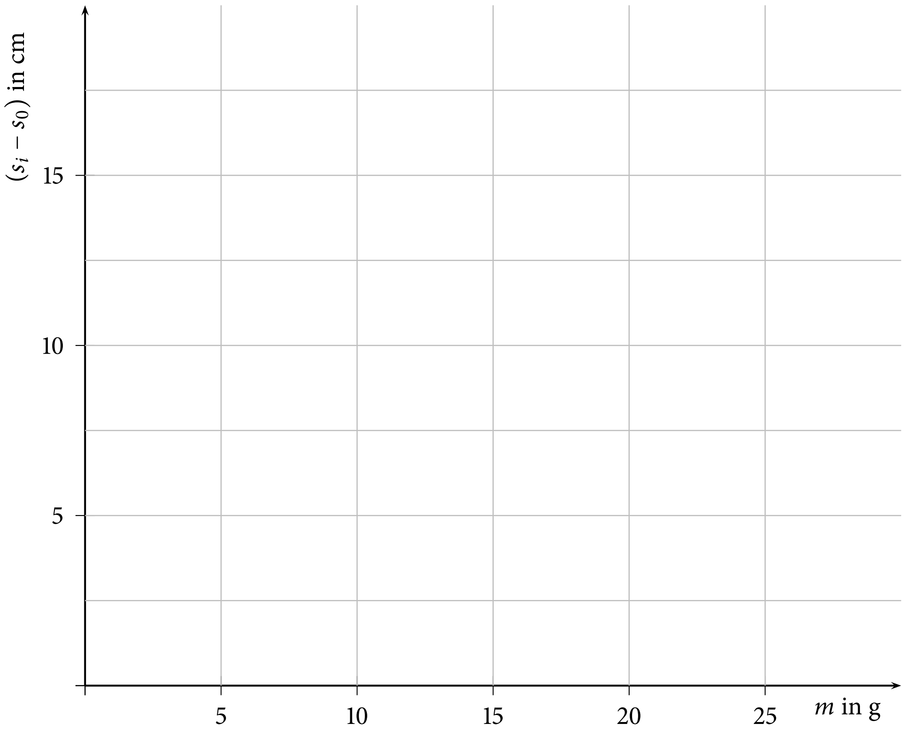


Abbildung 3.9: Graphische Darstellung der Messergebnisse

Für die Direktionskonstante ergibt sich damit:

$$D \approx \_\_\_\_\_\_\_\_ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

In Teilversuch 2 soll ...

	PVC	Al	Ti
s_0 **in** cm			
$s_{i,Luft}$ **in** cm			
s_{Luft} **in** cm			
$s_{i,Fl}$ **in** cm			
s_{Fl} **in** cm			
$\rho_{berechnet}$ **in** g/cm^3			
$\rho_{Literatur}$ **in** g/cm^3	1,40	2,71	4,54

Tabelle 3.2: Messungen zu Teilversuch 2

Warum sollten sich keine Luftblasen unter dem Probekörper befinden?

Was ist Ihnen für die Werte von $s_{i,Luft}$ aufgefallen und was hat das zu bedeuten?

	PVC/Al/Ti
s_0 **in** cm	
$s_{i,Luft}$ **in** cm	
s_{Luft} **in** cm	
$s_{i,Salwasser}$ **in** cm	
$s_{Salzwasser}$ **in** cm	
$\rho_{Literatur}$ **in** g/cm^3	
$\rho_{Salzwasser}$ **in** g/cm^3	

Tabelle 3.3: Messungen zur Berechnung der Dichte von Salzwasser

Mit dem Aräometer haben wir folgenden Wert für die Dichte von Salzwasser bestimmt:

$$\rho \approx \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{g/cm}^3$$

Vergleich der ermittelten Werte für die Dichte:

In Teilversuch 3 soll ...

Ursache für eine Dämpfung bei realen Systemen können sein:

Warum muss man bei dem Experiment darauf achten, dass das System möglichst vertikal schwingt?

Woran erkennt man bei dem Experiment die Dämpfung?

In Teilversuch 4 soll ...

m **in** g	$10 \cdot T$ **in** s	T **in** s	T^2 **in** s^2
10			
15			
20			
25			

Tabelle 3.4: Messwerte zu Aufgabe 3.2

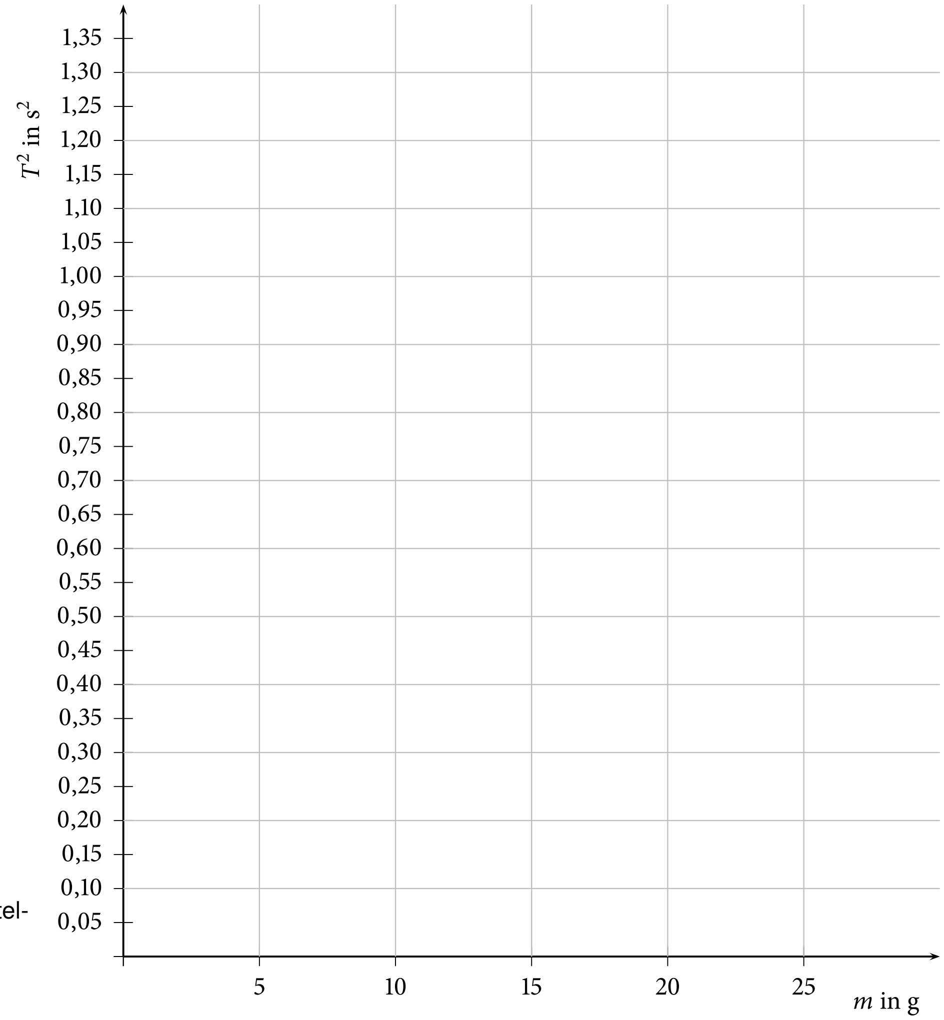


Abbildung 3.10: Graphische Darstellung der Messergebnisse

Es ergeben sich mit der Steigung c folgende Werte für die Direktionskonstante D und die Eigenschwingungsdauer T_0:

$$c = \_\_\_\_\_\_\_\_ \approx \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{g}}$$

$$D = \_\_\_\_\_\_\_\_ \approx \_\_\_\_\_\_\_\_ \mathrel{\hat{=}} \_\_\_\_\_\_\_\_ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

$$T_0^2 \approx \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \mathrm{s}^2$$

$$T_0 \approx \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \mathrm{s}$$

Vergleich der Direktionskonstante mit der ermittelten Direktionskonstante aus Teilversuch 1:

____

____

____

Warum wurden die Messungen mit 10 Periodendauern gemacht ?

____

____

In Teilversuch 5 soll ...

____

____

____

____

____

Zur Bestimmung einer unbekannten Masse musste Gleichung $T^2 = T_0^2 + \frac{4 \cdot \pi^2}{D} \cdot m_Z$ nach m_Z umgeformt werden.

$m_Z =$ ______________________________

Mit den Werten

$T_0 =$ __________ s,

$D =$ __________ $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ und

$T^2 =$ __________ s^2

ergibt sich für die unbekannte Masse folgendes Gewicht:

$m_Z =$ ______ g.

Bewertung und Einordnung der Messergebnisse

____

____

____

____

____

____

____

____

Versuchstag: Optik 1

9/10

Geometrische Optik und Auge

Ein grundlegender Bereich der Physik, dessen technische Errungenschaften vielseitig nutzbar sind, ist die Optik. Sie befasst sich mit der Ausbreitung von Licht und dessen Wechselwirkung mit der Materie. Im Rahmen dieses Versuchs wird es ausschließlich um geometrische Optik gehen, in der die Ausbreitung des Lichts durch idealisierte Strahlen beschrieben wird. Das Lernziel ist das Kennenlernen einiger Grundbegriffe der geometrischen Optik.
Im Alltag begegnet der Mensch vielen technischen Errungenschaften mit unmittelbarem Bezug zur Optik. So wird die Funktionsweise von Mikroskopen, Fernrohren, Kameras, Projektoren, Brillen, Kontaktlinsen aber auch Glasfaserkabeln (Lichtwellenleiter) in Kommunikationssystemen durch die Optik beschrieben.

Geräteausstattung

- Plexiglaslinsen verschiedener Brennweiten.
- Plexiglasscheiben in Halbkreis- und Bogenform.
- Unterlagen mit aufgedrucktem Auge und/oder Skalen.
- Laser-Ray-Box.
- Laser-Line-Box.
- Optische Bank mit Lampe, Linse mit Blende und Schirm.

Erforderliche Kenntnisse

Laserschutz (siehe Abschnitt 9.2.1), Snellius'sches Brechungsgesetz, Totalreflexion, Linsen und Abbildung durch Linsen, Linsengleichung, chromatische und sphärische Aberration

9.1 Grundlagen

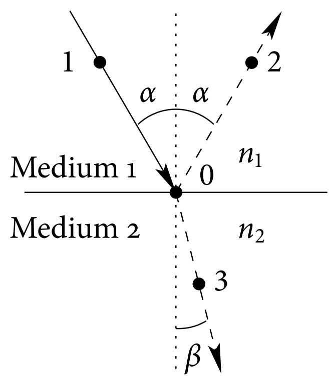


Abbildung 9.1: Brechung des Lichts am Übergang von Medium 1 zu Medium 2

In einem homogenen Medium breitet sich Licht geradlinig aus. Trifft ein Lichtbündel im Winkel α auf die Grenzfläche zweier durchsichtiger Medien, so wird ein Teil im gleichen Winkel α (Einfallswinkel) reflektiert. Ein anderer Teil dringt in das Medium 2 ein, wird dabei gebrochen und läuft unter dem Winkel β (Ausfallswinkel) weiter. Die Winkel werden immer zur

Normalrichtung (Flächensenkrechte) gemessen. Alle Strahlenwege sind umkehrbar, d. h. Lichtstrahlen von 1 nach 2 und 2 nach 1 bzw. von 1 nach 3 und 3 nach 1 nehmen jeweils den gleichen Weg über 0. Sind n_1 und n_2 die Brechungindizes der beiden Medien, so gilt für die Winkel α und β

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \text{(Brechungsgesetz).} \qquad (9.1)$$

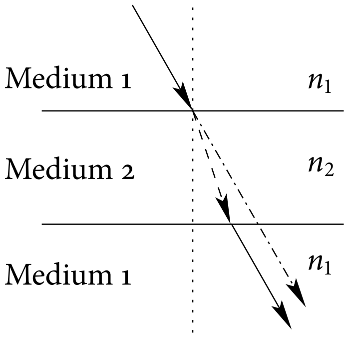


Abbildung 9.2: Parallelversatz des Lichts an einer dünnen Platte.

Ist der Brechungsindex eines Mediums n_1 kleiner als der eines zweiten n_2, so nennt man Medium 1 das optisch dünnere bzw. Medium 2 das optisch dichtere der beiden Medien.

Bewegt sich ein Lichtstrahl zunächst in Luft ($n_1 = 1$), dann durch eine planparallele Glasplatte (z. B. $n_2 = 1,3$) und schließlich wieder durch Luft, so ergibt sich nach Gleichung (9.1) eine parallele Versetzung des Lichtstrahls. Bei der Umkehrung der Lichtwege ergibt sich jedoch ein Sonderfall. Fällt der Strahl vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium, so ist nach Abbildung (9.1) der Winkel β kleiner als der Winkel α. Vergrößert man nun den Winkel β, so wird der Austrittswinkel α ebenfalls größer, bis er schließlich $\alpha = 90°$ erreicht. Für diesen Fall nennt man den Einfallswinkel den Grenzwinkel der Totalreflexion β_{gr}. Wird der Winkel β nun weiter vergrößert, so kann aus dem optisch dichteren Medium 2 kein Licht mehr austreten: es tritt Totalreflexion an der Grenzfläche auf. Der Grenzwinkel der Totalreflexion β_{gr} wird berechnet, indem in Gleichung (9.1) der Fall $\alpha = 90°$ eingesetzt wird:

$$\sin\beta_{gr} = \frac{n_1}{n_2}. \qquad (9.2)$$

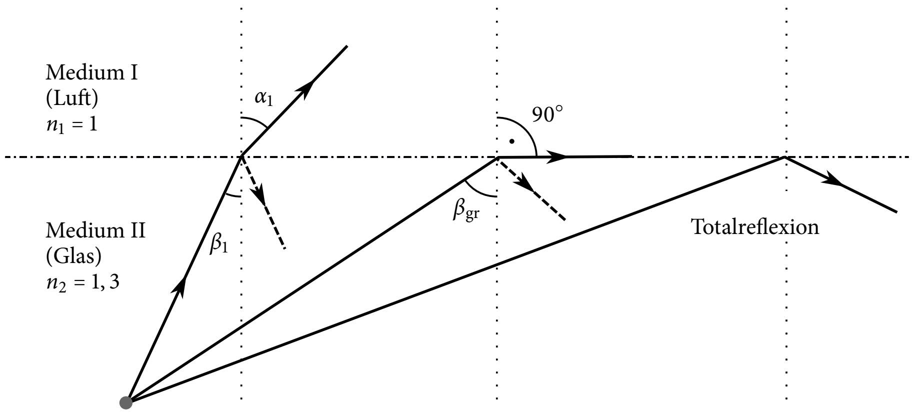


Abbildung 9.3: Totalreflexion.

Versuchsdurchführung am Versuchstag:

Teilversuch 1 (Lichtbrechung und -reflexion)

Zur Vorbereitung siehe Kapitel 9.3

9.1.1 Linsen

Eine Linse ist ein optisches Element, das zur optischen Abbildung verwendet werden kann. Sie besteht aus einem durchlässigen Körper wie z. B. Glas oder Kunststoff, der durch lichtbrechende, gekrümmte Flächen begrenzt wird. Bei sphärischen Linsen sind dies koaxiale Kugelflächen. Die Linsengleichung bestimmt die Brennweite f unter Berücksichtigung der Kugelradien r_1 und r_2 sowie der Brechungsindizes n_2 des Linsenmaterials und n_1 des die Linse umgebenden Mediums:

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right). \tag{9.3}$$

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Wie ändert sich qualitativ die Brennweite einer bikonvexen Glaslinse ($n = 1,52$), wenn sie von Wasser ($n = 1,33$) anstelle von Luft umgeben ist?
- Eine Sammellinse aus Quarzglas ($n = 1,46$) hat in Luft eine Brennweite von 5 cm. Welche Brennweite f_{CS_2} hat dieselbe Linse in Schwefelkohlenstoff ($n = 1,62$)?

9.1.2 Brechwert

Anstelle der Brennweite verwendet man auch die reziproke Brennweite als Brechwert D:

$$D = \frac{1}{f}. \tag{9.4}$$

Die Einheit des Brechwertes ist: $[D] = 1\,\text{Dioptrie} = 1\,\text{dpt} = \text{m}^{-1}$.

9.1.3 Abbildungsgleichung

Wenn jedem Punkt eines Gegenstandes G im Abstand g eindeutig ein scharfer Punkt eines Bildes B auf einem Schirm im Abstand b zugeordnet ist, liegt eine Abbildung vor, und es gilt die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}. \tag{9.5}$$

9.1.4 Sammellinse

Die Lateralvergrößerung V einer reellen Abbildung wie bei der Sammellinse aus Abbildung (9.4) beträgt:

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \tag{9.6}$$

In Gleichung (9.3) bis Gleichung (9.6) und in den Abbildungen bedeuten

f = Brennweite	
g = Gegenstandsweite	G = Gegenstandsgröße
b = Bildweite	B = Bildgröße

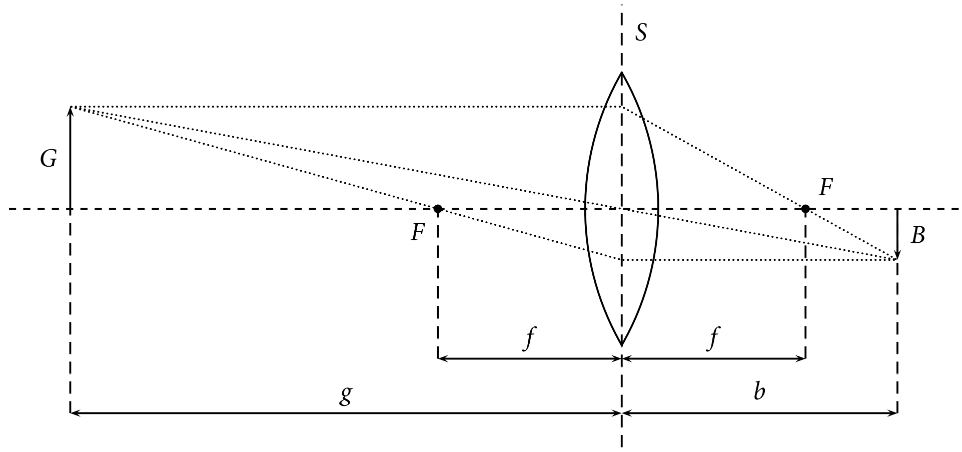


Abbildung 9.4: Konstruktion eines Bildes einer Sammellinse

Um das Bild einer Sammellinse zu konstruieren benötigt man wenigstens zwei der drei folgenden typischen Strahlen:

- den Hauptstrahl (Strahl durch den Linsenmittelpunkt)
- den Brennstrahl (Strahl durch den Brennpunkt)
- den Parallelstrahl (Strahl parallel zur optischen Achse).

Dabei wird ausgenutzt, dass der Hauptstrahl (bei der Konstruktion) nicht gebrochen wird und die Brenn- bzw. Parallelstrahlen an der Hauptebene der Linse (S) in den jeweils anderen umgewandelt werden (siehe Abbildung (9.4)). Da es sich bei diesen Strahlen um willkürlich herausgegriffene einfache Konstruktionshilfen handelt, ist es belanglos, ob die zur Illustration eingezeichnete Linse den Schnittpunkt eines Parallelstrahls mit der Hauptebene S überhaupt erreicht oder wie dick die Linse an dieser Stelle gezeichnet ist. Wenn die (in erster Näherung vernachlässigte) Abhängigkeit der Abbildung von der Linsendicke berücksichtigt werden soll, wird bei der Konstruktion auf mehrere Hauptebenen zurückgegriffen.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Eine Linse bildet einen $g = 1,00$ m entfernten Gegenstand G in $b = 10$ cm Entfernung ab. Wie groß ist die Brennweite der Linse in Einheiten 1 cm bzw. 1 dpt und wie groß ist die Lateralvergrößerung V?
- Wie groß muss die Gegenstands- und die Bildweite für eine 1:1 Abbildung sein?

Für die möglichen ausgezeichneten Lagen eines Gegenstandes erhält man als Ergebnis die in Tabelle 9.1 zusammengestellten Bildeigenschaften.

Versuchsdurchführung am Versuchstag:

Teilversuch 2 (Abbildungseigenschaften von Linsen)
Zur Vorbereitung siehe Kapitel 9.3

	Gegenstandsweite g	Bildweite b	Bildeigenschaften
a	$g = \infty$	f	reell, punktförmig
b	$2 \cdot f < g < \infty$	$f < b < 2 \cdot f$	reell, umgekehrt, verkleinert
c	$g = 2 \cdot f$	$b = 2 \cdot f$	reell, umgekehrt, gleich groß
d	$f < g < 2 \cdot f$	$2 \cdot f < b < \infty$	reell, umgekehrt, vergrößert
e	$0 < g < f$	vor der Linse	virtuell, aufrecht, vergrößert

Tabelle 9.1: Bildeigenschaften bei verschiedenen Gegenstandsweiten

9.1.5 Zerstreuungslinse

Die Bildkonstruktion für Zerstreuungslinsen lässt sich ähnlich durchführen wie für die Sammellinse. Der Schnittpunkt der Konstruktionslinien führt zu einem virtuellen Bild. In Gleichung (9.5) ist dann ein negativer Wert für f zu benutzen. Bei der Konstruktion mit Hilfe von Brenn- bzw. Parallelstrahlen werden die an der Hauptebene entstehenden Strahlen auf der Gegenstandsseite gestrichelt eingezeichnet. Diese Linien deuten explizit keine Lichtstrahlen an, sondern dienen nur der Konstruktion. Das Licht welches beim Durchgang durch die Linse divergent gestreut wird, verläuft so wie ein die gestrichelten Linien entlang laufender Strahl, welcher an der Linse nicht gebrochen wird (siehe Abbildung 9.5). So wird auch der Begriff „virtuelles Bild" anschaulich: Anders als beim reellen Bild, bei dem tatsächlich vom Gegenstand kommendes Licht abgebildet wird, erscheinen einem Betrachter, der in der Abbildung von rechts durch die Linse schaut, alle Lichtstrahlen von dem Bild B ausgehend. Eigentlich handelt es sich bei einem virtuellen Bild also um eine Selbsttäuschung des Gehirns, welches intuitiv gerade Lichtstrahlen voraussetzt und die Ablenkung durch die Linse ignoriert.

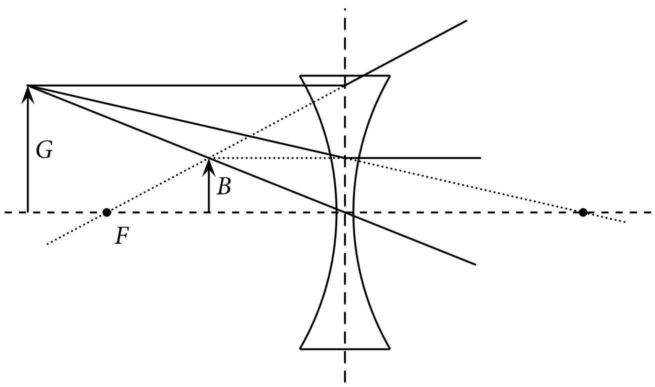


Abbildung 9.5: Konstruktion des Bildes einer Zerstreuungslinse

9.1.6 Linsenfehler

Sphärische Aberration (Öffnungsfehler)

Bei monochromatischem Licht zeigen Linsenzonen nach außen hin abnehmende Brennweiten (siehe Abbildung 9.6). Durch Ausblenden der Randstrahlen kann dieser Effekt zwar vermieden werden, gleichzeitig tritt aber ein unerwünschter Lichtverlust auf. Die Herstellung parabolisch geformter Linsen ist technisch schwierig. Im allgemeinen werden Kombinationen von Sammel- und Zerstreuungslinsen mit unterschiedlichen Glassorten zur Reduzierung des Öffnungsfehlers bevorzugt.

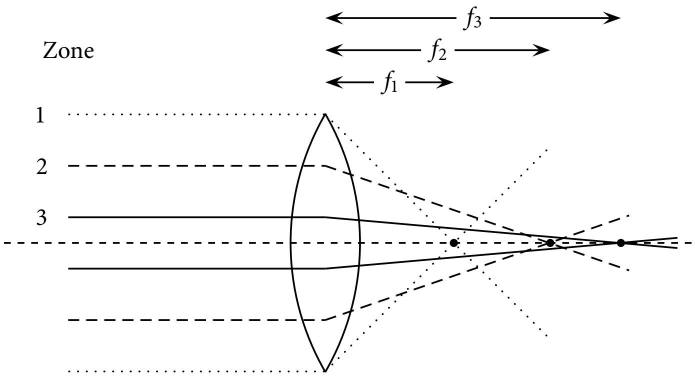


Abbildung 9.6: Sphärische Aberration.

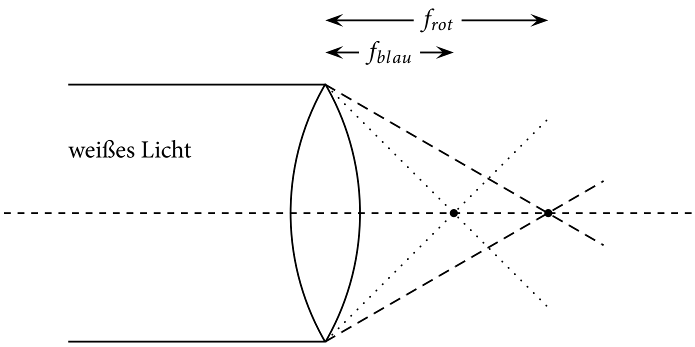


Abbildung 9.7: Chromatische Aberration. Weißes Licht ist polychromatisches Licht(wie z.B. Tageslicht), bei dem die Verteilung der Wellenlängen kontinuierlich ist.

Chromatische Aberration (Farbfehler)

Wegen der Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge (Dispersion) zeigen Sammellinsen für blaues Licht eine kürzere Brennweite als für rotes Licht (Formel 9.7). Durch Kombination von Linsen aus Gläsern verschiedener Dispersion kann dieser Fehler korrigiert werden. In der Natur kann man das Phänomen der chromatischen Aberration z.B. an Regenbögen beobachten: Das weiße Sonnenlicht wird durch Wassertropfen (Linsen) verschieden stark in seinen Spektralfarben gebrochen. Das Auge nimmt dann jede einzelne der Spektralfarben wahr.

Astigmatismus (Punktlosigkeit)

Linsen, deren Oberfläche nicht kugelförmig gekrümmt ist, weisen in zwei zueinander nicht parallelen Ebenen im Allgemeinen zwei verschiedene Brennweiten auf (siehe Abbildung 9.8). Dieser Fehler tritt auch beim menschlichen Auge auf und kann durch zylindrisch geformte Linsen behoben werden.

Versuchsdurchführung am Versuchstag:

Teilversuch 3 (Linsenfehler)
Zur Vorbereitung siehe Kapitel 9.3

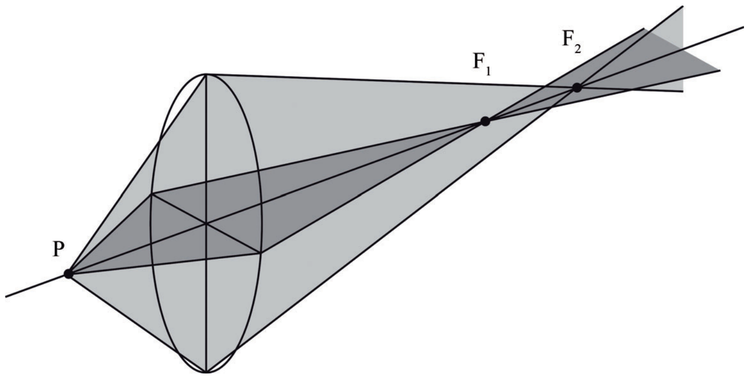


Abbildung 9.8: Astigmatismus

9.1.7 Linsenkombinationen

Linsensysteme bestehen aus mehreren hintereinander angeordneten Sammel- und Zerstreuungslinsen. Für zwei dicht aneinander angeordnete dünne Linsen mit den Brennweiten f_1 und f_2 ergibt sich die Gesamtbrennweite f_{ges} bzw. der Gesamtbrechwert D_{ges} aus:

$$\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \text{bzw.} \quad D_{ges} = D_1 + D_2. \tag{9.7}$$

Sind die Linsen im Abstand d zueinander angeordnet, ändern sich f_{ges} und D_{ges} gemäß:

$$\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \quad \text{bzw.} \quad D_{ges} = D_1 + D_2 - d \cdot D_1 \cdot D_2. \tag{9.8}$$

Da der Bezugspunkt, von dem aus die Gesamtbrennweite f_{ges} gegeben ist,

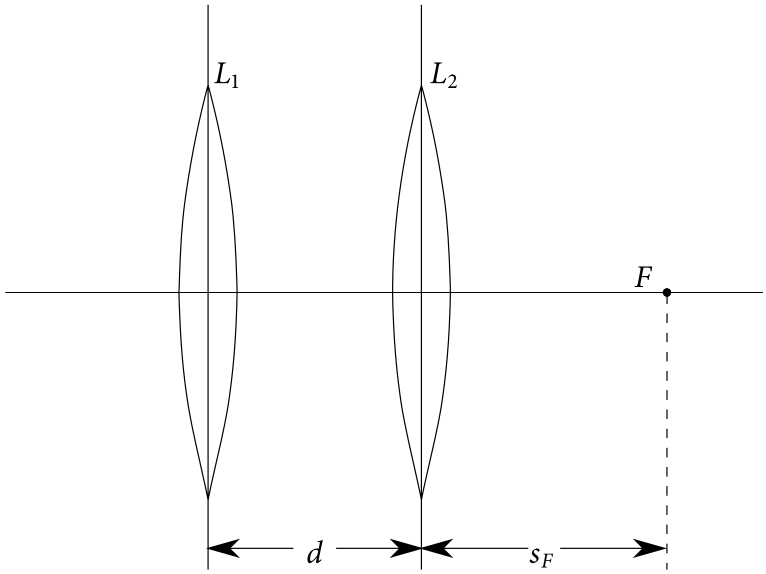


Abbildung 9.9: Linsenkombination: Zwei Linsen L_1 und L_2 mit den unterschiedlichen Brennweiten f_1 und f_2

vom jeweiligen Linsensystem abhängt, ist es in der Praxis sinnvoller, statt f_{ges} die Größe s_F zu messen. Diese kann auch als Gesamtbrennweite verstanden werden, allerdings gemessen vom Mittelpunkt der bildseitigen Linse (siehe Abbildung 9.9). Berechnet wird s_F durch:

$$\frac{1}{s_F} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1 - d}. \tag{9.9}$$

Brillen und Kontaktlinsen stellen zusammen mit dem Auge ebenfalls ein Linsensystem dar, bei dem durch eine in einem konstanten Abstand angeordnete Linse eine Brennweitenkorrektur erfolgt. Kameras werden heute mit

Linsensystemen ausgestattet, bei denen man durch Änderung des Linsenabstandes die Brennweite in weiten Grenzen variieren kann. Diese Systeme werden als Variooptik, Zoom oder Gummilinse bezeichnet.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Es werden eine Konvexlinse $f_1 = 10\,\text{cm}$ und eine Konkavlinse $f_2 = -5\,\text{cm}$ so kombiniert, dass der Abstand $d \approx 0\,\text{cm}$ beträgt. Wie groß ist für das zusammengesetzte Linsensystem die Brennweite in der Einheit 1 cm bzw. der Brechwert in der Einheit 1 dpt?

9.1.8 Das Auge

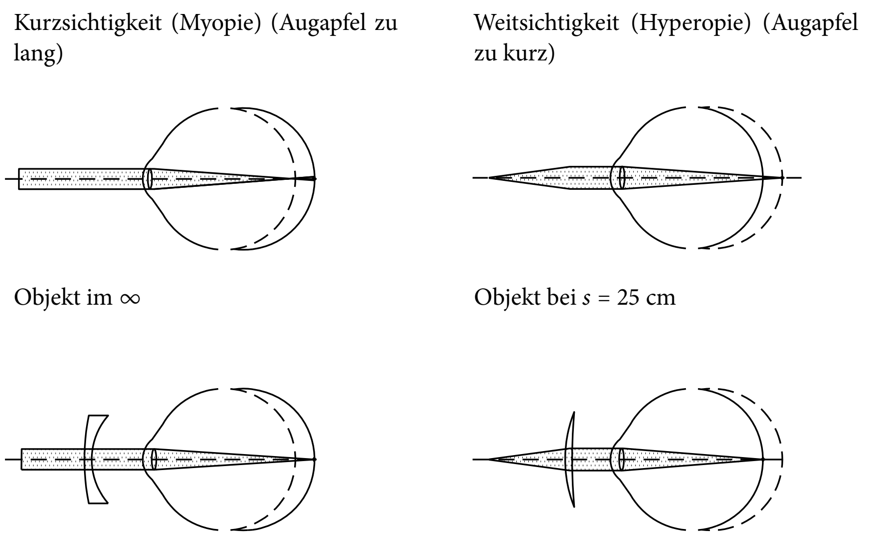


Abbildung 9.10: Das Auge

Im Auge wird ein umgekehrt reelles Bild auf der Netzhaut entworfen. Das optische System aus Hornhaut, Linse und Glaskörper hat im entspannten Zustand einen gesamten Brechwert von ca. 59 dpt. Durch Akkommodation passt sich das Auge an die Entfernung des Gegenstandes an, so dass auf der Netzhaut ein scharfes Bild entsteht. Die Helligkeit des einfallenden Lichtes wird unter anderem durch Adaption, d. h. durch Verändern der Pupillenöffnung (Blende) angepasst. Bei Fehlsichtigkeit liegt das Bild eines Gegenstandes vor oder hinter der Netzhaut (Kurz- bzw. Weitsichtigkeit). Durch vor dem Auge angebrachte Sammel- bzw. Zerstreuungslinsen (Brille, Kontaktlinsen) kann eine Korrektur erfolgen.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Berechnen Sie die Länge des Augapfels eines gesunden Menschen. Nehmen Sie dazu an, dass der Brechwert von Hornhaut, Linse und Glaskörper zusammen $D_{Auge} = 59$ dpt beträgt.
- Ein realistischer Wert für die Linse der Brille eines fehlsichtigen Patienten liegt bei $D_1 = D_{Brille} = -3{,}0$ dpt. Berechnen Sie mit Gleichung (9.9) die Abweichung der Länge des Augapfels zur normalen Länge ($s_F - f_2 = ?$). Nehmen Sie dazu an, dass Hornhaut, Linse und

Glaskörper zusammen einen durchschnittlichen Brechwert haben ($D_2 = D_{Auge} = 59$ dpt) und dass der Abstand zwischen Brille und Linse $d = 1,8$ cm beträgt.

- Wenn der gleiche Patient nun Kontaktlinsen tragen möchte, unterscheidet sich dann deren Brechwert von dem der Brille? Wenn ja, berechnen Sie den neuen Brechwert!

Versuchsdurchführung am Versuchstag:

Teilversuch 4 (Linsensysteme)
Zur Vorbereitung siehe Kapitel 9.3

9.2 Hinweise zur Benutzung der Laser

9.2.1 Laserschutz

Laser emittieren stark gerichtete Strahlung mit hoher Intensität, die Schäden an biologischem Gewebe und insbesondere am Auge verursachen kann! Im Umgang mit Lasern sind daher besondere Verhaltensregeln zu beachten:

1. Niemals direkt in den Laserstrahl sehen!
2. Niemals mit reflektierenden Gegenständen im Strahlengang hantieren! Uhren und Schmuck müssen abgelegt werden!
3. Niemals den Kopf auf Strahlhöhe halten!
4. Laser nur einschalten, wenn sie auf dem Tisch liegen!
5. Wird der Laser für die weitere Durchführung nicht mehr benötigt, so ist dieser auszuschalten!
6. Beim Umbau der Versuchsaufbauten muss der Laser ausgeschaltet werden!
7. Um sich selbst und andere Anwesende nicht zu gefährden sind unsachgemäße Handhabung und „Spielereien“ mit dem Laser zu unterlassen!

9.2.2 Bedienung der Laser-Ray-Box

In der Laser-Ray-Box befinden sich fünf Laser-Dioden (Wellenlänge 635 nm). Über einen Drucktaster können folgende Operationsmodi eingestellt werden:

- fünf Strahlen
- drei Strahlen (Zentralstrahlen)
- drei Strahlen (Randstrahlen)
- ein Strahl.

9.3 Versuchsdurchführung

Bei allen nachfolgenden Versuchen ist zu beachten, dass die lichtbrechenden Elemente nicht auf den brechenden Flächen, also solchen, die in den Strahlengang gebracht werden, berührt werden dürfen!

Teilversuch 1: Lichtbrechung und -reflexion

1. Zuerst soll der Brechungsindex von Plexiglas mit Hilfe des Brechungsgesetzes nach Snellius bestimmt werden. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

   a) Stellen Sie den roten Strichlaser auf die Metallplatte. Schalten Sie nur den Zentralstrahl des Lasers ein und richten Sie das Gerät so aus, dass der Lichtstrahl gerade entlang der Nullgradlinie des Winkelkreises verläuft. Legen Sie den Halbkreis aus Plexiglas in die auf der Unterlage mit dem aufgedruckten Winkelkreis vorgesehene Position.

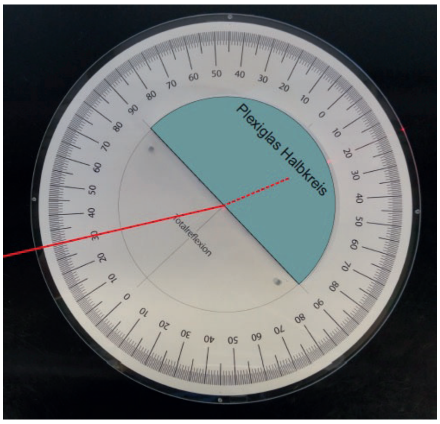


Abbildung 9.11: Halbkreis aus Plexiglas in Position für die Bestimmung des Brechungsindex von Plexiglas mit Hilfe des Brechungsgesetzes nach Snellius

   b) Ändern Sie die Position des strichförmigen Lasers entlang des Winkelkreises und überzeugen Sie sich, dass sich der Austrittswinkel des gebrochenen Lichtstrahls verschiebt. Achten Sie darauf, dass dabei die Ausrichtung des Lichtstrahls auf den Mittelpunkt des Winkelkreises beibehalten wird.

   c) Messen Sie für Eintrittswinkel α_i im Bereich von 20° bis 70° in Zehn-Grad-Schritten die Austrittswinkel β_i. Berechnen Sie nach Gleichung $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$ jeweils den Brechungsindex n_{Plexi} von Plexiglas. Bestimmen Sie den Mittelwert $\bar{n}_{Plexi}$. (Brechungsindex von Luft: $n_{Luft} \approx 1$)

2. Der Brechungsindex von Plexiglas soll nun mit Hilfe der Totalreflexion bestimmt werden.

   a) Legen Sie den Plexiglashalbkreis in die für diesen Versuch vorgesehene Position.

   b) Suchen Sie den Grenzwinkel der Totalreflexion β_{gr}, indem Sie den Laser entlang des Winkelkreises bewegen. Dabei muss der Strahl weiterhin auf den Mittelpunkt des Winkelkreises ausgerichtet bleiben.

   c) Berechnen Sie mit Gleichung $\sin\beta_{gr} = \frac{n_1}{n_2}$ den Brechungsindex von Plexiglas und vergleichen Sie diesen mit dem Mittelwert aus dem vorangegangenen Aufgabenteil.

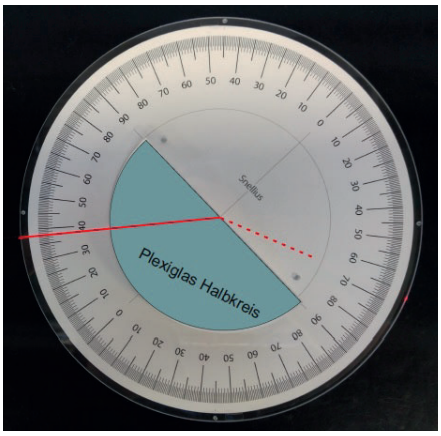


Abbildung 9.12: Halbkreis aus Plexiglas in Position für die Bestimmung des Brechungsindex von Plexiglas mit Hilfe der Totalreflexion

3. Nehmen Sie das Plexiglasbogensegment (Abb. 9.13) und nutzen Sie es als Lichtwellenleiter, indem Sie Licht unter verschiedenen Winkeln in die Schmalseite (nicht anfassen!) einstrahlen. Benutzen Sie dazu den roten Strichlaser. Beschreiben Sie ihre Beobachtungen unter Verwendung der Theorie zur Totalreflexion.

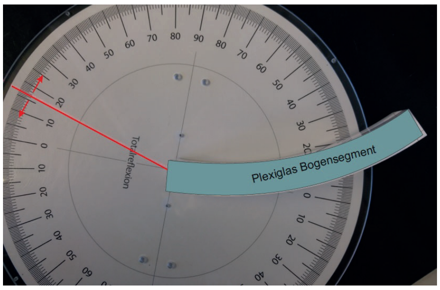


Abbildung 9.13: Plexiglasbogensegment

Teilversuch 2: Abbildungseigenschaften von Linsen

Der zweite Versuchsteil beschäftigt sich mit Abbildungseigenschaften von Sammellinsen und findet an der optischen Bank statt. Achten Sie darauf, dass Linse und Schirm senkrecht zum Strahlengang stehen!

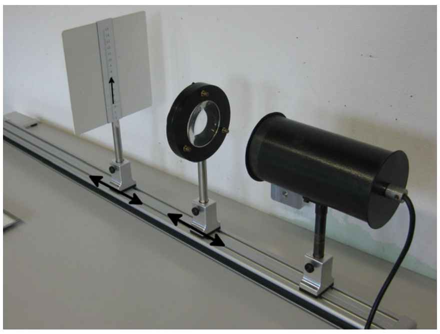


Abbildung 9.14: Optische Bank

1. Erzeugen Sie je ein Bild des Pfeilförmigen Gegenstandes der Größen $B_1 = 7{,}0\,\text{cm}$, $B_2 = 2{,}6\,\text{cm}$, $B_3 = 2{,}0\,\text{cm}$ mit einer Genauigkeit von etwa 0,2 cm. Dazu verschieben Sie Linse und Schirm, bis Sie ein scharfes Bild erhalten. Messen Sie jeweils die Gegenstandsweite g und die Bildweite b.

2. Berechnen Sie daraus jeweils die Brennweite der Linse f. Vergleichen Sie die Werte.

3. Um welchen der in Tabelle 9.2 angegebenen Fälle a - e handelt es sich jeweils?

Tabelle 9.2: Bildeigenschaften bei verschiedenen Gegenstandsweiten

	Gegenstandsweite g	**Bildweite b**	**Bildeigenschaften**
a	$g = \infty$	f	reell, punktförmig
b	$2 \cdot f < g < \infty$	$f < b < 2 \cdot f$	reell, umgekehrt, verkleinert
c	$g = 2 \cdot f$	$b = 2 \cdot f$	reell, umgekehrt, gleich groß
d	$f < g < 2 \cdot f$	$2 \cdot f < b < \infty$	reell, umgekehrt, vergrößert
e	$0 < g < f$	vor der Linse	virtuell, aufrecht, vergrößert

Teilversuch 3: Linsenfehler

Im ersten Teil des folgenden Versuchs soll die chromatische Aberration der Linse auf der optischen Bank bestimmt werden. Im zweiten Teil soll die sphärische Aberration einer Sammellinse aus Plexiglas untersucht werden. Legen Sie diese dazu auf eine der Unterlagen mit aufgedrucktem Auge.

1. Bestimmen Sie die Brennweiten der Sammellinse auf der optischen Bank für rotes und für blaues Licht. Stellen Sie dazu jeweils den roten oder den blauen Filter in die an der Lampe angebrachte Vorrichtung. Berechnen Sie die Brennweitendifferenz für rotes und blaues Licht.

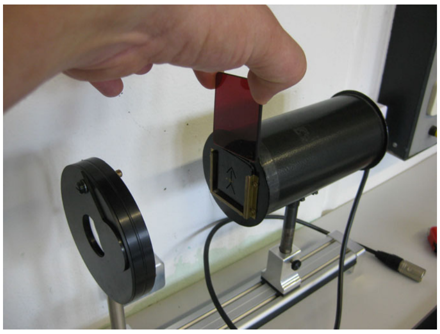


Abbildung 9.15: Haltevorrichtung für Farbfilter

2. Bestimmen Sie die Brennweiten der Sammellinse aus Plexiglas für rotes Laserlicht einmal für die Zentralstrahlen (die drei mittleren Strahlen) und einmal für die Randstrahlen (der mittlere und die beiden äußeren Strahlen) der Laser-Ray-Box. Stellen Sie diese dazu so auf die Unterlage mit dem längsten Augapfel, dass der mittlere Laserstrahl entlang der optischen Achse verläuft. Berechnen Sie die Brennweitendifferenz.

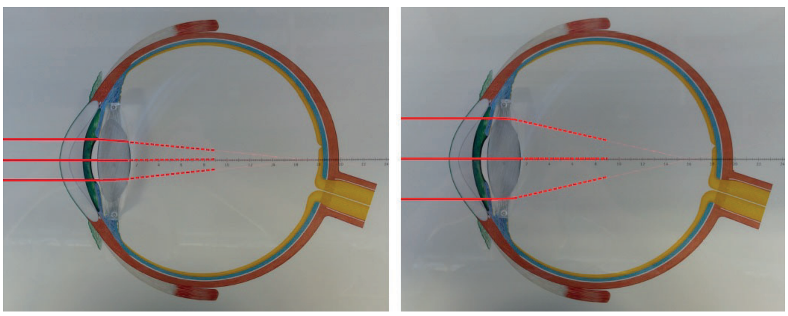


Abbildung 9.16: Unterlage mit aufgedrucktem Auge. Links: Die drei Zentralstrahlen. Rechts: Die Zwei Randstrahlen und der mittlere Strahl.

Teilversuch 4: Linsensysteme

In diesem Versuchsteil sollen mit Hilfe von Korrekturlinsen die Gesamtbrennweiten von Linsensystemen variiert werden. Dabei soll die Anpassung einer Brille bei fehlsichtigen Patienten simuliert werden. Sie bekommen dazu drei Unterlagen mit gleicher Farbkennung, die mit je einer Schemazeichnung eines Auges in zehnfacher Vergrößerung bedruckt sind. Legen Sie die von Ihnen im vorangegangenen Aufgabenteil vermessene Sammellinse auf die Unterlagen. Stellen Sie den roten Strichlaser auf den Magnetblock und richten Sie den Zentralstrahl jeweils an der optischen Achse aus. Verwenden Sie für die Messungen nur die drei inneren Strahlen. (Warum?) Berücksichtigen Sie bei Ihren Rechnungen, dass es sich bei diesem Modellsystem um eine zehnfache Vergrößerung handelt.

1. Nur eine der drei Schemazeichnungen entspricht bei Verwendung der Sammellinse der Vergrößerung eines gesunden Auges. Finden Sie heraus welche (rechnerisch oder experimentell).

2. Bei den beiden übrigen Augen kann die Fehlsichtigkeit durch eine Korrekturlinse behoben werden. Behandeln Sie dazu die Sammellinse des Auges und die anzupassende Korrekturlinse als Linsensystem, das der Gleichung $\frac{1}{S_F} = \frac{1}{f_{Sammel}} + \frac{1}{f_{Korr} - d}$ genügt. Gehen Sie wie folgt vor:

   - Messen Sie den Abstand zwischen Linse und Netzhaut Ihres Patienten, d.h. die Sollbrennweite oder Gesamtbrennweite s_F (vergl. Abbildung (9.9)). Der Abstand d zwischen Auge und Korrekturlinse beträgt in der Realität etwa $d = 1,8$ cm, also hier in zehnfacher Vergrößerung 18 cm.
   - Berechnen Sie die nötige Brennweite und den Brechwert der Korrekturlinse, indem Sie die Gleichung nach f_{Korr} umstellen und die Werte für die Sollbrennweite s_F, die Brennweite der Sammellinse f_{Sammel} und den Abstand d einsetzen. Achten Sie dabei auf die Einheiten!
   - Überprüfen Sie Ihre Rechnung, indem Sie eine passende Linse aus dem bereitgestellten Satz auswählen und sie in den Strahlengang einbringen.

9.4 Protokoll

vom **Assistenten** auszufüllen:

Datum:
Unterschrift:

Matr.-Nr.: Datum:
Name, Vorname:
Versuchstitel:

In diesem Versuch soll ...

In ersten Teil des Teilversuchs 1 soll ...

Der Brechungsindex n_2 lässt sich nach dem Snellius'schen Brechungsgesetz umstellen zu:

$n_2 =$ ______________________ .

Die Messwerte werden in folgender Tabelle eingetragen.

α_i in °	β_i in °	n_{Plexi}
20		
30		
40		
50		
60		
70		

Tabelle 9.3: Bestimmung des Brechungsindex von Plexiglas nach Snellius

Aus den berechneten Brechungsindizes von Plexiglas lässt sich nun der Mittelwert bestimmen zu:

$\overline{n}_{Plexi} =$ ______________________ .

Im zweiten Teil des Teilversuchs 1 soll ...

Für den Grenzwinkel der Totalreflexion ergibt sich

β_{gr} = ______________________________ .

Daraus berechnet sich der Brechungsindex n_{Plexi} zu:

$$n_{\text{Plexi}} = \underbrace{\rule{4cm}{0.4pt}}_{Formel} = \underbrace{\rule{4cm}{0.4pt}}_{einsetzen} = \rule{2.5cm}{0.4pt}$$

Verglichen mit dem ersten Aufgabenteil ...

Im dritten Teil des Versuchsteils 1 soll das Plexiglasbogensegment als Lichtwellenleiter genutzt werden. Hierzu folgende Beobachtungen und Erläuterungen:

Im darauf folgendem Teilversuch 2 soll ...

In folgender Tabelle werden die Messwerte sowie die errechneten Brennweiten eingetragen und den jeweiligen Fällen (siehe Tabelle 9.1) zugeordnet.

Tabelle 9.4: Messwerte und Ergebnisse

B_1 in cm	g in cm	b in cm	f in cm	Fall (a-e)
2,0				
2,6				
7,0				

Vergleich der berechneten Brennweiten:

In Teilversuch 3 soll ...

In der folgenden Tabelle werden die Messergebnisse zum Versuchsteil chromatische Aberration eingetragen:

Tabelle 9.5: Messwerte und Ergebnisse

	g in cm	b in cm	f in cm
rot			
blau			

Es ergibt sich die folgende Brennweitendifferenz:

$\Delta f = f_{rot} - f_{blau} =$ ______________ cm.

Um die sphärische Aberration zu bestimmen ...

____

____

Für die Zentralstrahlen ergibt sich folgende Brennweite:

$f_Z =$ ______________ cm

Für die Randstrahlen ergibt sich folgende Brennweite:

$f_R =$ ______________ cm

Hieraus ergibt sich folgende Brennweitendifferenz:

$\Delta f = f_Z - f_R =$ ______________ cm.

In Teilversuch 4 soll ...

____

____

____

____

Das Auge Nr. _______ entspricht einem gesunden Auge, weil

____

____

Zur Bestimmung der Brennweite der Korrekturlinse f_{korr} für die übrigen beiden Augen muss die Gleichung $\frac{1}{s_F} = \frac{1}{f_{Sammel}} + \frac{1}{f_{korr}-d}$ umgestellt werden. Kreuzen Sie die richtige Lösung an.

O $f_{korr} = s_F - f_{Sammel} + d$

O $f_{korr} = \left(\frac{1}{s_F} - \frac{1}{f_{Sammel}} + \frac{1}{d}\right)^{-1}$

O $f_{korr} = \frac{1}{\frac{1}{s_F} - \frac{1}{f_{Sammel}}} + d$

O $f_{korr} = \frac{1}{s_F} - \frac{1}{f_{Sammel}} + d$

Für das Auge Nr. ___________ wird zunächst die Sollbrennweite s_F (Abstand Netzhaut - Linse) und die Brennweite der Sammellinse f_{Sammel} bestimmt:

s_F = ______________________ cm

f_{Sammel} = ______________________ cm

Mit dem Abstand d = ___________ cm (Auge - Korrekturlinse) ergibt sich die Brennweite der Korrekturlinse zu:

f_{korr} = ______________________ cm,

und der Brechwert zu:

Durch Messung bestätigt: ______

D = ______________________ dpt.

Für das Auge Nr. ___________ wird analog zunächst die Sollbrennweite s_F (Abstand Netzhaut - Linse) und die Brennweite der Sammellinse f_{Sammel} bestimmt:

s_F = ______________________ cm

f_{Sammel} = ______________________ cm

Mit dem Abstand d = ___________ cm (Auge - Korrekturlinse) ergibt sich die Brennweite der Korrekturlinse zu:

f_{korr} = ______________________ cm,

und der Brechwert zu:

Durch Messung bestätigt: ______

D = ______________________ dpt.

Bewertung und Einordnung der Messergebnisse

____

____

____

____

____

____

11 Photometer

Vorbereitung und Lernziel

- Zusammenhang Licht-Geschwindigkeit, -Wellenlänge und -Frequenz.
- Absorption, Transmission, Streuung und Extinktion von Licht.
- Spektralphotometer.
- Lambertsches Gesetz und Beersches Gesetz.
- Logarithmische Darstellung von Diagrammen. (siehe Kapitel **II**.3.1 Logarithmus)

Aufgabe

- Bestimmung der Kalibrierungskurve für $CuSO_4$ und anschließende Bestimmung der Konzentration einer Testlösung.
- Berechnung der Absorptionskonstanten für wässrige Kupfersulfatlösungen.

Bezug zum Studienfach

- Konzentrationsmessung an Körperflüssigkeiten im Spektralphotometer.
- Dickenmessung an homogenen Folien in durchlässigen Spektralbereichen.

Geräteausstattung

- Photometer mit konstanter Wellenlänge im Infrarotbereich.
- Vielfachmessgerät.
- Küvetten zur Aufnahme der Lösungen.
- Standardlösungen von Kupfersulfat ($CuSO_4$).

11.1 Grundlagen

Die Photometrie wird in der medizinischen und biochemischen Analytik zum qualitativen und quantitativen Nachweis von chemischen Verbindungen eingesetzt. Ein Beispiel für die Anwendung der Photometrie in der Medizin ist die Pulsoximetrie, ein nicht-invasives Messverfahren zur Bestimmung der prozentualen Sauerstoffsättigung des Hämoglobins. Die Blutfärbung korreliert mit der Sauerstoffsättigung, da Hämoglobin mit gebundenem Sauerstoff einen anderen Anteil des Lichtspektrums absorbiert als freies Hämoglobin. Zur Bestimmung des Anteils an freiem und oxigeniertem Hämoglobin werden zwei Lichtstrahlen im roten und infraroten Spektralbereich durch das Gewebe (z.B. Finger) gesandt und die Intensität nach Durchlaufen des Gewebes wird mit einem Photodetektor bestimmt. Aus der Abschwächung der beiden Lichtstrahlen kann nun der relative Anteil der Hämoglobinfraktionen berechnet werden. (Diese Darstellung ist etwas vereinfacht, da in der Praxis die arterielle Sauerstoffsättigung von Interesse ist und daher die pulsatile Absorption bestimmt wird, verdeutlicht aber das zugrunde liegende Messprinzip.)

Alle farbigen Stoffe und Lösungen absorbieren Licht des sichtbaren Spektralbereiches (380 nm - 780 nm) und erscheinen in der Regel in der Komplementärfarbe des absorbierten Lichtes. So absorbiert z.B. Kupfersulfat rotes Licht und erscheint als cyan-blaue Lösung. Aber warum wird Licht in seiner Intensität beim Passieren einer farbigen Lösung geschwächt? Um diesen Effekt zu verstehen, betrachten wir im Folgenden die Wechselwirkungen zwischen Licht und Materie.

Licht kann sowohl als Welle, als auch als Teilchen beschrieben werden. Dieses Phänomen nennt man den Welle-Teilchen-Dualismus. Das Wellen-Bild des Lichts wurde durch das Doppelspaltexperiment bestätigt. Bei diesem Experiment kam es zu Interferenzbildern, welche ein eindeutiges Anzeichen für den Wellencharakter des Lichts sind. Mit der Formulierung der Maxwellgleichungen konnte das Licht auch mathematisch als Welle beschrieben werden. Jedoch „besitzt“ das Licht auch einen gewissen Teilchencharakter, welchen man zum Beispiel beim Photoeffekt beobachtet. Licht kann demnach also sowohl als elektromagnetische Welle, als auch als Teilchen (das Photon) betrachtet werden. (Der Welle-Teilchen-Dualismus ist aber nicht nur ein Phänomen des Lichts, sondern eine Eigenschaft eines jeden Teilchens, siehe dazu das Gesetz von Louis de Broglie.) Jedes Photon besitzt eine charakteristische Energie E, die von der Frequenz f des Lichtes abhängt ($E = h \cdot f$; h: Plancksches Wirkungsquantum). Durch Absorption eines Photons können nun Moleküle in einen energetisch höheren Zustand angeregt werden, d.h. die Energie des Photons wird auf das Molekül übertragen. Im sichtbaren und ultravioletten Spektralbereich werden hierbei hauptsächlich Übergänge von Elektronen zwischen verschiedenen Energieniveaus angeregt. (Energieärmeres Infrarotlicht regt Molekülschwingungen an, Mikrowellen regen Molekülrotationen an.)

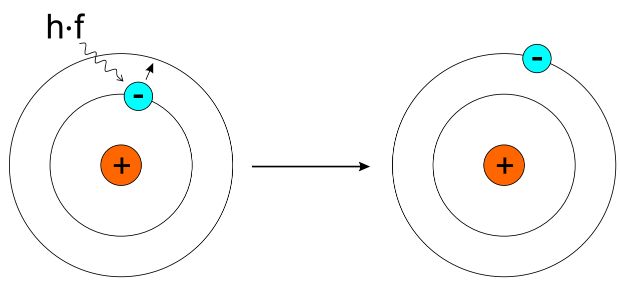


Abbildung 11.1: Durch Absorption von Licht können elektronische Übergänge in Atomen und Molekülen induziert werden (vereinfachte Darstellung)

Die angeregten Elektronen können ihre Energie auch wieder abgeben und in das energieärmere Niveau zurückfallen. Die Energieabgabe erfolgt hierbei in Form von Wärme oder Licht (siehe z.B. Fluoreszenz).

Durchläuft ein Lichtstrahl einen Festkörper, eine Farbstofflösung oder eine

Suspension, wird seine Intensität zum einen durch Absorption geschwächt, zum anderen aber auch durch Lichtstreuung, d.h. Photonen werden durch Wechselwirkungen mit den Molekülen oder Partikeln in der Lösung aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt.

Zur mathematischen Beschreibung und Herleitung des Absorptionsgesetzes betrachtet man in Abbildung 11.2 einen Absorber (in diesem Versuch die Küvette) der Dicke s.

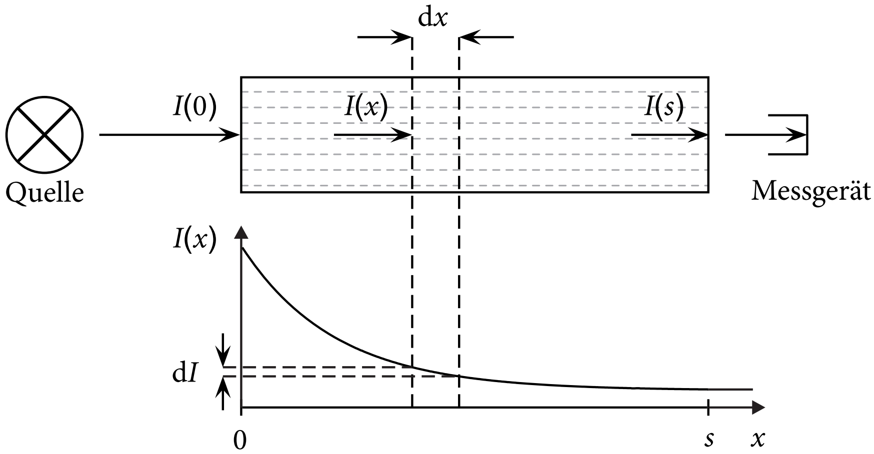


Abbildung 11.2: Schematischer Versuchsaufbau des Photometers mit graphischer Darstellung der Intensität $I(x)$ in Abhängigkeit der Wegstrecke x.

Das Licht erfährt an einer Stelle x im Bereich $0 \leq x \leq s$ beim Durchlaufen eines Streckenelementes dx des Absorbers eine Intensitätsabnahme d$I(x)$, die proportional zur dort auftretenden Intensität $I(x)$ ist. Mit dem Proportionalitätsfaktor, dem Absorptionskoeffizienten μ, erhält man:

$$\frac{\mathrm{d}I(x)}{\mathrm{d}x} = -\mu \cdot I(x)\,. \tag{11.1}$$

Wir suchen nun eine Funktion $I(x)$, die obige Bedingung erfüllt. Auf der linken Seite der Gleichung finden wir die Ableitung der Funktion $I(x)$, auf der rechten Seite die Funktion selbst und einen Proportionalitätsfaktor. Zur Lösung dieser Differentialgleichung ist es nötig eine Funktion zu kennen, die proportional zu ihrer eigenen Ableitung ist. Dieses Kriterium erfüllt die Exponentialfunktion $f(x) = k \cdot \mathrm{e}^{b \cdot x}$ (Erinnerung: die Ableitung der Funktion $f(x) = \mathrm{e}^x$ ist wiederum $f'(x) = \mathrm{e}^x$, siehe mathematische Vorbemerkungen). Man erhält als Lösung der Gleichung:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}. \tag{11.2}$$

Dieser Zusammenhang wird *Beersches Gesetz* genannt.
Ein Spezialfall der elektromagnetischen Strahlung ist die Gammastrahlung. Sie besteht aus Photonen hoher Energie bis zu einigen MeV, die beim Übergang angeregter Atomkerne zwischen verschiedenen Energieniveaus emittiert werden. Angeregte Kerne findet man häufig bei Zerfallsprodukten eines vorausgegangenen Kernzerfalls. Zur Charakterisierung der Abschwächung eines Absorbers wird bei Experimenten mit radioaktiver Strahlung statt des Absorptionskoeffizienten μ die Halbwertsschicht h des Absorbers angegeben. Diese ist als Schichtstärke eines Absorbermaterials definiert, durch die die Intensität der Strahlung auf die Hälfte ihres Anfangswertes geschwächt wird. Durch Einsetzen in Gleichung (11.2) und anschließendes Logarithmie-

ren erhält man:

$$
\begin{aligned}
& I(x=h) && = \frac{I_0}{2} \\
\Leftrightarrow\quad & \tfrac{I_0}{2} && = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot h} \\
\Leftrightarrow\quad & \tfrac{1}{2} && = e^{-\mu \cdot h} \\
\Leftrightarrow\quad & \ln\left(\tfrac{1}{2}\right) && = -\mu \cdot h \\
\Leftrightarrow\quad & h && = \frac{\ln(2)}{\mu} = \frac{0,69}{\mu}.
\end{aligned} \tag{11.3}
$$

Gleichung (11.2) nimmt dann folgende Form an:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\frac{0,69}{h}x}. \tag{11.4}$$

Der Effekt der Abschwächung von elektromagnetischer Strahlung beim Passieren einer mit Flüssigkeit gefüllten Küvette kann dazu genutzt werden, die Konzentration des gelösten absorbierenden Stoffes zu bestimmen. Hierzu bestimmt man die relative Schwächung der elektromagnetischen Strahlung innerhalb der Flüssigkeit und kann z.B. anhand einer Eichkurve (Steigungsdreieck) die Konzentration des Stoffes ermitteln. Die verwendete elektromagnetische Strahlung ist im Allgemeinen im Bereich von sichtbarem Licht.
Im vorliegenden Versuch wird der bei der Herleitung des Absorptionsgesetzes verwendete Absorptionskoeffizient μ auch als Extinktionskonstante $\alpha(\lambda)$ bezeichnet ($\mu \Rightarrow \alpha(\lambda)$). Im Gegensatz zum Absorptionskoeffizienten vereinigt die Extinktionskonstante alle Effekte, die zur Lichtschwächung beitragen (Absorption und Streuung) und ist eine von der Wellenlänge des Lichtes abhängige Größe mit der Einheit m^{-1} oder cm^{-1}. Befindet sich der absorbierende Stoff gelöst in einem Lösungsmittel, so ist es zweckmäßig, eine konzentrationsunabhängige spezifische Extinktionskonstante $\alpha_0(\lambda)$ einzuführen. Hierzu wird in Gleichung (11.2) die Extinktionskonstante durch das Produkt der spezifischen Extinktionskonstante und der Konzentration des Absorbers in der Lösung ersetzen: $\alpha(\lambda) = \alpha_0(\lambda) \cdot c$. Man erhält also:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha_0(\lambda) \cdot c \cdot x}. \tag{11.5}$$

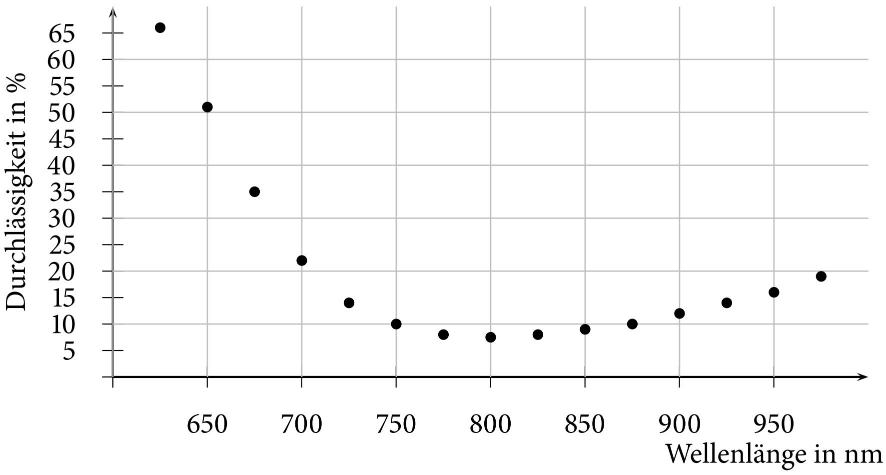


Abbildung 11.3: Durchlässigkeit I/I_0 in % einer $0,1$ -molaren $CuSO_4$-Lösung bei einer Lichtweglänge von $1\,\mathrm{cm}$

Bei Standardküvetten mit konstanter Lichtweglänge $x = 1$ cm hängt die Transmission $T = \frac{I}{I_0}$ einer Messanordnung dann nur noch von der Konzentration c des Absorbers ab. Nach Kalibrierung kann die Transmission daher direkt aus einem Diagramm oder einer Tabelle abgelesen werden. Wegen der Wellenlängenabhängigkeit der Extinktionskonstanten $\alpha(\lambda)$ werden die Messungen mit monochromatischem Licht vorgenommen. Kommerzielle Spektralphotometer besitzen zusätzlich die Möglichkeit, die Wellenlänge zu variieren. Mit entsprechendem rechnerischen Aufwand können dann verschiedene Substanzen in der Lösung auch nebeneinander erfasst werden.

Das im Versuch verwendete Photometer arbeitet mit zwei Halbleiterdioden, einem Infrarotstrahler und einem Infrarotempfänger im Wellenlängenbereich um $\lambda = 880$ nm. In diesem Spektralbereich liegt die Transmission für eine 0,1-molare $CuSO_4$-Lösung gemäß Abbildung 11.3 bei etwa 10 %. Die Messgröße ist eine der jeweiligen Lichtintensität proportionale Spannung.

Das Photometer wurde so aufgebaut, dass Standardküvetten eingestellt werden können. Die lichtdurchlässigen Flächen sind poliert, um Streuung zu vermeiden. Um eine einwandfreie Messung zu gewährleisten, dürfen diese Flächen deshalb nicht verkratzt oder verschmutzt sein. Störende Beeinflussungen der Messung durch Fremdlicht wurde konstruktiv durch Anordnung von Sender und Empfänger jeweils am Ende der geschwärzten inneren zylindrischen Abschirmung vermieden.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Eine Küvette mit Farbstofflösung lässt 50 % des einfallenden Lichtes durch. Wieviel Prozent werden durchgelassen bzw. absorbiert, wenn die Konzentration verdoppelt wird, die Konzentration halbiert oder die Küvettenlänge verdreifacht wird?
- Wie viele Halbwertsschichten eines Materials sind erforderlich, um eine relative Schwächung der einfallenden Strahlung auf 10^{-3} zu erreichen?

11.1.1 Abstandsgesetz

Mit zunehmender Entfernung von einer Strahlungsquelle verringert sich die Intensität I pro Fläche. Man stelle sich dazu einen Strahlungsdetektor mit einer aktiven Fläche A nacheinander auf der Oberfläche konzentrischer Kugeln mit den Radien r_1 und r_2 angeordnet vor (s. Abb. 11.4). Der Strahlungsdetektor erfasst dann jeweils die Bruchteile

$$I_{r_1} = I_0 \frac{A}{4 \cdot \pi \cdot r_1^2} \tag{11.6}$$

$$I_{r_2} = I_0 \frac{A}{4 \cdot \pi \cdot r_2^2} \tag{11.7}$$

der vom Zentrum ausgehenden Strahlung I_0 einer punktförmigen isotropen Quelle. Als Verhältnis der Zählraten in den Abständen r_1 bzw. r_2 ergibt sich

$$\frac{I_{r_1}}{I_{r_2}} = \frac{r_2^2}{r_1^2}, \tag{11.8}$$

d. h. die Intensität der Strahlung nimmt mit dem Quadrat des Abstandes ab.

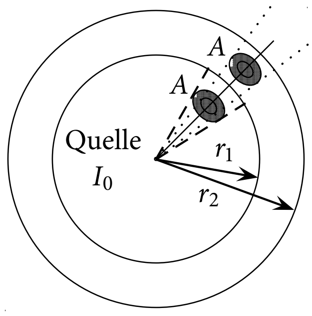


Abbildung 11.4: Abstandsgesetz: Die Quelle sendet eine Strahlung der Intensität I_0 aus. Misst man die Intensität I im Abstand r_1 und r_2 bei konstanter Fläche A, so gilt Gleichung 11.8

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Mit einer Photodiode misst man die Intensität des emittierten Lichtes einer punktförmigen Lichtquelle. Auf welchen Bruchteil des Anfangswertes sinkt der Messwert, wenn der Abstand zwischen der Lichtquelle und der Photodiode verdreifacht wird?

11.1.2 Versuch

Mit Lösungen verschiedener Konzentration soll die spezifische Extinktionskonstante für Kupfersulfat bestimmt werden. Dazu trägt man in einer einfachlogarithmischen Darstellung die experimentell bestimmten Transmissionswerte gegen das Produkt aus Konzentration und Lichtweglänge ($c \cdot x$ in $\frac{\text{mol cm}}{\text{l}}$) auf und zeichnet eine Ausgleichsgerade ein. Man erhält so eine Eichkurve. Nach Logarithmieren von Gleichung (11.5) erhält man

$$\ln(T) = \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\alpha_0 \cdot c \cdot x, \tag{11.9}$$

so dass man an der Ausgleichsgeraden die spezifische Extinktionskonstante $\alpha_0(\lambda = 880\text{ nm})$ ablesen kann. Die unbekannte Konzentration einer weiteren Kupfersulfatlösung lässt sich dann leicht anhand der Eichkurve oder rechnerisch mit Gleichung (11.9) bestimmen. Wegen der Blaufärbung der Kupfersulfatlösung ist eine grobe Abschätzung der Konzentration schon mittels eines Farbvergleichs möglich.

11.2 Versuchsdurchführung

Ziel dieses Versuchs ist es, die unbekannte Konzentration einer Kupfersulfatlösung zu bestimmen sowie die Extinktionskonstante α_0 der Lösung. Wie in der Theorie beschrieben ist es dazu notwendig eine Eichkurve aufzunehmen. Dazu benötigen Sie die Intensität $I_0 = I(c = 0)$, also die Abschwächung des Lichts durch das Lösungsmittel, sowie die Intensitäten einiger Proben bekannter Kupfersulfat-Konzentration.

1. Füllen Sie die Messküvetten mit den Lösungen und stellen Sie diese in der Reihenfolge der Konzentration auf Ihren Arbeitsplatz. Die

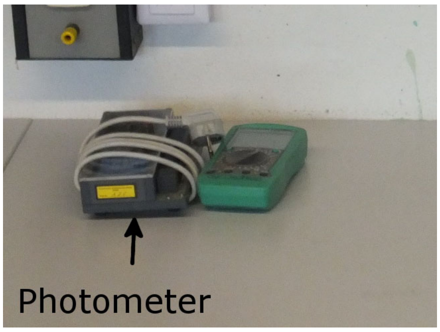


Abbildung 11.5: Photometer

Messküvetten nach Möglichkeit nur an den geriffelten Flächen berühren und später mit den polierten Flächen in den Strahlengang stellen. Warum sollten Sie die polierten Flächen nicht berühren?

2. Schließen Sie das Photometer an das Netz an, verbinden Sie den Messausgang mit dem Multimeter und stellen Sie einen geeigneten Spannungsbereich ein.
3. Bestimmen Sie die Intensität $I_0 = I(c = 0)$ bei der mit dem Lösungsmittel (destilliertes Wasser) gefüllten Küvette (Nullprobe).
4. Messen Sie die Intensitäten $I(c)$ für die Proben verschiedener Kupfersulfat-Konzentrationen.
5. Berechnen Sie für die jeweils gemessenen Werte $I(c)$ die Transmission $T = \frac{I(c)}{I_0}$ und tragen Sie die berechneten Transmissionen T gegen $c \cdot x$ als Eichkurve in die vorbereitete Vorlage ein.
6. Benutzen Sie die Eichkurve zur Bestimmung der unbekannten Konzentration einer Lösung.
7. Bestimmen Sie die spezifische Extinktionskonstante α_0 anhand der Eichkurve. Wie erhält man aus folgender Gleichung den Extinktionskoeffizienten aus der logarithmischen Auftragung von $I(c)$ gegen $c \cdot x$, also der Eichkurve?

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha_0(\lambda) \cdot c \cdot x}$$

11.3 Protokoll

vom **Assistenten** auszufüllen:

Datum:
Unterschrift:

Matr.-Nr.:
Name, Vorname:
Versuchstitel:

Datum:

In diesem Versuch soll ...

Dazu wird das Multimeter auf folgenden Spannungsbereich eingestellt:

Warum sollten Sie die polierten Flächen nicht berühren?

Um die Extinktionskonstante α_0 zu erhalten, muss die Gleichung 11.9 umgeformt werden. Kreuzen Sie die richtige Lösung an.

O $\alpha_0(\lambda) = -\frac{T_2 - T_1}{(c \cdot x)_2 - (c \cdot x)_1}$

O $\alpha_0(\lambda) = -\frac{\ln(I_2 - I_1)\ln(I_0 - I_0)}{(c \cdot x)_2 - (c \cdot x)_1}$

O $\alpha_0(\lambda) = -\frac{\sqrt{T_2 - T_1}}{(c \cdot x)_2 - (c \cdot x)_1}$

O $\alpha_0(\lambda) = -\frac{\ln(T_2) - \ln(T_1)}{(c \cdot x)_2 - (c \cdot x)_1}$

Die Messwerte sind in Tabelle 11.1 aufgeführt und werden im nachfolgendem Diagramm graphisch dargestellt.

Die Extinktionskonstante lässt sich also direkt aus der Eichkurve ablesen und beträgt

$$\alpha_0(880\mathrm{nm}) = \underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{\text{einsetzen}}$$

$$= \underline{\qquad\qquad\qquad} \frac{1}{\mathrm{cm} \cdot \mathrm{mmol}}$$

$c(CuSO_4)$ in $\frac{\text{mmol}}{\text{l}}$	$c \cdot x$ in $\frac{\text{cm mmol}}{\text{l}}$	I in V	$T = \frac{I}{I_0}$
0,0			
2,5			
5,0			
10,0			
20,0			
40,0			
60,0			
80,0			
100,0			

Tabelle 11.1: Messergebnisse

Die unbekannte Konzentration lässt sich nun mit Gleichung

____

bestimmen und beträgt

$c \approx$ ____________________ $\frac{\text{mmol}}{\text{l}}$.

Bewertung und Einordnung der Messergebnisse

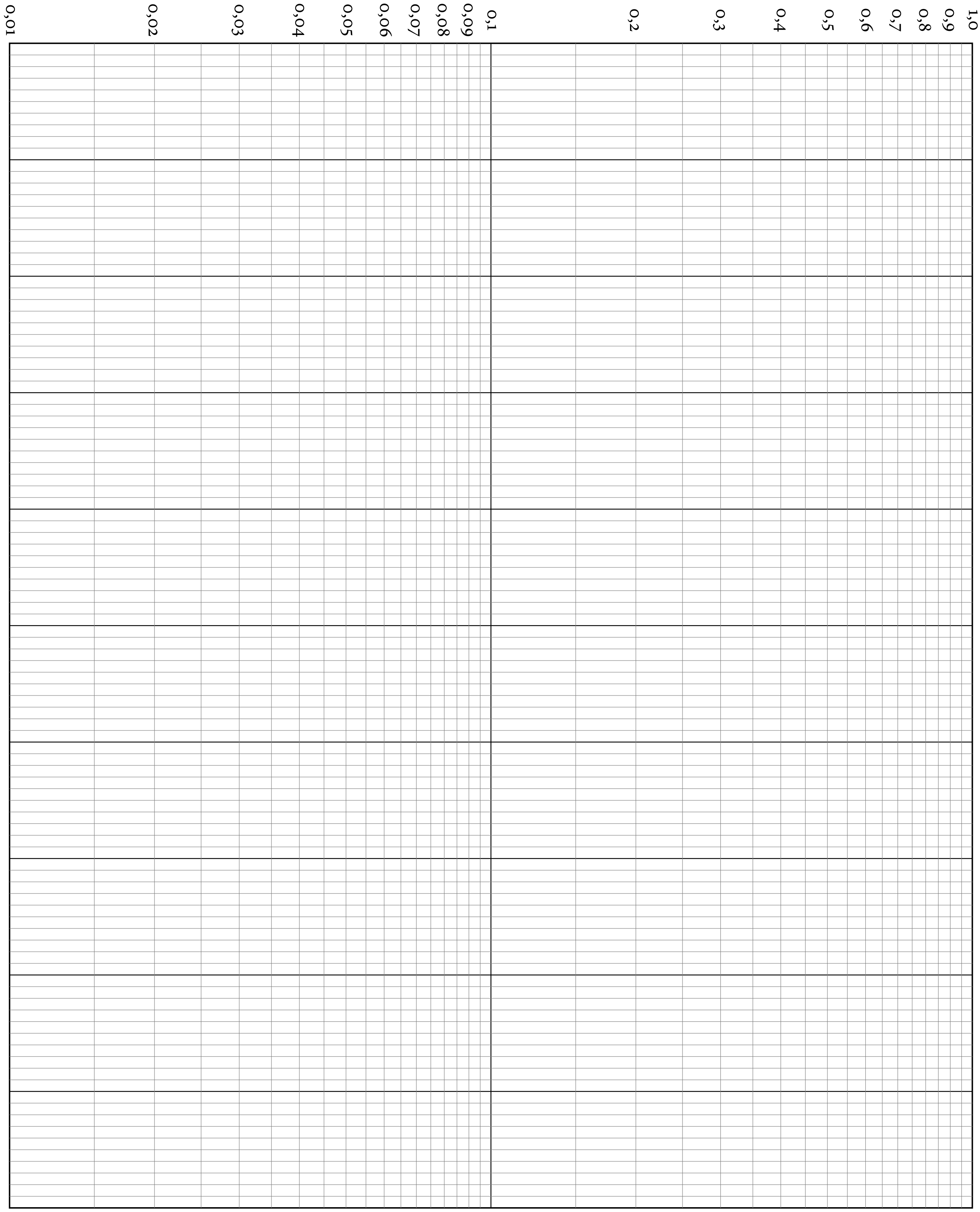
____

____

____

____

____


0,01
0,02
0,03
0,04
0,05
0,06
0,07
0,08
0,09
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0

Versuchstag: Optik 2

12

Polarimeter

Vorbereitung und Lernziel

- Polarisation von Licht (Erzeugung und Nachweis).
- Dichroismus, Polarisation bei Reflexion und Doppelbrechung.
- Polarimetrie (einfache Halbschattenanordnung).
- Optische Aktivität (Drehung der Polarisationsebene), Rotationsdispersion.
- Noniusprinzip zur Skalenablesung.

Aufgabe

- Untersuchung der optischen Aktivität von Zuckerlösungen.
- Abschätzung der Empfindlichkeit und der unteren nachweisbaren Konzentrationsgrenze (Auflösung).

Bezug zum Studienfach

- Bestimmung der Konzentration von Lösungen optisch aktiver Substanzen.
- Bestimmung der Enantiomerenreinheit von Medikamenten.
- Medizinische Analytik: Bestimmung von Blut- und Urinzuckergehalt.

Geräteausstattung

- Polarimeter.
- Na-Dampflampe.
- Rot- und Blaufilter.
- Küvetten mit Wasser und Zuckerlösungen verschiedener Konzentration.
- Polarisationsfiltersatz.

12.1 Grundlagen

Im Jahre 1956 kam das Medikament Contergan (Wirkstoff Thalidomid) auf den Markt, das als mildes Beruhigungsmittel auch gegen Magenübelkeit in den ersten Wochen der Schwangerschaft eingesetzt wurde. Anfang der 60er

Jahre kam es zu einer zunächst unerklärlichen Häufung von Missbildungen bei Neugeborenen, die sich als eine Folge der Einnahme von Contergan in den ersten Schwangerschaftswochen herausstellten. In der darauf folgenden Zeit brannte eine lebhafte Diskussion auf, ob nicht nur eine spezifische Form des Contergans, das (S)-Thalidomid, für die fruchtschädigende Wirkung verantwortlich ist, während das (R)-Thalidomid den gewünschten therapeutischen Effekt ohne fatale Folgen für das Ungeborene zeigt. Nach heutigem Stand der Wissenschaft ist zwar die These von der „guten“ und „bösen“ Thalidomid-Form nicht mehr aufrecht zu erhalten, es stellt sich aber die Frage, was es mit diesen beiden Molekülformen auf sich hat und wie zwei Formen eines Wirkstoffes in ein Medikament gelangen.

12.1.1 Chiralität und Enantiomere

Bei Betrachtung der linken und rechten Hand kann man feststellen, dass sie sich wie Bild und Spiegelbild verhalten und nicht zur Deckung bringen lassen, wenn man sie übereinander legt. Die Erscheinung, dass eine geometrische Figur oder eine Anordnung von Punkten mit ihrem Spiegelbild nicht übereinstimmt, bezeichnet man als Chiralität. Das gleiche Phänomen findet man auch auf molekularer Ebene, d.h. es gibt chemische Verbindungen, deren Moleküle chiral sind. Chirale organische Moleküle enthalten z.B. asymmetrische Kohlenstoffatome, deren vier Valenzen durch vier verschiedene Atomgruppen besetzt sind.

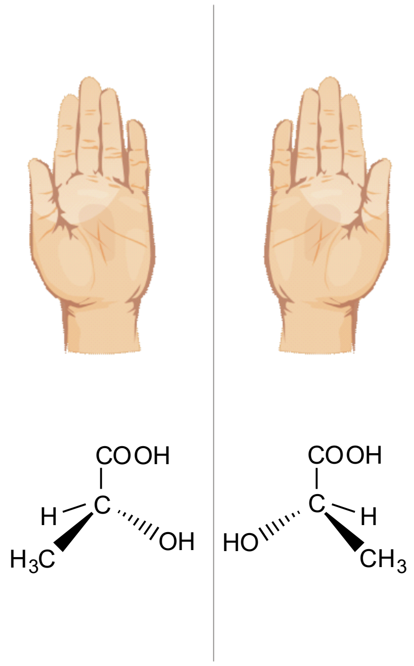


Abbildung 12.1: Die linke und rechte Hand verhalten sich wie Bild und Spiegelbild, gleiches gilt für D- und L-Milchsäure.
(Man beachte hierbei die vier unterschiedlichen Substituenten am Kohlenstoffatom.)

Chemische Verbindungen, die chiral sind, können demnach in mindestens zwei Konfigurationen vorkommen und die unterschiedlichen Molekülformen werden als Enantiomere bezeichnet. Eine 1:1 Mischung aus beiden molekularen Konfigurationen wird als Racemat bezeichnet. Die chemischen Eigenschaften von Enantiomeren unterscheiden sich nur, wenn sie mit einem anderen chiralen Molekül (in Enantiomeren-reiner Form) reagieren. Auch die Aminosäuren, aus denen Proteine im Körper aufgebaut sind, sind chiral und kommen nur in einer optischen Konfiguration vor (L-Aminosäuren). Somit interagieren Proteine mit chiralen Substanzen in der Regel unterschiedlich (das R(+)-Limonen wird als Orangenaroma wahrgenommen, das

S(-)-Limonen als Zitronenaroma). Für Aminosäuren und Zucker ist bis heute die D-/L-Nomenklatur nach E. Fischer zur Klassifizierung der Enantiomere üblich, bei den meisten Substanzen wird aber mittlerweile eine R/S-Nomenklatur mit Bezug zur absoluten Konfiguration verwendet. (Auf eine detaillierte Erläuterung der korrekten Benennung von Enantiomeren wird an dieser Stelle verzichtet.). Enantiomere besitzen auch die gleichen physikalischen Eigenschaften in Bezug auf z.B. Schmelz- und Siedepunkt, Dichte und Löslichkeit.
Eine Ausnahme stellt jedoch die optische Aktivität dar, d.h. Enantiomere drehen die Polarisationsebene von linear polarisiertem Licht entweder im Uhrzeigersinn (rechtsdrehende Konfiguration (+)) oder gegen den Uhrzeigersinn (linksdrehende Konfiguration (-)) Die Tatsache, dass Enantiomere beinahe identische Eigenschaften haben, erklärt, wie in den 50er Jahren bei der Synthese von Thalidomid beide Enantiomere des Wirkstoffes in das Präparat gelangen konnten. Mittlerweile müssen alle Medikamente auf Enantiomeren-Reinheit geprüft werden und somit spielen polarimetrische Messverfahren eine wichtige Rolle in der Pharmazie.

12.1.2 Optische Aktivität

Wie bereits beschrieben, enthalten organische, optisch aktive Moleküle asymmetrische Kohlenstoffatome, deren vier Valenzen durch vier verschiedene Atomgruppen besetzt sind. Dieser Molekülaufbau bewirkt eine Drehung der Polarisationsebene des Lichts. Unterschiedliche optisch aktive Moleküle vermögen die Polarisationsebene unterschiedlich stark zu drehen, d. h. sie besitzen ein jeweils spezifisches Drehvermögen. Das spezifische Drehvermögen ist von der Wellenlänge des Lichts (i. A. zunehmend von rot nach violett), der Rotationsdispersion, abhängig. Daher wird für polarimetrische Untersuchungen monochromatisches Licht benötigt.
Das monochromatische Licht kann man durch Gasentladung erzeugen. Im Zusammenhang mit Polarimetern benutzt man vorzugsweise die gelbe Na-D-Linie mit einer Wellenlänge von $\lambda = 589$ nm. Die spezifischen Drehwinkel sind deshalb auch häufig für diese Wellenlänge tabelliert. Gelegentlich werden auch Farbfilter eingesetzt.
Bei bekannter Geometrie des Aufbaus und bekanntem spezifischen Drehvermögen kann dann durch Bestimmung des Drehwinkels über den absoluten Betrag der Drehung eine Konzentrationsbestimmung eines einheitlichen optisch aktiven Stoffes in Lösung vorgenommen werden.

12.1.3 Polarisiertes Licht

Eine weitere Voraussetzung für die Polarimetrie ist die Verwendung von linear polarisiertem Licht. Die im Versuch benötigte Polarisation des Lichts lässt sich im Wellenbild des Lichts nachvollziehen. In Abbildung 12.2 ist eine elektromagnetische Welle dargestellt. Die oszillierenden Größen sind die Feldstärken eines elektrischen und magnetischen Feldes. Die Schwingungsebenen beider Komponenten stehen in der x-y-Ebene stets senkrecht aufeinander, sodass es genügt, die Schwingungebene (Polarisationsebene) der elektrischen Komponente anzugeben. Ebenfalls eingezeichnet ist die Wellenlänge λ. Die Lichtgeschwindigkeit $c = \lambda \cdot \nu$ lässt sich mit der Frequenz ν als Vielfaches einer Wellenlänge pro Zeiteinheit angeben.
Das von der Sonne oder einer thermischen Lichtquelle ausgehende Licht besteht normalerweise aus einem regellosen Gemisch transversaler Wellen-

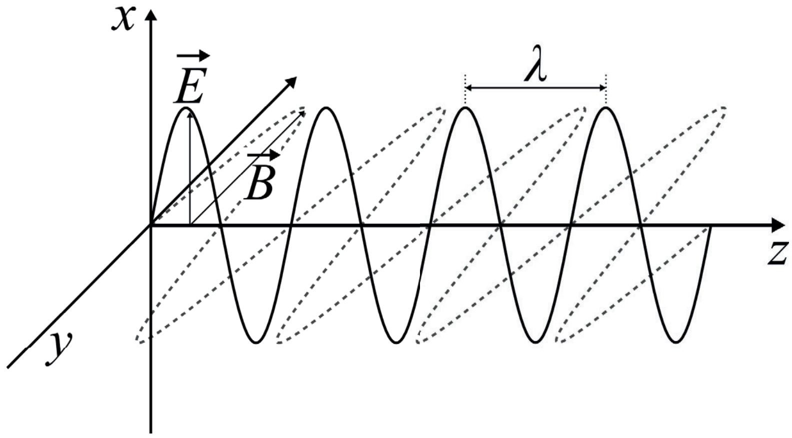


Abbildung 12.2: Elektromagnetische Welle.

züge verschiedener Wellenlängen (polychrom) und verschiedener Schwingungsrichtungen. Für Polarimeter verwendet man dagegen linear polarisiertes Licht (s. Seite 102). Polarisiertes Licht stellt man mittels eines Polarisators in Form von Polarisationsfolien (diese bestehen aus langkettigen und parallel ausgerichteten Molekülen durch die das Licht nur in einer transversalen Richtung hindurchtreten kann) oder Nicolschen Prismen (Ausnutzung der doppelbrechenden Eigenschaften von Kalkspat) her.
Polarisiertes Licht weist nur Wellen einer Schwingungsebene auf und wird durch einen zweiten Polarisator (Analysator) bei parallel gestellter Schwingungsebene mit voller Intensität I_0 durchgelassen und bei gekreuzter (90°-Drehung) Stellung gesperrt. Die transmittierte Feldstärke erhält man als Projektion $E = E_0 \cos(\alpha)$ der Schwingungsrichtung in der x-y-Ebene auf die Achse des Analysators. E_0 ist hierbei die elektrische Feldstärke vor dem Analysator. Da Intensität einer Lichtwelle proportional zum Quadrat der elektrischen Feldstärke ist, ist die transmittierte Intensität $\frac{I}{I_0} = \cos^2(\alpha)$ (Gesetz von Malus).

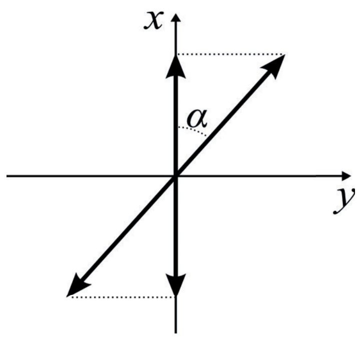


Abbildung 12.3: Durch den Analysator wird der Anteil $E_0 \cos(\alpha)$ der elektrischen Feldstärke transmittiert.

12.1.4 Aufbau und Funktion eines Polarimeters

Zur Messung liegt eine Rohrküvette (Probe S) mit optisch aktiver Substanz im Strahlengang zwischen Polarisator und Analysator (siehe Abbildung 12.4 b)). Die Polarisationsebene wird um einen Winkel α gedreht. Dreht man den Analysator bezogen auf den Polarisator auf den Winkel $\alpha + 90°$, sinkt die durchgelassene Intensität auf Null ab (siehe Abbildung 12.4 c)). In Abbildung 12.5 ist die transmittierte Intensität gegen den Drehwinkel α aufgetragen.
Eine optisch aktive Probe entspricht einem zusätzlichen Drehwinkel, sodass durch Einsetzen der Probe die gesamte Kurve entlang der x-Achse verschoben wird. Um diese Verschiebung (beziehungsweise den Drehwinkel) fest-

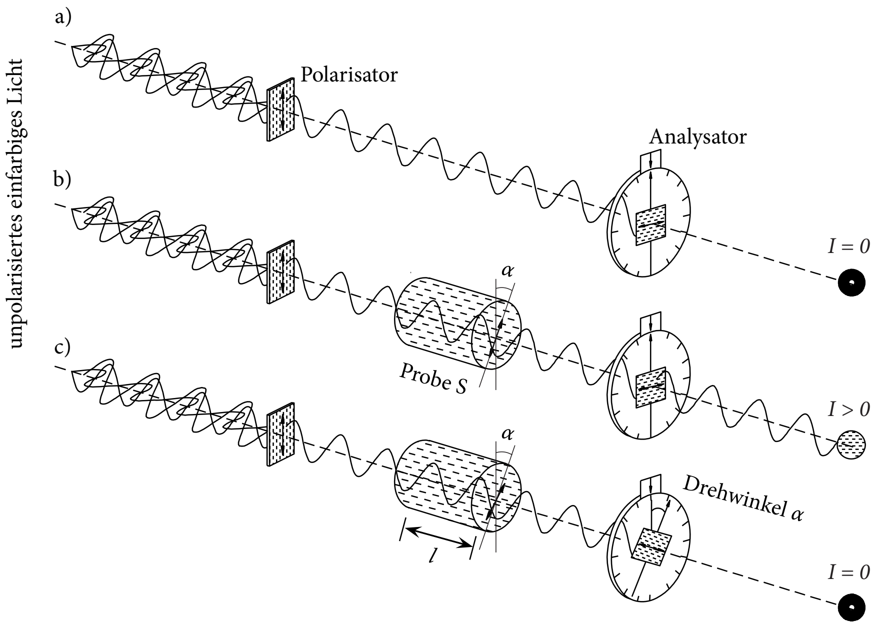


Abbildung 12.4: a) Wird unpolarisiertes Licht mit einem Polarisator linear polarisiert, beträgt die transmittierte Intensität hinter einem gekreuzten Analysator null. b) Durch eine zwischen Polarisator und Analysator angebrachte, optisch aktive Probe trifft die Strahlung den Analysator nicht mehr unter 90°, wodurch ein Teil transmittiert wird. c) Wird der Analysator allerdings um den Drehwinkel α der Probe nachgestellt, trifft das Licht auf einen gekreuzten Analysator und wird nicht durchgelassen.

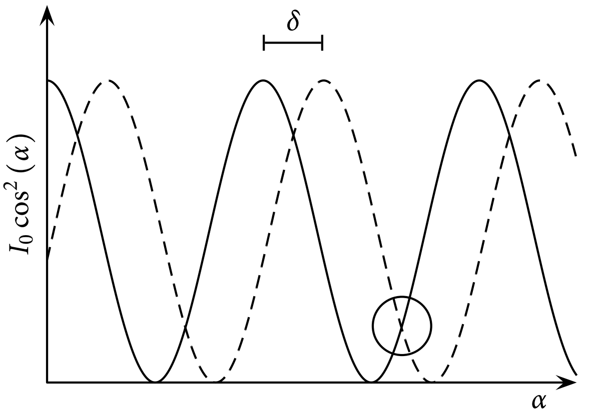


Abbildung 12.5: Drehwinkelabhängige Intensitätszerlegung in der Okularebene eines Halbschattenpolarimeters. Der Kreis markiert die Stelle gleicher Dunkelheit (Halbschattenstellung).

stellen zu können, ist ein Bezugspunkt auf der Kurve erforderlich. Die Definition dieses Bezugspunktes kann zunächst willkürlich geschehen, da die Messung des Drehwinkels der Messung einer Winkeldifferenz entspricht. Der Bezugspunkt kann z.B. ein Punkt maximaler oder minimaler Intensität sein. Der Punkt minimaler Helligkeit kann vom Beobachter genauer erfasst werden, da das Auge logarithmisch auf Strahlungsintensität reagiert. In der Praxis erweist sich das Auffinden der korrekten Einstellung auf minimale Durchlässigkeit dennoch als sehr ungenau. Der Analysator muss um einen relativ großen Winkel nach links oder rechts gedreht werden, bis man eine Aufhellung des Gesichtsfeldes überhaupt wahrnehmen kann.
Genauer als absolute Helligkeitswerte kann das Auge dagegen Helligkeitsunterschiede erfassen. Bei der Halbschattenmethode (s. Abb. 12.6) wird deshalb in einer Gesichtsfeldhälfte die Polarisationsebene durch ein optisch aktives Hilfsplättchen um einen kleinen zusätzlichen Winkel δ gedreht, entsprechend der gestichelten Kurve in Abbildung 12.5. Der Bezugspunkt liegt nun unter einem Winkel, unter welchem beide Gesichtshälften gleich dunkel erscheinen (Halbschattenstellung). Dies kann das menschliche Auge am Verschwinden der Trennlinie sehr gut erkennen. Da die zu untersuchende Probe beide Gesichtshälften abdeckt, werden die jeweiligen Kurven beide in gleichem Maße um den Drehwinkel der Probe verschoben.
Gemische optischer Isomere lassen sich mit dem Polarimeter nicht unter-

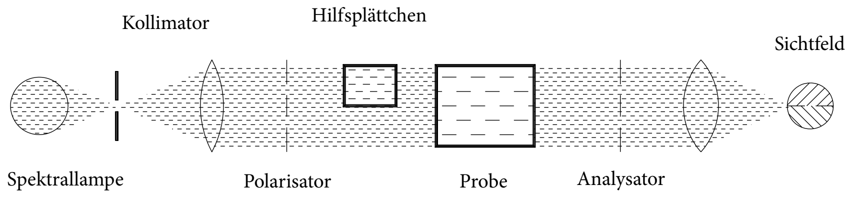


Abbildung 12.6: Halbschattenmethode. Anstatt der Spektrallampe kann auch eine Lampe mit Filter verwendet werden.

suchen. Bei gleicher Konzentration beider Isomere in sogenannten racemischen Gemischen beobachtet man keine optische Drehung.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Welcher physikalische Effekt wird bei einem Polarimeter ausgenutzt?

12.1.5 Versuch

Die Nullposition des Halbschattenpolarimeters fällt meistens nicht mit dem Skalennullpunkt zusammen. Deshalb werden grundsätzlich für die mit reinem Lösungsmittel gefüllte Küvette der Drehwinkel α_0 und anschließend für die Proben mit optisch aktiver Substanz die Drehwinkel α_p bestimmt. Die Drehung der Polarisationsebene der optisch aktiven Lösung ist zu der Küvettenlänge l, der Konzentration c der Lösung und dem spezifischen Drehvermögen der Substanz $[\alpha]_D$ proportional:

$$\alpha = \alpha_P - \alpha_0 = [\alpha]_D \cdot l \cdot c. \tag{12.1}$$

Wegen der Abhängigkeit des spezifischen Drehvermögens von der Wellenlänge des Lichts (i. A. zunehmend von rot nach violett), der Rotationsdispersion, werden die Messungen mit monochromatischem Licht z. B. mit der gelben Na-D-Linie durchgeführt.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Nennen Sie zwei Möglichkeiten, linear polarisiertes Licht zu erzeugen.
- Wird der Drehwinkel mit wachsender Frequenz des hindurchgehenden Lichts größer oder kleiner?
- Wie könnte man die Messgenauigkeit durch konstruktive Maßnahmen beim Polarimeter verbessern?

12.2 Versuchsdurchführung

In diesem Versuch soll die Konzentration einer unbekannten Sucrose-Lösung bestimmt werden. Um diese zu bestimmen, wird nach Gleichung $\alpha = \alpha_P - \alpha_0 = [\alpha]_D \cdot l \cdot c$ die Drehung der Polarisationsebene α, die Küvettenlänge l und das spezifische Drehvermögen $[\alpha]_D$ der Substanz benötigt. die Küvettenlänge ist bekannt. Die Drehung der Polarisationsebene wird im Versuch gemessen und das spezifische Drehvermögen $[\alpha]_D$ wird dem α - $l \cdot c$ - Diagramm entnommen.

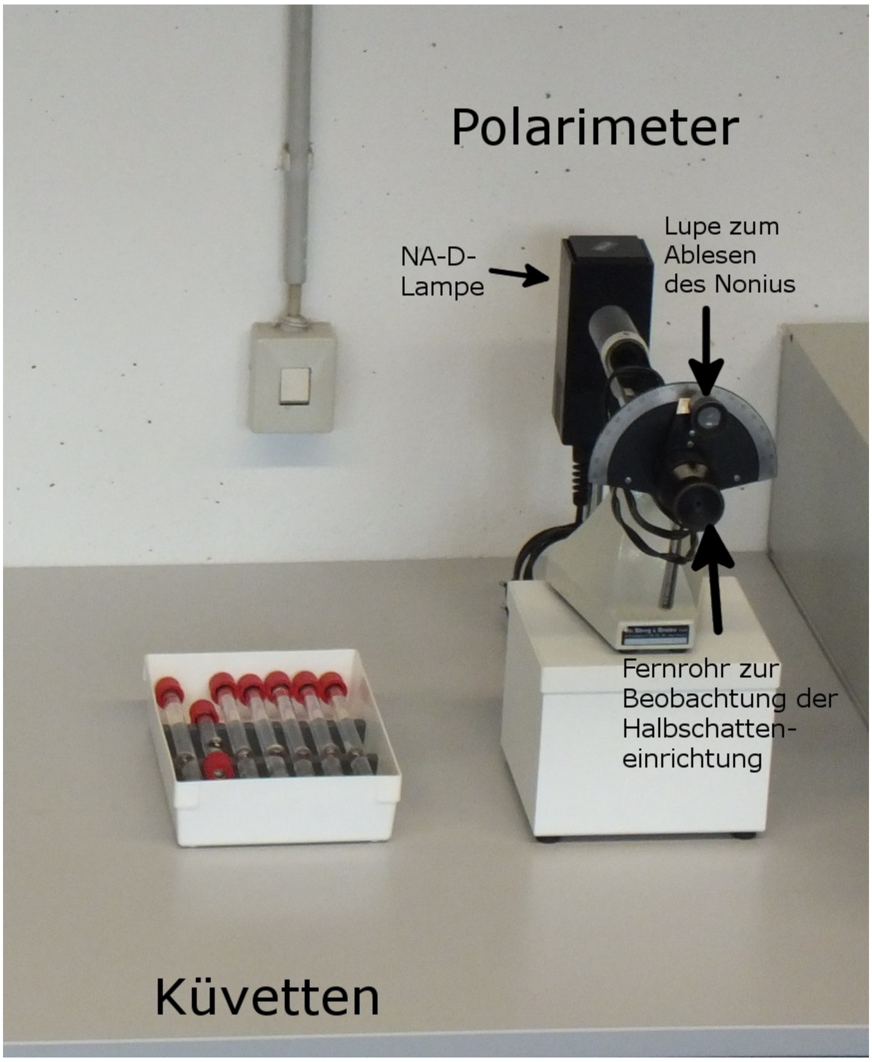


Abbildung 12.7: Versuchsaufbau

In diesem Versuch sollen verschiedene Drehwinkel bestimmt werden:

Bezeichnung der Küvette	Länge der Küvette	Konzentration c in $\frac{g}{100\ cm^3}$	Drehwinkel α_0, α_P in °	Drehwinkel α in °
0	$l = 2$ dm	0	α_0: ...	...
1	$l = 2$ dm	5	α_P: ...	...
2	$l = 2$ dm	10	α_P: ...	...
3	$l = 2$ dm	20	α_P: ...	...
4	$l = 2$ dm	40	α_P: ...	...
4A	$l = 1$ dm	40	α_P: ...	...
U	$l = 2$ dm	...	α_P: ...	...

Der Versuch kann in folgende Teile unterteilt werden:

1. Für den Versuch stehen nummerierte Küvetten mit wässrigen Sucroselösungen der Länge $l = 2$ dm mit den Konzentrationen 0 $\frac{g}{100\ cm^3}$, 5 $\frac{g}{100\ cm^3}$, 10 $\frac{g}{100\ cm^3}$, 20 $\frac{g}{100\ cm^3}$ und 40 $\frac{g}{100\ cm^3}$ zur Verfügung. Des Weiteren steht eine Küvette mit einer Konzentration von 40 $\frac{g}{100\ cm^3}$ und einer Länge von $l = 1$ dm und eine Küvette mit unbekannter Konzentration und der Länge 2 dm zur Verfügung.

2. Bestimmen Sie zuerst die Nullposition α_0 der mit reinem Wasser gefüllten Küvette. (Bei einigen älteren Polarimetern Stellung der Hilfsplätchen beachten!)

3. Bestimmen Sie den Drehwinkel α_P für alle Sucroselösungen bei Na-D-Licht.

4. Berechnen Sie die Drehwinkel α nach Gleichung $\alpha = \alpha_P - \alpha_0 = [\alpha]_D \cdot l \cdot c$.

5. Vergleichen Sie die Drehwinkel der Küvetten mit 1 dm und 2 dm Länge und gleicher Konzentration.

6. Zeichnen Sie ein α - $l \cdot c$ - Diagramm für die 2 dm-Küvetten und berechnen Sie anhand der Ausgleichsgeraden den spezifischen Drehwinkel $[\alpha]_D$.

7. Lesen Sie die Konzentration c der unbekannten Sucrose-Lösung (Küvette U) für den Drehwinkel α aus dem Diagramm ab.

8. Vergleichen Sie den experimentell bestimmen Wert des spezifischen Drehwinkels mit dem Literaturwert $[\alpha]_D = 66,52° \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{dm\,g}}$.

9. Rotationsdispersion: Messen Sie den Drehwinkel für die 2 dm-Küvetten zusätzlich mit rotem und blauem Licht, indem Sie die Lichtquelle für weißes Licht verwenden und einen roten bzw. blauen Glasfilter vor das Okular halten.

10. Zeichnen Sie die Messwerte in das schon angefertigte $\alpha - l \cdot c$-Diagramm ein und vergleichen Sie die spezifischen Drehwinkel für rotes, blaues und gelbes Licht miteinander.

12.3 Protokoll

Matr.-Nr.: Datum:
Name, Vorname:
Versuchstitel:

vom **Assistenten** auszufüllen:
Datum:
Unterschrift:

In diesem Versuch soll ...

In folgender Tabelle 12.1 werden die Messergebnisse eingetragen und die jeweiligen Drehwinkel α berechnet.

Bezeichnung der Küvette	Länge der Küvette	Konzentration c in $\frac{g}{100\ cm^3}$	Drehwinkel α_0, α_P in °	Drehwinkel α in °
0	$l = 2$ dm	0	α_0:	
1	$l = 2$ dm	5	α_P:	
2	$l = 2$ dm	10	α_P:	
3	$l = 2$ dm	20	α_P:	
4	$l = 2$ dm	40	α_P:	
4A	$l = 1$ dm	40	α_P:	
U	$l = 2$ dm		α_P:	

Tabelle 12.1: Messdaten mit Na-D-Licht.

Vergleicht man die Küvetten 4 und 4A miteinander, stellt man fest, dass ...

Die Messwerte werden in Diagramm 12.8 aufgetragen. Aus der Steigung der Ausgleichsgraden erhält man den spezifischen Drehwinkel

$[\alpha]_D =$ ______________________________ $\frac{^\circ \mathrm{cm}^3}{\mathrm{dm\ g}}$.

Für die Konzentration der unbekannten Sucrose-Lösung lässt sich ablesen:

$c =$ ______________________________ $\approx$ ______________________ $\frac{\mathrm{g}}{100\ \mathrm{cm}^3}$.

Der Vergleich von $[\alpha]_D$ mit dem Literaturwert ergibt ...

____

____

Die Rotationsdispersion lässt sich bestimmen, indem man ...

____

____

____

Die Messwerte werden für rotes Licht in Tabellen 12.2 und für blaues Licht in 12.3 eingetragen..

Bezeichnung der Küvette	Länge der Küvette	Konzentration c in $\frac{\mathrm{g}}{100\ \mathrm{cm}^3}$	Drehwinkel α_0, α_P in °	Drehwinkel α in °
0	$l = 2$ dm	0	α_0:	
1	$l = 2$ dm	5	α_P:	
2	$l = 2$ dm	10	α_P:	
3	$l = 2$ dm	20	α_P:	
4	$l = 2$ dm	40	α_P:	
U	$l = 2$ dm		α_P:	

Tabelle 12.2: Messdaten mit rotem Licht.

Bezeichnung der Küvette	Länge der Küvette	Konzentration c in $\frac{g}{100\ cm^3}$	Drehwinkel α_0, α_P in °	Drehwinkel α in °
0	$l = 2$ dm	0	α_0:	
1	$l = 2$ dm	5	α_P:	
2	$l = 2$ dm	10	α_P:	
3	$l = 2$ dm	20	α_P:	
4	$l = 2$ dm	40	α_P:	
U	$l = 2$ dm		α_P:	

Tabelle 12.3: Messdaten mit blauem Licht.

Vergleicht man die spezifischen Drehwinkel von rotem, blauem und gelbem Licht miteinander ...

Bewertung und Einordnung der Messergebnisse

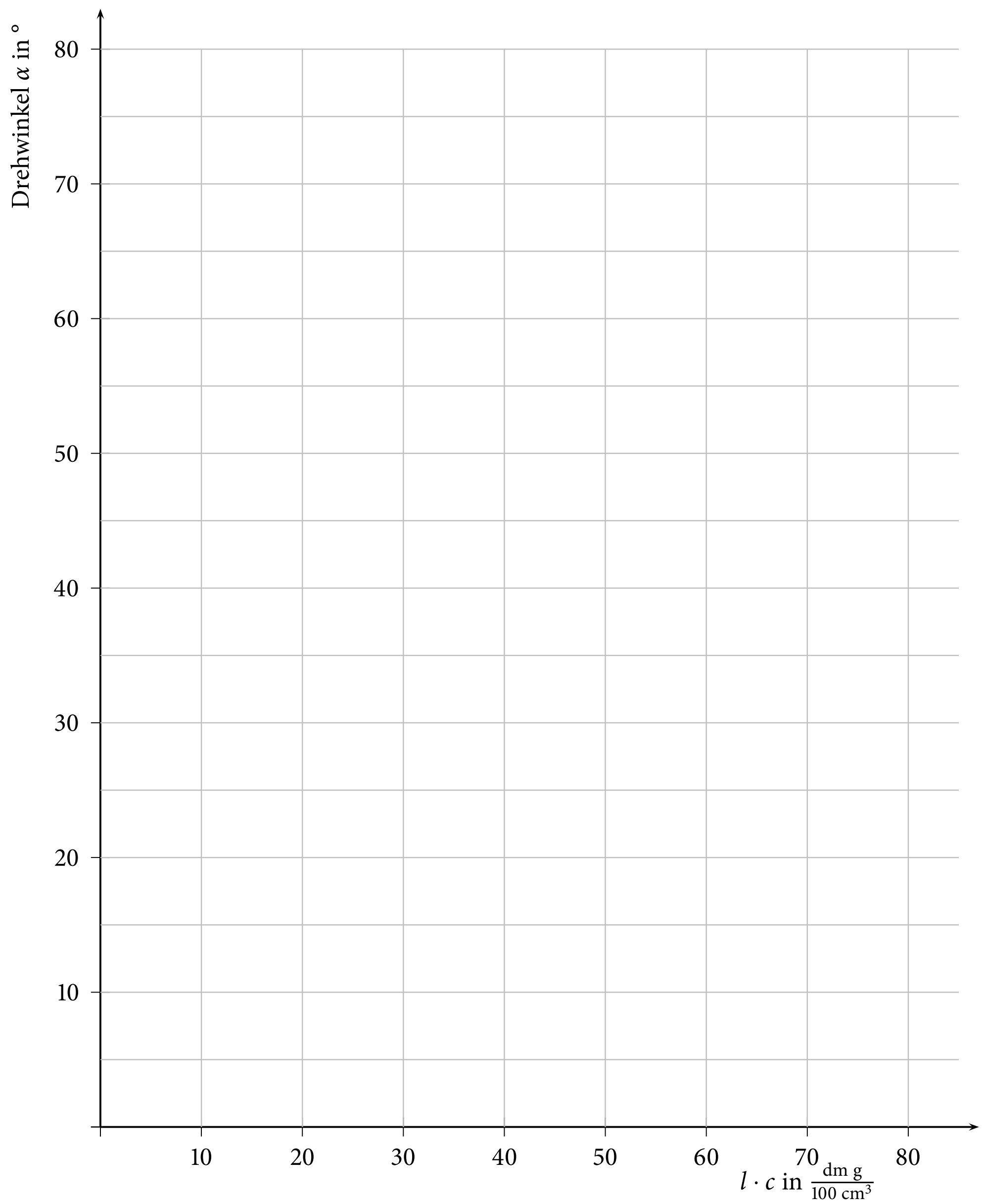


Abbildung 12.8: α - $l \cdot c$ - Diagramm für gelbes, rotes und blaues Licht

13/14

Elektrischer Widerstand und Kirchhoffsche Regeln

Bitte beachten Sie die gesonderte Versuchsdurchführung!
Einige Aufgaben sind vor dem Versuchstag zu bearbeiten!

Neben der Thermodynamik ist die Elektrizitätslehre die größte Entwicklung der Physik des 19. Jahrhunderts. Ihr Verständnis hat zu vielen technischen Errungenschaften geführt, ohne die das zeitgenössische Leben nicht vorstellbar wäre. Grundlegend für viele Anwendungen ist der Ladungstransport in verschiedenen Stoffen, der an diesem Versuchstag untersucht werden soll. Das Lernziel sei, mit den zur Beschreibung einfacher Stromkreise nötigen grundlegenden Größen vertraut zu werden.
Die Anwendungen der Elektrizitätslehre sind nicht allein auf das Gebiet der Physik beschränkt. So kann z. B. der Informationstransport innerhalb einer Nervenleitung mit Begrifflichkeiten der Elektrizitätslehre beschrieben werden.

Geräteausstattung

- Laptop mit vorinstallierten Messprogrammen.
- Brettaufbau mit Schaltungen zu den Versuchsteilen Kennlinien, Glühlampe und Netzwerke.

Erforderliche Kenntnisse

Elektrische Ladung, elektrisches Potential, Spannung, Strom, Widerstand, Ohmsches Gesetz, Leistung, Leiter, Halbleiter, Isolatoren, Kennlinien, Kirchhoffsche Regeln

13.1 Grundlagen

13.1.1 Elektrische Ladung

Die elektrische Ladung ist eine weitere wesentliche Eigenschaft der Materie. Es ist nicht möglich, die Frage zu beantworten, was Ladung sei; sie lässt sich,

wie die Masse, lediglich über ihre Wirkung beschreiben.
Die elektrische Ladung ist entweder positiv oder negativ. Ein elektrisch neutraler Körper besitzt die gleiche Menge an positiver und negativer Ladung.
Elektrische Ladung lässt sich nicht beliebig oft teilen. Die kleinstmögliche freie Ladung entspricht der Ladung des Elektrons, der sogenannten Elementarladung e_0.
Elektrische Ladungen üben eine Kraft aufeinander aus: Gleichnamig geladene Körper stoßen sich ab, entgegengesetzt geladene Körper ziehen sich an. Die Kraft, mit der zwei Elektronen sich aufgrund ihrer Ladung abstoßen, ist dabei rund 10^{36} mal größer als die anziehende Kraft ihrer Massen aufgrund der Gravitation.
Die Einheit der elektrischen Ladung q ist Coulomb; $[q] =$ C. Der Wert der Elementarladung beträgt $e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C.

13.1.2 Elektrisches Potential

Bei Anwesenheit elektrischer Ladungen kann jedem Punkt des Raumes eine elektrische Feldstärke E zugeordnet werden, welche die Größe der Kraft F beschreibt, die auf eine Probeladung q am betrachteten Raumpunkt wirkt:

$$E = \frac{F}{q}. \tag{13.1}$$

Um eine Ladung q im elektrischen Feld von einem festen Punkt P_0 zu einem anderen Punkt P_i zu verschieben, muss im Allgemeinen die Arbeit W aufgewendet werden. Das elektrische Potential φ in Bezug auf P_0 ist dann wie folgt definiert:

$$\varphi = \frac{W}{q}. \tag{13.2}$$

Die wichtige Größe der elektrischen Spannung U zwischen zwei Punkten ist die Differenz ihrer Potentiale:

$$U = \varphi_2 - \varphi_1. \tag{13.3}$$

Sie ist unabhängig vom Bezugspunkt P_0. Die Einheit der elektrischen Spannung U ist Volt; $[U] =$ V.

13.1.3 Elektrischer Strom

Der elektrische Strom entsteht durch die Bewegung von elektrischen Ladungsträgern. Die Stromstärke I ist ein Maß für die pro Zeiteinheit geflossene Ladung:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}. \tag{13.4}$$

Beim Anlegen einer Spannung an einen Leiter entsteht ein elektrisches Feld E. Entlang dieses elektrischen Feldes verschieben sich die Ladungsträger des Leiters, so dass ein elektrischer Strom entsteht. Je nach Art der Ladungsträger, die zu dem Stromfluss beitragen, wird der Leiter als „elektronischer Leiter“ oder „ionischer Leiter“ bezeichnet. Metalle und Halbleiter sind z. B. elektronische Leiter, bei denen Elektronen die beweglichen Ladungsträger sind;

Elektrolyte wie z. B. Säuren, Laugen oder Salzlösungen sind ionische Leiter, bei denen Ionen die beweglichen Ladungsträger sind. Die Einheit der Stromstärke I ist Ampere; $[I] = \text{A}$.

Elektrischer Widerstand

Bewegen sich die Ladungsträger durch einen Leiter, so können sie mit Atomen oder Molekülen des Leitermaterials zusammenstoßen. Ihre Bewegung wird dadurch wieder abgebremst. Da sie jedoch im elektrischen Feld beschleunigt werden, erreichen sie im Mittel eine Driftgeschwindigkeit v in Richtung des elektrischen Feldes. Die Bewegungsfähigkeit der Ladungsträger in einem gegebenen Material wird durch die elektrische Leitfähigkeit σ beschrieben, einer temperaturabhängigen Materialkonstante. Sie hängt von der Driftgeschwindigkeit v, von der Ladung e_0 (Elementarladung) und der Dichte n der Elektronen (Anzahl pro Volumeneinheit) ab:

$$\sigma = \frac{e_0 \cdot n \cdot v}{E} \qquad [\sigma] = \frac{\text{A}}{\text{Vm}} = \frac{1}{\Omega\text{m}}. \tag{13.5}$$

Der reziproke Wert von σ wird als spezifischer Widerstand ρ bezeichnet:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \qquad [\rho] = \Omega\text{m}. \tag{13.6}$$

Den elektrischen Widerstand eines Leiters (z. B. eines Drahtes) kann man bei Kenntnis seines spezifischen Widerstandes ρ, seiner Länge l und seines Querschnitts A berechnen:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}. \tag{13.7}$$

Der Widerstand R vergrößert sich also bei Verlängerung des Leiters oder Verringerung des Leiterquerschnittes.

Das Ohmsche Gesetz

Es gibt Leiter, für die der Quotient zwischen angelegter Spannung U und gemessenem Stromfluss I konstant bleibt. Diese nennt man Ohmsche Leiter, da für sie das *Ohmsche Gesetz* gilt:

$$U = R \cdot I \tag{13.8}$$

Spannung und Strom sind in diesem Fall also proportional.
Bei den meisten elektrischen Leitern ändert sich jedoch der elektrische Widerstand in Abhängigkeit von Spannung, Strom und Temperatur. Für diese Nicht-Ohmschen Leiter sind U und I nicht proportional.

$$R = R(U, I) \neq const. \tag{13.9}$$

Trotzdem lässt sich natürlich für jedes einzelne Wertepaar von U und I ein Wert für den Widerstand berechnen.

Leistung von Bauteilen

Während des Stromflusses wird ständig Bewegungsenergie der Ladungsträger durch Zusammenstöße mit Atomen und Molekülen des Leiters in Wärmeenergie umgewandelt, d. h. der Leiter erwärmt sich. Die von dem Bauelement mit dem Widerstand R aufgenommene Leistung beträgt für Leiter:

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}. \tag{13.10}$$

13.1.4 Leiter und Isolatoren

Metalle weisen eine hohe Leitfähigkeit auf, da die Hüllenelektronen der Metallatome frei im Kristall beweglich sind. Die positiv geladenen Metallatomrümpfe sind dagegen an ihre Gitterplätze gebunden und führen dort Schwingungen um ihre Ruhelage aus. Der spezifische Widerstand liegt im Bereich von $10^{-5} \ldots 10^{-8}$ Ωm. Mit wachsender Temperatur, z. B. durch verstärkten Stromfluss, steigt die Amplitude der Gitterschwingungen an. Dadurch wächst die Stoßwahrscheinlichkeit an und die Driftgeschwindigkeit v und die Leitfähigkeit σ nehmen ab. Der spezifische Widerstand ρ steigt. Metalle weisen deshalb einen positiven Temperaturkoeffizienten des elektrischen Widerstandes (PTC) auf.
Konstantan ist eine Legierung aus 55% Kupfer, 44% Nickel und 1% Mangan. Der spezifische Widerstand von Konstantan bleibt über einen sehr großen Temperaturbereich konstant; es besitzt also keinen positiven Temperaturkoeffizienten wie andere Metalllegierungen. Daher sind Konstantanleiter innerhalb eines großen Strom-Spannungs-Bereichs Ohmsche Leiter. Konstantan wird als Material für elektrische Widerstände verwendet. Der spezifische Widerstand beträgt $5,2 \cdot 10^{-7}$ Ωm.

13.1.5 Halbleiter

Eigenleitung

Bei einem Halbleiter handelt es sich eigentlich um einen Isolator. Durch Zuführen geringer Mengen an Energie (etwa $\Delta E \approx 1$ eV), z. B. durch thermische Anregung, wird das Material allerdings leitend. Je stärker die Energiezufuhr, desto mehr Elektronen können zur Leitung beitragen. Daher nimmt die Leitfähigkeit mit zunehmender Temperatur zu, der Widerstand entsprechend ab. Es ergibt sich ein negativer Temperaturkoeffizient des Widerstandes (NTC). Als Beispiel für ein solches Bauteil sei die Diode genannt.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Wie groß ist der Widerstand R einer $1,0$ m langen Flüssigkeitssäule (spezifische Leitfähigkeit $\sigma = 1,0 \cdot 10^2 \frac{1}{\Omega\mathrm{m}}$) in einem zylindrischen Rohr mit dem Radius $r = 1,0$ cm?
- Die spezifischen Widerstände von Silber und der Legierung Konstantan betragen $\rho_{Ag} = 1,6 \cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m}$ bzw. $\rho_{Konst} = 5,2 \cdot 10^{-7}\ \Omega\mathrm{m}$. Welche Drahtlänge l_i benötigt man bei einem Drahtquerschnitt von $A = 1\ \mathrm{mm}^2$ für Widerstände von jeweils $1\ \Omega$?
- Berechnen Sie die Leistung P und den entsprechenden Widerstand R einer Glühlampe, wenn im Nennbetrieb bei $U = 230$ V ein Strom von $I = 0,2$ A fließt.
- Berechnen Sie den entsprechenden Widerstand R einer Glühlampe für eine Leistung von $P = 100$ W bei einer Spannung von $U = 230$ V.

13.1.6 Kennlinien

Die grafische Auftragung des Stroms als Funktion der Spannung nennt man eine Kennlinie. Für Ohmsche Leiter ist die Kennlinie eine Gerade. Dies liegt daran, dass sich der Widerstand des Leiters durch den Stromfluss und die Spannung nicht ändert. Analog zu

$$y(x) = m \cdot x \tag{13.11}$$

ist

$$I = \frac{1}{R} \cdot U \tag{13.12}$$

eine Geradengleichung mit der Steigung $\frac{1}{R}$.
Für die meisten Metalle (PTC) dagegen ergibt sich aufgrund der Widerstanderhöhung mit steigendem Stromfluss und damit steigender Temperatur eine abflachende Kennlinie. In nebenstehender Abbildung ist als Beispiel dafür die Kennlinie der Glühwendel einer Glühlampe aufgetragen. Für eine Diode erhält man eine ansteigende Kennlinie, da der Widerstand mit steigender Temperatur sinkt (NTC) und damit der Reziprokwert des Widerstandes ($\frac{1}{R}$) ansteigt. Man kann anhand der Kennlinie somit erkennen, um was für ein Bauelement es sich handelt.
Der Widerstand R eines Bauelements lässt sich anhand der Kennlinie bestimmen, da er sich für eine gegebene Spannung U als Reziprokwert der Steigung errechnet.

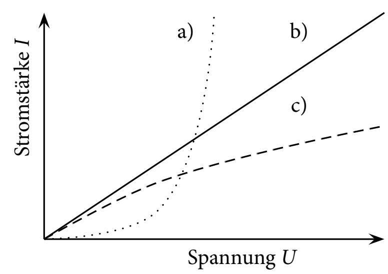


Abbildung 13.1: Skizzenhafte Kennlinien: a) Diode, b) Ohmscher Widerstand, c) Glühlampe

13.1.7 Netzwerke

Kirchhoffsche Regeln

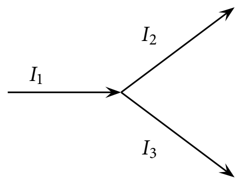


Abbildung 13.2: Knotenregel

Zur Berechnung der Stromstärken und Spannungen in verzweigten Stromkreisen bedient man sich der Kirchhoffschen Regeln, mit denen man die rechnerische Behandlung komplizierter Netzwerke auf die Behandlung einer Folge überschaubarer Strukturen – nämlich Knoten und Maschen – zurückführt.
Die **Knotenregel** besagt, dass aus einem Knoten (Verbindungspunkt mehrerer Leiter) ein Gesamtstrom der Größe der Summe aller hineinfließenden Ströme auch wieder herausfließen muss.

$$\sum I_i = 0 \text{ A}. \tag{13.13}$$

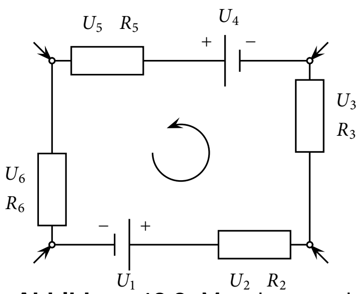


Abbildung 13.3: Maschenregel

Die **Maschenregel** besagt, dass innerhalb einer Leiterschleife bei vorgegebenem Umfahrungssinn (siehe Pfeil in nebenstehender Abbildung) die auftretenden Spannungen unter Berücksichtigung ihrer Polarität bei der Addition Null ergeben:

$$\sum U_i = 0 \text{ V}. \tag{13.14}$$

Werden in die eingezeichneten Knotenpunkte Ströme eingespeist, so ändern sich zwar die Spannungen an den Widerständen, die Maschenspannung $\sum U_i$ bleibt jedoch stets 0 V. Mit diesen beiden Regeln lassen sich auch komplizierte Netzwerke berechnen.

Parallelschaltung

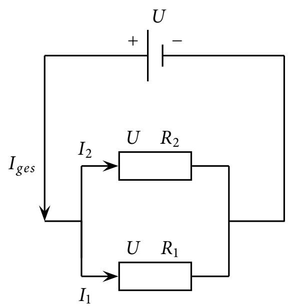


Abbildung 13.4: Parallelschaltung

Die Berechnung eines Gesamtwiderstandes R bei der Parallelschaltung von Widerständen ist eine einfache Anwendung der Knotenregel:

$$I_{ges} - I_1 - I_2 = 0 \Rightarrow I_{ges} = I_1 + I_2. \tag{13.15}$$

An allen Elementen liegt die gleiche Spannung U an (Maschenregel), so dass sich nach dem Ohmschen Gesetz ergibt:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \tag{13.16}$$

Entsprechend erhalten wir für eine beliebige Anzahl n parallelgeschalteter Widerstände:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}. \tag{13.17}$$

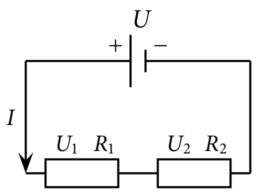


Abbildung 13.5: Reihenschaltung

Der Gesamtwiderstand R_{ges} einer Parallelschaltung ist also kleiner als der kleinste der parallelgeschalteten Widerstände.

Reihenschaltung

Die Berechnung des Gesamtwiderstandes R_{ges} bei der Reihenschaltung von Widerständen ist eine Anwendung der Maschenregel:

$$U_{ges} - U_1 - U_2 = 0. \tag{13.18}$$

Da in allen Elementen die gleiche Stromstärke I herrscht, ergibt sich mit dem Ohmschen Gesetz:

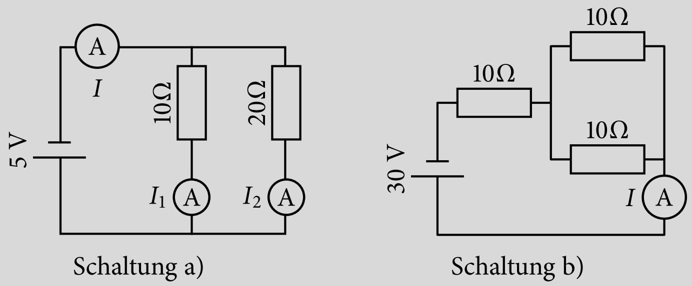
$$R_{ges} = R_1 + R_2. \tag{13.19}$$

Für eine beliebige Anzahl n hintereinandergeschalteter Widerstände gilt dann:

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + \ldots R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i. \tag{13.20}$$

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Berechnen Sie die in den folgenden Stromkreisen fließenden Ströme I:



13.2 Vorbereitung

Im Zuge der Vorbereitung auf diesen Versuch, sollen Sie sich Gedanken darüber machen, wie das Schaltbrett funktioniert. Dazu wurden einige Aufgaben zusammengestellt, die **vorab (zu Hause)** bearbeitet werden müssen.

1. In welche Buchsen werden für den Versuchsteil Kennlinien jeweils die Stecker zur Strommessung und die Stecker zur Spannungsmessung gesteckt?
2. Zum Versuchsteil „Netzwerke - Parallelschaltung“:
   - In welche Buchsen werden die Stecker zur Strommessung gesteckt?
   - Wie müssten Sie die Schaltung umbauen, um den Stromfluss durch den Widerstand R_1 zu messen?
3. Zum Versuchsteil „Netzwerke - Reihenschaltung“:
   - Wie viele der *Brücken* aus dem vorherigen Versuchsteil brauchen Sie in diesem Versuch, um den Strom an den Strommesspunkten I_1 und I_3 zu messen?
   - In welche Buchsen stecken Sie die Stecker zur Spannungsmessung, um die an Widerstand R_2 anliegende Spannung zu messen?

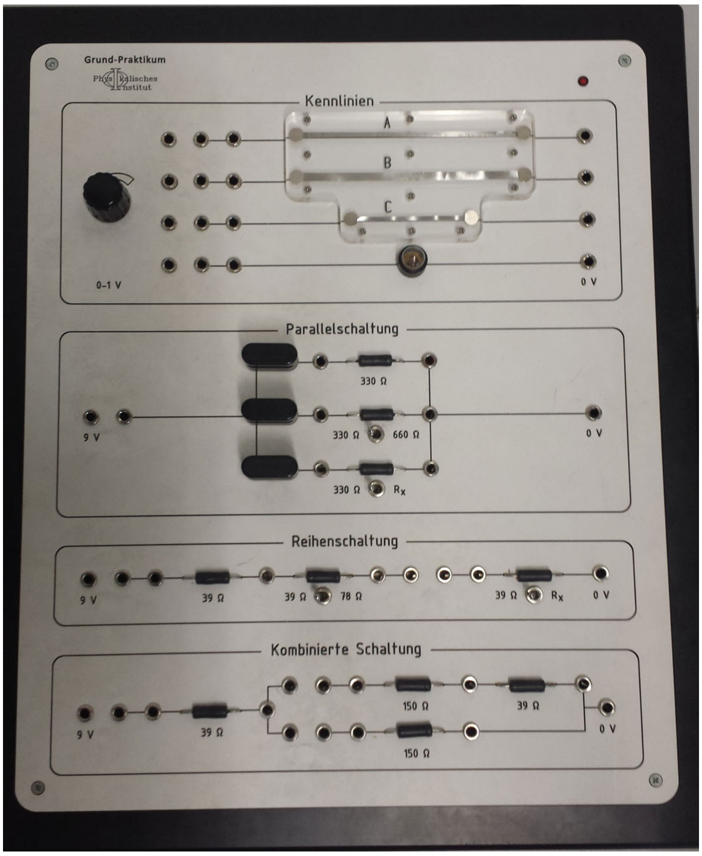
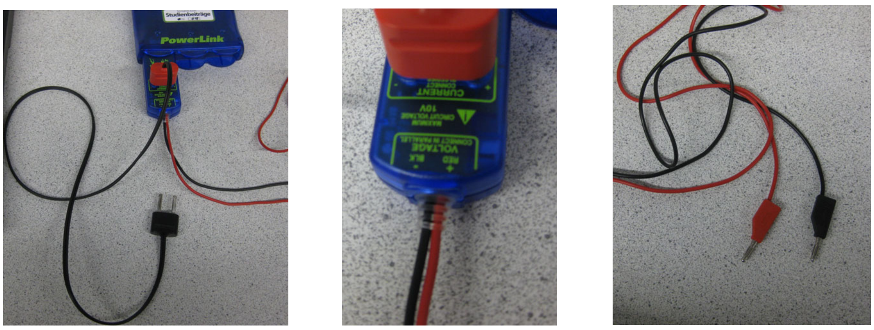


Abbildung 13.6: Schaltbrett. Durchgezogene Linien stellen eine Verbindung zwischen Buchsen oder Bauteilen dar. Mittels Kippschalter können Widerstände variiert werden. Die Werte stehen jeweils an der zugehörigen Kippschalterposition. Die drei schwarzen Blöcke bei der Parallelschaltung sind *Brücken* und können eine leitfähige Verbindung zwischen zwei benachbarten Buchsen, die nicht durch eine Linie verbunden sind, herstellen.

4. Wo werden die benötigten *Brücken* eingesteckt, um im Versuchsteil „Netzwerke - Kombinierte Schaltung“ den Strom an Strommesspunkt I_4 zu messen?

Bitte denken Sie daran, dass es bei diesem Versuch im folgenden Aufgabenteil Übungen gibt, die ebenfalls **zu Hause** bearbeitet werden müssen.



(a) **(b)** **(c)**

Abbildung 13.7: Anschlüsse zur Strom- und Spannungsmessung:
(a) Anschluss zur Strommessung. Dieser Anschluss ist gleichzeitig eine *Brücke*;
(b) Sensor für die Strom- und Spannungsmessung;
(c) Anschluss zur Spannungsmessung

13.3 Versuchsdurchführung

Die im Folgenden enthaltenen *Theorieaufgaben* (siehe Abschnitt: Teilversuch 2) gehören zur Vorbereitung auf den Versuch und sind daher *vor Beginn des Praktikumstermins* zu *bearbeiten*. Schließen Sie zu Beginn des Versuchs den Brettaufbau an und starten Sie den Laptop. In dem sich öffnenden Fenster wählen Sie „Sensor ignorieren“. Schalten Sie während des Versuchs die

Spannung jedes Mal aus, wenn Sie ein Kabel umstecken. Sollten Sie negative Messwerte erhalten, ändern Sie die Stromrichtung durch Vertauschen der Stecker.

Teilversuch 1: Kennlinien

In diesem Versuchsteil sollen die Kennlinien dreier Konstantan-Streifen und eines nichtohmschen Widerstands (Glühlampe) aufgenommen werden. Für Konstantan wird der spezifische Widerstand bestimmt.

Spezifischer Widerstand von Konstantan

Abmessungen der Konstantan-Streifen:

A. 20 µm · 2 mm · 100 mm

B. 20 µm · 4 mm · 100 mm

C. 20 µm · 2 mm · 50 mm

Gehen Sie dazu wie folgt vor:

1. Öffnen Sie das Programm „V 13 Konstantan A". Schließen Sie die Kabel zur Spannungs- und Strommessung an den Obersten der Konstantan-Streifen an. Entfernen Sie dazu die Brücken und schalten Sie das Strommessgerät in Reihe mit dem Konstantan-Streifen. Setzen Sie die Brücke nach Beendigung der Strommessung wieder ein. Das Spannungsmessgerät wird parallel zum Konstantan-Streifen geschaltet. Betätigen Sie die Schaltfläche „Start" in der Software.

2. Nehmen Sie ausreichend viele Messwerte (mindestens 15) für den Strom in Abhängigkeit von der Spannung auf. Variieren Sie dazu die angelegte Spannung, indem Sie am Spannungsregler drehen, und betätigen Sie bei Messpunkten, die Sie für die Auswertung verwenden möchten, die Schaltfläche „Behalten". Drücken Sie anschließend die Schaltfläche „Stop" (rotes Quadrat).

3. Ist eine Messung fehlerhaft, so kann über das Menü „Experiment → ALLE Datensätze löschen" oder „Experiment → Letzte Messreihe löschen" der entsprechende Datensatz gelöscht werden.

4. Drucken Sie das Diagramm aus. Zeichnen Sie eine Regressionsgerade ein und ermitteln Sie ihre Steigung. Bestimmen Sie daraus den Widerstand des Konstantan-Streifens. Tragen Sie die geforderten Werte in die Legende des Diagramms ein.

5. Wiederholen Sie den Vorgang für die anderen Konstantan-Streifen mit den jeweiligen Programmen „V 13 Konstantan B" und „V 13 Konstantan C".

6. Bestimmen Sie aus den drei ermittelten Widerständen den spezifischen Widerstand von Konstantan mit Gleichung $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ (Gl. 13.7) und vergleichen Sie die von Ihnen ermittelten Werte mit dem Literaturwert. von $\rho_{Konstantan} = 5,20 \cdot 10^{-7}\,\Omega\text{m}$. Woraus resultieren eventuelle Abweichungen?

7. Schließen Sie das Programm.

Glühlampe

1. Öffnen Sie das Programm „V 13 Glühlampe“.
2. Nehmen Sie ausreichend viele Messwerte (mindestens 20) für den Strom in Abhängigkeit von der Spannung für die Glühlampe auf. Gehen Sie dabei analog zum ersten Versuchsteil vor.
3. Drucken Sie das Diagramm aus und zeichnen Sie von Hand die Kennlinie der Glühlampe ein. Warum handelt es sich nicht um einen Ohmschen Leiter?
4. Bestimmen Sie an fünf verschiedenen Stellen der Kennlinie den Widerstand der Glühlampe.
5. Schließen sie das Programm.

Teilversuch 2: Netzwerke

In diesem Versuchsteil sollen während des Praktikums Strom- und Spannungswerte von Ohmschen Widerständen an verschiedenen Schaltungen ermittelt werden.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- In den Aufgabenteilen zu Parallel-, Reihen- und kombinierter Schaltung sind einige Fragen notiert. Beantworten Sie diese *vor Beginn des Praktikumstermins* durch Rechnungen und theoretische Überlegungen unter Zuhilfenahme der jeweiligen Schaltskizze. Verwenden Sie dabei die Gleichungen für Parallelschaltung $\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots \frac{1}{R_n}$ (Gl. (13.17)) und für Reihenschaltung $R_{ges} = R_1 + R_2 + \ldots R_n$ (Gl. (13.20)).

Bestimmen Sie während des Versuchs die geforderten Größen experimentell und vergleichen Sie diese mit Ihren zuvor berechneten Ergebnissen.
Auf dem zu verwendenden Brettaufbau befinden sich schaltbare Widerstände. Kippen Sie zu Beginn alle Schalter nach links. Um die Stromstärke zu messen, entfernen Sie die Brücke an der gewünschten Stelle und schalten das Messgerät in Reihe. Anschließend müssen Sie *die Brücke wieder einsetzen*. Messen Sie die Spannung, indem Sie das Messgerät parallel schalten.
Starten Sie zunächst das Programm „V 13 Strom- und Spannungsmessung“ und betätigen Sie die Schaltfläche „Start“. Das Vorgehen entspricht dem im ersten Versuchsteil. Bei eingeschaltetem Brettaufbau liegt an jedem Versuchsfeld eine Gesamtspannung von 9 V an. Beachten Sie, dass die Widerstandswerte eine Abweichung von bis zu 1% aufweisen können.

Parallelschaltung

In diesem Versuchsteil liegt eine Parallelschaltung von drei Widerständen R_1, R_2 und R_3 vor, die zu Versuchsbeginn je 330 Ω betragen. Durch Umlegen eines Schalters am Widerstand R_2 verdoppelt sich dessen Widerstandswert.

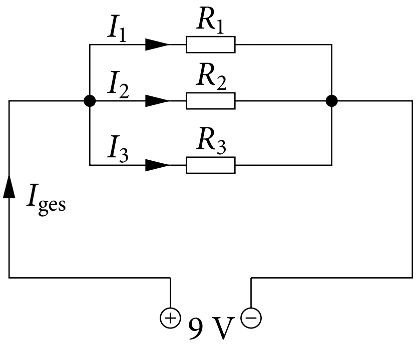


Abbildung 13.8: Parallelschaltung

1. Wie groß sind der Gesamtstrom und der Gesamtwiderstand der Ausgangsschaltung?
2. Welcher Strom fließt durch die einzelnen Widerstände?
3. Wie ändern sich der Gesamtstrom und der Gesamtwiderstand der Schaltung, wenn Sie den Widerstandswert von R_2 auf 660 Ω erhöhen?
4. Welcher Strom fließt durch den erhöhten Widerstand R_2?
5. Ändert sich der Stromfluss durch die anderen Widerstände?
6. Am Versuchstag durchzuführen:
   Stellen Sie die Schalter der Parallelschaltung so, dass die beiden Widerstände R_1 und R_2 jeweils 330 Ω aufweisen und der Widerstand R_3 nicht bekannt ist (Schalter auf R_x). Messen Sie nun den Strom und die Spannung, die an dem unbekannten Widerstand R_3 anliegen und bestimmen Sie R_x.

Reihenschaltung

Es liegt eine Reihenschaltung mit drei Widerständen R_1, R_2 und R_3 vor, die zu Versuchsbeginn je 39 Ω betragen. Nach Umlegen eines Schalters am Widerstand R_2 erhöht sich dessen Widerstandswert auf 78 Ω.

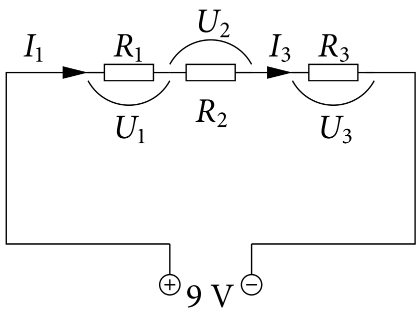


Abbildung 13.9: Reihenschaltung

1. Welcher Strom fließt an den beiden Strommesspunkten I_1 und I_3?
2. Wie groß ist der Gesamtwiderstand der Schaltung?
3. Welche Spannung liegt an den einzelnen Widerständen in der Ausgangsschaltung an?
4. Wie ändern sich der Stromfluss durch die Widerstände und die an den Widerständen anliegenden Spannungen qualitativ (und quantitativ), wenn der Widerstand R_2 vergrößert wird?
5. Am Versuchstag durchzuführen:
   Stellen Sie die Schalter der Reihenschaltung so, dass die beiden Widerstände R_1 und R_2 jeweils 39 Ω aufweisen und der Widerstand R_3 nicht bekannt ist (Schalter auf R_x). Messen Sie nun den Strom und die Spannung, die an dem unbekannten Widerstand R_3 anliegen und bestimmen Sie R_x.

Kombinierte Schaltung

Es liegt eine kombinierte Schaltung mit den vier Widerständen $R_1 = 39\ \Omega$, $R_2 = 150\ \Omega$, $R_3 = 39\ \Omega$ und $R_4 = 150\ \Omega$ vor.

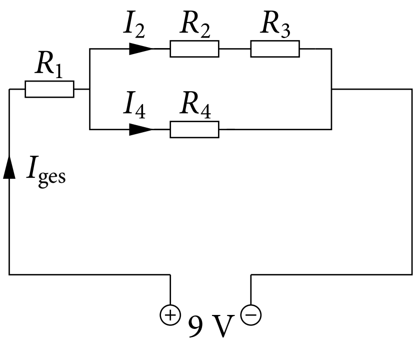


Abbildung 13.10: Kombinierte Schaltung

1. Wie groß ist der Gesamtwiderstand der Schaltung?
2. Welche Ströme fließen durch die drei Strommesspunkte I_{ges}, I_2 und I_4?

13.4 Protokoll

vom **Assistenten** auszufüllen:

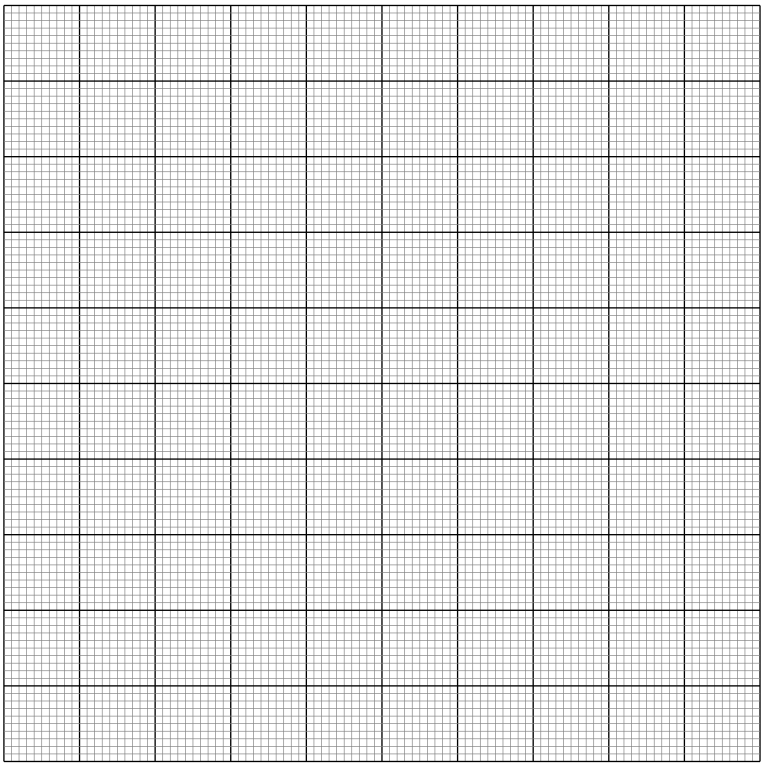
Datum:
Unterschrift:

Matr.-Nr.:
Name, Vorname:
Versuchstitel:

Datum:

Im diesem Versuch soll ...

In Versuchsteil 1 (Kennlinien) soll ...



Mit Hilfe der graphischen Auswertung der Messergebnisse ergeben sich für die drei Konstantan-Streifen folgende Werte:

Streifen	Steigung in $\frac{1}{\Omega}$	Widerstand in Ω	ρ in Ωm
A			
B			
C			

Tabelle 13.1: Messwerte für die Konstantan-Streifen

ρ = ____________________ Ωm = ρ______

Verglichen mit dem Literaturwert von $\rho_{Konstantan} = 5,20 \cdot 10^{-7}\,\Omega\text{m}$ ...

____

____

____

Bei der Glühlampe handelt es sich nicht um einen Ohmschen Leiter, weil ...

____

____

____

An 5 verschiedenen Stellen wurde der Strom und die Spannung gemessen und der Widerstand berechnet:

R_1 = ____________ Ω

R_2 = ____________ Ω

R_3 = ____________ Ω

R_4 = ____________ Ω

R_5 = ____________ Ω

Im Teilversuch 2 (Netzwerke) soll ...

____

____

____

____

Antworten aus dem Aufgabenteil:

Parallelschaltung:

Gemessener Wert: ______

1. Der Gesamtstrom der Ausgangsschaltung beträgt __________ mA

   und der Gesamtwiderstand ergibt sich zu __________ Ω

2. Durch die einzelnen Widerstände fließt ein Strom von:

Gemessener Wert: ______

I_1 = __________ mA

Gemessener Wert: ______

I_2 = __________ mA

I_3 =____________ mA Gemessener Wert: ______

3. Der Gesamtstrom reduziert sich auf ____________ mA Gemessener Wert: ______

   und der Gesamtwiderstand erhöht sich auf ____________ Ω

4. Durch den Widerstand R_2 fließt ein Strom von ____________ mA Gemessener Wert: ______

5. Ändert sich der Stromfluss durch die anderen Widerstände? Gemessener Wert: ______

   ____

6. Mit Hilfe des Stroms I =____________ mA, der durch den Widerstand R_3 fließt und der Spannung U =____________ V, die an Widerstand R_3 anliegt, ergibt sich der Widerstand R_x zu:

   R_x =____________ Ω

Reihenschaltung:

1. An den beiden Strommesspunkten fließt jeweils ein Strom von:

   I_1 =____________ mA Gemessener Wert: ______

   I_3 =____________ mA Gemessener Wert: ______

2. Der Gesamtwiderstand der Schaltung beträgt ____________ Ω

3. Folgende Spannungen liegen an den einzelnen Widerständen an:

   U_1 =____________ V Gemessener Wert: ______

   U_2 =____________ V Gemessener Wert: ______

   U_3 =____________ V Gemessener Wert: ______

4. Wie ändern sich der Stromfluss durch die Widerstände und die an den Widerständen anliegenden Spannungen **qualitativ**, wenn der Widerstand R_2 vergrößert wird?

   ____

____

____

____

____

und wie **quantitativ** (R_2 = 78 Ω):

Der Gesamtwiderstand der Schaltung beträgt jetzt ________ Ω

und der Stromfluss durch die Widerstände ergibt sich dann zu ________ mA. Somit liegen an den einzelnen Widerständen folgende Spannungen an:

Gemessener Wert: ______

U_1 = ________ V

Gemessener Wert: ______

U_2 = ________ V

Gemessener Wert: ______

U_3 = ________ V

Gemessener Wert: ______

5. Mit Hilfe des Stroms I = ________ mA, der durch den Widerstand R_3 fließt und der Spannung U = ________ V, die an Widerstand R_3 anliegt, ergibt sich der Widerstand R_x zu:

   R_x = ________ Ω

Kombinierte Schaltung:

1. Um den Gesamtwiderstand der Schaltung berechnen zu können, wird zunächst der Teilwiderstand $R_{T,1}$ berechnet, der sich aus der Reihenschaltung von R_2 und R_3 ergibt, zu:

   $R_{T,1}$ = ____________________________ Ω.

   Als nächstes wird der Teilwiderstand $R_{T,2}$ berechnet, der sich aus der Parallelschaltung von $R_{T,1}$ und R_4 ergibt, zu:

   $R_{T,2}$ = ____________________________ Ω.

   Der Gesamtwiderstand R_{ges} der Schaltung ergibt sich dann aus der Reihenschaltung des Teilwiderstands $R_{T,2}$ und des Widerstands R_1 zu:

   R_{ges} = ____________________________ Ω

2. Da an der kompletten Schaltung, und damit am Gesamtwiderstand, eine Spannung von U_{ges} = ______ V anliegt, ergibt sich ein Gesamt-

strom von:

I_{ges} = ______________________________ mA   Gemessener Wert: ______

An der Parallelschaltung (R_2, R_3 und R_4) liegt eine Spannung von:

$U_{parallel}$ = ______________________________ V an.   Gemessener Wert: ______

Mit Hilfe des Teilwiderstands $R_{T,1}$ (R_2 und R_3) ergibt sich dann ein Strom I_2 von:

I_2 = ______________________________ mA   Gemessener Wert: ______

Mit Hilfe des Widerstands R_4 ergibt sich dann ein Strom I_4 von:

I_4 = ______________________________ mA   Gemessener Wert: ______

Bewertung und Einordnung der Messergebnisse

____

____

____

____

____

____

____

____

Versuchstag: Akustik

17/18

Ultraschall in Reflexion und Transmission

Unter Ultraschallwellen versteht man Schallwellen mit einer Frequenz größer als 20 kHz. Sie werden mit Hilfe von Festkörpern erzeugt, die zu Schwingungen angeregt werden. Ende des 19. Jahrhunderts konnte man mit Hilfe der sogenannten Galton-Pfeife Ultraschallwellen bis etwa 100 kHz erzeugen. Den Durchbruch in der Ultraschallerzeugung und -detektion wiederum erfolgte durch die Entdeckung der Magnetostriktion durch Joule sowie der Entdeckung des piezoelektrischen Effektes durch die Brüder Curie. Auf der Basis dieser Effekte können Ultraschallwellen im MHz- bis GHz-Bereich erzeugt werden. Neben der Anwendung des Ultraschalls in der Medizin zur Bildgebung verschiedener innerer Körpersektionen werden Ultraschallwellen unter anderem auch zur Materialprüfung und -charakterisierung verwendet.
Das Lernziel dieses Versuchs ist das Kennenlernen von Schwingungen in Flüssigkeiten und Gasen sowie die Erzeugung und Detektion von Ultraschallwellen.

Geräteausstattung

- Ultraschallsender und -empfänger für Luft.
- Ultraschallsender und -empfänger für Wasser.
- Wasserbecken.
- Plastikflaschen mit verschiedenen Inhalten und PVC-Blöcke.
- Reflexionskörper verschiedener Abmessungen.
- Laptop mit Oszilloskopsoftware.

Erforderliche Kenntnisse

Longitudinale Welle, Schallgeschwindigkeit, Schallkennimpedanz, Reflexion und Transmission an Grenzflächen, Absorption von Schallwellen in Medien, Auflösungsvermögen, Piezoelektrischer Effekt,

17.1 Grundlagen

Als Ultraschall werden Schallwellen bezeichnet, deren Frequenzen größer als 20 kHz sind und somit nicht mehr in dem für Menschen hörbaren Bereich liegen. Schallwellen benötigen, im Gegensatz zu elektromagnetischen Wellen (z. B. sichtbares Licht), ein Medium, in dem sie sich ausbreiten können. Mikroskopisch gesehen schwingen die im Medium enthaltenen Atome und Moleküle um ihre Ruhelage, so dass Schallwellen auch als mechanische Wellen betrachtet werden können. Da die Atome und Moleküle nach einem Schwingungsdurchlauf wieder in ihre Ruhelage zurückkehren, wird hierbei keine Materie über Strecken transportiert.
In Flüssigkeiten und Gasen schwingen die Teilchen in Ausbreitungsrichtung (siehe Abbildung 17.1). Diese Art der Wellenausbreitung wird als longitudinale Welle bezeichnet. Eine weitere Wellenform sind transversale Wellen. In diesem Fall findet die Schwingung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung statt. Transversale Schallwellen können bei einer starken Kopplung der Atome in Festkörpern entstehen.

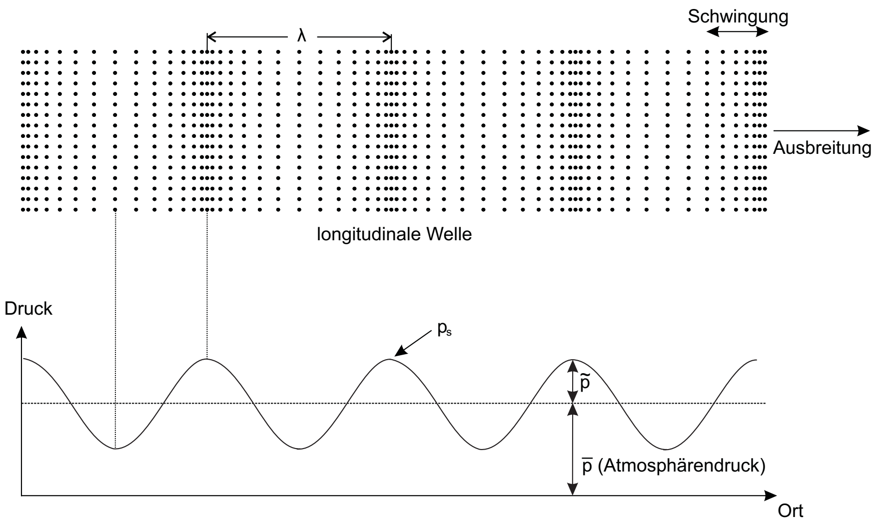


Abbildung 17.1: Ausbreitung von Schallwellen und die lokalen Druckunterschiede

Betrachtet man Abbildung 17.1, so ist zu erkennen, dass sich die Schwingungen mit einem konstanten Abstand, der Wellenlänge λ, wiederholen. Die Dauer einer solchen Schwingung lässt sich mit der Schwingungsdauer T beschreiben. Aus dem Kehrwert dieser ergibt sich die Frequenz f. Die Schallgeschwindigkeit c_s lässt sich wie folgt beschreiben:

$$c_s = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f. \qquad (17.1)$$

Die Schallgeschwindigkeit ist abhängig vom Medium, in dem sich die Schallwelle ausbreitet. Es handelt sich dabei um eine materialabhängige Konstante. Mit Gleichung 17.1 ergibt sich dann, dass sich bei vorgegebener Frequenz f die Wellenlänge λ in unterschiedlichen Medien ändert. Um ein besseres Gefühl für die Frequenz zu bekommen, kann man sich merken, dass mit steigender Tonhöhe auch die Frequenz steigt.
Bei longitudinalen Wellen führt die Auslenkung der Teilchen zu sich ändernden Teilchendichten, wie in Abbildung 17.1 zu erkennen ist. Auf Grund der sich lokal ändernden Teilchendichten entstehen lokale Druckschwankungen. An Stellen hoher Teilchendichten ist der lokale Druck höher als der Umgebungsdruck $\overline{p}$ (z. B. Atmosphärendruck). Analog ist der lokale Druck an Stellen geringerer Teilchendichten kleiner als der Umgebungsdruck $\overline{p}$. Der

sich so periodisch ändernde Druck wird mit Schalldruck p_s bezeichnet. Die Amplitude $\widetilde{p}$ des Schalldruckes ist im allgemeinen viel kleiner als der Atmosphärendruck. Auch kann die Amplitude als Maß für die Lautstärke betrachtet werden. Eine weitere Größe, die zur Kennzeichnung von Schallwellen genutzt wird, ist die Auslenkung der Teilchen aus ihrer Ruhelage. Allgemein ist aber die Geschwindigkeit, mit der die Auslenkung der Teilchen erfolgt, gebräuchlicher. Diese sich periodisch ändernde Momentangeschwindigkeit der Teilchen wird als Schallschnelle v bezeichnet. Der Schalldruck p_s ist direkt proportional zur Schallschnelle v der Teilchen, so dass sich mit dem Proportionalitätsfaktor Z die folgende Beziehung ergibt:

$$p_s = Z \cdot v. \tag{17.2}$$

Der Proportionalitätsfaktor Z, der als Schallkennimpedanz bezeichnet wird, ergibt sich aus dem Produkt von Schallgeschwindigkeit c_s und der Dichte ρ des Mediums und ist somit stoffspezifisch:

$$Z = c_s \cdot \rho. \tag{17.3}$$

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Berechnen Sie die Wellenlänge der Ultraschallwellen, die sich in Luft (c_s = 343 m/s) und in Wasser (c_s = 1484 m/s) mit einer Frequenz von f = 40 kHz ausbreiten.
- Welche Strecke legt eine Ultraschallwelle bei einer Laufzeit von 10 µs in Luft bzw. in Wasser zurück?
- Berechnen Sie die Schallkennimpedanz Z für Luft ($\rho = 0,00129\,\mathrm{g/cm^3}$) und Wasser ($\rho = 1\,\mathrm{g/cm^3}$) und geben Sie diese in der Einheit $\mathrm{N\,s/m^3}$ an.

17.1.1 Reflexion und Transmission an Grenzflächen

Wie im Kapitel Optik schon beschrieben, werden Wellen, wenn sie auf eine Grenzfläche treffen, sowohl reflektiert als auch transmittiert. Diese aus der Optik für elektromagnetische Wellen geltende Gesetzmäßigkeit lässt sich auch bei Ultraschallwellen an Grenzflächen zwischen zwei Medien mit unterschiedlicher Schallkennimpedanz beobachten (zur Erinnerung s. Versuch 5/6).

Der Intensitätsanteil I_R der an der Grenzfläche reflektierten Welle wird im Verhältnis zur eingehenden Schallwellenintensität I_0 als Reflexionskoeffizient R beschrieben. Analog wird das Verhältnis des Intensitätsanteils I_T der transmittierten Welle zur eingehenden Schallwellenintensität als Transmissionskoeffizient T bezeichnet. Auf Grund der Energieerhaltung ($I_0 = I_R + I_T$) muss die folgende Beziehung gelten:

$$R + T = 1. \tag{17.4}$$

Bei senkrechten Einfall der Ultraschallwellen auf eine Grenzfläche (siehe Abbildung 17.2) muss die Stetigkeit der Teilchenschwingungen an der Grenzfläche gegeben sein. Stetigkeit bedeutet, dass die Teilchen der eingehenden,

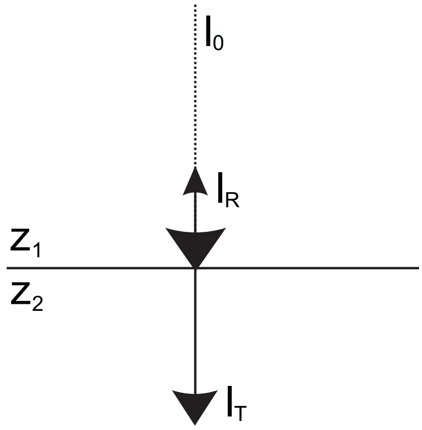


Abbildung 17.2: Reflexion und Transmission an einer Grenzfläche bei senkrechtem Einfall der Ultraschallwellen

reflektierten und transmittierten Welle in dem Punkt auf der Grenzfläche gleich schwingen. Mit der oben erwähnten Energieerhaltung ergeben sich für den Reflexionskoeffizienten R und den Transmissionskoeffizienten T folgende Ausdrücke:

$$R = \frac{I_R}{I_0} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2 \tag{17.5}$$

$$T = \frac{I_T}{I_0} = 4\frac{Z_1 \cdot Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \tag{17.6}$$

wobei Z_1 und Z_2 die Schallkennimpedanzen des Mediums 1 und des Mediums 2 sind. Gleichung 17.5 ist zu entnehmen, dass eine Reflexion bei senkrechtem Einfall nur an einer Grenzfläche stattfindet, bei der sich die Schallkennimpedanz Z ändert. Anders ausgedrückt tritt Reflexion an Grenzflächen auf, an denen sich die Dichte ρ bzw. die Schallgeschwindigkeit c_s ändert (siehe 17.3). Je größer die Differenzen der Schallkennimpedanzen der beiden Medien ist, desto größer ist der Anteil der reflektierten Intensität.
Als Beispiel sei hier der Übergang von Luft ($Z_L = 442$ N s/m^3) in den menschlichen Körper (Gewebe (weich): $Z_K \approx 1,5 \cdot 10^6$ N s/m^3) erwähnt. Auf Grund der großen Schallkennimpedanzdifferenz und somit hohen Reflexion an der Grenzfläche würde nur ein kleiner Teil der Ultraschallwellenintensität in den menschlichen Körper eindringen. Um aber eine maximale Transmission der Ultraschallwellen vom Sender in das Körperinnere gewährleisten zu können, werden meist Gele zwischen Sender und Körper verwendet.
In Tabelle 17.1 sind die Schallkennimpedanzen einiger Materialien angegeben.

Stoff	c_s in m/s	Dichte in g/cm^3	Z in Ns/m^3
Gase			
Luft	343	0,00129	(Lösung Übungsaufgabe)
Sauerstoff	316	0,00143	452
Stickstoff	334	0,00125	418
Flüssigkeiten			
Wasser	1484	1,00	(Lösung Übungsaufgabe)
Ethanol	1159	0,79	$0,92 \cdot 10^6$
Metalle			
Stahl (gehärtet)	5854	7,84	$45,9 \cdot 10^6$
Magnesium	5770	1,74	$10,0 \cdot 10^6$
Nichtmetalle			
Glas (Kronglas)	5100	2,24	$11,4 \cdot 10^6$
Quarzglas	5968	2,20	$13,1 \cdot 10^6$
PVC (hart)	2250	1,39	$3,1 \cdot 10^6$
Gewebe			
Fett	1470	0,97	$1,43 \cdot 10^6$
Muskel	1568	1,04	$1,63 \cdot 10^6$
Knochen	3600	1,70	$6,12 \cdot 10^6$

Tabelle 17.1: Schallkennimpedanzen einiger Materialien

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Berechnen Sie den Reflexions- und den Transmissionskoeffizienten für den Übergang von Wasser zu Luft (Z entnehmen Sie der vorherigen Übungsaufgabe). Berechnen Sie ebenfalls den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für den Übergang von Muskel zu Fett (Z entnehmen Sie der Tabelle 17.1).
- Zeigen Sie (mathematisch), dass die Beziehung $R + T = 1$ für den aufgezeigten Reflexionskoeffizienten R (Gleichung 17.5) und den aufgezeigten Transmissionskoeffizienten T (Gleichung 17.6) gilt.
- Geben Sie den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für die Grenzfläche Luft/Luft an.
- Ist es möglich das Innere der Lunge mit Hilfe von Ultraschallwellen abzubilden? (Erklärung)

Treffen Ultraschallwellen nicht senkrecht auf eine Grenzfläche, so gilt dann ebenfalls das in der Optik kennengelernte Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c_{s,1}}{c_{s,2}} \tag{17.7}$$

wobei α der Winkel des Mediums 1 mit der Schallgeschwindigkeit $c_{s,1}$ und β der Winkel des Mediums 2 mit der Schallgeschwindigkeit $c_{s,2}$ ist.

17.1.2 Absorption und Streuung von Schallwellen

Bei der Durchdringung von Schallwellen durch ein Medium treten Intensitätsverluste auf. Diese Verluste, die grob in Absorptions- und Streuverluste unterteilt werden können, treten auf, da das Medium aus endlich großen Bestandteilen (Atomen bzw. Molekülen) besteht, die miteinander wechselwirken.
Eine Ursache, die beispielsweise zur Absorption der Schallwellen in einem Medium führt, ist die Wärmeleitung. In einem Medium entsteht die von der Schallwelle erzeugte Wärme durch die Komprimierung von Teilchengebieten (siehe longitudinale Welle). Die Wärme wird dann aber nicht wieder in Schwingungsenergie zurückgeführt, sondern es entsteht ein Wärmefluss von den wärmeren Gebieten zu kälteren, nicht komprimierten Teilchengebieten. Insgesamt erwärmt sich das Medium und die Schallwellenintensität nimmt ab.
In Materialen, die aus kleinen Bestandteilen bestehen (wie z.B. Polykristalle) kann es zu einer Streuung kommen, wenn die Bestandteile deutlich kleiner als die Wellenlänge der Schallwellen sind. Hier wirken dann die Bestandteile als Streuzentren, die einen Teil der Schallwellenintensität aus der Einfallsrichtung der Schallwellen herausstreuen.
Die durch Absorption und Streuung hervorgerufene Abnahme der Anfangsintensität I_0 bei zurückgelegter Wegstrecke x erfolgt exponentiell:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu(f)\cdot x} \tag{17.8}$$

wobei der Absorptionskoeffizient $\mu(f)$ frequenzabhängig ist. Allgemein gilt folgender Merksatz:

- Je höher die Frequenz der Ultraschallwelle ist, desto größer wird der Absorptionskoeffizient μ und somit die Absorption der Ultraschallwellen in einem Medium. In Verbindung mit Gleichung 17.8 ist dann zu erkennen, dass mit steigender Frequenz der Ultraschallwellen die Eindringtiefe in ein Medium verringert wird.

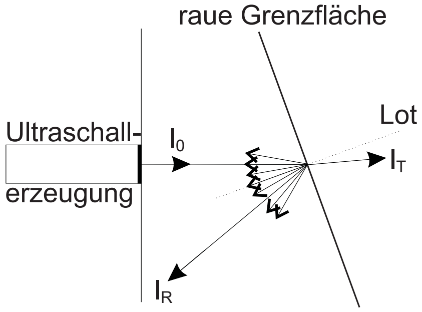


Abbildung 17.3: diffuse Streuung an rauer Oberfläche

Trifft eine Schallwelle auf ein ausgedehntes Hindernis mit glatter Oberfläche, so wird diese nach dem aus der Optik bekannten Reflexionsgesetz reflektiert. An rauen Grenzflächen, deren Rauigkeit im Bereich der Wellenlänge liegen, werden die Schallwellen in allen Richtungen reflektiert. Dieses wird auch mit diffuser Streuung oder diffuser Reflexion bezeichnet. Eine diffuse Streuung der einfallenden Ultraschallwellen ist aber andererseits auch erwünscht. So können raue Grenzflächen, die nicht senkrecht zur Einfallsrichtung der Ultraschallwellen liegen, durch die diffuse Streuung an der Grenzfläche ebenfalls am Ort der Erzeugung registriert werden (siehe Abbildung 17.3).

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Berechnen Sie die Eindringtiefen x für Ultraschallwellen (800 kHz und 2,4 MHz) in Nierengewebe, bei der nur noch die Hälfte der anfänglichen Intensität vorliegt ($\frac{I(x)}{I_0} = 0,5$). Nutzen Sie hierzu den Absorptionskoeffizienten μ, der folgende Frequenzabhängigkeit aufweist: $\mu = f \cdot 2,35 \cdot 10^{-7}$ s/cm.

Der Vollständigkeit halber sei hier noch erwähnt, dass der Energieerhaltungssatz aus Gleichung 17.4 nur für Grenzflächen gilt, an denen die Teilchen wechselwirkungsfrei schwingen. Betrachtet man nun ebenfalls die Streuung und Absorption vom absorbierten Anteil A ($A = \frac{I_0 - I(x)}{I_0}$) der Schallwellen, so ergibt sich für die Energieerhaltung:

$$R + T + A = 1. \tag{17.9}$$

17.1.3 Schallfeld und Auflösung der Ultraschallwellen

Als Schallfeld bezeichnet man die räumliche Ausdehnung der Ultraschallwellen in einem Medium. Dieses Schallfeld, das in Abbildung 17.4 dargestellt ist, kann in zwei Bereiche aufgeteilt werden:

- den Nahfeldbereich
- den Fernfeldbereich.

Im Nahfeldbereich ist die Intensität der Ultraschallwelle räumlich nicht homogen verteilt. Dies kann man auf das Huygens-Prinzip zurückführen, wonach an jedem Punkt der Grenzfläche zwischen Medium und Ultraschallerzeugung eine kugelförmige Welle erzeugt wird. Die einzelnen Kugelwellen interferieren miteinander und es entstehen Auslöschungen und Verstärkungen der Wellenamplitude und somit des Schalldrucks innerhalb des Mediums. Ab einer gewissen Wegstrecke, der sogenannten Nahfeldlänge N (siehe Abbildung 17.4), werden kaum noch Interferenzeffekte beobachtet und es bildet sich ein kontinuierlicher Ultraschallstrahl aus. Dieser Bereich wird als

Fernfeld bezeichnet. Die Nahfeldlänge hängt von den Ausmaßen des Ultraschallerzeugers und von der Wellenlänge der erzeugten Schallwellen ab. Sie lässt sich für einen kreisförmigen Ultraschallerzeuger mit dem Durchmesser d wie folgt berechnen:

$$N = \frac{d^2}{4 \cdot \lambda} \qquad (17.10)$$

Der kleinste Schallfeldfokus wird im Bereich von N bis $2 \cdot N$ erreicht. Danach läuft das Schallfeld auseinander.
Die Ortsauflösung in lateraler Richtung (d. h. die Richtung, die senkrecht

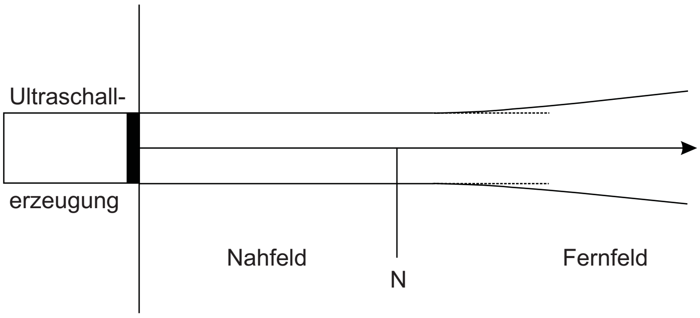


Abbildung 17.4: Schematische Darstellung des Schallfeldes einer Ultraschallwelle

zur Schallwellenausbreitung liegt) wird durch das Schallfeld und somit durch das Nah- und Fernfeld bestimmt. Hieraus ergibt sich, dass der Durchmesser des Ultraschallerzeugers die entscheidende Größe für die Ortsauflösung in lateraler Richtung darstellt. Die laterale Auflösung ist somit ein Maß für die Flächenauflösung.
Die Ortsauflösung in axialer Richtung beschreibt die Tiefenauflösung. Mit axialer Richtung ist die Richtung gemeint, in der sich die Schallwellen ausbreiten. Die axiale Auflösung wird durch die Wellenlänge λ bzw. durch die Frequenz f bestimmt. In axialer Richtung kann somit ein Objekt, das kleiner ist als die Wellenlänge λ der verwendeten Ultraschallwellen, nicht aufgelöst werden. Hier gilt somit folgender Merksatz:

- Je kleiner die Wellenlänge λ der Ultraschallwellen bzw. je größer die Frequenz f der Ultraschallwellen, desto höher ist die axiale Ortsauflösung.

Übung zur Versuchsvorbereitung

- Berechnen Sie die maximal mögliche axiale Ortsauflösung für Ultraschallwellen ($f = 200$ kHz, $f = 800$ kHz, $f = 2,4$ MHz und $f = 8$ MHz), die sich in Wasser ausbreiten. Berechnen Sie ebenfalls die Nahfeldlänge N (für $f = 200$ kHz), wenn der Durchmesser des kreisförmigen Ultraschallerzeugers etwa 3 cm entspricht.

Mit dem Merksatz aus dem letzten Kapitel ergibt sich also, dass ein Kompromiss zwischen geringer Frequenz (≙ große Eindringtiefe) und hoher Frequenz (≙ große axiale Ortsauflösung) gefunden werden muss.
Je nach Anwendung bzw. benötigter Informationstiefe wählt man verschiedene Ultraschallfrequenzen. Typische Ultraschallfrequenzen, die in der Medizintechnik Verwendung finden, liegen im Bereich von einigen MHz.

17.2 Technik und Anwendung von Ultraschall

17.2.1 Technik der Ultraschallerzeugung und Ultraschalldetektion

Um Schallwellen erzeugen zu können, benötigt man lediglich einen schwingungsfähigen Festkörper, der das Medium bzw. die Teilchen im Medium zum Schwingen anregt. Die Frequenz, mit der der Festkörper schwingt, entspricht dann der Frequenz der Schallwelle. Allgemein bekannt ist die Erzeugung von Schallwellen mit Hilfe von Lautsprechern. Hierbei wird eine Membran (meist eine dünne Pappe) durch eine an der Membran befestigte Spule, die sich in einem homogenen Magnetfeld befindet, mit Hilfe von Wechselstrom zu Schwingungen angeregt. Die Frequenz des Wechselstroms ist direkt proportional zur Frequenz der Schallwellen.
Dieses System ist aber zur Erzeugung von Ultraschallwellen im MHz-Bereich nicht ausreichend. Erst mit Entdeckung der Magnetostriktion und des piezoelektrischen Effektes war es möglich hochfrequente Ultraschallwellen zu erzeugen.
Durchgesetzt hat sich die Erzeugung der Ultraschallwellen unter Verwendung des piezoelektrischen Effektes. Unter dem piezoelektrischen Effekt versteht man die Erzeugung einer elektrischen Spannung zwischen gegenüberliegenden Oberflächen eines Festkörpers durch Krafteinwirkung auf ein piezoelektrisches Material. Hierbei werden die Ladungen innerhalb einer Elementarzelle verschoben und es bilden sich Dipole aus. Die Ultraschallwellen werden mit Hilfe von Quarzkristallen oder Keramiken erzeugt, die durch Anlegen einer äußeren Wechselspannung schwingen. Da hier eine elektrische Spannung angelegt wird, um den Kristall zu deformieren, wird dieser Mechanismus als reziproker piezoelektrischer Effekt bezeichnet.
Durch eine periodische Änderung der Spannung (Wechselspannung) wird der Piezokristall periodisch ausgedehnt und komprimiert. Hierdurch können somit hochfrequente mechanische Schwingungen und somit Ultraschallwellen erzeugt werden.
Die Detektion von Ultraschallwellen kann ebenfalls mit Hilfe eines Piezokristalls erfolgen, da der Schalldruck eine Kraft auf den Piezokristall ausübt. Die somit erzeugte Wechselspannung (piezoelektrischer Effekt) kann dann gemessen und in die Frequenz der auftreffenden Ultraschallwelle umgerechnet werden.

17.2.2 Ultraschalluntersuchungsmethoden

Die Ultraschalluntersuchung hat sich als bildgebende Methode allgemein etabliert, da man mit Hilfe von Ultraschallwellen tiefenabhängige Informationen von undurchsichtigen Materialen erhält ohne die Materialien merklich zu schädigen.
Bei der Ultraschalluntersuchung werden kurze Ultraschallpulse im Bereich von einigen µs in das zu untersuchende Material ausgesandt. Hierbei können einerseits die transmittierten und andererseits die reflektierten Ultraschallwellen betrachtet werden. Man unterscheidet also zwischen dem Durchschallungsverfahren und dem Echo-Impuls-Verfahren. Bei beiden Verfahren wird zunächst die Laufzeit der Ultraschallpulse, also der Zeitraum zwischen Aussenden und Empfang, gemessen. Weiterhin können Informationen aus der Signalstärke der empfangenen Pulse entnommen werden.
Beim Durchschallungsverfahren (siehe Abbildung 17.5/ a) werden Ultraschall-

wellen in das zu untersuchende Material ausgestrahlt und an der Rückseite registriert. Die Zeit Δt, die die Ultraschallwellen vom Sender zum Empfänger benötigen, kann direkt aus dem Oszillogramm abgelesen werden. Die Laufzeit gibt hier Aufschluss über die Schallgeschwindigkeit der untersuchten Medien. Mit der Pulshöhe kann bestimmt werden, wie viel Schallintensität durch Reflexion und Absorbtion verloren geht. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass die Laufstrecke Δs durch das Material nur einmal zurückgelegt werden muss. Somit können Materialien mit hoher Absorption vermessen werden. Nachteilig ist festzuhalten, dass unterschiedliche Schichten und deren Position in der Tiefe nicht bestimmt werden können, da nur ein einziger Ultraschallpuls empfangen wird. Beim Echo-Impuls-Verfahren wird ausge-

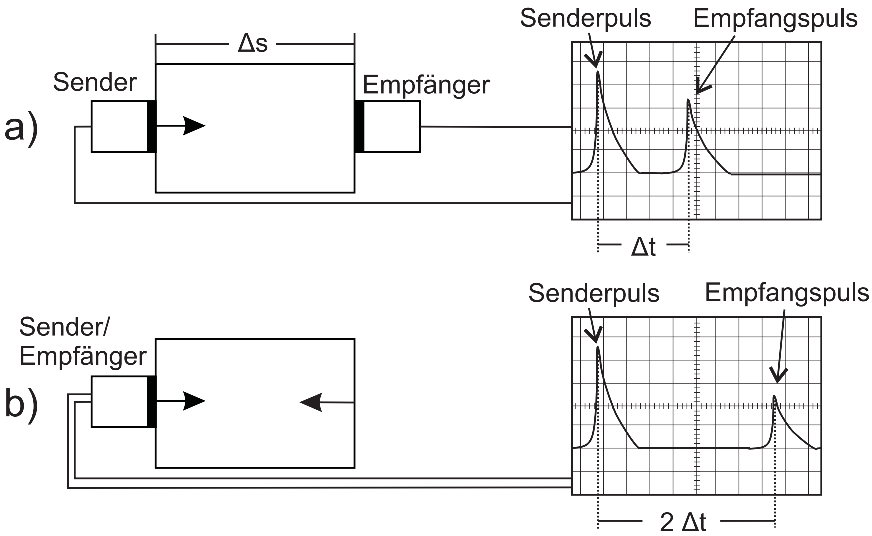


Abbildung 17.5: Darstellung des A-Mode im Durchschallungsverfahren (a) und im Echo-Impuls-Verfahren (b) und die Visualisierung der Pulse auf dem Oszilloskop

nutzt, dass Ultraschall an Grenzflächen zwischen Medien mit unterschiedlicher Schallkennimpedanz teilweise reflektiert wird. Es lässt sich also zu jeder Grenzfläche ein reflektierter Puls zuordnen. Die Signale werden an der gleichen Stelle gesendet und empfangen. Somit kann zum einen aus dem zeitlichen Abstand des Empfangspulses zum Sendepuls auf die Tiefe einer Grenzschicht und zum anderen aus der Abschwächung des Pulses auf die unterschiedlichen Materialien geschlossen werden. Im Vergleich zum Durchschallungsverfahren wird das Signal durch die unvollständige Reflexion und die größere Laufstrecke stärker geschwächt. Es lassen sich jedoch mehrere Schichten im untersuchten Material unterscheiden.

Eine tiefenabhängige Ultraschallanalyse einer Materialoberflächenstelle (1D) wird als „A-Mode“ bezeichnet. Wird neben der Tiefe als zweite Dimension auch die Oberfläche in eine Richtung abgescannt, so ergibt sich ein 2-dimensionales Bild. Dies wird als „B-Mode“ bezeichnet. Wird die Oberfläche eines Materials 2-dimensional abgescannt, so erhält man zusammen mit den Tiefeninformationen ein 3-dimensionales Bild des Inneren des Materials („C-Mode“).

Zur Erzeugung von 2D-Ultraschallbildern wird die zu untersuchende Oberfläche auf einer Strecke abgescannt. Dies kann durch Bewegen des Ultraschallsenders oder durch automatische Abrasterung geschehen. An jeder Stelle auf der Oberfläche werden die Echos der verschiedenen Grenzflächen in einem Oszillogramm registriert. Die Pulshöhen der Echos werden dann in verschiedenen Graustufen (je höher der Puls, desto heller die Graustufe) als Punkte in einer 2D-Abbildung abgebildet, wobei die Strecke auf der Oberfläche gegen die Tiefe aufgetragen wird (siehe Abbildung 17.6).

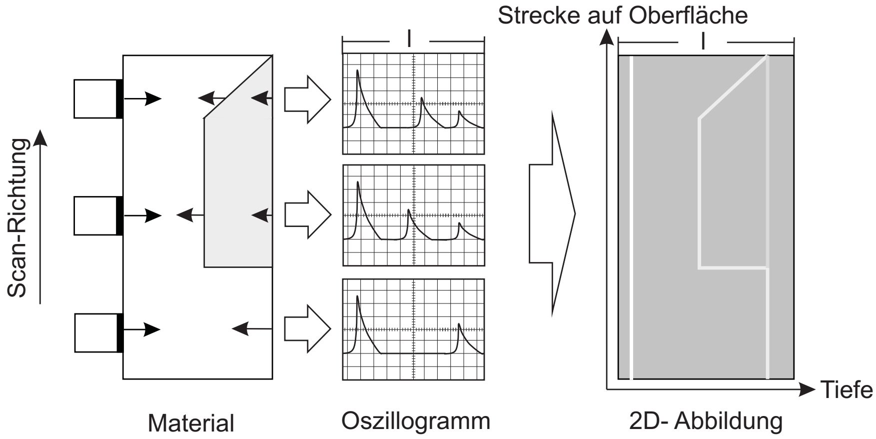


Abbildung 17.6: Erzeugung eines 2D-Ultraschallbildes (B-Mode)

Anstatt die Oberfläche abzuscannen wird auch häufig das Piezoelement im Ultraschallsenderkopf rotiert und unter verschiedenen Winkeln die Tiefe bestimmt. Somit erhält man eine 2D-Abbildung des Winkels zwischen Piezoelement und Oberfläche gegen die Tiefe.

17.2.3 Therapeutische Anwendungen von Ultraschall

Ultraschallwellen können neben der Diagnostik auch zu therapeutischen Anwendungen genutzt werden. Die meist intensiven Schallwellen werden beispielsweise genutzt, um Krämpfe zu lösen oder sogar zur Zertrümmerung von Gallen- und Nierensteinen.
Zur Lösung von Krämpfen wird die Körperregion mit Hilfe von intensiven Ultraschallwellen beschallt. Hierbei kommt es, wie im Abschnitt Absorption und Streuung beschrieben, zu einer lokalen Erwärmung der Region, die durch die Absorption der Ultraschallwellen hervorgerufen wird.
Zur Zertrümmerung von Nieren- oder Gallensteinen werden Ultraschall- oder Schallwellen mit hoher Intensität und somit hohem Schalldruck gepulst auf die Steine fokussiert, so dass die Steine zerkleinert werden.
Die Intensität der Schallwellen liegen hierbei um Größenordnungen oberhalb der Schallwellenintensität für die Diagnostik. Es werden auch kleinere Frequenzen im kHz-Bereich genutzt, da eine gute laterale Auflösung in der Regel nicht erforderlich ist.
Sowohl bei der diagnostischen als auch bei der therapeutischen Ultraschallanwendung stellt sich die Frage, in wieweit die Ultraschalleinwirkung gesundheitsschädlich sein kann. Zunächst ist hierbei festzustellen, dass Ultraschall, im Gegensatz zu radioaktiver Strahlung, keine ionisierende Wirkung hat. Gleichzeitig kann es aber bei sehr intensiver Ultraschallstrahlung zur starken Erwärmung des Gewebes durch Absorption aber auch zu hohen mechanischen Beanspruchungen durch die hohen Schalldrücke und somit zu Gesundheitsschäden kommen.
Um gesundheitliche Schäden ausschließen zu können, wurde eine Ultraschallintensität bestimmt, bei der die Ultraschalluntersuchung als gesundheitlich unbedenklich gilt. Diese zeitlich gemittelte Schallintensität liegt nach dem heutigen Kenntnisstand bei $0,1\ \mathrm{W/cm^2}$ und geringer. Da es sich hierbei um eine zeitlich gemittelte Intensität handelt, können für kurze Zeiträume auch höhere Intensitäten genutzt werden ohne den Körper merklich zu schädigen.

17.3 Versuchsdurchführung

Oszilloskop

Um Ultraschallpulse einerseits zu visualisieren und andererseits die zeitlichen Abstände sowie die Intensität der Ultraschallwellen bestimmen zu können, wird im Rahmen dieses Versuchs ein Oszilloskop verwendet.
Mit Oszilloskopen kann dargestellt werden, wie sich elektrische Spannungen im Laufe der Zeit verhalten. Man erhält ein Oszillogramm, bei dem die Zeit auf der x-Achse und die Spannung auf der y-Achse dargestellt ist.

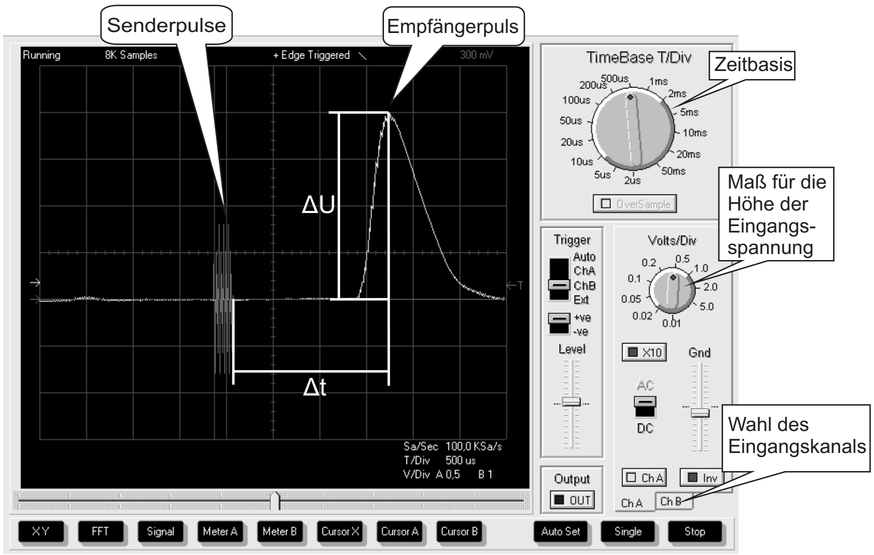


Abbildung 17.7: Darstellung der im Praktikum genutzten Oszilloskop-Software

Um ein sinnvolles Oszillogramm zu erhalten, muss die Software richtig eingestellt werden.
Die Skalierung der x-Achse wird über die Zeitbasis „TimeBase T/Div" und die der y-Achse über „Volts/Div" gewählt. Bei der genutzten Oszilloskop-Software gibt es zwei Eingangskanäle, Kanal A (Ch A) und Kanal B (Ch B). Mit Kanal A wird das Empfängersignal und mit Kanal B das Sendersignal aufgenommen. Die Skalierung in y-Richtung lässt sich für beide Kanäle getrennt einstellen. Dazu muss der entsprechende Reiter unten rechts ausgewählt werden.
Mit Oszilloskopen werden häufig kurze Zeiträume und Signale betrachet. Die Aufnahme muss also zum richtigen Zeitpunkt gestartet werden. Dies wird durch die Triggerfunktion ermöglicht. Hier wird die untersuchte Spannung selbst benutzt. Die Aufnahme wird immer dann gestartet, wenn die gemessene Spannung einen wählbaren Schwellwert überschreitet. Dieser Schwellwert lässt sich mit dem Regler „Level" im Feld „Trigger" einstellen. Bei jedem dieser Ereignisse wird die Ausgabe auf dem Bildschirm aktualisiert. Im vorliegenden Fall ist es sinnvoll, das Sendersignal (Ch B) für den Trigger zu nuzen. Es lässt sich im Feld „Trigger" auswählen.
Im vorliegenden Versuch werden sowohl der Zeitabstand zwischen Senderpuls und Empfängerpuls Δt als auch die Höhe des Empfängerpulses ΔU benötigt. Diese können aus dem Oszillogramm abgelesen werden, indem man die Anzahl der Kästchen mit der entsprechenden Skalierung multipliziert. Bei dem Beispiel in Abbildung 17.7 die Höhe des Empfängersignals 4 Kästchen und die Skalierung (Volts/Div) $0,5$ V. Damit ergibt sich $\Delta U = 2$ V.
Die vorliegenden Software enthält eine Cursor-Funktion, die das Ablesen erleichtert. Sie muss für einen Kanal beziehungsweise die Zeit einzeln über

den Menüpunkt Cursor aktiviert werden. Nach der Aktivierung der Cursor-Funktion erscheinen Linien im Oszillogramm, die mit der Maus an die abzulesenden Stellen geschoben werden können. Der Abstand beider Linien lässt sich unter dem Oszillogramm ablesen. Dabei ist die Skalierung bereits berücksichtigt. Da die Skalierung beider Kanäle unterschiedlich sein kann, muss zum Ablesen von Kanal A auch der Cursor für Kanal A benutzt werden.

Teilversuch 1: Ultraschallmessungen an Luft

In diesem Versuchsteil soll die Schallgeschwindigkeit an Luft bestimmt werden. Die Frequenz der Ultraschallwellen beträgt 40 kHz. Es wird wie folgt vorgegangen:

1. Stellen Sie den Ultraschallsender und -empfänger in die dafür vorgesehenen Steckplätze so auf, dass diese sich gegenüber stehen.

2. Legen Sie eine Wertetabelle für $\Delta s = 20$ cm, 30 cm, 40 cm, 50 cm, 60 cm, 70 cm, 90 cm und 110 cm und den Pulsabstand Δt an.

3. Stellen Sie an der Umschaltbox den Kippschalter nach links (40 kHz) und öffnen Sie das Programm „V17-18 Ultraschall" (Oszilloskop). Stellen Sie das Oszilloskop so ein, dass die Pulse vom Sender und vom Empfänger zu erkennen sind. (Der Ultraschallsender sendet mehrere Schallpulse hintereinander aus, so dass hier kein einzelner Puls, sondern mehrere Pulse im Oszilloskop zu erkennen sind (siehe Abbildung 17.7).)

4. Lesen Sie für die verschiedenen Strecken $\Delta s = 20$ cm, 30 cm, 40 cm, 50 cm und 60 cm den Wert Δt aus dem Oszillogramm ab. Δt entspricht dem Abstand zwischen dem Ende der Sendepulse und dem Maximum des Empfangspulses.

5. Stellen Sie jetzt den Ultraschallsender und -empfänger nebeneinander und stellen Sie die Rückwand nacheinander in die dafür vorgesehenen Steckplätze.

6. Messen Sie für die verschiedenen Strecken 70 cm, 90 cm und 110 cm den Wert von Δt mit Hilfe des Echo-Impuls-Verfahrens. (Hinweis: Die Strecken entsprechen hier dem Hin- und Rückweg der Ultraschallwellen.)

7. Stellen Sie alle Werte in einem Δs - Δt Diagramm dar und zeichnen Sie eine Ausgleichsgerade ein.

8. Bestimmen Sie die Steigung der Ausgleichsgeraden und berechnen Sie hieraus die Schallgeschwindigkeit c_s mit Hilfe von Gleichung $c_s = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$ (Gl. 17.1).

9. Bestimmen Sie zusätzlich mit Hilfe der bekannten Frequenz die Wellenlänge der Ultraschallwellen.

Teilversuch 2: Ultraschallmessungen in Wasser

Die folgenden Ultraschalluntersuchungen finden alle unter Wasser statt. Hierzu steht ein mit destilliertem Wasser gefülltes Becken bereit, in dem sich ein Ultraschallsender und -empfänger befindet. Die Wasserbecken sind vor Versuchsbeginn aufgefüllt worden, und müssen nicht weiter befüllt werden. Die Frequenz der Ultraschallwellen beträgt 200 kHz.

Schallgeschwindigkeit in Wasser

In diesem Versuchsteil soll die Schallgeschwindigkeit in destilliertem Wasser bestimmt werden. Gehen Sie hierzu wie folgt vor:

1. Drehen Sie den Ultraschallsender und -empfänger in die dafür vorgesehenen Steckplätze so, dass diese sich gegenüber stehen.
2. Stellen Sie an der Umschaltbox den Kippschalter nach rechts (200 kHz). Stellen Sie das Oszilloskop so ein, dass zwei Pulse zu erkennen sind (Sende- und Empfangspuls).
3. Lesen Sie für die vorgegebene Strecke $\Delta s = 22,3$ cm den Wert Δt aus dem Oszillogramm ab. Δt entspricht dem Abstand zwischen dem Ende der Sendepulse und dem Maximum des Empfangspulses.
4. Bestimmen Sie mit Hilfe von Gleichung $c_s = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$ (Gl. 17.1) die Schallgeschwindigkeit c_s von Wasser.
5. Berechnen Sie zusätzlich mit Hilfe der bekannten Frequenz die Wellenlänge der Ultraschallwellen und vergleichen Sie das Ergebnis mit der an Luft bestimmten Wellenlänge.

Transmissionsmessung in Wasser

In diesem Versuchsabschnitt wird die Transmission von Ultraschallwellen durch verschiedene Medien sowie die Schallgeschwindigkeit in Medien bestimmt.

1. Legen Sie eine Wertetabelle für die Medien (Wasser (W), Ethanol (E), Luft (L), Glaskugeln mit Ethanol (G+E) und PVC), den Pulsabstand Δt und die Pulshöhe des Empfängerpulses an (siehe Protokoll).
2. Stellen Sie die mit verschiedenem Inhalt befüllten Plastikflaschen sowie den PVC-Block nacheinander zwischen den Sender und Empfänger, so dass die kürzere Seite der Flaschen bzw. des Blocks an den Rand des Wasserbeckens anliegt. Achten Sie darauf, dass die Flaschen langsam in das Wasserbecken hineingestellt werden, um Wellenbewegungen des Wassers zu vermeiden.
3. Bestimmen Sie den Wert Δt sowie die Pulshöhe des Empfängerpulses aus dem Oszillogramm für das jeweilige Medium.
4. Nehmen Sie anhand der Pulshöhen eine Einteilung der Werte der Transmission für die jeweiligen Medien vor (hohe Transmission, mittlere Transmission, geringe Transmission oder keine Transmission). Begründen Sie das jeweilige Transmissionsverhalten für die verschiedenen Medien mit Hilfe der Schallkennimpendanzdifferenzen zwischen Wasser und dem jeweiligen Medium (siehe hierzu: Tabelle 17.1).

5. Bestimmen Sie die Schallgeschwindigkeit von PVC.
   Berücksichtigen Sie hierbei, dass sich die Ultraschallwellen sowohl im Wasser als auch im PVC ausbreiten und beachten Sie den bekannten Abstand des Ultraschallsenders und -empfängers Δs_{gesamt}, die Dicke des PVC Blocks Δs_{PVC}, die zuvor bestimmte Schallgeschwindigkeit von Ultraschallwellen in Wasser $c_{s,Wasser}$ sowie den bei der Transmissionsmessung bei Verwendung des PVC Blocks gemessenen Wertes von $\Delta t_{gemessen}$.

Absorption von Ultraschallwellen in PVC

1. Legen Sie eine Wertetabelle mit den PVC-Schichtdicken und Pulshöhen an.

2. Stellen Sie die 3 cm dicken PVC-Platten sowie den 6 cm dicken PVC-Block zwischen den Ultraschallsender und -empfänger, so dass die verschiedenen PVC-Schichtdicken von 0 cm, 3 cm, 6 cm, 9 cm, 12 cm, 15 cm und 18 cm realisiert werden können.

3. Bestimmen Sie für die jeweilige Dicke die Pulshöhe des Empfängerpulses aus dem Oszillogramm.

4. Tragen Sie die gemessenen Pulshöhen gegen die PVC-Schichtdicke in einem Diagramm auf.

5. Vergleichen Sie ihre Daten mit dem Absorptionsgesetz (Gleichung $I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu(f)\cdot x}$ (Gl. 17.8)).

Reflexionsmessung in Wasser

In diesem Versuchsabschnitt wird die Reflexion von Ultraschallwellen an verschiedenen Medien sowie die Schallgeschwindigkeit in Medien bestimmt.

1. Drehen Sie den Ultraschallsender und -empfänger in die dafür vorgesehenen Steckplätze so, dass die Rückwand des Wasserbeckens als Reflexionsfläche dient.

2. Überprüfen Sie, ob es sich bei dem Empfängerpuls um den Reflexionspuls an der Rückwand des Wasserbeckens handelt. Lesen Sie hierzu den Werte Δt aus dem Oszillogramm ab und berechnen Sie mit Hilfe der Schallgeschwindigkeit von Wasser (aus Messung vorher) und Gleichung $c_s = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$ (Gl. 17.1) den Abstand zwischen Sender und Rückwand. (Hinweis: der vorderste Puls entspricht dem direktem Weg zwischen Sender und Empfänger und muss nicht mit berücksichtigt werden.) Vergleichen Sie den berechneten Abstand mit dem hier vorgegebenen Abstand vom Sender zur Rückwand von $\Delta s = 51,7$ cm

3. Stellen Sie die mit Wasser befüllte Plastikflasche in die dafür vorgesehene Öffnung. Stecken Sie hierfür den Kragen auf die Flasche und achten Sie darauf, dass die Flasche Kontakt mit dem Boden des Wasserbeckens hat.

4. Beschreiben Sie die Entstehungsorte der Pulse, die im Oszillogramm sichtbar sind.

5. Legen Sie eine Wertetabelle für die Medien (Wasser (W), Ethanol (E), Luft (L), Glaskugeln mit Ethanol (G+E) und PVC), erster Puls: Δt und Pulshöhe, zweiter Puls: Δt und Pulshöhe und dritter Puls: Δt und Pulshöhe an.

6. Bestimmen Sie den Wert Δt sowie die Pulshöhe der jeweils zu erkennenden Pulse aus dem Oszillogramm für das jeweilige Medium.

7. Nehmen Sie anhand der Pulshöhen der Reflexionspulse eine Einteilung der Werte der Reflexion für die jeweiligen Medien vor (hohe Reflexion, mittlere Reflexion, geringe Reflexion oder keine Reflexion) und vergleichen Sie diese Ergebnisse mit den Ergebnissen aus der Transmissionsmessung.

8. Bestimmen Sie die Schallgeschwindigkeit von Ethanol mit Hilfe der Reflexionspulse der Vorder- und Rückseite der Plastikflasche.

9. Geben Sie die Ursache dafür an, warum in dieser Versuchsanordnung die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit von PVC nicht möglich ist.

17.4 Protokoll

vom **Assistenten** auszufüllen:

Datum:
Unterschrift:

Matr.-Nr.:
Name, Vorname:
Versuchstitel:

Datum:

In diesem Versuch soll ...

In Teilversuch 1 soll ...

Es ergeben sich folgende Messwerte (siehe Tabelle 17.2). Diese werden in Diagramm 17.8 aufgetragen.

Δs in m	Δt in s
0,2	
0,3	
0,4	
0,5	
0,6	
0,7	
0,9	
1,1	

Tabelle 17.2: Messwerte

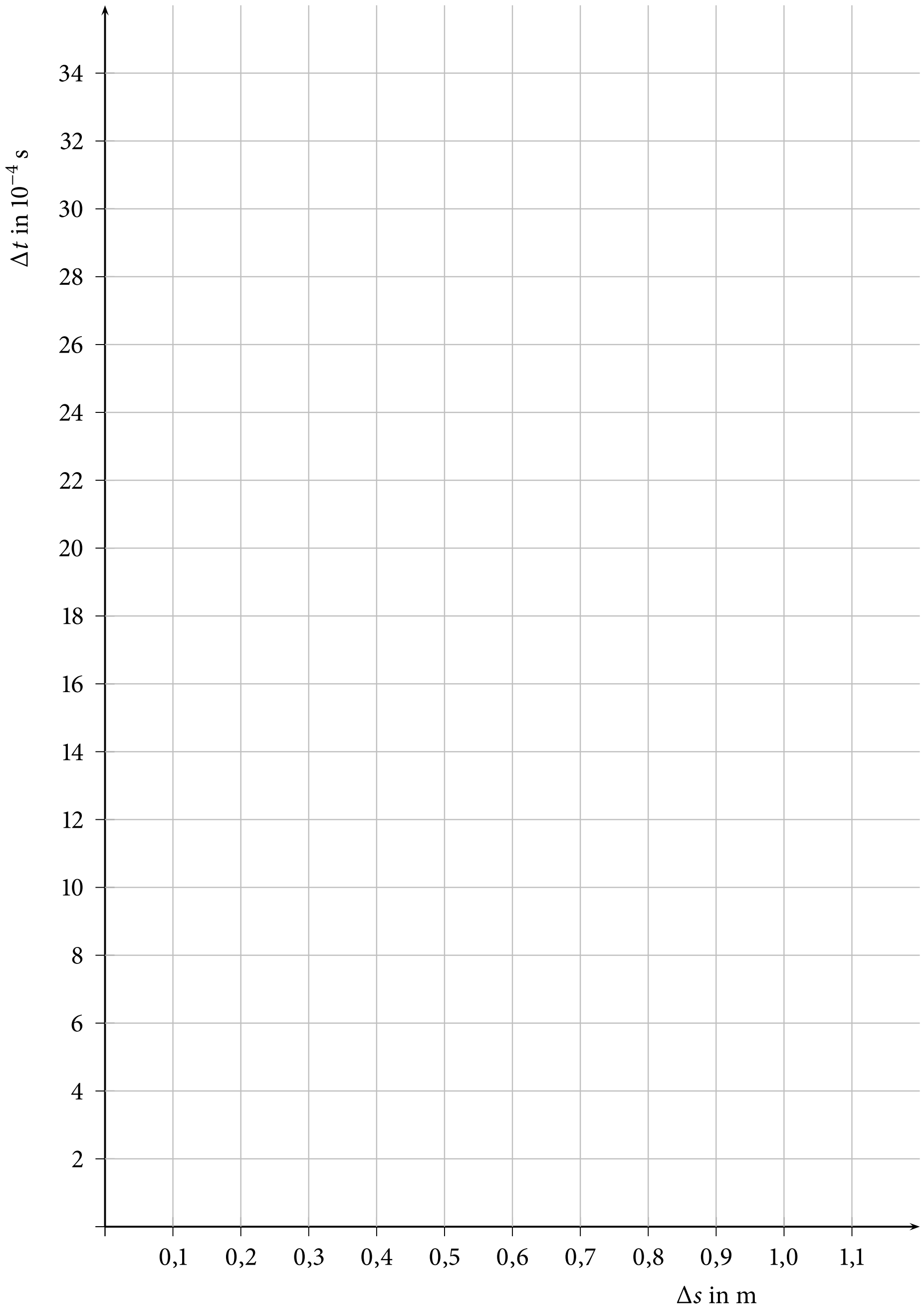


Abbildung 17.8: Δs-Δt-Diagramm

Die Steigung der Ausgleichsgraden beträgt $\frac{\Delta t}{\Delta s}$ =____________ $\frac{\text{s}}{\text{m}}$. Daraus ergibt sich eine Schallgeschwindigkeit von

c_s =________________=________________ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Die Wellenlänge der Ultraschallwelle an Luft lässt sich aus der Schallgeschwindigkeit c_s und der Frequenz f = ____________ kHz berechnen und beträgt

λ_{Luft} =________________=________________m .

Im Teilveruch 2 soll ...

____

____

____

____

Zunächst wird die Schallgeschwindigkeit in Wasser bestimmt.
Hierzu wird die Laufzeit zwischen Sende- und Empfangspuls Δt benötigt:

Δt =________________ .
Daraus lässt sich die Schallgeschwindigkeit ermitteln.

c_s =________________=________________ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Die Wellenlänge der Ultraschallwelle in Wasser lässt sich aus der Schallgeschwindigkeit c_s und der Frequenz f = ____________ kHz berechnen und beträgt

λ_{Wasser} =________________=________________m .

Vergleicht man λ_{Wasser} mit λ_{Luft} ...

____

____

Im nächsten Versuchsteil (Transmissionsmessung in Wasser) soll ...

____

____

____

In Tabelle 17.3 werden hierzu folgende Messwerte eingetragen:

Medium	Δt in s	Höhe des Empfängerpulses in V
Wasser (W)		
Ethanol (E)		
Luft (L)		
Glaskugeln mit Ethanol (G+E)		
PVC		
Glaskugeln (G) (optional)		

Tabelle 17.3: Messwerte für Transmission in Wasser

Warum sollten Wellenbewegungen vermieden werden?

Mit Hilfe der Messergebnisse ergibt sich eine Einteilung der Werte der Transmission für die jeweiligen Medien zu:

Medium	Transmission	Begründung
Wasser (W)		
Ethanol (E)		
Luft (L)		
Glaskugeln mit Ethanol (G+E)		
PVC		
Glaskugeln (G) (optional)		

Tabelle 17.4: Kategorisierung der verschiedenen Transmissionen (k: keine; g: gering; m: mittel; h: hoch)

Für die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit von Ultraschallwellen in PVC werden folgende Werte benötigt:

Δs_{gesamt} = ____________ m,

Δs_{PVC} = ____________ m,

$c_{s,Wasser}$ = ____________ $\frac{m}{s}$,

$\Delta t_{gemessen}$ = ____________ s,

Mit Hilfe dieser Werte kann die Schallgeschwindigkeit Ultraschallwellen in PVC wie folgt bestimmt werden:

Es ergibt sich eine Schallgeschwindigkeit $c_{s,PVC}$ in PVC von:

$c_{s,PVC}$ = ______ $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Im nächsten Versuchsabschnitt (Absorption von Ultraschallwellen in PVC) soll ...

Es ergeben sich folgende Messwerte:

PVC-Schichtdicke in cm	Pulshöhe in V
0	
3	
6	
9	
12	
15	
18	

Tabelle 17.5: Absorption von Schallwellen in PVC bei verschiedenen Schichtdicken

Die Pulshöhe wird gegen die Schichtdicke in Diagramm 17.9 aufgetragen.

Vergleicht man das Diagramm mit dem Absorptionsgesetz $I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu(f)\cdot x}$, ...

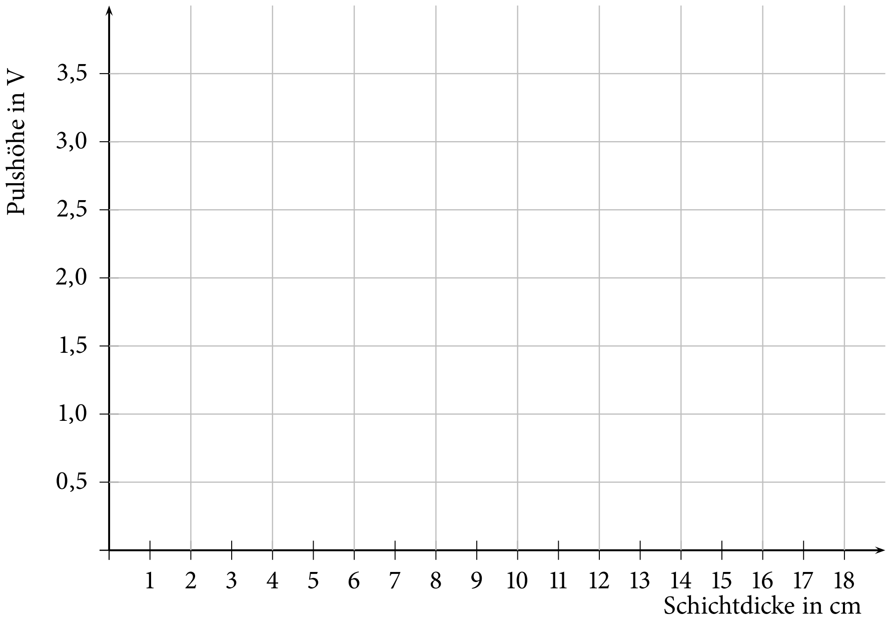


Abbildung 17.9: Grafische Darstellung der Absorption in PVC

Im letzten Versuchabschnitt (Reflexion in Wasser) soll ...

____

____

____

Dazu wird zunächst überprüft, ob der empfangene Puls dem Reflexionspuls an der Rückwand des Beckens entspricht (Abstand (Sender - Rückwand) = 51, 7 cm). Für die Laufzeit der Ultraschallwelle ergibt sich

Δt = ____________ µs.

Δs = __________________ = __________________ = ______ cm.

Der Vergleich des gemessenen und des vorgegebenen Abstands (Sender - Rückwand) ergibt ...

____

Wenn die mit Wasser befüllte Plastikflasche im Becken steht, erkennt man ______ Pulse. Diese haben folgende Entstehungsorte:

____

____

____

Für die verschiedenen Medien ergeben sich folgende Messwerte (siehe Tabelle 17.6).

Medium	Puls 1		Puls 2		Puls 3	
	Δt in µs	I in V	Δt in µs	I in V	Δt in µs	I in V
Wasser (W)						
Ethanol (E)						
Luft (L)						
Glaskugeln mit Ethanol (G+E)						
PVC						
Glaskugeln (G) (optional)						

Tabelle 17.6: Messwerte Reflexionsmessung

Die Reflexionspulse werden in folgender Tabelle 17.7 kategorisiert und mit den Transmissionen verglichen

Medium	Reflexion	Vergleich mit Transmission
Wasser (W)		
Ethanol (E)		
Luft (L)		
Glaskugeln mit Ethanol (G+E)		
PVC		
Glaskugeln (G) (optional)		

Tabelle 17.7: Kategorisierung der verschidenen Reflexionen (k: keine; g: gering; m: mittel; h: hoch)

Um die Schallgeschwindigkeit in Ethanol zu bestimmen, muss ...

___

___

___

Damit ergibt sich eine Schallgeschwindigkeit von

$c_{s,Ethanol}$ = ______________________ = ______________ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit von PVC ist mit dieser Versuchsanordnung nicht möglich, weil ...

___

___

___

Bewertung und Einordnung der Messergebnisse

___

___

___

___

___

___

___

___

Literaturhinweise

Zur Vorbereitung auf die Versuche werden folgende Bücher empfohlen:

- Harten, U.; Physik für Mediziner, 14. Auflage 2014, Springer Verlag,
- Stuart, H. A., Klages, G.; Kurzes Lehrbuch der Physik, 19. Auflage 2010, Springer Verlag,
- Hellenthal, W.; Physik für Mediziner und Biologen, 8. Auflage 2007, Wiss. Verl.-Ges.,
- Trautwein, A.,Kreibig, U., Hüttermann, J.; Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten 8. Auflage 2014, de Gruyter Lehrbuch.

Der für das Praktikum relevante Stoff ist außerdem Inhalt der Vorlesung „Physik für Mediziner, Zahnmediziner und Pharmazeuten, Landschaftsökologen und Biologen". Der Besuch dieser Veranstaltung wird daher dringend empfohlen und sollte im selben Semester wie das Praktikum, für Pharmaziestudenten bereits im vorherigen Semester, stattfinden.

Lösungen der Übungsaufgaben zur Versuchsvorbereitung

Fragen zu Versuchstag: Messen und Auswerten

- Formen Sie die folgenden Gleichungen nach den Variablen a und b um:
  a) $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b-c}$ b) $x = a + \sqrt{b-c}$ c) $x = e^{a+bc}$
  Antwort:
  zu a) $a = \frac{1}{\frac{1}{x} - \frac{1}{b-c}} = \frac{x\cdot(b-c)}{b-c-x}$ und $b = \frac{1}{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}} + c = \frac{a\cdot x}{a-x} + c$
  zu b) $a = x - \sqrt{b-c}$ und $b = (x-a)^2 + c$
  zu c) $a = ln(x) - bc$ und $b = \frac{ln(x)-a}{c}$

- Rechnen Sie folgende Größen in die angegebenen Einheiten um.
  a) Forme 5 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ in $\frac{km}{h}$ um. b) Forme 5 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ in $\frac{m}{s}$ um. c) Forme 3 l in m^3 um.
  Antwort:
  a) 5 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 18\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
  b) 5 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 1,39\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
  c) 3 l $= 0,003\ \mathrm{m}^3$

- Berechnen Sie den Druck p mit Hilfe folgender Gleichung: $pV = Nk_BT$
  Wobei: $n = 1$ mol ($N = n \cdot N_A$), $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$, $V = 1$ l, $T = 20°$C. Beachten Sie die Einheiten.
  Antwort:
  mit $T = 293,15$ K und $V = 0,001\ \mathrm{m}^3$ ergibt sich ein Druck von
  $p = \frac{6{,}022\cdot 10^{23}\cdot 1{,}381\cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\cdot 293{,}15\ \mathrm{K}}{0{,}001\ \mathrm{m}^3} = 2,44 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$

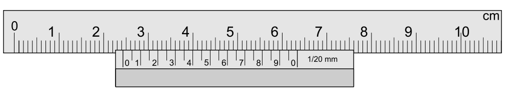
- Was könnte es für Gründe dafür geben, dass die Werte nicht exakt auf einer Gerade liegen?
  Antwort:
  Es kann verschiedene Gründe geben. So kann der Pkw mal schneller und mal langsamer gefahren sein (Momentangeschwindigkeit), ...

- Warum muss man hier von einer Durchschnittsgeschwindigkeit sprechen?
  Antwort:
  Da die Durchschnittsgeschwindigkeit eine Mittlung der einzelnen Momentangeschwindigkeiten entspricht. Somit kann mit der Durchschnittsgeschwindigkeit zu keinem festen Zeitpunkt die exakte Geschwindigkeit angeben werden.

- Rechnen Sie die Geschwindigkeit und deren Messunsicherheit in für Geschwindigkeiten übliche Einheiten um.
  Antwort:
  $v = (49,8 \pm 5,4)\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = (13,8 \pm 1,5)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

- Bringen Sie durch Logarithmieren die Gleichung 1.10 auf eine lineare Form und bestimmen Sie mit Hilfe von Abbildung 1.6 die zu Beginn der Messung vorhandenen Anzahl an Bakterien A_0.
  Antwort:
  Durch Umstellen der Gleichung 1.10 und logarithmieren mit dem Logarithmus zur Basis 2 ergibt sich:
  $log_2(A) = t + log_2(A_0)$
  Aus der obigen Gleichung und Abb. 1.6 ergibt sich dann: $A_0 = A(t=0) = 2^3 = 8$

- Lesen Sie folgenden Wert vom Messschieber ab (1/20-Nonius):

  Antwort:
  Der Wert ist 24, 35 mm.

- Warum lässt sich die Genauigkeit des Mittelwertes durch wiederholtes Messen steigern?
  Antwort:
  Da der Messfehler direkt von der Standardabweichung abhängt (siehe Gl. 1.13 und Gl. 1.14), wird durch wiederholtes Messen eine höhere Genauigkeit des Mittelwertes (bzw. der Messgröße) erzielt.

- Wie verhalten sich die verschiedenen Größen (Varianz, Standardabweichung, abs. Messunsicherheit und rel. Messunsicherheit), wenn die einzelnen Messwerte nur wenig vom Mittelwert abweichen und wie wenn sie stark vom Mittelwerte abweichen?
  Antwort:
  geringes Abweichen: Varianz, Standardabweichung und somit die Unsicherheit klein;
  starkes Abweichen: Varianz, Standardabweichung und somit die Unsicherheit groß

- Wie geht man vor, wenn eine Größe aus einer fehlerhaften und einer nicht fehlerhaften Größe (z.B. einer Konstanten wie die Zahl π) errechnet wird?
  Antwort:
  Die Unsicherheit der nicht unsicherheitsbehafteten Größe (wie z.B. eine Konstante) wird als Null angenommen, so dass die absolute Unsicherheit bei der Addition oder Subtraktion der Größen gleich der absoluten Unsicherheit der unsicherheitsbehafteten Größe ist. Analog bei Multiplikation und Division (rel. Unsicherheit der berechneten Größe = rel. Unsicherheit der unsicherheitsbehafteten Größe).

- Welche Laufzeit benötigt ein Radarsignal (Lichtgeschwindigkeit) zum Mond und zurück? (Abstand Erde-Mond: $d_{EM} \approx 380000$ km)
  Antwort:
  Als Radarsignale bezeichnet man elektromagnetische Wellen in einem Frequenzbereich von einigen MHz $\equiv 10^6$ Hz bis zu einigen GHz $\equiv 10^9$ Hz. Elektromagnetische Wellen breiten sich mit einer Geschwindigkeit von $c \approx 300000$ km/s (Lichtgeschwindigkeit) aus. Es gilt: $s_{EM} = c \cdot t_{EM} \Rightarrow t_{EM-ME} = 2 \cdot \frac{s_{EM}}{c} \approx 2,5$ s

- Welche Laufzeit benötigt der Ultraschallimpuls eines Sonographen, der im menschlichen Gewebe in einer Tiefe von 15 cm reflektiert wird? ($v = 1500$ m/s)
  Antwort:
  Der Ultraschallimpuls bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit v, so dass gilt $s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v} \approx 0,2 \cdot 10^{-3}$ s.

Fragen zu Versuchstag: Mechanik 1

- Weshalb darf eine Schraubenfeder nicht überdehnt werden?
  Antwort:
  Durch Überdehnen einer Schraubenfeder wird diese plastisch verformt. Im Bereich der plastischen Verformung gilt das Hooke'sche Gesetz nicht, es können somit keine Aussagen über die Direktionskonstante getroffen werden. Hat sich eine Schraubenfeder plastisch verformt, so hat sich in allen Fällen die Direktionskonstante geändert.

- Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit ein Körper schwimmt?
  Antwort:
  Die Dichte des Probekörpers ρ_K muss kleiner als die Dichte der Flüssigkeit ρ_{Fl} sein. Der Körper taucht dann nur soweit in die Flüssigkeit ein bis die Gewichtskraft des Körpers der Auftriebskraft entspricht.

- Ein Schiff fährt von Hamburg aufs offene Meer. Wie ändern sich beim Übergang von Süß- auf Salzwasser Auftriebskraft und Tiefgang?
  Antwort:
  Beim Übergang von Süß- auf Salzwasser wird der Tiefgang geringer und die Auftriebskraft bleibt gleich, da sie für schwimmende Objekte gleich der Gewichtskraft ist. Nach dem Archimedischen Prinzip ist die Auftriebskraft eines Körpers in einer Flüssigkeit gleich der Gewichtskraft der von dem Körper verdrängten Flüssigkeit $F_A = \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g$. Da die Auftriebskraft konstant bleibt, muss sich also das verdrängte Volumen verkleinern.

- Wie sollte der Hals eines Aräometers für eine große Empfindlichkeit und wie für einen großen Messbereich ausgebildet sein?
  Antwort:
  Will man ein Aräometer mit großer Empfindlichkeit konstruieren, so sollte es einen möglichst kleinen Halsdurchmesser besitzen, da die Dichteänderung proportional zur Volumenänderung ist. Es steht also bei einer Dichteänderung $\Delta\rho$ eine größere Höhenänderung Δh zur Verfügung. Genau das Gegenteil möchte man bei einem großen Messbereich. Dort sollte der Querschnitt des Halses groß sein, so dass sich die Volumenänderung nicht so sehr auf die Höhe auswirkt. Will man beide Optionen vereinen, so muss man einen sehr langen Hals mit kleinem Querschnitt konstruieren.

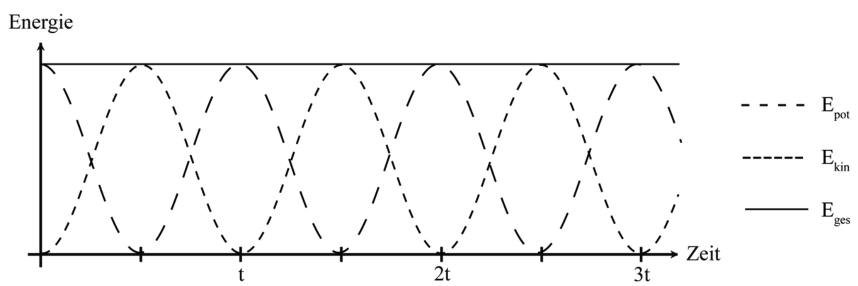
- Wie lauten die Newton'schen Axiome?
  Antwort:
  1. Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, solange die Summe aller auf ihn einwirkenden Kräfte Null ist. 2. Die Änderung der Bewegung einer Masse ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt: $\boldsymbol{F}(t) = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$. 3. Kräfte treten immer paarweise auf. Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleichgroße, aber entgegengerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio): $\boldsymbol{F}_{1\to 2} = -\boldsymbol{F}_{2\to 1}$. 4. Das Superpositionsprinzip: Wirken auf einen Körper n Kräfte, so addieren sich diese Kräfte $\boldsymbol{F}_i$ vektoriell zu einer Gesamtkraft: $\boldsymbol{F}_{ges} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{F}_i$.

- Welche Kräfte wirken auf eine Schraubenfeder ohne Gewicht, mit Gewicht und mit Gewicht + Auslenkung?
  Antwort:
  Siehe Abbildung 3.3

- Differenzieren Sie die Funktion $f(t) = \sin(\omega t)$ zweimal.
  Antwort:
  Die Ableitungen lauten:

$$\begin{aligned} f(t) &= \sin(\omega t) \\ \frac{df(t)}{dt} &= \omega \cos(\omega t) \\ \frac{d^2 f(t)}{dt^2} &= -\omega^2 \sin(\omega t) \end{aligned}$$

- Skizzieren Sie mit einem Bleistift E_{pot}, E_{kin} und E_{ges} in das Diagramm! (Hinweis: Machen Sie sich dazu klar, an welchen Stellen E_{pot} und E_{kin} jeweils maximal bzw. minimal sind.)



- Welche physikalische Größe kann man mit einer Schraubenfeder bekannter Direktionskonstante D messen?
  Antwort:
  Betrachtet man Gleichung (3.24), so kann man erkennen, dass man durch Messen der Schwingungsdauer auf die zusätzliche Masse m_Z schließen kann.

- Wie ändern sich auf dem Mond gegenüber der Erde durch eine an eine Schraubenfeder gehängte Masse die Auslenkung s und die Schwingungsdauer T?
  Antwort:
  Die Auslenkung s wird kleiner und die Schwingungsdauer T bleibt unverändert, da die Auslenkung s abhängig von der Schwerebeschleunigung g (siehe (3.6)) und die Schwingungsdauer T unabhängig von g ist (siehe (3.24)).

- Ist die mit der Stoppuhr bestimmte Schwingungsdauer eines Pendels genauer, wenn man zehnmal je eine Periode oder einmal zehn Perioden misst?
  Antwort:
  Es ist genauer, einmal zehn Perioden als zehnmal eine Periode zu messen. Da die Schwingungsdauer sehr kurz ist, ist es schwierig, das Ende einer Periode genau abzupassen. Dieses Problem tritt bei Abwarten von zehn Perioden nur einmal auf, sodass der relative Fehler hier also kleiner wird.

- Man stelle sich zwei identische schwingungsfähige Systeme im schwerelosen Raum vor (gleiche Massen, gleiche Federkonstanten), die sich nur in ihrer Ausrichtung horizontal/vertikal unterscheiden (siehe Abbildung 16.10). Welche Unterschiede erwarten Sie?

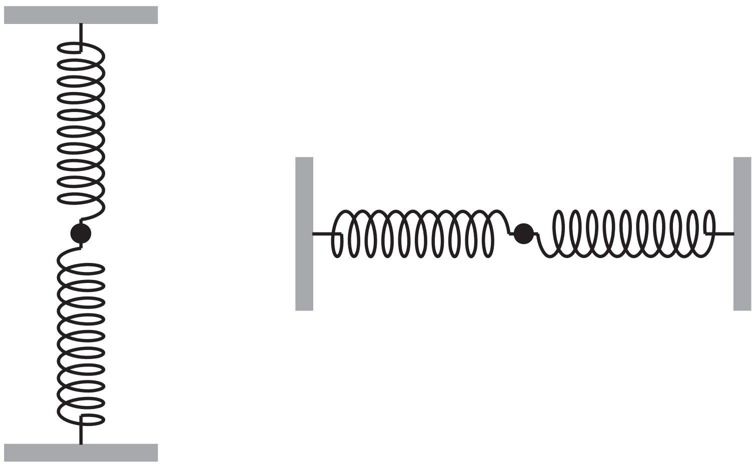


Abbildung 16.10: Zwei identische schwingungsfähige Systeme: Sowohl in vertikaler, als auch in horizontaler Ausrichtung.

  Antwort:
  Wenn wir davon ausgehen, dass sich diese Pendel im schwerelosen Raum befinden, so werden sich keine Unterschiede bemerkbar machen. Betrachten Sie dazu auch Gleichung (3.24). In diese Formel geht nur die Masse des angehängten Gewichts ein, welche unabhängig von der Schwerebeschleunigung g ist.

Fragen zu Versuchstag: Mechanik 2

- Unter welcher Bedingung tritt vollständige Benetzung eines festen Materials durch eine Flüssigkeit auf?
  Antwort:
  Die vollständige Benetzung eines Festkörpers tritt genau dann auf, wenn gilt: Adhäsion > Kohäsion.

- Welche Effekte beobachtet man?
  - Glas-Kapillaren in Wasser (Antwort: Kapillaraszension)
  - Glas-Kapillaren in Quecksilber (Antwort: Kapillardepression)
  - Kunststoffschlauch in Wasser (Antwort: Kapillardepression)

- Was passiert, wenn die Innenwand der Kapillare von einem dünnen Fettfilm bedeckt ist?
  Antwort:
  Es handelt sich nun um den Übergang Wasser zu Fett und nicht mehr Wasser zu Glas, woraus folgt, dass es nicht mehr zur Kapillaraszension sondern zur Kapillardepression kommt.

- Beim Eintrocknen kleiner Teilchen (z. B. rote und weiße Blutkörperchen) werden diese durch die Oberflächenspannung deformiert und unter Umständen für eine mikroskopische Untersuchung unbrauchbar.

  Berechnen Sie mit dem im Versuch bestimmten Wert der Oberflächenspannung ($\sigma \approx 0,08 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$) für Wasser den Druck ($\frac{F_G}{A}$ Kraft pro Fläche), mit dem eine Kugel von $2 \cdot r = 1$ µm Durchmesser auf eine Unterlage kurz vor dem Eintrocknen gepresst wird und drücken Sie das Ergebnis in Vielfachen des Atmosphärendruckes ($p_{atm} = 1,01325$ bar) aus.
  Antwort:
  Mit den gegebenen Werten und der Annahme, dass die Kugel zu einem Kreis mit gleichem Radius „platt gedrückt“ wird, ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
F &= \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \\
&= 0,08 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \, \mathrm{m} = 0,25 \cdot 10^{-6} \, \mathrm{N} \\
p &= \frac{F}{\pi \cdot r^2} \\
&= \frac{0,25 \cdot 10^{-6} \, \mathrm{N}}{\pi \cdot 0,25 \cdot 10^{-12} \, \mathrm{m}^2} = 0,31 \cdot 10^6 \, \mathrm{Pa} = 3,1 \, \mathrm{bar} \\
\Rightarrow \frac{p}{p_{atm}} &\approx 3,1.
\end{aligned}
$$

- Welche Kräfte wirken auf eine Kugel (Blutsenkung), die in einer Flüssigkeit mit stationärer Geschwindigkeit sinkt?
  Antwort:
  Es wirken die Schwerkraft und dieser entgegen die Auftriebskraft und die Reibungskraft (Stokesche Reibung). Bei konstanter Geschwindigkeit addieren sie sich vektoriell zu null.

- In einem Ölbehälter sinken eine Blei- und Aluminiumkugel gleichen Durchmessers. Welche Kugel sinkt schneller oder sinken beide gleich schnell?
  Antwort:
  Formt man Gleichung (6.5) um, so ergibt sich für die Geschwindigkeit folgende Formel $v = \frac{2 \cdot r^2 (\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot g}{9 \cdot \eta}$.
  An dieser Formel kann man leicht erkennen, dass die Bleikugel schneller als die Aluminiumkugel sinken wird, da die Dichte der Bleikugel größer ist als die der Aluminiumkugel.

- Wovon hängt die Sinkgeschwindigkeit von Teilchen gleicher Größe und gleicher Form bei einer Sedimentation ab?
  Antwort:
  Betrachte die Gleichung $v = \frac{2 \cdot r^2 (\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot g}{9 \cdot \eta}$. Die Sinkgeschwindigkeit hängt also noch von der Differenz der Dichten zwischen Flüssigkeit und Teilchen und der Viskosität ab.

- Welches Geschwindigkeitsprofil bildet sich bei einer laminaren Strömung in einem Rohr aus?
  Antwort:
  Es bildet sich ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil aus.

- In welchem Verhältnis ändert sich der Volumenstrom in einer Ader (Arteriosklerose), wenn bei gleichbleibender Länge der Innendurchmesser halbiert wird?
  Antwort:
  An Gleichung (6.6) kann man ablesen, dass sich der Volumenstrom mit r^4 ändert. Wird nun der Radius halbiert, also $r' = \frac{r}{2}$, so folgt daraus, dass $\Delta V'/\Delta t = \frac{1}{16} \cdot \Delta V/\Delta t$

- Wie groß ist der Druck in Pa, wenn die Wassersäule in einem Flüssigkeitsmanometer 10 cm hoch steht?
  Antwort:
  Es gilt: $\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h = 1\ \mathrm{g/cm^3} \cdot 10\ \mathrm{m/s^2} \cdot 0,1\ \mathrm{m} = 10^3\ \mathrm{Pa}$.

- Der normale Luftdruck beträgt ca. 1000 hPa. Wie hoch müsste eine Wassersäule sein, um den gleichen Druck zu erzeugen?
  Antwort:
  Es gilt: $\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} =$
  $\frac{10^3\ \mathrm{hPa}}{1\ \mathrm{g/cm^3} \cdot 10\ \mathrm{m/s^2}} = 10\ \mathrm{m}$.

- Wie groß ist die Druckveränderung Δp bei einem mit Wasser gefüllten Behälter quadratischer Grundfläche der Kantenlänge $a = 20$ cm, wenn 50 ml auslaufen?
  Antwort:
  Die Höhendifferenz der Flüssigkeit nach Abfluss von 50 ml beträgt $\Delta h = 0,125$ cm. Dies entspricht einer Druckänderung $\Delta p =$
  $1\ \mathrm{g/cm^3} \cdot 10\ \mathrm{m/s^2} \cdot 0,125\ \mathrm{cm} =$
  $12,5$ Pa.

- Berechnen Sie die Reynolds-Zahl für einen Rohrdurchmesser von 7 mm, wenn Wasser (Viskosität: $1\ \mathrm{mPa \cdot s}$, Dichte: $1\ \mathrm{g/cm^3}$) mit einer Geschwindigkeit von 2 m/s durch das Rohr fließt. Handelt es sich hierbei um eine laminare oder um eine turbulente Strömung? Welche Maßnahmen kann man ergreifen, um den anderen Fall (laminar bzw. turbulent) zu gewährleisten?
  Antwort:
  $Re = \frac{2 \cdot r \cdot \rho \cdot v}{\eta} = \frac{2 \cdot 3,5\ \mathrm{mm} \cdot 1\ \mathrm{g/cm^3} \cdot 2\ \mathrm{m/s}}{1\ \mathrm{mPa \cdot s}} = 14000$
  Damit gilt: $Re > Re_{\mathrm{krit}}$ (für $Re_{\mathrm{krit}} \approx 2300$). Es liegt also turbulente Strömung vor.
  Mögliche Maßnahmen für einen laminaren Fluss wären: kleinere Rohrdurchmesser, Flüssigkeit geringerer Dichte, langsamere Strömungsgeschwindigkeit, Flüssigkeit höherer Viskosität.

- Bei einer Doppler-Sonographie eines Blutgefäßes wurde unter einem Winkel von 60° mit einer Ultraschallfrequenz von 2 MHz eine Frequenzverschiebung von 400 Hz gemessen. Berechnen Sie die Fließgeschwindigkeit v des Blutes. Nehmen Sie hierzu an, dass sich die Ultraschallwellen nahezu wie in Wasser ausbreiten. (Schallgeschwindigkeit in Wasser: $c_s = 1484$ m/s)
  Antwort:
  Mit Hilfe von Gleichung **??** ergibt sich die Geschwindigkeit für Blut zu:
  $v = \frac{\Delta f \cdot c_s}{2 \cdot f_0 \cdot \cos\Theta}$
  $v = \frac{400\ \mathrm{Hz} \cdot 1484\ \mathrm{m/s}}{2 \cdot 2 \cdot 10^6\ \mathrm{Hz} \cdot \cos 60°}$
  $v = 0,30\ \mathrm{m/s}$

- Zur Untersuchung der Fließgeschwindigkeit der Dopplerphantomflüssigkeit in Plexiglas wird Ultraschall in einem Winkel α von 0°, 15°, 30° und 60° eingestrahlt. Die Schallgeschwindigkeit in dieser Flüssigkeit beträgt 1800 m/s, in Plexiglas 2670 m/s.
  Wie groß ist jeweils der Dopplerwinkel α_D bei den unterschiedlichen Winkeln?
  Antwort:
  $\alpha_D = 90° - \arcsin\left(\sin(\alpha) \cdot \frac{c_{\text{Flüssigkeit}}}{c_{\text{Plexiglas}}}\right)$
  $\alpha = 0° \Rightarrow \alpha_D = 90°$
  $\alpha = 15° \Rightarrow \alpha_D = 79,95°$

$\alpha = 30^\circ \Rightarrow \alpha_D = 70,30^\circ$
$\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha_D = 54,28^\circ$

Fragen zu Versuchstag: Kalorik

- Was versteht man unter der spezifischen Wärmekapazität eines Körpers (geeignete SI-Einheit)?
  Antwort:
  Die Wärmekapazität beschreibt, wieviel Energie man braucht, um die Temperatur von 1 g eines Stoffes um 1 K zu erhöhen.

- 300 g Wasser von 20 °C werden mit 600 g Wasser von 80 °C gemischt. Wie groß ist die Mischungstemperatur?
  Antwort:

$$
\begin{aligned}
c_W \cdot m_1 (T_1 - T_m) &= c_W \cdot m_2 (T_m - T_2) \\
\Rightarrow T_m &= \frac{m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2}{m_1 + m_2} \\
&= \frac{300\ \mathrm{g} \cdot 20\ ^\circ\mathrm{C} + 600\ \mathrm{g} \cdot 80\ ^\circ\mathrm{C}}{300\ \mathrm{g} + 600\ \mathrm{g}} = 60\ ^\circ\mathrm{C}
\end{aligned}
$$

- Welche Zeit benötigt man, um 1 l Wasser von 20 °C mit dem Tauchsieder von 1 kW Leistung zum Sieden zu bringen ($c_{H_2O} = 4,2\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{gK}}$, 1 J = 1 Ws)?
  Antwort:
  Mit $\Delta Q = P \cdot t$ und $\Delta Q = c_W \cdot m_W \cdot \Delta T$ folgt:

$$
\begin{aligned}
P \cdot t &= c_W \cdot m_W \cdot \Delta T \\
\Rightarrow t &= c_W \cdot m_W \frac{\Delta T}{P} \\
&= 4.2\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{gK}} \cdot 1000\ \mathrm{g} \cdot \frac{80\ \mathrm{K}}{1\ \mathrm{kW}} = 336\ \mathrm{s}
\end{aligned}
$$

- Ändert die Zufuhr einer Wärmemenge Q immer die Temperatur eines Körpers?
  Antwort:
  Bei einer Wärmezufuhr muss sich nicht unbedingt die Temperatur eines Körpers ändern, da es auch zum Phasenübergang kommen kann.

- Wozu dient bei einer Thermoflasche (Dewar-Gefäß) die evakuierte Doppelwand und die Verspiegelung?
  Antwort:
  Die evakuierte Doppelwand verhindert den Wärmetransport durch Stöße zwischen Atomen bzw. Molekülen. Durch das Verspiegeln der Innenfläche soll der Wärmeverlust durch Infrarotstrahlung vermindert werden.

- Wie bestimmt man eine Temperatur, bei der ein Stoff aus einem Aggregatzustand in einen anderen übergeht?
  Antwort:
  Man nimmt eine Temperatur-Zeit-Kurve auf. Wichtig ist jedoch, dass man eine konstante Kühl- bzw. Heizleistung gewähren kann.

- Weshalb kann beim Abkühlen einer Flüssigkeit zunächst Unterkühlung auftreten, bevor diese gefriert?
  Antwort:
  Für den Phasenübergang werden sogenannte Keime der neuen Phase benötigt. Entstehen diese Keime erst sehr spät, so kann es zur Unterkühlung kommen.

- Weshalb streut man Salz auf vereiste Straßen?
  Antwort:
  Wenn Salz auf eine vereiste Straße gestreut wird, entsteht eine Salzlösung. Diese hat einen geringeren Gefrierpunkt als reines Wasser. Daher schmilzt das Eis. Es kann sich nun erst wieder eine Eisschicht bilden, wenn die Umgebungstemperatur unter die Gefriertemperatur der Lösung sinkt.

- Weshalb gestattet ein Eis-Wasser-Gemisch über längere Zeit eine Temperatur von 0 °C aufrecht zu erhalten? Wann steigt die Temperatur an?
  Antwort:
  Wenn man ein Eis-Wasser-Gemisch einer wärmeren Umgebung aussetzt, wird vom Eis-Wasser-Gemisch Wärme aufgenommen. Diese wird dann dazu genutzt, zuerst die Bindungen im Festkörper Eis aufzubrechen und dann die Flüssigkeit zu erwärmen. Solange also die Phasenumwandlung nicht abgeschlossen ist, erwärmt sich die Flüssigkeit nicht. (Dies gilt nur, wenn das Eis gut mit dem Wasser durchmischt ist, da die Phasenumwandlung sonst lokal schon abgeschlossen sein kann, während an anderen Orten im Gemisch noch Eis existiert.

- Wie unterscheiden sich die Gefrierpunktserniedrigung der in der gleichen Masse Wasser gelösten $0,1$ mol Kochsalz und $0,1$ mol Rohrzucker?
  Antwort:
  Die chemische Summenformel für Kochsalz lautet: $NaCl$. Für Rohrzucker (Sacharose) lautet diese: $C_{12}H_{22}O_{11}$. Wird ein $NaCl$-Kristall in Wasser gelöst, so zerfällt dieser nicht in $NaCl$-Moleküle, sondern in einzelne Ionen. Aus n mol $NaCl$ entstehen folglich 2n mol Ionen. Bei Rohrzucker ist dies nicht der Fall: Er löst sich nicht in seine Bestandteile auf. Folglich ist die Gefrierpunktserniedrigung für Kochsalz bei gleicher Wassermenge doppelt so groß wie für Sacharose.

- In einem Lösungsmittel rufen 10 g KCl ($M = 74,5$ g/mol) eine Gefrierpunktserniedrigung von $0,3$ °C hervor. Wie groß ist die Gefrierpunktserniedrigung bei der Lösung von 20 g Sacharose ($M = 342$ g/mol) in der gleichen Lösungsmittelmenge?
  Antwort:
  Da sich KCl in seine Ionen auflöst gilt: $n_{KCl(aq)} = 2\frac{m}{M} = \frac{2{\cdot}10\text{ g}{\cdot}\text{mol}}{74{,}5\text{ g}} \approx 0.27$ mol. Für Sacharose folgt für die Stoffmenge: $n_{C_{12}H_{22}O_{11}(aq)} = \frac{20\text{ g}{\cdot}\text{mol}}{342\text{ g}} \approx 0,06$ mol. Mit Gleichung $\alpha_G \cdot \Delta T_G = \frac{n}{n_l}$ ergibt sich:

$$\begin{aligned}
\frac{n_{KCl(aq)}}{n_l \cdot \Delta T_{KCl(aq)}} &= \frac{n_{C_{12}H_{22}O_{11}(aq)}}{n_l \cdot \Delta T_{C_{12}H_{22}O_{11}(aq)}} \\
\Rightarrow \Delta T_{C_{12}H_{22}O_{11}(aq)} &= \Delta T_{KCl(aq)} \frac{n_{C_{12}H_{22}O_{11}(aq)}}{n_{KCl(aq)}} \approx 0,06\ ^\circ\text{C}.
\end{aligned}$$

Fragen zu Versuchstag: Optik 1

- Wie ändert sich qualitativ die Brennweite einer bikonvexen Glaslinse ($n = 1,52$), wenn sie von Wasser ($n = 1,33$) anstelle von Luft umgeben ist?
  Antwort:
  Betrachtet man Gleichung (9.3), so kann man schnell erkennen, dass die Brennweite bei steigendem n_1 steigt. Wir benutzen Gleichung (9.3):

$$\frac{1}{f_{Luft}} = \frac{n_{Linse} - n_{Luft}}{n_{Luft}} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

- Eine Sammellinse aus Quarzglas ($n = 1,46$) hat in Luft eine Brennweite von 5 cm. Welche Brennweite f_{CS_2} hat dieselbe Linse in Schwefelkohlenstoff ($n = 1,62$)?
  Mit $f_{Luft} = 5$ cm, $n_{Linse} = 1,46$ und $n_{Luft} = 1$ ergibt sich:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \approx 0,43 \, \frac{1}{\text{cm}}$$

  Mit diesem Zwischenergebnis, $n_{CS_2} = 1,62$ und Gleichung (9.3) ergibt sich folgender Wert für die Brennweite: $f_{CS_2} \approx -23$ cm.

- Eine Linse bildet einen $g = 1,00$ m entfernten Gegenstand G in $b = 10$ cm Entfernung ab. Wie groß ist die Brennweite der Linse in Einheiten 1 cm bzw. 1 dpt und wie groß ist die Lateralvergrößerung V?
  Antwort:
  Zur Bearbeitung des ersten Teils betrachte man Gleichung (9.5) und stelle diese nach f um: $f = \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{g}\right)^{-1}$.
  Setzt man nun die Werte für b und g ein, so ergibt sich für die Brennweite: $f \approx 9,1$ cm bzw. $D \approx 11$ dpt.
  Die Lateralvergrößerung ergibt sich aus Gleichung (9.6): $V = \frac{b}{g} = 0,1$.

- Wie groß muss die Gegenstands- und die Bildweite für eine 1:1 Abbildung sein?
  Antwort:
  Bei einer 1:1 Abbildung gilt: $V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = 1$. Aus dieser Gleichung folgt, dass Gegenstands- und Bildweite gleich groß sein müssen. Setzt man dies in Gleichung (9.5) ein, so ergibt sich $b = g = 2 \cdot f$.

- Es werden eine Konvexlinse $f_1 = 10$ cm und eine Konkavlinse $f_2 = -5$ cm so kombiniert, dass der Abstand $d \approx 0$ cm beträgt. Wie groß ist für das zusammengesetzte Linsensystem die Brennweite in der Einheit 1 cm bzw. der Brechwert in der Einheit 1 dpt?
  Antwort:
  Die Brechwerte der einzelnen Linsen lassen sich einfach addieren: $D_{Ges} = D_1 + D_2 = -10$ dpt. Daraus ergibt sich eine Brennweite von $-0,1$ m.

- Berechnen Sie die Länge des Augapfels eines gesunden Menschen. Nehmen Sie dazu an, dass der Brechwert von Hornhaut, Linse und Glaskörper zusammen $D_{Auge} = 59$ dpt beträgt.
  Antwort:
  Da die Linse das Licht auf die Netzhaut am Ende des Augapfels fokussiert, entspricht die Brennweite der Länge des Augapfels:

$$f_2 = \frac{1}{D_2} = \frac{1}{59} \text{ m} = 1,7 \text{ cm}.$$

- Ein realistischer Wert für die Linse der Brille eines fehlsichtigen Patienten liegt bei $D_1 = D_{Brille} = -3,0$ dpt. Berechnen Sie mit Gleichung (9.9) die Abweichung der Länge des Augapfels zur normalen Länge ($s_F - f_2 = ?$). Nehmen Sie dazu an, dass Hornhaut, Linse und Glaskörper zusammen einen durchschnittlichen Brechwert haben ($D_2 = D_{Auge} = 59$ dpt) und dass der Abstand zwischen Brille und Linse $d = 1,8$ cm beträgt.
  Antwort:
  Zunächst können die Brechwerte in Brennweiten umgerechnet werden: $f_1 = \frac{1}{D_1} = -\frac{1}{3}$ m und $f_2 = \frac{1}{D_2} = \frac{1}{59}$ m. Dann kann man nach Gleichung (9.9) den Reziprokwert $1/s_F$ berechnen:

$$\begin{aligned}\frac{1}{s_F} &= \frac{1}{1/59 \text{ dpt}} + \frac{1}{-1/3 \text{ m} - 0,018 \text{ m}} \\ &= 56 \text{ m}^{-1} = \frac{1}{1,78} \frac{1}{\text{cm}}.\end{aligned}$$

  Dann berechne man die Differenz zwischen dieser Zahl und der Normallänge: $s_F - f_2 = 0,86$ mm

- Wenn der gleiche Patient nun Kontaktlinsen tragen möchte, unterscheidet sich dann deren Brechwert von dem der Brille? Wenn ja, berechnen Sie den neuen Brechwert!
  Antwort:
  Ja. Im betrachteten Linsensystem wird $d = 0$ gesetzt, da sich die Kontaktlinse direkt auf dem Auge befindet. Um die gleiche Gesamtbrennweite zu erhalten muss sich also auch die Brennweite der Korrekturlinse ändern. Die Länge s_F ist schon aus dem vorangegangenen Aufgabenteil bekannt.

  $D_{Kontakt} = \frac{1}{s_F} - D_{Auge} = -2,8 \text{ m}^{-1}$

Fragen zu Versuchstag: Elektrizitätslehre 1

- Wie groß ist der Widerstand R einer 1,0 m langen Flüssigkeitssäule (spezifische Leitfähigkeit $\sigma = 1,0 \cdot 10^2 \frac{1}{\Omega\text{m}}$) in einem zylindrischen Rohr mit dem Radius $r = 1,0$ cm?
  Antwort:
  Mit Gleichung (11.7) und Gleichung (11.6) ergibt sich:
  $R = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{A} = \frac{1}{100\frac{1}{\Omega\text{m}}} \frac{1\text{ m}}{\pi\cdot(0{,}01\text{ m})^2} \approx 32\ \Omega.$

- Die spezifischen Widerstände von Silber und der Legierung Konstantan betragen $\rho_{Ag} = 1,6 \cdot 10^{-8}\ \Omega$m bzw. $\rho_{Konst} = 5,2 \cdot 10^{-7}\ \Omega$m. Welche Drahtlänge l_i benötigt man bei einem Drahtquerschnitt von $A = 1 \text{ mm}^2$ für Widerstände von jeweils 1 Ω?
  Antwort:
  Durch Umstellen von Gleichung (11.7) ergibt sich für die Länge l eines Drahtes mit Widerstand R die folgende Gleichung: $l = A\frac{R}{\rho}$. Daraus lassen sich die gesuchten Drahtlängen $l_{Ag} = 63$ m und $l_{Konst.} = 1,9$ m berechnen.

- Berechnen Sie die Leistung P und den entsprechenden Widerstand R einer Glühlampe, wenn im Nennbetrieb bei $U = 230$ V ein Strom von $I = 0,2$ A fließt.
  Antwort:
  Gleichung 11.10 besagt:

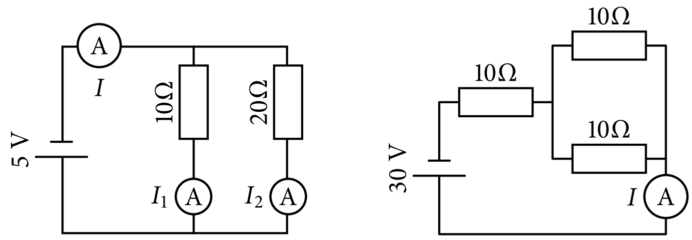
  $P = U \cdot I = 230 \text{ V} \cdot 0,2 \text{ A} = 46 \text{ W}.$

  Setzt man Gleichung (11.8) in Gleichung (11.10) ein, so ergibt sich:

  $R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230\text{ V})^2}{46\text{ W}} = 1,15\ \text{k}\Omega.$

- Berechnen Sie den entsprechenden Widerstand R einer Glühlampe für eine Leistung von $P = 100$ W bei einer Spannung von $U = 230$ V.
  Antwort:
  Setzt man Gleichung (11.8) in Gleichung (11.10) ein, so ergibt sich:
  $R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230 \text{ V})^2}{100 \text{ W}} = 529\ \Omega$.

- Berechnen Sie die in den folgenden Stromkreisen fließenden Ströme I:



Schaltung a) Schaltung b)

  Antwort:
  Für Schaltung a) ergibt sich für den Strom I_1: $I_1 = \frac{U}{R} = \frac{5 \text{ V}}{10\ \Omega} = 500$ mA. Für den Strom I_2 ergibt sich: $I_2 = \frac{U}{R} = \frac{5 \text{ V}}{20\ \Omega} = 250$ mA. Folglich ergibt sich für den gesamten Strom I: $I = I_1 + I_2 = 750$ mA. Bei Schaltung b) muss als erstes der gesamte Widerstand berechnet werden. Für die beiden parallelgeschalteten Widerstände ergibt sich der resultierende Widerstand $R = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10\ \Omega}+\frac{1}{10\ \Omega}} = 5\ \Omega$. Somit ergibt sich ein Gesamtwiderstand von $R = 10\ \Omega + 5\ \Omega = 15\ \Omega$ und damit ein Strom von $I = \frac{U}{R} = \frac{30 \text{ V}}{15\ \Omega} = 2$ A.

Fragen zu Versuchstag: Elektrizitätslehre 2

- Warum passiert im Allgemeinen einem Vogel, der auf einer Hochspannungsleitung sitzt, nichts?
  Antwort:
  Dem Vogel passiert nichts, da er zwar auf einem Potential liegt, aber keine Potentialdifferenz (Spannung) vorliegt.

- Welche Gründe kann es geben, dass ein Vogel trotzdem auf einer Hochspannungsleitung zu schaden kommt?
  Antwort:
  Er könnte z.B. zwei Hochspannungsleitungen gleichzeitig berühren (bei großen Vögeln).

- Zeichnen Sie in den folgenden Abbildungen einerseits die elektrischen Feldlinien eines Dipols (Abbildung 13.3) und andererseits die Äquipotentiallinien eines Dipols (Abbildung 13.4) ein.
  Antwort:
  Die elektrischen Feldlinien und Äquipotentiallinien sind in Abbildung 13.2 zu sehen.

- Bestimmen Sie für die folgenden Fälle die Lage der elektrischen Herzachse. Es werden jeweils die Spannungen der R-Zacke der einzelnen Ableitungen nach Einthoven angegeben.

  1. Ableitungen: $I = 3$ V, $II = 9$ V, $III = 7$ V
  2. Ableitungen: $I = 3,4$ V, $II = 3,1$ V, $III = 3,05$ V
  3. Ableitungen: $I = 12$ mV, $II = 8$ V, $III = 2$ MV

  Antwort:
  zu a): Steiltyp ($60° < \alpha < 90°$)
  zu b): Linkstyp ($-30° < \alpha < 30°$)
  zu c): Rechtstyp ($90° < \alpha < 120°$)

Fragen zu Versuchstag: Akustik

- Berechnen Sie die Wellenlänge der Ultraschallwellen, die sich in Luft (c_s = 343 m/s) und in Wasser (c_s = 1484 m/s) mit einer Frequenz von f = 40 kHz ausbreiten.
  Antwort:
  Es ergeben sich mit 15.1 folgende Wellenlängen:
  $\lambda_{Luft} = 0,9$ cm
  und
  $\lambda_{Wasser} = 3,7$ cm.

- Welche Strecke legt eine Ultraschallwelle bei einer Laufzeit von 10 μs in Luft bzw. in Wasser zurück?
  Antwort:
  Mit 15.1 ergeben sich folgende Strecken:
  $s_{Luft} = 0,34$ cm
  und
  $s_{Wasser} = 1,48$ cm.

- Berechnen Sie die Schallkennimpedanz Z für Luft ($\rho = 0,00129$ g/cm^3) und Wasser ($\rho = 1$ g/cm^3) und geben Sie diese in der Einheit N s/m^3 an.
  Antwort:
  Es ergeben sich mit 15.3 folgende Schallkennimpedanzen:
  $Z_{Luft} = 442$ N s/m^3
  und
  $Z_{Wasser} = 1484000$ N s/m^3.

- Berechnen Sie den Reflexions- und den Transmissionskoeffizienten für den Übergang von Wasser zu Luft (Z entnehmen Sie der vorherigen Übungsaufgabe). Berechnen Sie ebenfalls den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für den Übergang von Muskel zu Fett (Z entnehmen Sie der Tabelle 15.1).
  Antwort:
  Es ergeben sich mit (15.5) und (15.6) folgende R und T für den Übergang von Luft zu Wasser:
  $R_{Luft/Wasser} = 0,9988 = 99,88$ %
  und
  $T_{Luft/Wasser} = 0,0012 = 0,12$ %.

  Mit den Schallkennimpedanzen aus Tabelle 15.1 ergeben sich folgende R und T:
  $R_{Muskel/Fett} = 0,0045 = 0,45$ %
  und
  $T_{Muskel/Fett} = 0,9955 = 99,55$ %.

- Zeigen Sie (mathematisch), dass die Beziehung $R + T = 1$ für den aufgezeigten Reflexionskoeffizienten R (Gleichung (15.5)) und den aufgezeigten Transmissionskoeffizienten T (Gleichung (15.6)) gilt.
  Antwort:
  $R + T = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2 + \frac{4 \cdot Z_1 \cdot Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} = \frac{Z_1^2 - 2Z_1Z_2 + Z_2^2 + 4Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} = \frac{Z_1^2 + 2Z_1Z_2 + Z_2^2}{(Z_1 + Z_2)^2} = \frac{(Z_1 + Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2} = 1$

- Geben Sie den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für die Grenzfläche Luft/Luft an.
  Antwort:
  Da sich bei dem „Übergang“ von Luft nach Luft keine Schallkennimpedanzänderung ergibt, entsteht keine Reflexion. Somit ist $R = 0$ und $T = 1$. Dies ist nicht verwunderlich, da es sich nicht um eine real existierende Grenzschicht handelt.

- Ist es möglich das Innere der Lunge mit Hilfe von Ultraschallwellen abzubilden? (Erklärung)
  Antwort:
  Wie schon erwähnt, wird beim Übergang von Luft zu Wasser bzw. Wasser zu Luft der größte Teil reflektiert. Da Wasser in etwa die gleiche Schallkennimpedanz wie weiches Gewebe aufweist, wird beim Übergang vom Körperinneren zur Lunge (Luft) der größte Teil der Ultraschallwellenintensität reflektiert. Da somit die in die Lunge transmittierte Intensität sehr gering ist, ist es sinnlos das Lungeninnere mit Ultraschallwelle zu untersuchen und somit so gut wie unmöglich.

- Berechnen Sie die Eindringtiefen x für Ultraschallwellen (800 kHz und 2,4 MHz) in Nierengewebe, bei der nur noch die Hälfte der anfänglichen Intensität vorliegt ($\frac{I(x)}{I_0} = 0,5$). Nutzen Sie hierzu den Absorptionskoeffizienten μ, der folgende Frequenzabhängigkeit aufweist: $\mu = f \cdot 2,35 \cdot 10^{-7}$ s/cm.
  Antwort:
  Es ergeben sich folgende Absorptionskoeffizienten für $f = 800$ kHz und $f = 2,4$ MHz:
  $\mu_{800\text{ kHz}} = 0,188\text{ cm}^{-1}$
  und
  $\mu_{2,4\text{ MHz}} = 0,564\text{ cm}^{-1}$.

  Hieraus ergeben Sie mit (15.8) folgende Halbwertsdicken:
  $x_{800\text{ kHz}} = 3,7$ cm
  und
  $x_{2,4\text{ MHz}} = 1,2$ cm.

- Berechnen Sie die minimal mögliche axiale Ortsauflösung für Ultraschallwellen ($f = 200$ kHz, $f = 800$ kHz, $f = 2,4$ MHz und $f = 8$ MHz), die sich in Wasser ausbreiten. Berechnen Sie ebenfalls die Nahfeldlänge N (für $f = 200$ kHz), wenn der Durchmesse des kreisförmigen Ultraschallerzeugers etwa 3 cm entspricht.
  Antwort:
  Die minimal mögliche axiale Ortsauflösung entspricht der Wellenlänge der Ultraschallwellen im Medium (hier: Wasser).
  Mit (15.1) ergibt sich für die Ortsauflösung:
  $\lambda_{200\text{ kHz}} = \frac{1484\text{ m/s}}{200\cdot 10^3\text{ s}^{-1}} = 7,42$ mm
  $\lambda_{800\text{ kHz}} = 1,86$ mm
  $\lambda_{2,4\text{ MHz}} = 0,62$ mm
  $\lambda_{8\text{ MHz}} = 0,19$ mm.
  Mit Hilfe der Wellenlänge von Wasser bei einer Ultraschallfrequenz von 200 kHz und $d = 3$ cm ergibt sich mit 15.10 für die Nahfeldlänge N:
  $N = 30,3$ mm.

Fragen zu Versuchstag: Optik 2

- Eine Küvette mit Farbstofflösung lässt 50 % des einfallenden Lichtes durch. Wieviel Prozent werden durchgelassen bzw. absorbiert, wenn die Konzentration verdoppelt wird, die Konzentration halbiert oder die Küvettenlänge verdreifacht wird?
  Antwort:
  Für die anfängliche Farbstofflösung mit der Konzentration c_0 in der Küvette der Länge x_0 gilt: $T_0 = 0,5 = \frac{I}{I_0} = e^{-\alpha_0 \cdot c_0 \cdot x_0}$. Wird die Konzentration der Farbstofflösung verdoppelt und die restlichen Bedingungen bleiben gleich, so gilt: $T_1 = e^{-\alpha_0 \cdot 2 \cdot c_0 \cdot x_0} = \left(e^{-\alpha_0 \cdot c_0 \cdot x_0}\right)^2 = T_0^2 = 0,5^2 = 0,25$. Bei Halbierung der Konzentration gilt: $T_2 = e^{-\alpha_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot c_0 \cdot x_0} = \left(e^{-\alpha_0 \cdot c_0 \cdot x_0}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{T_0} = \sqrt{0,5} \approx 0,71$. Verdreifacht man die Länge der Küvette, so ergibt sich für die Transmission: $T_3 = e^{-\alpha_0 \cdot c_0 \cdot 3 \cdot x_0} = \left(e^{-\alpha_0 \cdot c_0 \cdot x_0}\right)^3 = T_0^3 = 0,5^3 = 0,125$.

- Wie viele Halbwertsschichten eines Materials sind erforderlich, um eine relative Schwächung der einfallenden Strahlung auf 10^{-3} zu erreichen?
  Antwort:
  Es gilt: $I\left(x = n \cdot h\right) = 10^{-3} \cdot I_0$. Mit Gleichung(17.4) ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} I\left(x\right) &= I_0 \cdot e^{-\frac{0,69}{h}x} \\ \Leftrightarrow \quad 10^{-3} \cdot I_0 &= I_0 \cdot e^{-0,69 \cdot n} \\ \Leftrightarrow \quad 10^{-3} &= e^{-0,69 \cdot n} \\ \Leftrightarrow \quad \ln\left(10^{-3}\right) &= -0,69 \cdot n \\ \Leftrightarrow \quad n &= \frac{\ln\left(10^{-3}\right)}{-0,69} \approx 10. \end{aligned}$$

- Mit einer Photodiode misst man die Intensität des emittierten Lichtes einer punktförmigen Lichtquelle. Auf welchen Bruchteil des Anfangswertes sinkt der Messwert, wenn der Abstand zwischen der Lichtquelle und der Photodiode verdreifacht wird?
  Antwort:
  Aus $I_r = I_0 \frac{A}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$ ist ersichtlich, dass eine Verdreifachung des Abstandes bedeutet, dass die Intensität auf $\frac{1}{9}$ abfällt.

- Welcher physikalische Effekt wird bei einem Polarimeter ausgenutzt?
  Antwort:
  Der optische Dichroismus (Drehung der Polarisationsebene).

- Nennen Sie drei Möglichkeiten, linear polarisiertes Licht zu erzeugen?
  Antwort:
  Polarisator (Polymere), Zeeman-Effekt, Reflexion (Brewster-Winkel), $\frac{\lambda}{4}$-Plättchen…

- Wird der Drehwinkel mit wachsender Frequenz des hindurchgehenden Lichts größer oder kleiner?
  Antwort:
  Da i. A. die spezifische Drehung bei Abnahme der Wellenlänge (von rot nach violett) zunimmt, also mit abnehmender Wellenlänge größer wird, und die Frequenz über $f = \frac{c}{\lambda}$ mit der Wellenlänge zusammenhängt, wird die spezifische Drehung mit steigender Frequenz größer.

- Wie könnte man die Messgenauigkeit durch konstruktive Maßnahmen beim Polarimeter verbessern?
  Antwort:
  Man müsste längere Küvetten benutzen.

Lösungen der Übungsaufgaben zur Vorbereitung auf die Eingangstests und die Abschlussklausur

Aufgabe	Lösung		Aufgabe	Lösung		Aufgabe	Lösung		Aufgabe	Lösung
1	C		9	E		17	C		25	A
2	D		10	E		18	C		26	E
3	C		11	A		19	E		27	C
4	B		12	E		20	D		28	B
5	B		13	A		21	C		29	E
6	B		14	A		22	A		30	B
7	D		15	B		23	A		31	B
8	B		16	E		24	C			