Universität Münster

2. Mechanik einer Punktmasse

Iris Niehues
Physikalisches Institut, Universität Münster

17.10.2025

2.1 Kinematik einer Punktmasse

- Ausdehnung wird nicht berücksichtigt
- gesamte Masse im Schwerpunkt konzentriert
- mathematische Beschreibung der Bewegung $\to$ Kinematik

2.1.1 Geradlinig, gleichförmige Bewegung

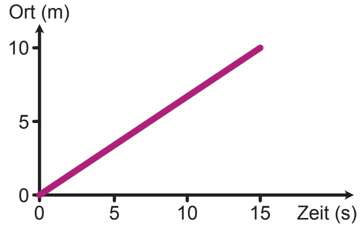
- einfachste Form der Bewegung
- geradlinig: Bewegung erfolgt in einer Dimension
- gleichförmig: in gleichen Zeitintervallen werden gleiche Distanzen zurückgelegt:
  $\Delta t \sim \Delta s$

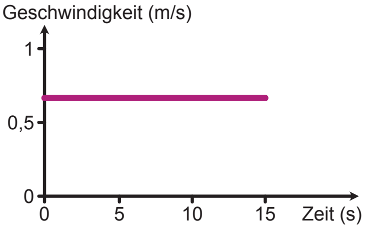
2.1.1 Geradlinig, gleichförmige Bewegung

- einfachste Form der Bewegung
- geradlinig: Bewegung erfolgt in einer Dimension
- gleichförmig: in gleichen Zeitintervallen werden gleiche Distanzen zurückgelegt: $\Delta t \sim \Delta s$
- mathematische Funktion $\Delta s = v\Delta t$, $v = const.$
- $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ Geschwindigkeit
- Einheit: $[v] = \frac{[\Delta s]}{[\Delta t]} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

2.1.1 Ort-Zeit Diagramm

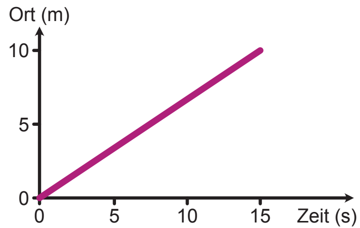
Start	Ziel	Differenz
Ort s_1	Ort s_2	$\Delta s = s_2 - s_1$
Zeit t_1	Zeit t_2	$\Delta t = t_2 - t_1$



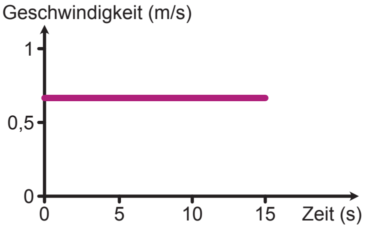


2.1.1 Ort-Zeit Diagramm

Start	Ziel	Differenz
Ort s_1	Ort s_2	$\Delta s = s_2 - s_1$
Zeit t_1	Zeit t_2	$\Delta t = t_2 - t_1$



- v im Diagramm: Steigung im Steigungsdreieck
- funktioneller Zusammenhang: $s(t) = s_0 + vt$
- s_0 Startposition bei $t = 0$



Übungsaufgabe 2.1: Mittlere Geschwindigkeit

Ausbreitungsgeschwindigkeiten

Wachstum Fingernagel	1 nm/s
Wachstum Haar	3 nm/s
Blutsenkung Mann	1,4µm/s
Blutsenkung Frau	2,4 µm/s
Gletscher	6 µm/s
Kapillarströmung Blut	0,5 mm/s
Sprinter	10 m/s
Schwalbe	18 m/s
Punkt am Äquator	466 m/s
Luftmolekül bei 20°	≈ 500 m/s
Fluchtgeschwindigkeit	11 km/s
Erde um Sonne	30 km/s

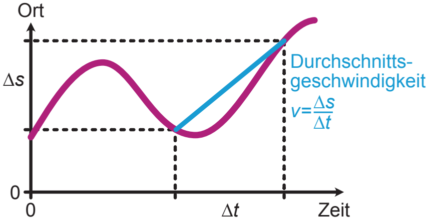
Licht	299 792, 458 km/s
Schall in Luft	330 m/s
Schall in Wasser	1480 m/s
Nervenreizleitung	1-120 m/s

2.1.2 Nicht gleichförmige Bewegung

- alle Bewegungen in denen das Ort-Zeit-Diagramm keine Gerade ist

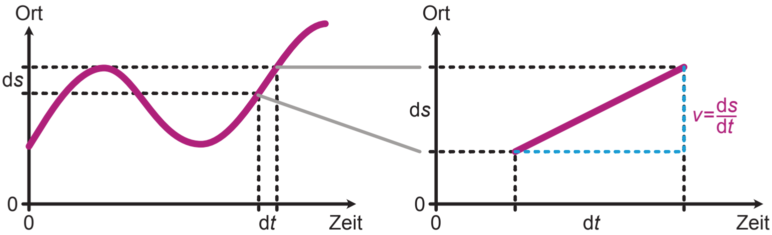
2.1.2 Nicht gleichförmige Bewegung

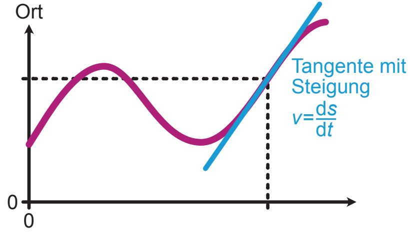
- alle Bewegungen in denen das Ort-Zeit-Diagramm keine Gerade ist
- können wir trotzdem eine Geschwindikeit angeben?
  $\rightarrow$ Durchschnittsgeschwindigkeit
- Beispiel Autofahrt



Übungsaufgabe 2.2: Durchschnittsgeschwindigkeit

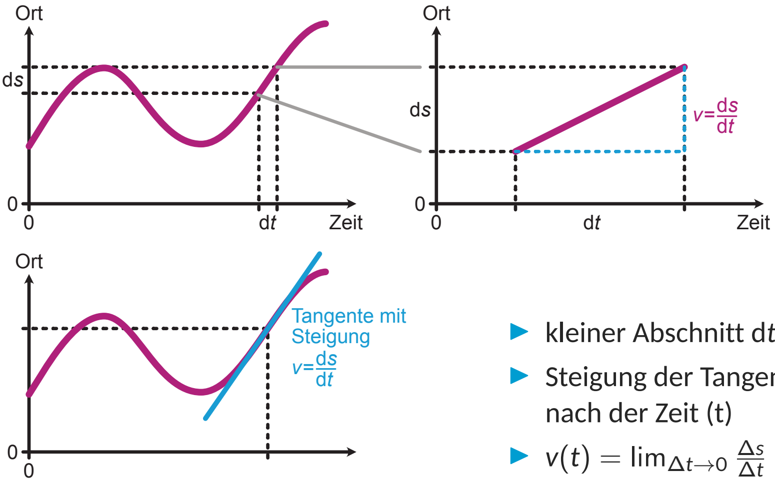
2.1.2 Momentangeschwindigkeit





- kleiner Abschnitt dt: $\rightarrow$ Tangente

2.1.2 Momentangeschwindigkeit



- kleiner Abschnitt dt: $\rightarrow$ Tangente
- Steigung der Tangente ist die Ableitung von $s(t)$ nach der Zeit (t)
- $v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dot{s}$

Ableitungsregeln

Potenzregel:

$$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

speziell:

$$f(x) = c \rightarrow f'(x) = 0$$

Faktorenregel:

$$f(x) = cg(x) \rightarrow f'(x) = cg'(x)$$

2.1.3 Beschleunigung

- Änderung der Geschwindigkeit

2.1.3 Beschleunigung

- Änderung der Geschwindigkeit
- Beispiel Autorennen: Start $v_1 = 0$, Ziel $v_2 = 100\frac{\text{km}}{\text{h}} = 360\frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Annahme: gleichmäßige Änderung $\Delta v = a \cdot \Delta t$

2.1.3 Beschleunigung

- Änderung der Geschwindigkeit
- Beispiel Autorennen: Start $v_1 = 0$, Ziel $v_2 = 100\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 360\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Annahme: gleichmäßige Änderung $\Delta v = a \cdot \Delta t$
- Beschleunigung $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- Einheit $[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Übungsaufgabe 2.3: Beschleunigung

2.1.3 Momentane Beschleunigung

- Analog zur momentanen Geschwindigkeit
- Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit

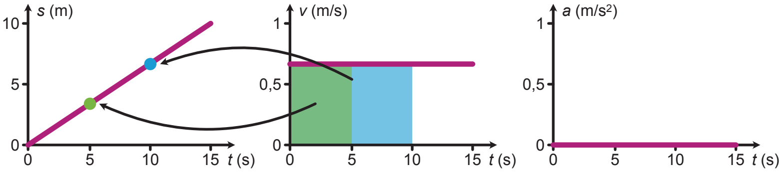
2.1.3 Momentane Beschleunigung

- Analog zur momentanen Geschwindigkeit
- Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit
- $a(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dot{v}$
- $a(t) = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{s}$

2.1.3 Momentane Beschleunigung

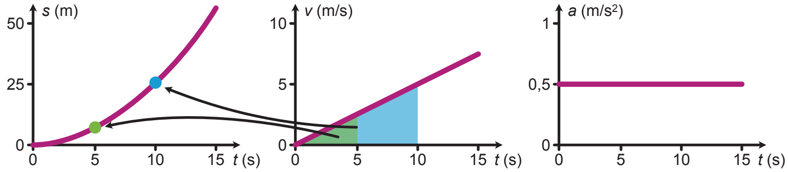
- Analog zur momentanen Geschwindigkeit
- Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit
- $a(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dot{v}$
- $a(t) = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{s}$
- Krümmung der Kurve im Ort-Zeit-Diagramm

2.1.3 Keine Beschleunigung

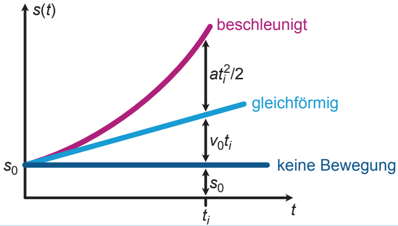


- keine Beschleunigung $\rightarrow$ gleichförmige Bewegung
- die Fläche unter der Kurve ist die zurückgelegte Strecke

2.1.3 Gleichförmig beschleunigte Bewegung



- konstante Beschleunigung a
- $\Delta s = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$
- allgemein $s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$



Universität Münster

TED 20-2.8-H02

Ein Körper bewegt sich mit der konstanten negativen Beschleunigung $a = -1\text{ms}^{-2}$ auf einer Geraden. Seine Anfangsgeschwindigkeit beträgt $v_0 = 1\text{ms}^{-1}$.
Welche der Kurven A-E zeigt den zugehörigen Geschwindigkeit - Zeit Zusammenhang?

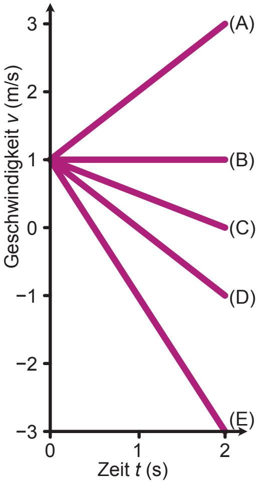
A A

B B

C C

D D

E E



TED 20-2.8-H02

Ein Körper bewegt sich mit der konstanten negativen Beschleunigung $a = -1\mathrm{ms}^{-2}$ auf einer Geraden. Seine Anfangsgeschwindigkeit beträgt $v_0 = 1\mathrm{ms}^{-1}$.
Welche der Kurven A-E zeigt den zugehörigen Geschwindigkeit - Zeit Zusammenhang?

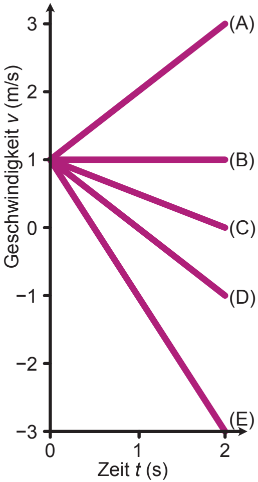
A A

B B

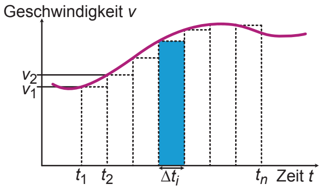
C C

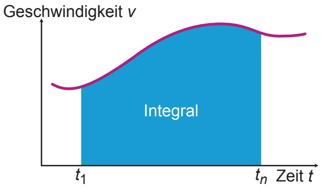
D **D**

E E



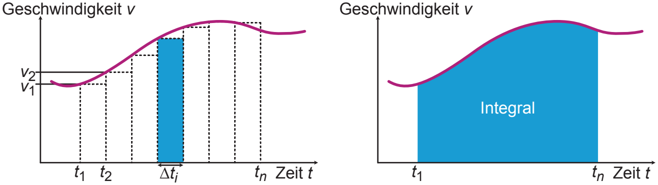
2.1.3 Bewegung mit nicht konstanter Beschleunigung





- Bestimmung der zurückgelegten Fläche über das Integral

2.1.3 Bewegung mit nicht konstanter Beschleunigung



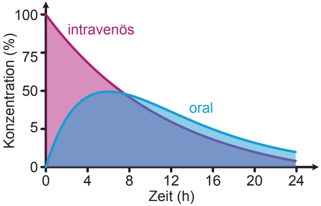
- Bestimmung der zurückgelegten Fläche über das Integral
- $s \approx \sum_{i=1}^{n} v_i \Delta t$
- $s = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{i=1}^{n} v_i \Delta t_i = \int\limits_{t_1}^{t_2} v(t) \mathrm{d}t$

Pharmakokinetik

Berechnung einer Konzentration - Zeitkurve eines Pharmakons im Blut

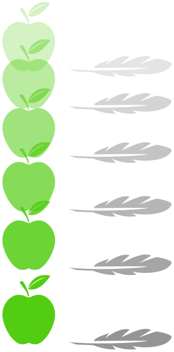
Pharmakokinetik: z.B. intravenöse (iv) oder orale (po) Ausscheidungskinetik

Fläche unter der Kurve (AUC *areas under the curve*) drückt Bioverfügbarkeit eines Pharmakons aus



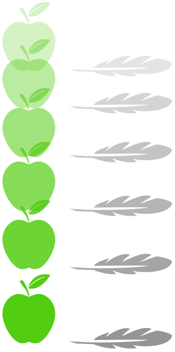
2.1.4 Einfluss der Erdbeschleunigung

- konstante Beschleunigung $a = g$: Erdbeschleunigung
- Beispiel: Freier Fall



2.1.4 Einfluss der Erdbeschleunigung

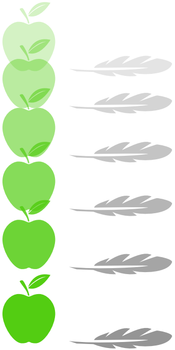
- konstante Beschleunigung $a = g$: Erdbeschleunigung
- Beispiel: Freier Fall
- Starthöhe $s_0 = h$ und keine Startgeschwindigkeit $v_0 = 0$:



$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

2.1.4 Einfluss der Erdbeschleunigung

- konstante Beschleunigung $a = g$: Erdbeschleunigung
- Beispiel: Freier Fall
- Starthöhe $s_0 = h$ und keine Startgeschwindigkeit $v_0 = 0$:



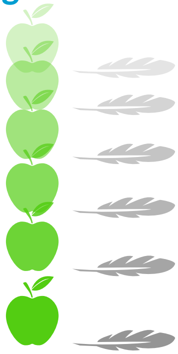
$$s(t) = s_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2$$

$$\begin{aligned} s(t) &= h + 0 \cdot t + \frac{1}{2}(-g)t^2 \\ &= h - \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}$$

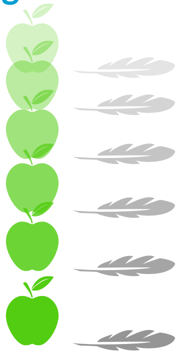
Übungsaufgabe 2.4: Freier Fall

2.1.4 Messung der Erdbeschleunigung

- Freier Fall
- Starthöhe $s_0 = h$ und keine Startgeschwindigkeit $v_0 = 0$



2.1.4 Messung der Erdbeschleunigung

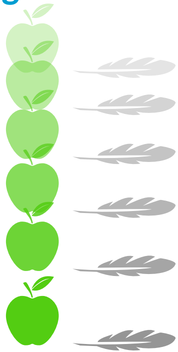


- Freier Fall
- Starthöhe $s_0 = h$ und keine Startgeschwindigkeit $v_0 = 0$

Ankunft am Boden?

$$0 = h - \frac{1}{2} g t_{\mathrm{Fall}}^2$$
$$\Leftrightarrow g = 2 \frac{h}{t_{\mathrm{Fall}}^2}$$

2.1.4 Messung der Erdbeschleunigung



- Freier Fall
- Starthöhe $s_0 = h$ und keine Startgeschwindigkeit $v_0 = 0$

Ankunft am Boden?

$$0 = h - \frac{1}{2} g t_{\mathrm{Fall}}^2$$
$$\Leftrightarrow g = 2\frac{h}{t_{\mathrm{Fall}}^2}$$

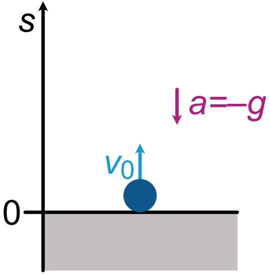
Genauere Messungen der Erdbeschleunigung ergeben:

$g = 9,81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Senkrechter Wurf

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Startort $s_0 = 0$, die Abwurfgeschwindigkeit $v_0 \neq 0$ und $a = -g$



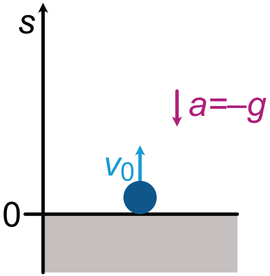
Senkrechter Wurf

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

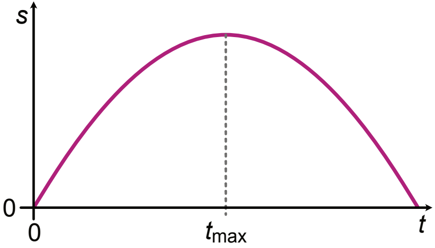
Startort $s_0 = 0$, die Abwurfgeschwindigkeit $v_0 \neq 0$ und $a = -g$

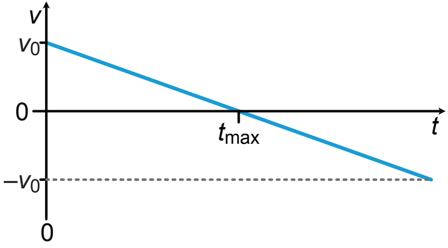
$$s(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v(t) = \dot{s} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v_0 - gt$$

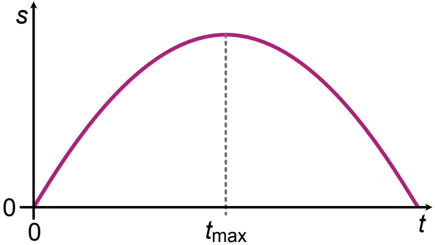


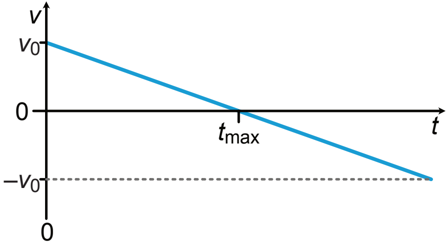
Senkrechter Wurf- Höchster Punkt





Senkrechter Wurf- Höchster Punkt



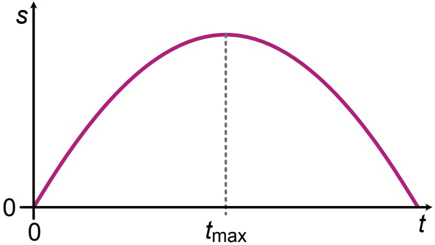


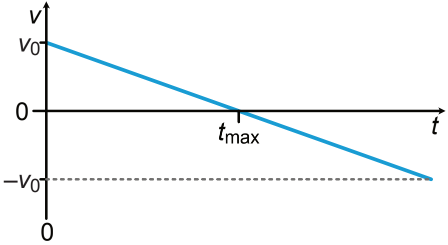
$$v(t_{\max}) = 0$$

$$v_0 = g t_{\max}$$

$$\Leftrightarrow t_{\max} = \frac{v_0}{g}$$

Senkrechter Wurf- Höchster Punkt





$$v(t_{\max}) = 0$$

$$v_0 = g t_{\max}$$

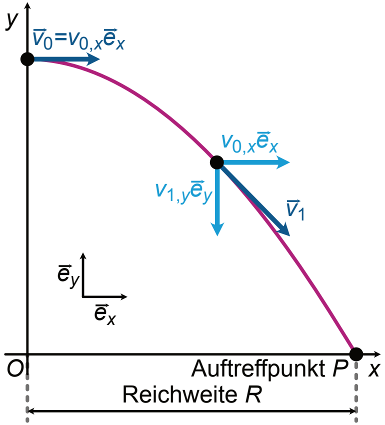
$$\Leftrightarrow t_{\max} = \frac{v_0}{g}$$

$$s(t_{\max}) = v_0 t_{\max} - \frac{1}{2} g t_{\max}^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$$

Waagerechter Wurf

Bewegung in 2D $\rightarrow$ nicht mehr gradlinig

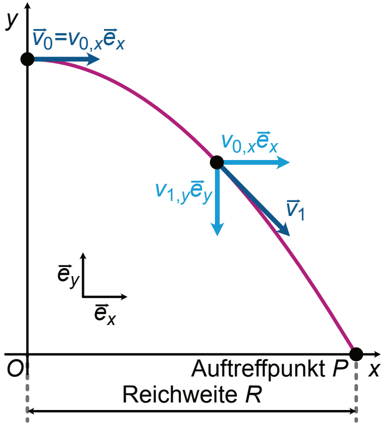


Waagerechter Wurf

Bewegung in 2D $\rightarrow$ nicht mehr gradlinig

Richtung 1, x: gleichförmige Bewegung mit $v_x = v_0$

Richtung 2, y: gleichmäßig beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit $v_y = 0$ (freier Fall)



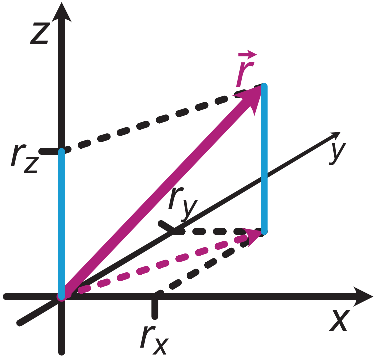
Vektorielle Beschreibung

Schreibweise:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix}$$

Länge des Vektors

$$|\vec{r}\,| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$$

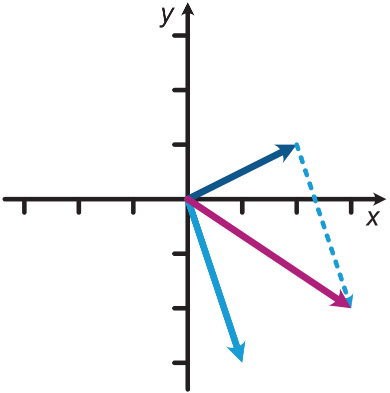


Vektor: Addition

Addition von Vektoren erfolgt komponentenweise: :

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$$

Addition durch aneinander hängen der Vektorpfeile.



Vektor: Skalarmultiplikation

$$c \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} c \cdot a_x \\ c \cdot a_y \\ c \cdot a_z \end{pmatrix}$$

Das bedeutet, dass die Länge des Vektor skaliert wird.

Vektor: Ableitung

Ableitungen erfolgen in jeder Komponente

$$\dot{\vec{r}} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} \frac{\mathrm{d}r_x}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}r_y}{\mathrm{d}t} \\ \frac{\mathrm{d}r_z}{\mathrm{d}t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{r}_x \\ \dot{r}_y \\ \dot{r}_z \end{pmatrix}$$

TED 20-1.3-H97

Eine mögliche Komponentenzerlegung des Vektors $\vec{F}_4$ der Abbildung ist:

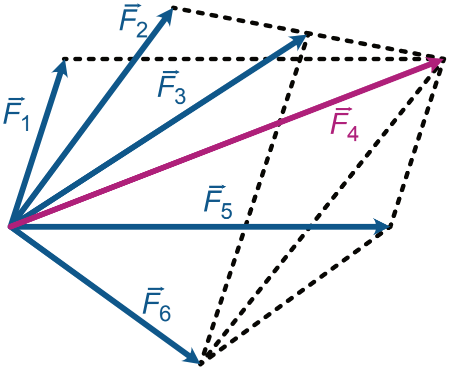
A $\vec{F}_3, \vec{F}_5$

B $\vec{F}_2, \vec{F}_5$

C $\vec{F}_1, \vec{F}_6$

D $\vec{F}_1, \vec{F}_5$

E $\vec{F}_2, \vec{F}_6$



TED 20-1.3-H97

Eine mögliche Komponentenzerlegung des Vektors $\vec{F}_4$ der Abbildung ist:

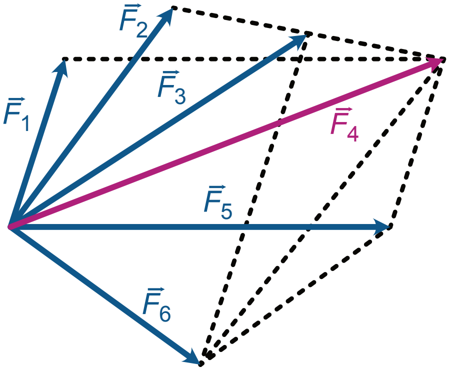
A $\vec{F}_3, \vec{F}_5$

B $\vec{F}_2, \vec{F}_5$

C $\vec{F}_1, \vec{F}_6$

D $\vec{F}_1, \vec{F}_5$

E $\vec{F}_2, \vec{F}_6$



TED 20-1.2-F91

Welche Größe ist ein Vektor?

A Arbeit

B Temperatur

C Masse

D Geschwindigkeit

E Zeit

TED 20-1.2-F91

Welche Größe ist ein Vektor?

A Arbeit

B Temperatur

C Masse

D **Geschwindigkeit**

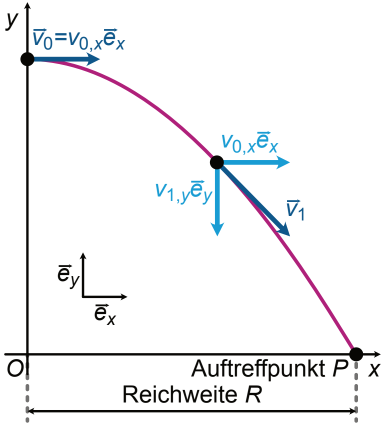
E Zeit

Waagerechter Wurf

Bewegung in 2D $\rightarrow$ nicht mehr gradlinig

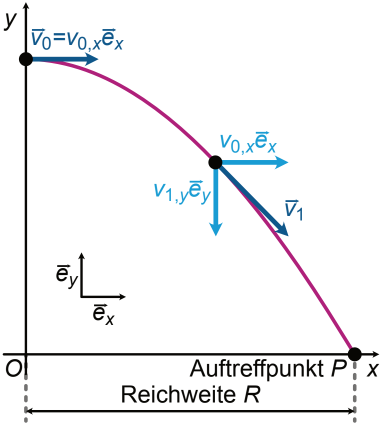
Richtung 1, x: gleichförmige Bewegung mit $v_x = v_0$

Richtung 2, y: gleichmäßig beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit $v_y = 0$ (freier Fall)



Waagerechter Wurf

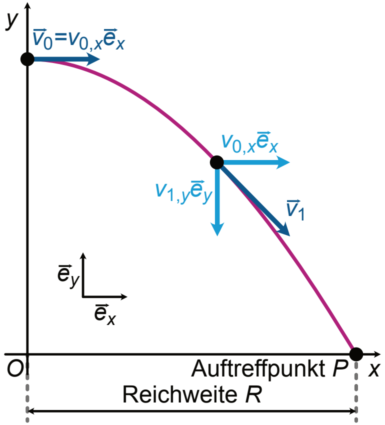
$$\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$



Waagerechter Wurf

$$\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{s}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$



Waagerechter Wurf

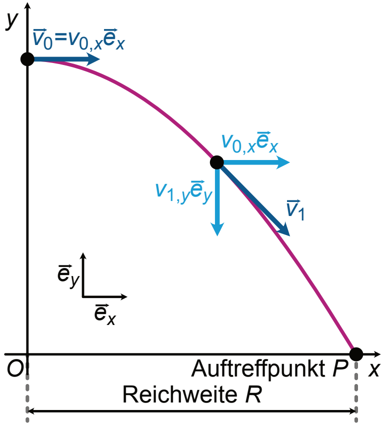
$$\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{s}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

mit Anfangsbedingungen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_0 t \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{g}{2}t^2 \end{pmatrix}$$

wir suchen y(x)

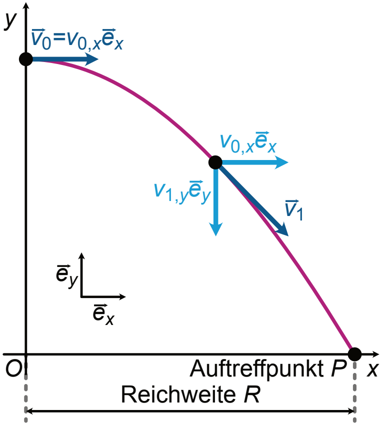


Waagerechter Wurf

wir suchen y(x): mit

$$x = v_0 \cdot t \qquad \Big| : v_0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{x}{v_0}$$



Waagerechter Wurf

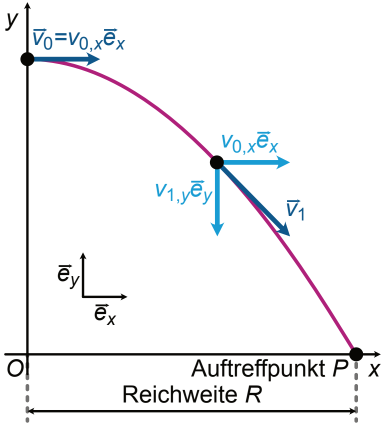
wir suchen y(x): mit

$$x = v_0 \cdot t \qquad \Big| : v_0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{x}{v_0}$$

folgt

$$y = h - \frac{g}{2}t^2 = h - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h$$



Waagerechter Wurf

wir suchen y(x): mit

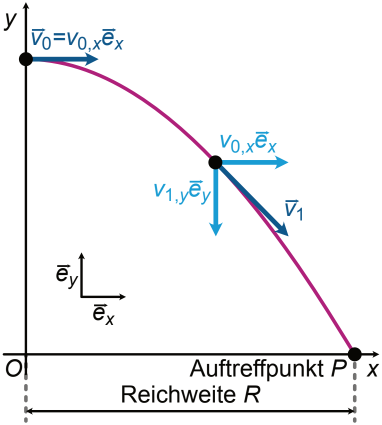
$$x = v_0 \cdot t \qquad \Big| : v_0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{x}{v_0}$$

folgt

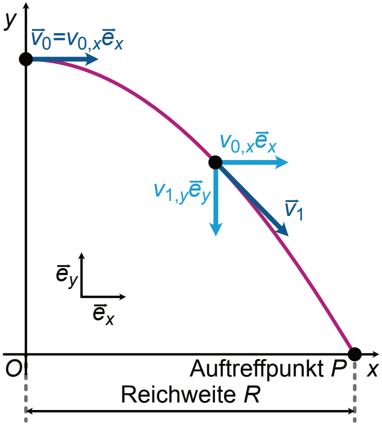
$$y = h - \frac{g}{2}t^2 = h - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h$$

$y(x)$ beschreibt eine Parabel.



Waagerechter Wurf

Wo ist $y(x) = 0$?
wo trifft die Masse auf den Boden?

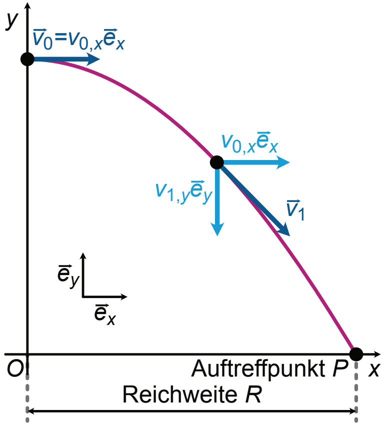


Waagerechter Wurf

Wo ist $y(x) = 0$?
wo trifft die Masse auf den Boden?

$$y(x) = 0 = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h$$

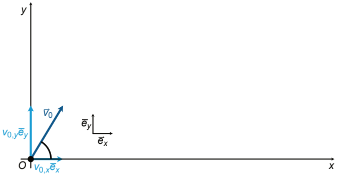
$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{2h}{g}}v_0$$

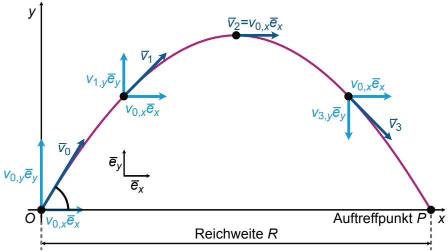


Wurfparabel - schräger Wurf

Experiment

$$x(t) = v_{x,0}t$$
$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{y,0}t$$





Wurfparabel - schräger Wurf

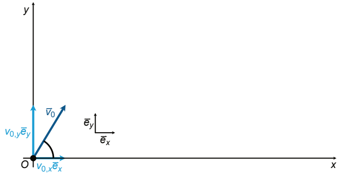
$$x(t) = v_{x,0} t$$

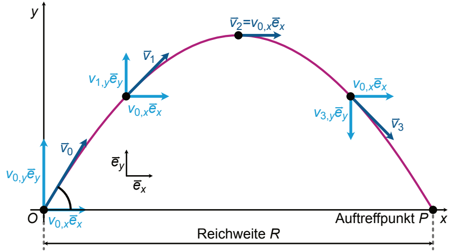
$$y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{y,0} t$$

Anfangsgeschwindigkeiten in x- und y-Richtung

$$v_{x,0} = v_0 \cos(\alpha)$$
$$v_{y,0} = v_0 \sin(\alpha)$$

Abwurfwinkel α

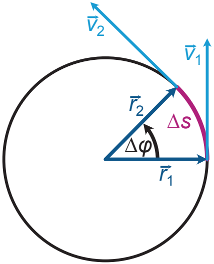




2.1.5 Kreisbewegung

gleichförmige Kreisbewegung:

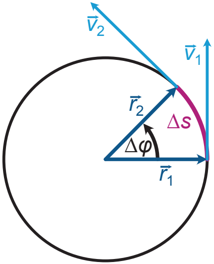
- jede Umrundung dauert gleich lange
- Richtung der Geschwindigkeit ändert sich ständig!



2.1.5 Kreisbewegung

gleichförmige Kreisbewegung:

- jede Umrundung dauert gleich lange
- Richtung der Geschwindigkeit ändert sich ständig!
- Sinnvollere Beschreibung: Drehwinkel φ
- Abstand zum Mittelpunkt r bleibt konstant



2.1.5 Bahngeschwindigkeit

Geschwindigkeitsvektor immer tangential

$$v_{\mathrm{Bahn}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow v_{\mathrm{Bahn}} = \dot{s}$$

2.1.5 Bahngeschwindigkeit

Geschwindigkeitsvektor immer tangential

$$v_{\mathrm{Bahn}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$
$$\Rightarrow v_{\mathrm{Bahn}} = \dot{s}$$

Zusammenhang zwischen Δs und $\Delta\varphi$ ist die Bogenlänge

$$\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$$
$$\Leftrightarrow \Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r}$$

2.1.5 Bahngeschwindigkeit

Geschwindigkeitsvektor immer tangential

$$v_{\mathrm{Bahn}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$
$$\Rightarrow v_{\mathrm{Bahn}} = \dot{s}$$

Zusammenhang zwischen Δs und $\Delta\varphi$ ist die Bogenlänge

$$\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$$
$$\Leftrightarrow \Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r}$$

Einheit

$$[\Delta\varphi] = \frac{[\Delta s]}{[r]} = \frac{m}{m} = 1$$

keine Einheit. Das ist auch sinnvoll da sie periodisch sind $0° = 360°$!

2.1.5 Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \omega = \dot{\varphi} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$$

2.1.5 Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \omega = \dot{\varphi} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$$

Einheit

$$[\omega] = \frac{[\Delta\varphi]}{[\Delta t]} = \frac{1}{s} = s^{-1}$$

2.1.5 Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$
$$\Rightarrow \omega = \dot{\varphi} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$$

Einheit

$$[\omega] = \frac{[\Delta\varphi]}{[\Delta t]} = \frac{1}{s} = s^{-1}$$

Zusammenhang mit Bahngeschwindigkeit

$$v_{\mathrm{Bahn}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = r \cdot \omega$$

2.1.5 Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \omega = \dot{\varphi} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$$

Einheit

$$[\omega] = \frac{[\Delta\varphi]}{[\Delta t]} = \frac{1}{s} = s^{-1}$$

Zusammenhang mit Bahngeschwindigkeit

$$v_{\mathrm{Bahn}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = r \cdot \omega$$

Beschreibung der Kreisbahn durch den Winkel:

$$\varphi(t) = \omega \cdot t \; (+\varphi_0)$$

Übungsaufgabe 2.5: Winkel umrechnen

2.1.5 Umlaufzeit

$s = v_{\mathrm{Bahn}} t$ und Kreisumfang $2\pi r$

$$
\begin{aligned}
2\pi r &= vT \\
\Leftrightarrow T &= \frac{2\pi r}{v} \qquad \Big| v = r\omega \\
\Rightarrow T &= \frac{2\pi {\color{red} r}}{{\color{red} r}\omega} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}
\end{aligned}
$$

2.1.5 Umlaufzeit

$s = v_{\mathrm{Bahn}} t$ und Kreisumfang $2\pi r$

$$2\pi r = vT$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{2\pi r}{v} \qquad \Big| v = r\omega$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi r}{r\omega} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

Definition **Frequenz:** $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

Einheit $[f] = \left[\frac{1}{T}\right] = \left[\frac{1}{s}\right] = \mathrm{Hz} \quad (\mathrm{Hertz})$

2.1.5 Beispiel Bohrer Zahnarzt

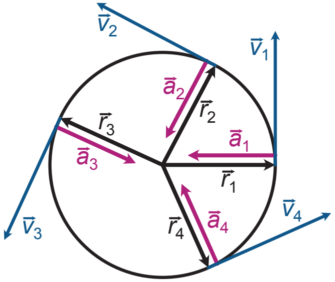
Übungsaufgabe 2.6: Winkelgeschwindigkeit

Beispiel: Bohrer beim Zahnarzt
Durchmesser 1 mm, Drehfrequenz $f = 400.000\,\frac{1}{\mathrm{min}}$.
Schnittgeschwindigkeit (Bahngeschwindigkeit)

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{Bahn}} &= r \cdot \omega = r 2\pi f \\ &= 0,5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \cdot 2\pi \frac{400.000}{60\,\mathrm{s}} \\ &= 20,9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 75\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{aligned}$$

2.1.5 Zentripetalbeschleunigung

- Kreisbewegung ist nicht gradlinig $\rightarrow$ Richtung der Geschwindigkeit ändert sich ständig

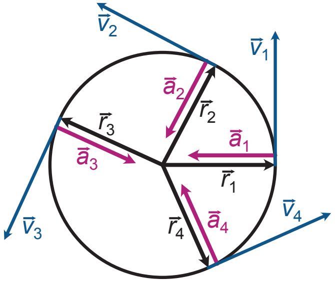


2.1.5 Zentripetalbeschleunigung

- Kreisbewegung ist nicht gradlinig $\rightarrow$ Richtung der Geschwindigkeit ändert sich ständig

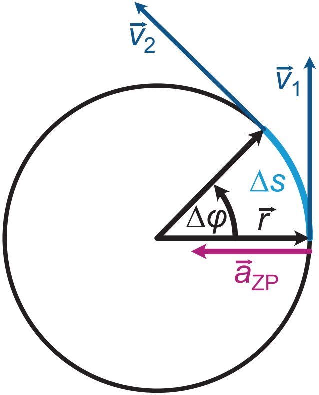
- Die Beschleunigung, die eine Masse auf einer konstanten Kreisbahn hält heißt **Zentripetalbeschleunigung**

$$\vec{a}_{\mathrm{ZP}} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{v}}$$



2.1.5 Zentripetalbeschleunigung Richtung

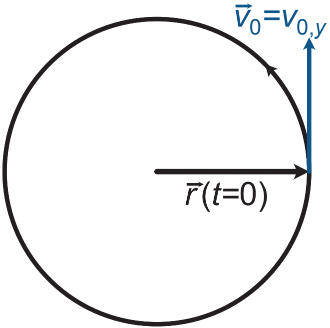
- $\vec{a}_{\mathrm{ZP}} \perp \vec{v}$ (senkrecht) an jedem Punkt der Kreisbahn
  $\rightarrow$ sonst würde sich der Betrag von $\vec{v}$ ändern
- $\vec{v}$ tangential zur Bewegung $\rightarrow$ $\vec{a}_{\mathrm{ZP}}$ zeigt radial nach Innen



2.1.5 Zentripetalbeschleunigung Betrag

Annahme: Masse zum Zeitpunkt $t = 0$ am rechten Punkt des Kreises

$$\vec{r}(t=0) = \begin{pmatrix} r \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



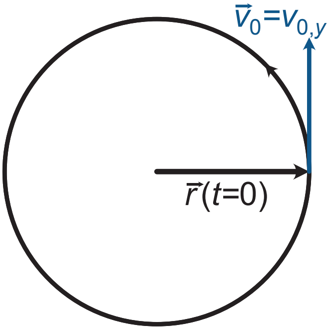
2.1.5 Zentripetalbeschleunigung Betrag

Annahme: Masse zum Zeitpunkt $t = 0$ am rechten Punkt des Kreises

$$\vec{r}(t=0) = \begin{pmatrix} r \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Anfangsgeschwindigkeit

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_{0,y} \end{pmatrix} = v_{0,y} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



2.1.5 Zentripetalbeschleunigung Betrag

Annahme: Masse zum Zeitpunkt $t = 0$ am rechten Punkt des Kreises

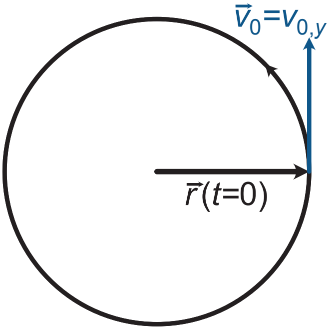
$$\vec{r}(t=0) = \begin{pmatrix} r \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Anfangsgeschwindigkeit

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_{0,y} \end{pmatrix} = v_{0,y} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Kreisbewegung (mit $\varphi_0 = 0$)

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

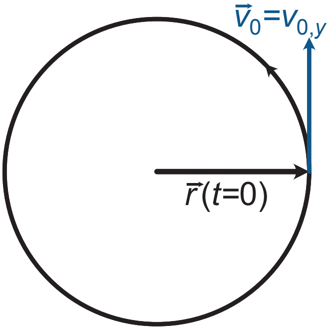


2.1.5 Zentripetalbeschleunigung Betrag

Über Ableitung:

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = r\omega \begin{pmatrix} -\sin(\omega t) \\ \cos(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \vec{a}_{\mathrm{ZP}}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t) = r\omega^2 \begin{pmatrix} -\cos(\omega t) \\ -\sin(\omega t) \end{pmatrix} = -\omega^2 \vec{r}$$



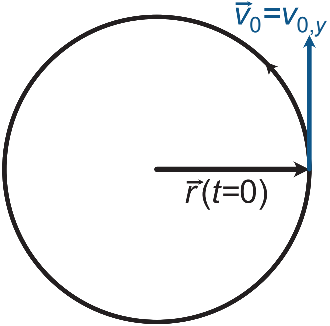
Übungsaufgabe 2.7: Zentrifugalbeschleunigung
Übungsaufgabe 2.8: Bahngeschwindigkeit

2.1.5 Zentripetalbeschleunigung Betrag

Über Ableitung:

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = r\omega \begin{pmatrix} -\sin(\omega t) \\ \cos(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \vec{a}_{\mathrm{ZP}}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t) = r\omega^2 \begin{pmatrix} -\cos(\omega t) \\ -\sin(\omega t) \end{pmatrix} = -\omega^2 \vec{r}$$



Betrag der Zentripetalbeschleunigung
$\left|\vec{a}_{\mathrm{ZP}}\right| = \left|-\omega^2 \vec{r}\right| = \omega^2 r$

Übungsaufgabe 2.7: Zentrifugalbeschleunigung
Übungsaufgabe 2.8: Bahngeschwindigkeit

Drehbewegung: Größen und Einheiten

Winkelbeschreibung

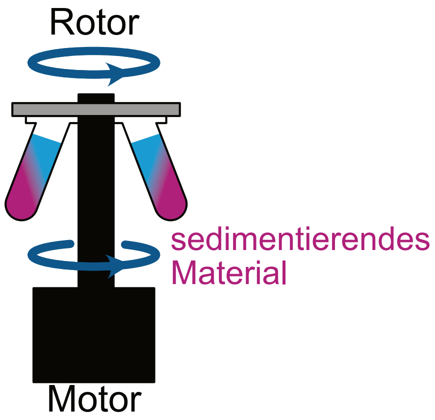
Name der Größe	Symbol	Zusammenhang	SI-Einheit
Positionswinkel	φ		rad
Winkelgeschwindigkeit	ω	$\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$	s^{-1}
Winkelbeschleunigung	α	$\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$	s^{-2}
Umlaufdauer	T	$2\pi/\omega$	s
Drehfrequenz	f	$1/T$	s^{-1}

Drehbewegung: Größen und Einheiten

Bahnbeschreibung

Name der Größe	Symbol	Zusammenhang	SI-Einheit
Bogenlänge	s	$r\varphi$	m
Bahngeschwindigkeit	v	$r\omega$	ms^{-1}
Zentripetalbeschleunigung	a_{ZP}	$r\omega^2 = v^2/r$	ms^{-2}

Zentrifuge



TED 20-2.9-H00

In einem Zentrifugenröhrchen befinden sich im Abstand $r = 10$ cm von der Drehachse der Zentrifuge Makromoleküle der Masse m, die eine Radialbeschleunigung von $10^5 \cdot g$ (mit $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) erfahren sollen.

Etwa mit welcher Drehfrequenz (Umdrehungen pro Sekunde, Drehzahl) muss die Zentrifuge rotieren ($4\pi^2 \approx 40$)?

A $10 \cdot \sqrt{5}\ \text{s}^{-1}$

B $5 \cdot 10^2\ \text{s}^{-1}$

C $2 \cdot 10^3\ \text{s}^{-1}$

D $5 \cdot 10^3\ \text{s}^{-1}$

E $2,5 \cdot 10^5\ \text{s}^{-1}$

TED 20-2.9-H00

In einem Zentrifugenröhrchen befinden sich im Abstand $r = 10$ cm von der Drehachse der Zentrifuge Makromoleküle der Masse m, die eine Radialbeschleunigung von $10^5 \cdot g$ (mit $g \approx 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$) erfahren sollen.

Etwa mit welcher Drehfrequenz (Umdrehungen pro Sekunde, Drehzahl) muss die Zentrifuge rotieren ($4\pi^2 \approx 40$)?

A $10 \cdot \sqrt{5}\ \mathrm{s}^{-1}$

B $5 \cdot 10^2\ \mathbf{s}^{-1}$

C $2 \cdot 10^3\ \mathrm{s}^{-1}$

D $5 \cdot 10^3\ \mathrm{s}^{-1}$

E $2,5 \cdot 10^5\ \mathrm{s}^{-1}$

2.2 Dynamik des Massenpunktes

Bisher: Beschreibung der Bewegung von Massenpunkten (Kinematik).

Jetzt: Ursache von Bewegungsänderungen, den **Kräften** (Dynamik)

2.2.1 Newtonsche Axiome

1. Newton'sches Axiom: Trägheitsgesetz

Ein Körper verbleibt im Zustand der Ruhe oder der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung solange keine Kraft auf ihn wirkt, oder die Summe der angreifenden Kräfte Null ist.

$$\vec{v} = \mathrm{const.} \qquad \text{für} \qquad \vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = 0$$

2.2.1 Newtonsche Axiome

2. Newton'sches Axiom: Aktionsprinzip

Wirkt eine resultierende äußere Kraft auf einen beweglichen Körper, so verursacht sie eine Beschleunigung $\vec{a}$ (oder Verzögerung). Es gilt:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Grundgesetzt der Dynamik.

Einheit für die Kraft:

$$\left[\vec{F}\right] = [m] \cdot [\vec{a}] = \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{N} \quad (\text{Newton})$$

2.2.1 Newtonsche Axiome

Wir können die Kraft auch schreiben als

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{p}}$$

mit dem **Impuls**

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

2.2.1 Newtonsche Axiome

Wir können die Kraft auch schreiben als

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{p}}$$

mit dem **Impuls**

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Einheit für den Impuls:

$$[\vec{p}] = [m] \cdot [\vec{v}] = \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Der Impuls ist eine **Erhaltungsgröße**

3. Newton’sches Axiom: Reaktionsprinzip

Es gilt

$$\boxed{\text{actio} = \text{reactio}} \tag{1}$$

Übt ein Körper eine Kraft auf einen anderen aus, erfährt er dieselbe Kraft in umgekehrter Richtung durch den zweiten Körper.

3. Newton'sches Axiom: Reaktionsprinzip

Es gilt

$$\boxed{\text{actio} = \text{reactio}} \tag{1}$$

Übt ein Körper eine Kraft auf einen anderen aus, erfährt er dieselbe Kraft in umgekehrter Richtung durch den zweiten Körper.

Beispiel: Gewichtskraft und Gravitationsgesetz

$\vec{F}_{\mathrm{G}} = m\vec{g}$

Mit $m = 1\,\mathrm{kg}$: $F_{\mathrm{G}} = 1\,\mathrm{kg} \cdot 9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 9,81\,\mathrm{N}$.

TED 20-2.15-H06

Ein auf der Rückback eines PKW festgeschnalltes Kind (25 kg) kommt bei einem Frontalzusammenstoß des PKW in nur 0,1 s von einer Geschwindigkeit von 72 km/h (20 m/s) mit konstanter Verzögerung zum Stillstand. Der Betrag der Kraft, mit der das Kind in die Sicherheitsgurte gepresst wird, ist F. Der Betrag der Gewichtskraft des Kindes ist G.

Um welchen Faktor ist F größer als G?

A $F/G \approx 2$

B $F/G \approx 4$

C $F/G \approx 12{,}5$

D $F/G \approx 20$

E $F/G \approx 100$

TED 20-2.15-H06

Ein auf der Rückback eines PKW festgeschnalltes Kind (25 kg) kommt bei einem Frontalzusammenstoß des PKW in nur 0,1 s von einer Geschwindigkeit von 72 km/h (20 m/s) mit konstanter Verzögerung zum Stillstand. Der Betrag der Kraft, mit der das Kind in die Sicherheitsgurte gepresst wird, ist F. Der Betrag der Gewichtskraft des Kindes ist G.

Um welchen Faktor ist F größer als G?

A $F/G \approx 2$

B $F/G \approx 4$

C $F/G \approx 12{,}5$

D **$F/G \approx 20$**

E $F/G \approx 100$

2.2.1 Gravitationsgesetz

Anziehungskraft zwischen zwei Massen m_1 und m_2 im Abstand r

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

mit $\gamma = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$ (Gravitationskonstante) und Erdradius $r_{\mathrm{E}} = 6380$ km

2.2.1 Gravitationsgesetz

Anziehungskraft zwischen zwei Massen m_1 und m_2 im Abstand r

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

mit $\gamma = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$ (Gravitationskonstante) und Erdradius $r_\mathrm{E} = 6380$ km

$$F_\mathrm{G} = m_1 g$$
$$F = \gamma m_1 \frac{m_2}{r^2}$$

2.2.1 Gravitationsgesetz

Anziehungskraft zwischen zwei Massen m_1 und m_2 im Abstand r

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

mit $\gamma = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$ (Gravitationskonstante) und Erdradius $r_\mathrm{E} = 6380$ km

$$F_\mathrm{G} = m_1 g$$

$$F = \gamma m_1 \frac{m_2}{r^2}$$

$m_2 = m_\mathrm{E}$ Erdmasse, m_1 kleine Masse auf der Erde ist

$$m_1 g = \gamma m_1 \frac{m_\mathrm{E}}{r_\mathrm{E}^2}$$

2.2.1 Gravitationsgesetz

Bestimmung der Erdmasse

$$
\begin{aligned}
m_{\mathrm{E}} &= \frac{g r_{\mathrm{E}}^2}{\gamma} \\
&= \frac{9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 6,38^2 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}^2}{6,673 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}} \\
&= 59,8 \cdot 10^{12} \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{m\,kg}^2\;\mathrm{m}^2}{\mathrm{Ns}^2\;\mathrm{m}^2} \\
&= 5,98 \cdot 10^{24}\,\frac{\mathrm{m\,kg}^2\;\mathrm{s}^2}{\mathrm{m\,kg\,s}^2} \\
&= 5,98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}
\end{aligned}
$$

Kraft in der Kreisbewegung

Aus Kreisbewegung

$$F_{\mathrm{ZP}} = ma_{ZP} = mr\omega^2 = m\frac{v^2}{r}$$

Zentripetalkraft

Kraft in der Kreisbewegung

Aus Kreisbewegung

$$F_{\mathrm{ZP}} = ma_{\mathrm{ZP}} = mr\omega^2 = m\frac{v^2}{r}$$

Zentripetalkraft

Zentrifugalkraft = Trägheitskraft bei rotierendem Systemen
Kreisbahn ergibt sich aus Kräftegleichgewicht (Scheinkräfte)

$$F_{\mathrm{ZF}} = -F_{\mathrm{ZP}}$$

TED 20-2.9-H00

In einem Zentrifugenröhrchen befinden sich im Abstand $r = 10$ cm von der Drehachse der Zentrifuge Makromoleküle der Masse m, die eine Radialbeschleunigung von $10^5 \cdot g$ (mit $g \approx 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$) erfahren sollen.

Etwa mit welcher Drehfrequenz (Umdrehungen pro Sekunde, Drehzahl) muss die Zentrifuge rotieren ($4\pi^2 \approx 40$)?

- A $10 \cdot \sqrt{5}\,\mathrm{s}^{-1}$
- B $5 \cdot 10^2\,\mathrm{s}^{-1}$
- C $2 \cdot 10^3\,\mathrm{s}^{-1}$
- D $5 \cdot 10^3\,\mathrm{s}^{-1}$
- E $2,5 \cdot 10^5\,\mathrm{s}^{-1}$

TED 20-2.9-H00

In einem Zentrifugenröhrchen befinden sich im Abstand $r = 10$ cm von der Drehachse der Zentrifuge Makromoleküle der Masse m, die eine Radialbeschleunigung von $10^5 \cdot g$ (mit $g \approx 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$) erfahren sollen.

Etwa mit welcher Drehfrequenz (Umdrehungen pro Sekunde, Drehzahl) muss die Zentrifuge rotieren ($4\pi^2 \approx 40$)?

A $10 \cdot \sqrt{5}\ \mathrm{s}^{-1}$

B $5 \cdot 10^2\ \mathbf{s}^{-1}$

C $2 \cdot 10^3\ \mathrm{s}^{-1}$

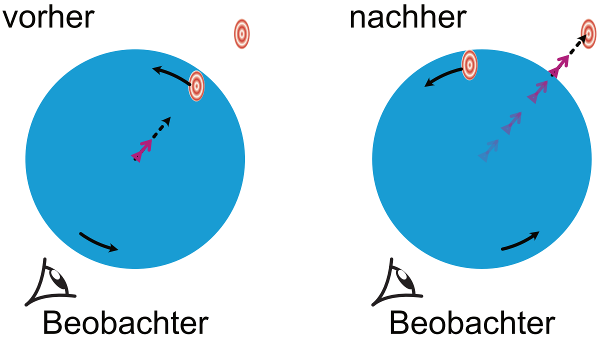
D $5 \cdot 10^3\ \mathrm{s}^{-1}$

E $2,5 \cdot 10^5\ \mathrm{s}^{-1}$

Universität Münster

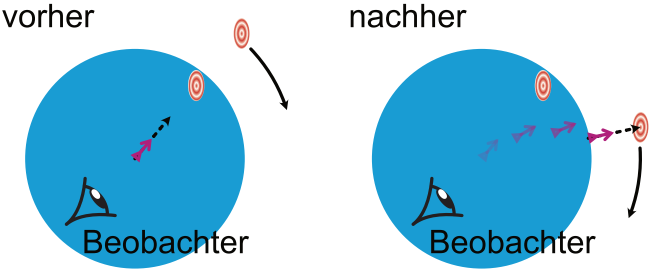
Corioliskraft bei drehender Scheibe - Scheinkraft

Beobachter im Inertialsystem



Corioliskraft bei drehender Scheibe - Scheinkraft

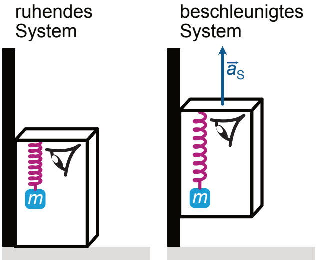
Beobachter im rotierendem System



Trägheitskraft bei Translation - Aufzug

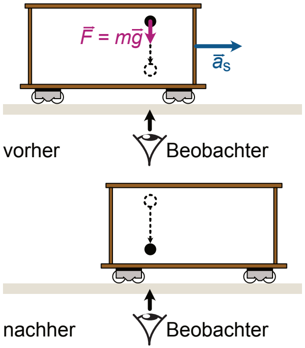
Ruhendes vs. beschleunigtes System

$\vec{F}_T = -m\vec{a}_s$



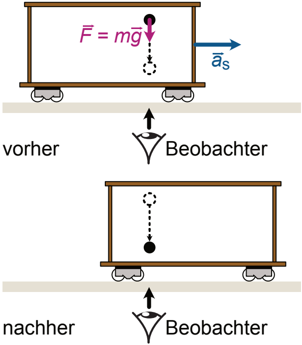
Trägheitskraft bei Translation - Zug

Fallender Ball in einem konstant beschleunigten Eisenbahnwaggon
Beobachter im Inertialsystem



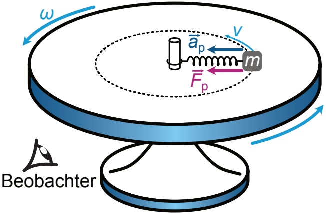
Trägheitskraft bei Translation - Zug

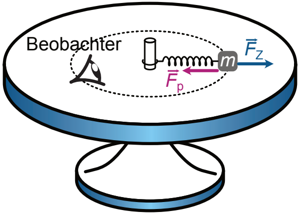
Fallender Ball in einem konstant beschleunigten Eisenbahnwaggon
Beobachter im Inertialsystem



Trägheitskraft bei Rotation

rotierende Scheibe
Inertialsystem vs. beschleunigtes System

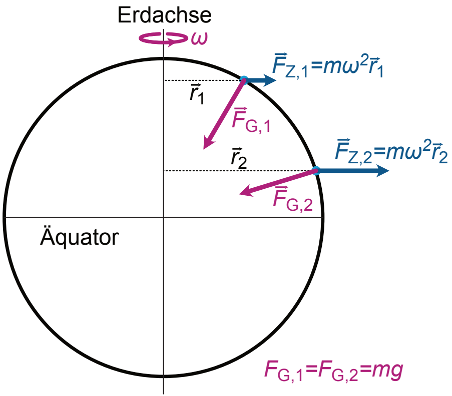




Gravitationskraft und Zentrifugalkraft: Erde

bei verschiedenen Breitengeraden

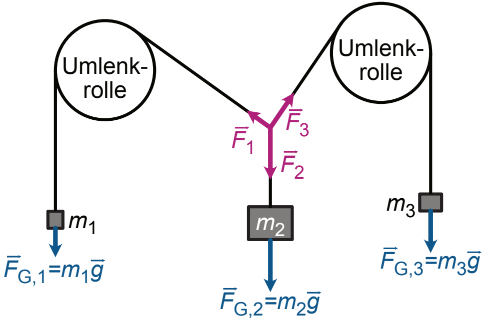
Fallbeschleunigung g:
Münster: g=9,812 m/s^2
Mexico City: g=9,779 m/s^2



Kräftegleichgewicht

Gleichgewicht mit Gewichten in Ruhe:

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ (Vektoraddition)

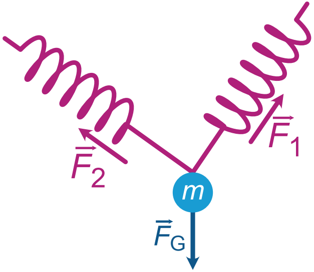


2.2.3 Zerlegung von Kräften

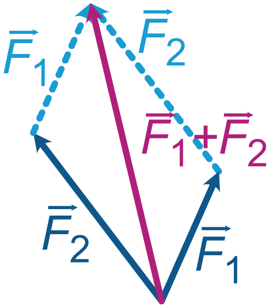
Zwei gewinkelte Federn kompensieren die Gewichtskraft
Im Gleichgewicht:

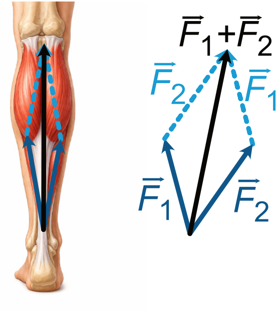
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_\mathrm{G} = 0$$
$$\Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_\mathrm{G}$$

Es gelten wieder die Regeln der Vektorrechnung



Kräfteparallelogramm





Es muss $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ konstant bleiben, also hängen die Beträge $\left|\vec{F}_1\right|$ und $\left|\vec{F}_2\right|$ von den Richtungen ab.

2.2.2 Messung von Kräften

Experiment: Masse an eine Feder führt zur Streckung. Im Gleichgewicht (2. Axiom):

$$\vec{F}_{\text{Feder}} + \vec{F}_{\text{G}} = 0$$
$$\Leftrightarrow \vec{F}_{\text{Feder}} = -\vec{F}_{\text{G}} = -m\vec{g}$$

Übungsaufgabe 2.09: Federkraft

2.2.2 Messung von Kräften

Experiment: Masse an eine Feder führt zur Streckung. Im Gleichgewicht (2. Axiom):

$$\vec{F}_{\text{Feder}} + \vec{F}_{\text{G}} = 0$$
$$\Leftrightarrow \vec{F}_{\text{Feder}} = -\vec{F}_{\text{G}} = -m\vec{g}$$

Es gilt ein linearer Zusammenhang zur Auslenkung x der Feder

$$\vec{F}_{\text{Feder}} = -D\vec{x}$$

mit der Federkonstante $D \rightarrow$ **Hook'sche Gesetz**

Übungsaufgabe 2.09: Federkraft

2.2.2 Messung von Kräften

Experiment: Masse an eine Feder führt zur Streckung. Im Gleichgewicht (2. Axiom):

$$\vec{F}_{\mathrm{Feder}} + \vec{F}_{\mathrm{G}} = 0$$
$$\Leftrightarrow \vec{F}_{\mathrm{Feder}} = -\vec{F}_{\mathrm{G}} = -m\vec{g}$$

Es gilt ein linearer Zusammenhang zur Auslenkung x der Feder

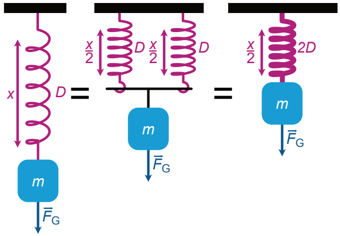
$$\vec{F}_{\mathrm{Feder}} = -D\vec{x}$$

mit der Federkonstante $D \rightarrow$ **Hook’sche Gesetz**
Einheit

$$[D] = \frac{[F]}{[x]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$$

Übungsaufgabe 2.09: Federkraft

Parallelschaltung von Federn



$\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ zeigen in die gleiche Richtung. Dadurch müssen beide in die entgegengesetzte Richtung von $\vec{F}_\mathrm{G}$ zeigen. Damit gilt direkt für die Beträge $\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right|$

$$F_1 + F_2 = F_\mathrm{G} = 2F_1$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{1}{2} F_\mathrm{G}$$

Parallelschaltung von Federn

Jede Feder muss nur die Hälfte der Kraft kompensieren $\rightarrow$ Halbe Dehnung

Ebenfalls halbe Ausdehnung: doppelte Federkonstante $D_{\mathrm{ges}} = 2D$

Parallelschaltung von Federn

Jede Feder muss nur die Hälfte der Kraft kompensieren $\rightarrow$ Halbe Dehnung
Ebenfalls halbe Ausdehnung: doppelte Federkonstante $D_{\text{ges}} = 2D$

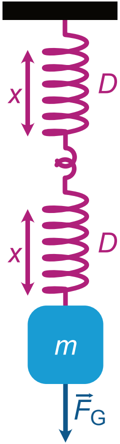
$\rightarrow$ Schaltet man Federn parallel addieren sich ihre Federkonstanten

$$D_{\text{ges}} = D_1 + D_2 \tag{2}$$

Gesamte Feder $F_{\text{Feder,ges}} = D_{\text{ges}} x$

Reihenschaltung von Federn

Die obere Feder weiß nichts von der unteren Feder und dehnt sich so weit aus, dass F_G kompensiert wird. Das gleiche gilt für die untere Feder.

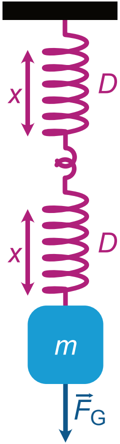


Reihenschaltung von Federn

Die obere Feder weiß nichts von der unteren Feder und dehnt sich so weit aus, dass F_G kompensiert wird. Das gleiche gilt für die untere Feder.

$\rightarrow$ Ausdehnungen summieren sich

$x_\mathrm{ges} = x_1 + x_2$



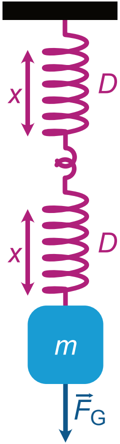
Reihenschaltung von Federn

$$F_{\text{Feder,ges}} = D_{\text{ges}} x_{\text{ges}}$$
$$F_{\text{Feder,ges}} = D_{\text{ges}} (x_1 + x_2)$$

mit $D_i x_i = F_{\mathrm{G}} \Leftrightarrow x_i = \dfrac{F_{\mathrm{G}}}{D_i}$ folgt

$$F_{\mathrm{G}} = D_{\mathrm{Ges}} \left(\frac{F_{\mathrm{G}}}{D_1} + \frac{F_{\mathrm{G}}}{D_2} \right)$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{D_{\mathrm{Ges}}} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}$$

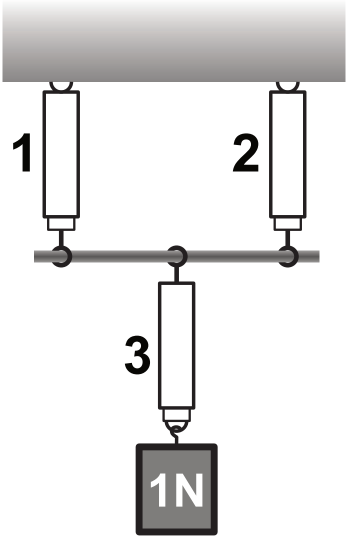
Es addieren sich also die Kehrwerte.



Universität Münster

TED 20-2.17-H90

Drei gleiche Federwaagen mit einem Messbereich von je 1 N seien wie abgebildet aneinander gehängt und ohne angehängtes Gewicht auf Null justiert (d.h. alle zeigen in der hängenden Position Null an).



Was zeigen die Waagen an, wenn ein Gewicht von 1 N an Waage 3 unten angehängt wird?

A Waage 1 = Waage 2 = Waage 3 = 0,33 N

B Waage 1 = Waage 2 = Waage 3 = 0,5 N

C Waage 1 = Waage 2 = Waage 3 = 1 N

D Waage 1 = Waage 2 = 0,5 N und Waage 3 = 1 N

E Waage 1 = Waage 2 = 0,25 N und Waage 3 = 5 N

Universität Münster

TED 20-2.17-H90

Drei gleiche Federwaagen mit einem Messbereich von je 1 N seien wie abgebildet aneinander gehängt und ohne angehängtes Gewicht auf Null justiert (d.h. alle zeigen in der hängenden Position Null an).

Was zeigen die Waagen an, wenn ein Gewicht von 1 N an Waage 3 unten angehängt wird?

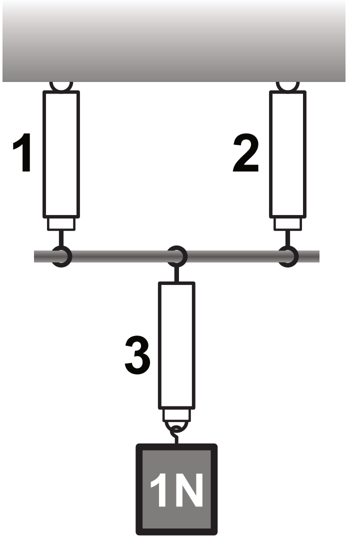
A Waage 1 = Waage 2 = Waage 3 = 0,33 N

B Waage 1 = Waage 2 = Waage 3 = 0,5 N

C Waage 1 = Waage 2 = Waage 3 = 1 N

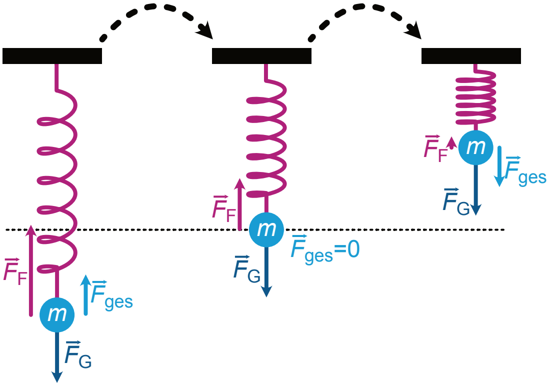
D **Waage 1 = Waage 2 = 0,5 N und Waage 3 = 1 N**

E Waage 1 = Waage 2 = 0,25 N und Waage 3 = 5 N



Federpendel

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

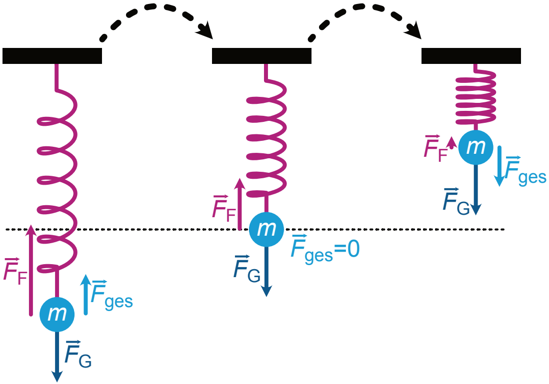


Mit $x(t=0) = -x_0$

$\dot{x}(t=0) = v(t=0) = 0$

$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$

Federpendel



$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Mit $x(t=0) = -x_0$

$\dot{x}(t=0) = v(t=0) = 0$

$\varphi_0 = \dfrac{3\pi}{2}$

$$x(t) = -x_0 \cos(\omega t)$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = x_0 \omega \sin(\omega t)$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t)$$

Federpendel

Kreisfrequenz aus Hookschen Gesetz:

$$F_{\mathrm{F}} = -Dx = ma$$

$$\Rightarrow -Dx = -m\omega^2 x$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega} \sim \sqrt{\frac{m}{D}}$

Federpendel

Kreisfrequenz aus Hookschen Gesetz:

$$F_\mathrm{F} = -Dx = ma$$
$$\Rightarrow -Dx = -m\omega^2 x$$
$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega} \sim \sqrt{\frac{m}{D}}$

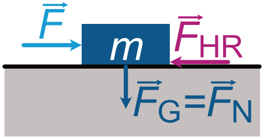
- Kennen wir die Federkonstante, können wir die Masse m bestimmen
- Frequenz und Schwingungsdauer nicht von der Amplitude x_0 ab

2.2.5 Reibungskräfte

Experiment

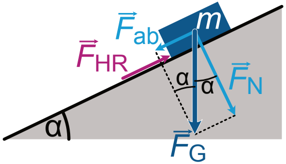
1. Haftreibung

Wird durch Oberflächenrauigkeit verursacht. Haftreibungskraft $\vec{F}_{\mathrm{HR}}$ wirkt der angelegten Kraft $\vec{F}$ entgegen. Erst wenn $|\vec{F}| > |\vec{F}_{\mathrm{HR}}|$ bewegt sich der Körper.



$$|\vec{F}_{\mathrm{HR}}| \sim |\vec{F}_{\mathrm{N}}|$$
$$\Rightarrow F_{\mathrm{HR}} = \mu_{\mathrm{H}} F_{\mathrm{N}}$$

Coulombsche Reibungsgesetz mit der Haftreibungszahl
$$\mu_{\mathrm{H}} = \frac{F_{\mathrm{HR}}}{F_{\mathrm{N}}}.$$
Einheit: $[\mu_{\mathrm{H}}] = 1$



2.2.5 Reibungskräfte

2. Gleitreibung

Wird die Haftreibung durch die externe Kraft überschritten gleitet der Körper. Es sollte also eine Beschleunigung stattfinden. Man findet experimentell, dass diese kleiner ist als erwartet. Es muss also beim gleiten eine Gleitreibungskraft

$$F_{\mathrm{GR}} = \mu_{\mathrm{G}} F_{\mathrm{N}}$$

geben. μ_{G} Gleitreibungszahl. typisch $\mu_{\mathrm{G}} < \mu_{\mathrm{H}}$.

3. Rollreibung

Ein analoges Verhalten findet man für die Rollreibungszahl $\mu_{\mathrm{R}} < \mu_{\mathrm{G}}$.

Universität Münster

Haft- und Gleitreibungszahlen

Material	Haftreibungszahl μ_H	Gleitreibungszahl μ_G
Stahl auf Stahl	0,7	0,6
Blech auf Stahl	0,5	0,4
Glas auf Glas	0,9	0,4
Kupfer auf Gusseisen	1,1	0,3
Teflon auf Stahl	0,05	0,04
Gummi auf Beton (trocken)	1,0	0,8
Gummi auf Beton (nass)	0,3	0,25
Ski gewachst auf Schnee	0,1	0,05
Eis auf Eis	0,05- 0,15	0,02

Reibung bei Schwingungen

Z.B. Luftwiderstand

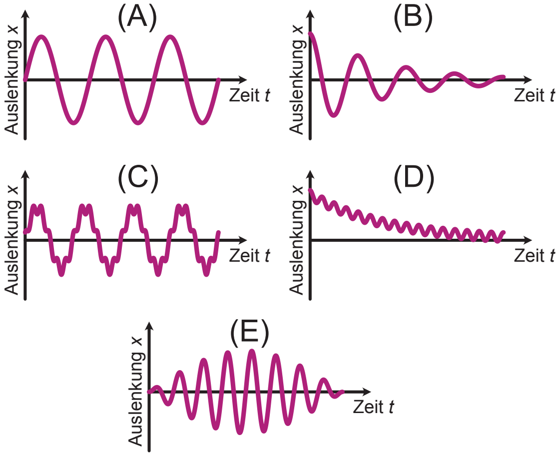
Versuch: Gedämpfte Schwingung
Amplitude der Schwingung wird mit der Zeit immer kleiner: $x(t) \to 0$ für $t \to \infty$

$$x(t) = x_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t)$$

mit der Dämpfungskonstante δ

TED 19-6.2-F99

Welches der Diagramme für die Auslenkung x eines Pendels in Abhängigkeit der Zeit t stellt eine gedämpfte Schwingung dar?



A A

B B

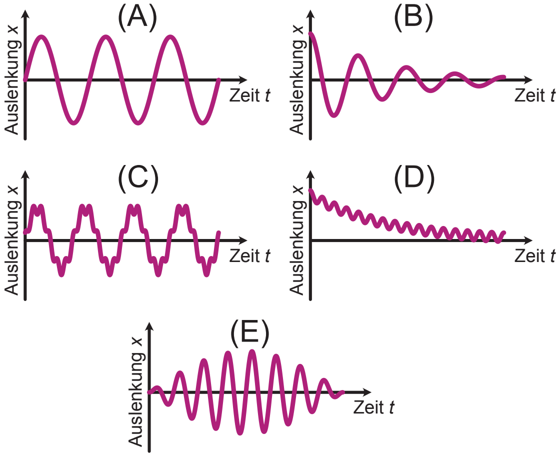
C C

D D

E E

TED 19-6.2-F99

Welches der Diagramme für die Auslenkung x eines Pendels in Abhängigkeit der Zeit t stellt eine gedämpfte Schwingung dar?



A A

B **B**

C C

D D

E E