

Bachelorarbeit

Unterscheidung von Quark- und Gluonjets in pp-Kollisionen am LHC durch den Soft Drop Algorithmus

Separation of Quark- and Gluon-Jets in pp Collisions at
the LHC via the Soft Drop Algorithm

Axel Puntke

Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Institut für Kernphysik

05.12.2017

Erstgutachter: PD Dr. Christian Klein-Bösing
Zweitgutachter: Apl. Prof. Dr. Alfons Khoukaz

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	5
2.1	Large Hadron Collider und der Pythia Event Generator	5
2.1.1	Proton-Proton-Kollisionen am LHC	5
2.1.2	Monte-Carlo Simulationen mit dem Pythia Event Generator	6
2.1.3	Hard- und Soft-QCD	7
2.1.4	Prozesstypen	7
2.1.5	Rapidität und Pseudorapidität	7
2.2	Jets und Jet-Algorithmen	8
2.2.1	Infrared- und Collinear-Safety	9
2.2.2	anti- k_t -Algorithmus	10
2.3	Softdrop-Algorithmus	11
2.4	Jet Shapes	13
2.4.1	Radial Moment	13
2.4.2	Momentum Dispersion	13
2.5	Multithreading mit pthreads	13
3	Vorbereitung der Analyse	17
3.1	Event-Erzeugungsprogramm und Eventspeicherung	17
3.1.1	\hat{p}_T -Bins zur Verbesserung der Statistik	20
3.2	Jet-Clustering- und Softdrop-Programm	21
3.2.1	Zusammenführung der Ergebnisse aus einzelnen \hat{p}_T -Bins	21
3.2.2	Gewählte Parameterintervalle für den Softdrop-Algorithmus	22
3.3	Auswertungsprogramm	23
3.3.1	Verfahren zum Finden des Überlapps zweier Jetshapes .	23
4	Ergebnisse	27
4.0.1	$p_{T,\text{Jet}}$ -Verteilungen der 3 Prozesse	27
4.0.2	Entwicklung der Mittelwerte der Jet-Shapes	28
4.0.3	Maximale Separation von Quark- und Gluonjets	40
5	Interpretation der Ergebnisse und weiterführende Schritte	49
6	Danksagung	53

1 Einleitung

Bei Kollisionsexperimenten an Teilchenbeschleunigern fallen massenhaft Daten aus der Detektierung der Zerfallsprodukte an, die so umfangreich sind, dass schon bei ihrer Aufnahme automatisch entschieden werden muss, ob diese speicherswert sind oder nicht. Es ist das Ziel, am Ende Rückschlüsse auf den Hergang der Kollision von Elementarteilchen ziehen zu können, um physikalische Modelle zu bestätigen und der Menschheit ein immer tieferes Verständnis der kleinsten Teilchen, die die Welt zusammenhalten, zu verschaffen. Das ALICE-Experiment am LHC erforscht das Quark-Gluon-Plasma, womit ein Zustand der Materie bezeichnet wird, in dem das Confinement der Quarks und Gluonen aufgehoben ist und diese ein quasi-freies Verhalten zeigen. Dieser Zustand wird nur bei extrem hohen Baryonendichten oder Temperaturen erreicht, die in der Natur nur Sekundenbruchteile vor dem Urknall herrschten und möglicherweise in Neutronensternen noch heute existieren. Für die künstliche Herstellung bedarf es der Kollision von schweren Ionen, wozu am LHC Bleikerne genutzt werden. Um Rückschlüsse auf das Plasma zu ziehen werden die nach der Kollision im Detektor ankommenden Teilchen mithilfe von Jetalgorithmen zu Jets geclustert, die auf die initialen Partonen schließen lassen und beispielsweise ihren Energieverlust im Quark-Gluon-Plasma beobachtbar machen. Jets können sowohl von Quarks als auch von Gluonen erzeugt werden und das Ziel dieser Arbeit ist, mittels der Anwendung des Softdrop-Algorithmus auf die Jets zu unterscheiden, ob es sich um Quark- oder Gluonjets handelt. Dieser Algorithmus sortiert Teilchen eines Jets unter bestimmten Kriterien abhängig von den gewählten Parametern aus. Die Parameter werden mithilfe eines dafür im Rahmen der Bachelorarbeit entwickelten Programms variiert und die Ergebnisse untersucht. Die Jets werden mithilfe eines Eventgenerators erzeugt, sodass schon im Voraus bekannt ist, um welche Art Jet es sich handelt. Außerdem werden keine Blei-Blei-Kollisionen simuliert, sondern Proton-Proton-Kollisionen, da dabei wenig Hintergrundeffekte auftreten.

2 Theorie

Um die Unterscheidung von Quark- und Gluonjets nachvollziehen zu können, werden zunächst einige theoretische Grundlagen über die physikalischen Prozesse und Methoden benötigt, die in diesem Kapitel dargestellt werden sollen.

2.1 Large Hadron Collider und der Pythia Event Generator

Die zu untersuchenden Teilchenjets entstehen jeweils aus einem initialen Parton, das ein Fragment einer Proton-Proton (pp)-Kollision ist und daher eine ausreichend hohe Energie hat, um einen Teilchenschauer (Jet) zu erzeugen. Solche Energien können in Teilchenbeschleunigern wie dem LHC am CERN erreicht werden. Dieser ist ein Synchrotron-Beschleuniger, der die Protonen in einem 26659 m langem Speicherring in entgegengesetzte Richtungen in zwei Strahlrohren beschleunigen kann ^[5]. Dabei können für die Protonen Energien bis zu 7 TeV erreicht werden und somit eine Schwerpunktsenergie von 14 TeV bei einer Proton-Proton-Kollision.

2.1.1 Proton-Proton-Kollisionen am LHC

Am LHC werden die Protonen durch 1232 um das Strahlrohr befindliche Dipolmagneten auf ihrer Kreisbahn gehalten und durch 858 Quadrupolmagnete fokussiert. Die Fokussierung ist nötig, um der Abstoßung der Teilchen durch die Coulombkraft entgegenzuwirken. Außerdem sind weitere Multipole verbaut, um Ablenkungen durch die Quadrupole zu kompensieren. Die Beschleunigung erfolgt durch sogenannte HF-Cavities. Dies sind Hochfrequenz-Hohlraumresonatoren mit hochfrequenten elektromagnetischen Wellen, deren Felder in der Zeit, die ein Teilchen für eine Durchquerung des Resonators benötigt, einmal sein Vorzeichen ändern und die Teilchen dadurch immer eine beschleunigende Potentialdifferenz sehen. Mit diesen Hilfsmitteln kann den Protonen kontinuierlich mehr Energie zugeführt werden und ihre Flugbahn dabei genau kontrolliert und gesteuert werden. Das macht es möglich, die Protonen innerhalb der Teilchendetektoren ALICE, ATLAS, CMS und LHCb zur Kollision zu bringen und die dabei entstehenden Teilchen zu detektieren.

Bei pp-Kollisionen wird zwischen harten und weichen Kollisionen unterschieden: Bei weichen Kollisionen ist die Energie der Stoßpartner zu gering und die Protonen stoßen als Ganzes. Ist die Energie jedoch hoch genug, um die Substruktur

der Protonen aufzulösen, handelt es sich um eine harte Kollision. Die Quarks und Gluonen, welche Zusammenfassend Partonen genannt werden, führen elastische Stöße aus, während die Protonen als ganzes nun also inelastisch stoßen. Teilchenbeschleuniger wie der LHC können die dafür nötigen Teilchenenergien erreichen und erlauben es damit, das Verhalten der Partonen anhand der nach der Kollision gebildeten Zerfallsprodukte, die in den Detektoren ankommen, genauer zu untersuchen.

2.1.2 Monte-Carlo Simulationen mit dem Pythia Event Generator

In der Teilchenphysik wird auf Eventgeneratoren zurückgegriffen, die entsprechende Teilchenkollisionen am Computer simulieren. Diese implementieren die bekannte Physik und erlauben es, die Plausibilität von Überlegungen ohne echte Teilchenbeschleuniger zu überprüfen, wie es in dieser Arbeit auch gemacht wird. Pythia ist ein solcher Ereignisgenerator auf Basis von Monte-Carlo-Methoden zur Generierung von Hochenergie-Kollisionen, d. h. mit einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} > 10$ GeV. Das aus dem seit 1978 entwickelten Programm JETSET entwickelte Framework wurde ursprünglich in Fortran geschrieben, jedoch mit der Version 8 in C++ neu geschrieben. ^[6]

Aktuell können mit Pythia 8.2 Lepton-Lepton- und Hadron-Hadron-Kollisionen simuliert werden. Dabei übernimmt die Sammlung von Methoden die komplette Simulation der Kollision vom Zusammenstoß der Teilchen über die Interaktion der gestreuten Quarks und Gluonen bis hin zur Hadronisierung und des Zerfalls des Hadronen in die finalen Teilchen. Dazu sind die bisherigen Erkenntnisse der Teilchenphysik standardmäßig in die Berechnung integriert, es findet jedoch keine Simulation der Interaktion mit dem Detektormaterial statt, weshalb Pythia zunächst ein idealer Detektor ist. Der Anwender hat Zugriff auf alle Teilchen und ihre physikalischen Eigenschaften und kann Parameter wie die transversale Impulsübertragung der Kollision vorgeben. Der Zufallsgenerator für die Monte-Carlo-Methoden gibt dann nur entsprechend passende Werte im jeweiligen Bereich aus.

Die Eventgenerierung kann in 3 Schritte unterteilt werden ^[7]:

1. Die Berechnung des Hardest Process in Leading Order (nur der 1. Term in störungstheoretischer Reihenentwicklung wird berücksichtigt)
2. Entstehung von Initial State Radiation (ISR¹) und Final State Radiation (FSR²) bei Interaktionen der entstandenen Teilchen
3. Fragmentierung in Hadronen (Hadronisierung)

¹ISR: Wenn ein Teilchen vor einer Interaktion mit anderen Strahlung emittiert und damit die Strahlenergie vor der Kollision reduziert oder erhöht ^[8]

²FSR: Wenn ein Teilchen nach einer Interaktion mit anderen Strahlung emittiert und die Strahlenergie nach der Kollision reduziert ^[8]

Durch von Pythia bereitgestellte Interfaces können bei matrixelementbasierten Berechnungen eigene theoretische Modelle einbezogen werden und weiterhin der restliche Funktionsumfang des Frameworks wie die Multipartoneninteraktion genutzt werden, um zu sehen, welche Daten mit der zu testenden Theorie an realen Detektoren entstehen müssten ^[6].

2.1.3 Hard- und Soft-QCD

Die Berechnungen der Kollision der farbgeladenen Partonen in Pythia bei einer pp-Kollision basieren auf der Quantenchromodynamik (QCD). Sie lassen sich in zwei Bereiche einteilen: Die Hard-QCD und die Soft-QCD. Die Hard-QCD wird bei pp-Kollisionen mit einem hohen Impulsübertrag p_T ab ca. 12 GeV verwendet. Bei diesem Energieübertrag ist die Störungstheorie noch anwendbar, was Voraussetzung für die Anwendbarkeit der Hard-QCD ist.

Bei geringeren Transversalimpulsüberträgen $p_T < 12$ GeV ist die Störungstheorie jedoch nicht mehr anwendbar. Pythia regularisiert in diesem Bereich den QCD-Wirkungsquerschnitt durch Multiplizieren mit einem theoretisch begründeten Faktor und Nutzung einer impulsübertragabhängigen starken Wechselwirkungskonstanten ^[9]. Ohne diese Anpassung würde der QCD-Wirkungsquerschnitt bei geringen Impulsüberträgen explodieren, was nicht der Realität entspricht.

2.1.4 Prozesstypen

Jede Kollision wird vom sogenannten Hardest Process dominiert, der die Natur der Kollision charakterisiert. Er ist der Prozess mit der höchsten Virtualität Q^2 und erzeugt die Partonen, aus denen die Jets entstehen sollen. Dieser wird von Pythia mithilfe der Hard-QCD in 1. Ordnung Störungstheorie berechnet. Pythia ist optimiert für Prozesse, bei denen 2 Partonen in die Kollision eingehen und 2 oder 1 wieder herauskommen. Es sind gezielt Prozesse ein- und ausschaltbar, was in dieser Arbeit genutzt wird, um Simulationsdaten zu erhalten, die entweder nur Quarkjets, nur Gluonjets oder eine Mischung aus beiden enthalten. Dazu müssen die 6 dafür von Pythia zur Verfügung gestellten Flags auf on oder off gesetzt werden. Die Prozesse, die dafür genutzt werden und ihre Zuordnung zu einer der 3 Kategorien findet sich in Tabelle 2.1.

2.1.5 Rapidität und Pseudorapidität

Die Rapidität ist ein alternatives Maß für die Geschwindigkeit v aus der Relativitätstheorie und ist definiert als

$$y = \operatorname{arctanh} \left(\frac{v}{c} \right). \quad (2.1)$$

Sie ist von $-\infty$ bis ∞ definiert und kann einfach ohne das relativistische Additionstheorem addiert werden, ist jedoch nicht Lorentz-Invariant. In der Teilchenphysik wird eine Rapidität y relativ zur Strahlachse verwendet, die vom

Prozess	Pythia-Flag	Jet-Typ
$gg \rightarrow q\bar{q}$	HardQCD:gg2qqbar	Quarkjet
$qq' \rightarrow qq'$	HardQCD:qq2qq	
$q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'$		
$\bar{q}q' \rightarrow \bar{q}q'$		
$q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$	HardQCD:qqbar2qqbarNew	
$q\bar{q} \rightarrow gg$	HardQCD:qqbar2gg	Gluonjet
$gg \rightarrow gg$	HardQCD:gg2gg	
$qg \rightarrow qg$	HardQCD:qg2qg	Quark-Gluon-Jet
$q\bar{g} \rightarrow q\bar{g}$		

Tabelle 2.1: Die in den Simulationen genutzten Prozesse und ihre Zuordnung zu einer Jetkategorie. Maßgeblich für die Zuordnung sind die rechts des Pfeils stehenden Produkte.

longitudinalen Impulsanteil p_L zur Strahlrichtung und der Teilchenenergie E abhängt:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + cp_L}{E - cp_L} \right) \quad (2.2)$$

Im Allgemeinen müssen für die Bestimmung der Rapidität sowohl Energie E als auch Impuls \vec{p} des Teilchens bekannt sein, weshalb die Teilchen dazu identifiziert werden müssen. Abhilfe schafft die verwandte Größe der Pseudorapidität η , die einen Winkel relativ zur Strahlachse angibt:

$$\eta = -\ln \tan \left(\frac{\theta}{2} \right) = \operatorname{arctanh} \left(\frac{p_L}{p} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p + p_L}{p - p_L} \right) \quad (2.3)$$

θ ist der Winkel des Impulsvektors des Teilchens relativ zur positiven Strahlachse ^[10]. Sie ist in Abbildung 2.1 veranschaulicht.

2.2 Jets und Jet-Algorithmen

Das Anwenden von Jet-Algorithmen ist eine Methode, mit den detektierten, stabilen Teilchen auf die gestreuten Partonen zurückzurechnen. Gesucht ist der Viererimpuls des gestreuten Partons, das den Jet verursacht hat. Dazu werden die Daten von hunderten Partikeln auf wenige partonähnliche Objekte projiziert. Die Grundlage dafür ist der Entstehungsprozess der detektierten Teilchen aus der pp-Kollision heraus, denn die Summe aller Transversalimpulse der Teilchen, die aus einem initialen Parton entstehen, zeigt in die gleiche Richtung wie der des initialen Partons. Bei einem elastischen Stoß der Partonen bekommen diese einen hohen Transversalimpuls und entfernen sich voneinander. Dabei nimmt die potentielle Energie der starken Wechselwirkung mit dem Abstand zu, bis sie groß genug ist, um im Rahmen des Confinement neue Teilchen entstehen zu lassen. Außerdem entstehen neue Teilchen durch kollineares Splitten,

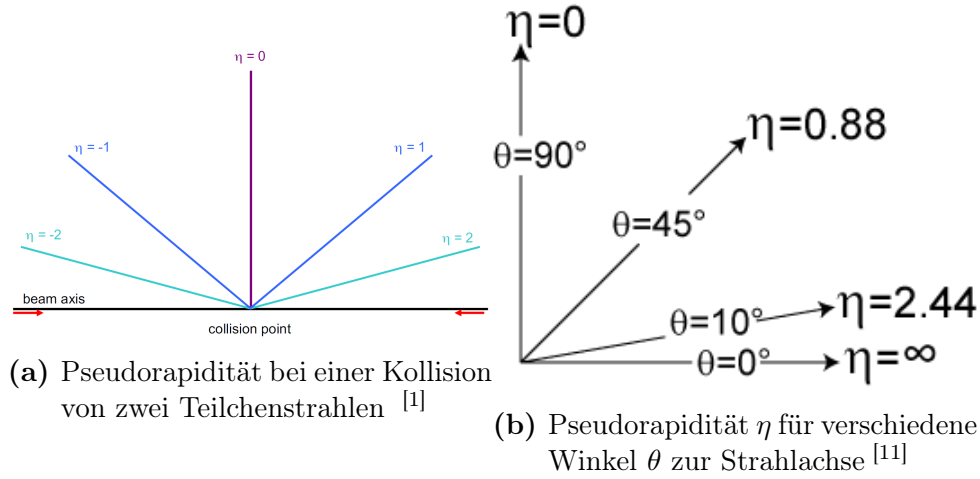


Abbildung 2.1: Pseudorapidity

z. B., wenn ein Gluon sich in ein Quark und ein Anti-Quark aufspaltet. Mit hoher Wahrscheinlichkeit ist der Winkel zwischen Quark und Anti-Quark klein und somit ihre Bewegungsrichtung ähnlich derer des Gluons, das sie entstehen ließ. Die Begründung dafür ist der hohe Impulsübertrag und die dafür kleine Kopplungskonstante α_s der Starken Wechselwirkung. ^[12] Im Falle einer größeren Richtungsänderung entsteht ein neuer separater Jet.

Der Jet-Algorithmus ist äquivalent zur Jet-Definition. Dies hat zur Folge, dass die gefundenen Jets vom Algorithmus abhängen. Sie sind beobachtbare Objekte, die es erlauben, experimentelle Beobachtungen mit Theorievorhersagen in Beziehung zu setzen. Dazu müssen sie sowohl bei Hard-QCD-Simulationen als auch bei realen Daten eindeutig anwendbar sein.

Diese Daten, bei denen es sich zum Beispiel um Spuren von geladenen Hadronen oder einer Liste von Kalorimeterzellen handeln kann, dienen als Eingabe für den Jet-Algorithmus. Ein einfacher Algorithmus ist beispielsweise der Cone-Algorithmus. Bei diesem werden ausgehend von einem Startteilchen alle Teilchen zum Jet gezählt, die sich in einem vorgegebenen Radius R dazu befinden. Das Startteilchen wird meist aus der Kalorimeterzelle des Detektors gewonnen, in der die größte Energie deponiert wurde. Im nächsten Schritt wird die Jetachse als Summe aller Transversalimpulse der eingefassten Teilchen definiert. Danach werden alle Teilchen, deren Entfernung zur Jetachse kleiner als R ist, ebenfalls zum Jet gezählt. Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis der daraus entstandene kegelförmige Jet stabil ist, also seine Jetachse sich nach einer Iteration nicht mehr ändert.

2.2.1 Infrared- und Collinear-Safety

Für Jet-Algorithmen sind die Infrared- und Collinear-Safety zentrale Eigenschaften, um sie zu kategorisieren. Ein Jet wird Infrarot(IR)-Safe genannt, wenn er

sich nicht verändert, wenn ein niederenergetisches Teilchen in den Jetbereich eingebracht wird. Solche soften Teilchen entstehen, wenn ein Teilchen eine Soft-Emission durch einen weichen Stoßprozess hat. Dies könnte zum Beispiel die Aussendung von Bremsstrahlung sein, aber auch die Emission eines soften Gluons.

Mit *collinear safe* bezeichnet man einen Jet-Algorithmus, der einen unveränderten Jet liefert, wenn sich ein Parton darin und damit seine Energie aufteilt (Collinear Splitting).

Viele Cone-Jet-Algorithmen erfüllen beide Eigenschaften aufgrund einer Seedobergrenze nicht ^[1]. Als Lösung wurden Algorithmen entwickelt, die keinen Seed brauchen und nach allen stabilen Kegeln suchen. Deren Laufzeit ist mit $\mathcal{O}(n2^n)$ jedoch sehr schlecht. Für $n = 100$ eingegebenen Teilchen betrüge die Laufzeit ca. 10^{17} Jahre ^[13]. Der infrarotsicherere Algorithmus SDCone schafft jedoch $\mathcal{O}(n^2 \ln n)$.

2.2.2 anti- k_t -Algorithmus

Der anti- k_t Jet Clustering Algorithmus ist ein sequentieller Rekombinierungsalgorithmus, der nacheinander Teilchen abhängig von ihrem relativen Transversalimpuls k_t zusammenfasst. Der Algorithmus erhält als Eingabe eine Liste von Gruppen, welche Preclusters genannt werden. Dies können zum Beispiel Pseudojets, Kalorimeterzellen oder Teilchen sein. Von diesen müssen Transversalimpuls k_t , Pseudorapidität η und Azimutalwinkel ϕ bekannt oder berechenbar sein. Desweiteren wird ein Parameter R verwendet, der einer Auflösung entspricht und als cutoff-Parameter fungiert. Mit der Liste von Preclustern wird wie folgt verfahren:

1. Für jedes Precluster i berechne $d_{iB} = k_{ti}^{2p}$
2. für jedes Paar (i, j) von Preclustern berechne $d_{ij} = \min(k_{ti}^{2p}, k_{tj}^{2p}) \frac{\Delta_{ij}^2}{R^2}$ mit $\Delta_{ij}^2 = (y_i - y_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2$
3. Finde d_{\min} , das Minimum aller d_{iB} und d_{ij}
4. Wenn d_{\min} ein d_{ij} , entferne die Precluster i und j aus der Liste und füge stattdessen ein zusammengefasstes neues Cluster aus beiden hinzu
5. Wenn d_{\min} ein d_{iB} ist, entferne nur Precluster i von der Liste und füge es zur Jet-Liste hinzu
6. Wenn die Precluster-Liste nicht leer ist, gehe zu Schritt 1

Für den anti- k_t -Algorithmus ist der noch nicht erwähnte Parameter $p = -1$. Für $p = 1$ entspräche der Algorithmus dem k_t -Algorithmus und für $p = 0$ dem Cambridge/Aachen-Algorithmus, welcher damit ausschließlich winkel- und nicht mehr transversalimpulsabhängig wäre.

Der anti- k_t -Algorithmus produziert wie in Abb. 2.2 zu sehen ist im Vergleich zu den anderen Varianten recht runde, kegelförmige Jets, die robust sind gegen Hintergrundaktivität und eine einfachere Energiekorrektur erlauben. Außerdem ist er konstruktionsbedingt Infrarot- und Collinear-Safe. Anfangs hatte dieser Algorithmus bei n Teilchen eine Laufzeit von $\mathcal{O}(n^3)$, wodurch er für pp-Kollisionen sehr lange brauchte und für A+A Kollisionen nicht anwendbar war, allerdings erreicht das Softwarepaket fastjet eine Laufzeit von $\mathcal{O}(n \ln n)$, wodurch der Algorithmus auch anwendbar auf A+A-Kollisionen wird.

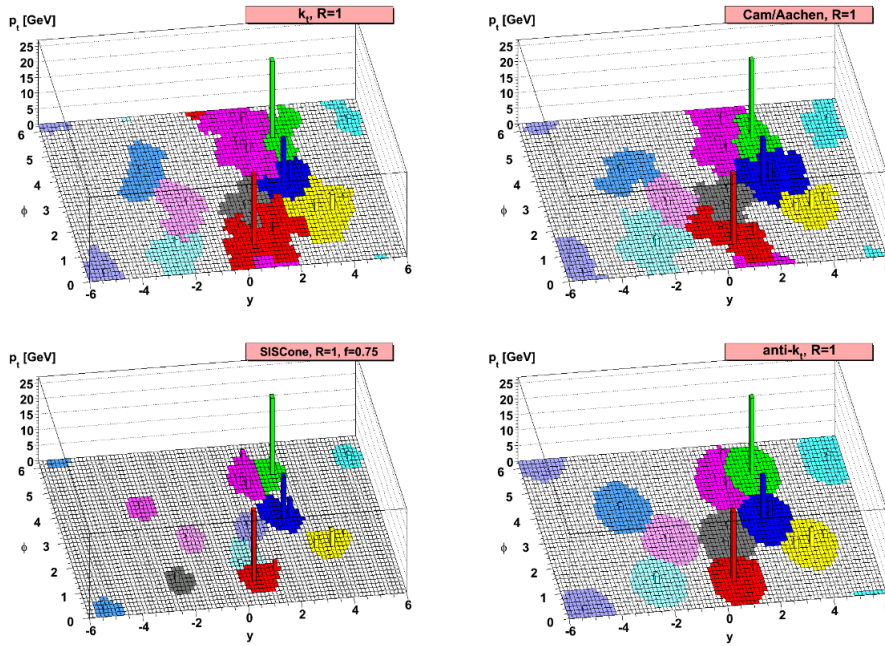


Abbildung 2.2: Ein Event auf Parton-Level zusammen mit $\approx 10^4$ zufälligen soften 'ghost'³-Partikeln wird mit 4 verschiedenen Jet-Algorithmen geclustert und die einzelnen Jets unterschiedlich eingefärbt. ^[14]

2.3 Softdrop-Algorithmus

Dieses Kapitel basiert auf dem zugehörigen Paper von Andrew J. Larkoski, Simone Marzani, Gregory Soyez und Jesse Thaler ^[2]. Der Softdrop-Algorithmus ist eine Methode, um einen Jet von niederenergetischen Teilchen (wide-angle soft radiation) zu bereinigen. Dies soll die Einflüsse des Underlying Event (UE) reduzieren. Zu diesen Einflüssen gehören Initial State Radiation (ISR) und Pile-

³'ghost'-Partikel: Teilchen, die zufällig in der gesamten y - ϕ -Ebene platziert werden, aber keine Energie haben. Sie werden vom Jet-Algorithmus mitgeclustert und dafür genutzt, die vom Jet eingefasste Fläche zu bestimmen.

Up⁴.

Der Soft-Drop-Algorithmus prüft dazu die Teilchen auf die Soft-Drop-Bedingung, welche für einen Jet mit Radius R_0 und zwei Konstituenten mit den Transversalimpulsen bzgl. der Strahlachse p_{Ti}

$$\text{Soft Drop Condition: } \frac{\min(p_{T1}, p_{T2})}{p_{T1} + p_{T2}} > z_{\text{cut}} \left(\frac{\Delta R_{12}}{R_0} \right)^\beta \quad (2.4)$$

wäre. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, wird der schwächere Konstituent entfernt. Dabei ist ΔR_{12} ihre Distanz in der η - ϕ -Ebene. β und z_{cut} sind dabei Parameter, die an den Softdrop-Algorithmus übergeben werden müssen. z_{cut} wird dabei auch soft drop threshold (Schwellwert) genannt und β ist ein Winkelexponent, da er Einfluss auf die Gewichtung der Winkel der Teilchen hat. Für $\beta \rightarrow \infty$ entfernt der Algorithmus keine Teilchen, wobei angenommen wird, dass $\Delta R_{12} < R_0$. Um dieses Verfahren auf Jets mit mehreren Teilchen zu verallgemeinern, muss man das sogenannte pairwise declustering anwenden. Um einen Jet, der beispielsweise mit dem anti- k_t -Algorithmus geclustert wurde, verwenden zu können, werden seine Konstituenten mit dem Cambridge/Aachen (C/A)-Algorithmus erneut zu einem Jet geclustert, da dies zu einem Baum mit einer winkelgeordneten Struktur führt. Mit diesem wird wie folgt verfahren:

1. Teile den Jet j durch Rückgängigmachen des letzten Schritts des C/A-Algorithmus in zwei Subjets j_1 und j_2 auf.
2. Wenn die beiden Subjets die Softdrop-Bedingung (Gl. (2.4)) erfüllen, dann gebe j als den finalen Softdrop-Jet zurück und beende den Algorithmus.
3. Wenn die Bedingung nicht erfüllt ist, ersetze j mit dem Subjet, der den größeren Transversalimpuls hat.
4. Falls j nur noch aus einem Teilchen besteht, beende die Prozedur und gebe j entweder als finalen Softdrop-Jet zurück (grooming mode) oder lösche ihn (tagging mode).
5. Gehe zu Schritt 1.

Die beiden Varianten tagging mode und grooming mode unterscheiden sich in ihrem unterschiedlichen Rückgabeverhalten. Ein groomer gibt immer einen nicht-leeren Jet zurück, während ein tagger auch einen leeren Jet zurückgeben darf. ^[15] Der Algorithmus ist im tagging mode Infrarot- und Collinear-Safe für $\beta \leq 0$, während er im grooming mode nur für $\beta > 0$ IRC safe ist.

⁴Pile-Up: Wenn mehr als eine pp-Kollision gleichzeitig stattfindet. Dies kann passieren, da sich stets ganze Protonbunches kreuzen. Bei ALICE sind die Protonenstrahlen jedoch im Kreuzungspunkt voneinander verschoben, da man keinen Pile-Up möchte.

2.4 Jet Shapes

Jet Shapes sind theoretisch wohldefinierte Observablen für Jets zur Untersuchung der Jet-Substruktur unter Wahrung der Infrarot- und Collinear Safety. Dies ermöglicht, eine direkte Verbindung zur Theorie herzustellen [3]. Sie erlauben es, Aspekte wie die Veränderung der Partonen durch die Fragmentierung (= Hadronisierung) sowie die Energieumverteilung, Verbreiterung und Kollimierung der Jets zu studieren [4]. In dieser Arbeit werden zwei Jet Shapes genutzt, die jeweils komplementäre Eigenschaften der Jets untersuchen.

2.4.1 Radial Moment

Das Radiale Moment g misst die Impulsumverteilung der Konstituenten gewichtet mit ihrem Abstand zur Jet-Achse $|\Delta R_{i,\text{jet}}|$ in der η - ϕ -Ebene und ist definiert als

$$g = \sum_{i \in \text{jet}} \frac{p_{\text{T}}^i}{p_{\text{T},\text{jet}}} |\Delta R_{i,\text{jet}}|, \quad (2.5)$$

wobei p_{T}^i der Impuls des i -ten Konstituenten ist. Dadurch ist g ein Maß für das radiale Energieprofil des Jets und reagiert auf die Verbreiterung bzw. Kollimierung, denn je höher g ist, desto breiter ist der Jet. Deswegen sind beispielsweise Gluonjets aufgrund ihrer größeren Fragmentierung breiter als Quarkjets [3].

2.4.2 Momentum Dispersion

Die Momentum Dispersion p_{T}^{D} misst das 2. Moment der p_{T} -Verteilung der Jet-Konstituenten. Sie ist definiert als

$$p_{\text{T}}^{\text{D}} = \frac{\sqrt{\sum_{i \in \text{jet}} p_{\text{T},i}^2}}{\sum_{i \in \text{jet}} p_{\text{T},i}} \quad (2.6)$$

und nimmt Werte zwischen 0 und 1 an. Sie ist ein Maß dafür, wie hart- bzw. weich die Fragmentierung ist. Wenn wenige Konstituenten einen großen Teil des Gesamtimpulses tragen, geht $p_{\text{T}}^{\text{D}} \rightarrow 1$. Bei einer großen Zahl an Konstituenten hingegen geht $p_{\text{T}}^{\text{D}} \rightarrow 0$. Anders als beim Radialen Moment g haben die Gluonjets ein kleineres p_{T}^{D} als Quarkjets, da ihre Fragmentierung weicher ist [3].

2.5 Multithreading mit pthreads

Heutige Prozessoren stellen dem Nutzer immer mehr Rechenleistung zur Verfügung, jedoch nicht in Form von erhöhter Taktrate, sondern hauptsächlich durch mehrere Kerne, die in einem Prozessor verbaut werden. Um diese verfügbare Rechenleistung zu nutzen, kann ein Programm entweder mehrmals nebeneinander ausgeführt werden (Multiprocessing) oder ein einzelnes Programm mehrere

Threads für seine Berechnungen erzeugen (Multithreading). Der Vorteil von Multithreading gegenüber Multiprocessing ist, dass Threads einen viel geringeren Overhead haben als zusätzliche Prozesse ^[16], wenn die rechenzeitfordernde Threadanzahl der Anzahl der Kerne des Prozessors entspricht. Die Einsparungen äußern sich vor allem im Arbeitsspeicherbedarf. Außerdem ist es leichter, Daten zwischen den Threads auszutauschen, weil jeder Thread auf den gesamten Speicherbereich des Prozesses zugreifen kann. So können beispielsweise globale Variablen gemeinsam genutzte Daten enthalten. Dies erspart Programmierarbeit und erhöht bei großen Datenmengen auch die Geschwindigkeit. Es führt jedoch zu inkonsistenten Daten und einem Programmabsturz, wenn mehr als ein Thread gleichzeitig auf einen Speicherbereich zugreift. Um das zu vermeiden, werden in C++ Mutex-Locks verwendet. Diese können hauptsächlich gesperrt und entsperrt werden und nur dann gesperrt werden, wenn sie nicht gesperrt sind. Um das gleichzeitige Zugreifen von mehreren Threads auf eine Variable zu vermeiden, wird daher von jedem Thread vor jedem Zugriff das für die Variable erstellte Lock gesperrt und nach dem Zugriff wieder entsperrt.

Die im Rahmen dieser Bachelorarbeit entwickelten Programme sind größtenteils multithreadingfähig und nutzen dafür die C++-Bibliothek pthreads. Bei pthreads, auch bekannt als POSIX Threads, handelt es sich um ein sprachunabhängiges paralleles Ausführungsmodell, für das Implementierungen für viele Unix-artige Systeme und auch eine Implementierung für Windows auf Basis der Windows API (pthreads-w32) existieren. Die Bibliothek stellt die für die parallele Programmierung nötigen Werkzeuge bereit. Dazu gehören Funktionen zum Erstellen von Threads oder zum Warten auf die Beendigung eines Threads wie auch die Funktionen zum Sperren und Entsperren der Mutex-Locks sowie ihre Definition. Das Betriebssystem verteilt die damit erstellten Threads eigenständig auf die verfügbaren Prozessorkerne und achtet dabei auf eine möglichst gleichmäßige Auslastung. Im Folgenden ist ein beispielhaftes Programm (entnommen aus Wikipedia) ^[17] mit 5 Arbeitsthreads und einem Hauptthread (main-Methode) zu sehen, bei welchem jedoch noch keine Mutex-Locks zum Einsatz kommen:

```

1 #include <pthread.h>
2 #include <stdio.h>
3 #include <stdlib.h>
4 #include <assert.h>
5
6 #define NUM_THREADS 5
7
8 void* perform_work(void* argument)
9 {
10     int passed_in_value;
11
12     passed_in_value = *((int*) argument);
13     printf("Hello World! It's me, thread with argument %d!\n", ←
14         passed_in_value);

```

```

15     return NULL;
16 }
17
18 int main(int argc, char** argv)
19 {
20     pthread_t threads[NUM_THREADS];
21     int thread_args[NUM_THREADS];
22     int result_code;
23     unsigned index;
24
25     // create all threads one by one
26     for (index = 0; index < NUM_THREADS; ++index)
27     {
28         thread_args[ index ] = index;
29         printf("In main: creating thread %d\n", index);
30         result_code = pthread_create(&threads[index], NULL, ↵
            perform_work, &thread_args[index]);
31         assert(!result_code);
32     }
33
34     // wait for each thread to complete
35     for (index = 0; index < NUM_THREADS; ++index)
36     {
37         // block until thread 'index' completes
38         result_code = pthread_join(threads[index], NULL);
39         assert(!result_code);
40         printf("In main: thread %d has completed\n", index);
41     }
42
43     printf("In main: All threads completed successfully\n");
44     exit(EXIT_SUCCESS);
45 }

```

Eine Ausgabe dieses Programms könnte so aussehen, die Reihenfolge kann jedoch variieren:

```

In main: creating thread 0
In main: creating thread 1
In main: creating thread 2
Hello World! It's me, thread with argument 0!
In main: creating thread 3
In main: creating thread 4
Hello World! It's me, thread with argument 1!
In main: thread 0 has completed
Hello World! It's me, thread with argument 2!
Hello World! It's me, thread with argument 3!
In main: thread 1 has completed
Hello World! It's me, thread with argument 4!
In main: thread 2 has completed
In main: thread 3 has completed

```

In main: thread 4 has completed

In main: All threads completed successfully

Es kann dabei auch zu Situationen kommen, in denen die Ausgaben durch die printf-Funktion in die gemeinsam genutzte Konsole vermischelt werden. Um dies auszuschließen, muss für die Konsole ein Mutex-Lock erstellt werden, dass vor jedem printf-Aufruf gesperrt wird und danach wieder entsperrt wird. Dies kann so aussehen:

```
1  [...]
2  #include <pthread.h>
3  pthread_mutex_t printfLock; //globale Deklaration des Locks
4
5  [...]
6
7  void* perform_work(void* argument)
8  {
9      int passed_in_value;
10
11     passed_in_value = *((int*) argument);
12     pthread_mutex_lock(&printfLock);
13     printf("Hello World! It's me, thread with argument %d!\n", ↵
14           passed_in_value);
15     pthread_mutex_unlock(&printfLock);
16
17     return NULL;
18 }
```

3 Vorbereitung der Analyse

Das Ziel dieser Arbeit ist es, Quark- und Gluonenjets voneinander zu unterscheiden. Deshalb müssen zunächst Daten produziert werden, die Informationen, wie sie aus einem (idealen) Detektor kommen könnten, enthalten. Für diese muss bekannt sein, um welche Art von Jets es sich handelt. Sie werden daher mithilfe von Pythia und entsprechend voreingestellten Parametern erzeugt. Die dafür nötige Rechenleistung stellt das Rechencluster der Arbeitsgruppe zur Verfügung, welches MAF genannt wird und über mehrere Rechenknoten verfügt, die 8 Prozessoren mit jeweils 8 Kernen enthalten und 256GB Arbeitsspeicher enthalten, also 4GB pro Kern. Hyperthreading, also zwei logische Kerne auf einem physischen Kern, ist bei der MAF nicht aktiviert. Der Erfahrung nach führt Hyperthreading bei einer einzigen auf Performance optimierten Anwendung zu einem Performanceverlust, da im Regelfall kein Leerlauf zwischen den Threads besteht und sich die zwei logischen Kerne den Cache des physischen Kerns teilen müssen. Es ist damit möglich, Programme laufen zu lassen, die mit bis zu 64 Threads unter Vollast effizient und gemeinsam an Daten arbeiten können. Diese Ressourcen sind mithilfe des Slurm Workload Managers gezielt nach Bedarf anforderbar. Der Job Scheduler bietet auch die Möglichkeit, bei temporärer Nichtverfügbarkeit auf die angeforderten Ressourcen zu warten. Für die multithreadingfähigen Programme müssen die Kerne alle auf demselben Knoten liegen, denn Multithreading funktioniert nicht über Computergrenzen hinaus. Dafür müssten Werkzeuge wie MPI verwendet werden, die Nachrichten zwischen den einzelnen Nodes über Ethernet oder InfiniBand austauschen können und damit die Berechnungen koordinierbar machen.

3.1 Event-Erzeugungsprogramm und Eventspeicherung

Das Event-Erzeugungsprogramm erzeugt für jeden der drei Jet-Typen in Tab. 2.1 eine über einen Skalierungsparameter bestimmbare Anzahl an Events. Dazu schaltet es die Prozesse, die in der Tabelle zum jeweiligen Jet-Typ gehören ein und alle anderen aus. Die Schwerpunktsenergie liegt dabei bei 2.7 TeV. Dieser Wert wurde gewählt, um das Verfahren eventuell später leichter auf Blei-Blei Kollisionen übertragen zu können. Die entstandenen Teilchen eines Events werden auf 4 Kriterien geprüft, die alle erfüllt sein müssen:

1. `isFinal()`: Nur Teilchen, deren Zerfallskette schon beendet ist

2. isCharged(): Nur geladene Teilchen
3. isVisible(): Nur beobachtbare Teilchen, also keine Neutrinos und andere Teilchen ohne starke oder elektromagnetische Wechselwirkung
4. $\eta < 0.9$: Die Pseudorapidität muss kleiner 0.9 sein, was der Empfindlichkeit von realen Detektoren entspricht

Sind diese alle erfüllt, wird das Teilchen in Form seines Viererimpulses in der Ausgabedatei gespeichert, für die ein eigenes binäres Dateiformat entwickelt wurde, das EventFileFormat. Um dieses zu beschreiben, werden 3 C++-Structs benötigt. Die Datei beginnt mit dem Header, welcher wie folgt aufgebaut ist:

```

1 struct PythiaEventCollection
2 {
3     double eCM;
4     double pTFrom;
5     double pTTo;
6     unsigned long eventCount;
7     double sigmaGen;
8     double weightSum;
9 };

```

Er enthält in dieser Reihenfolge die Schwerpunktsenergie für alle Kollisionen, den Mindesttransversalimpulsübertrag der Events, den Maximaltransversalimpulsübertrag der Events, die Anzahl der gespeicherten Events, der Wirkungsquerschnitt aller simulierten Kollisionen in mb und die Summe aller Gewichte der simulierten Events. Diese entspricht in dieser Arbeit der Anzahl der simulierten Events, da hier die Gewichtung jedes Events 1 ist.

Auf den Header folgt der erste Event-Header, der dieser Struktur folgt:

```

1 struct PythiaEvent
2 {
3     unsigned int particleCount;
4     float ptHat;
5 };

```

Er enthält die Anzahl der Teilchen, die zum Event gehören und gespeichert wurden sowie den transversalen Impulsübertrag der pp-Kollision dieses Events. Darauf folgt dann particleCount Mal die Struktur, die den Viererimpuls des Teilchens speichert:

```

1 struct PythiaParticle
2 {
3     float px;
4     float py;
5     float pz;

```

```

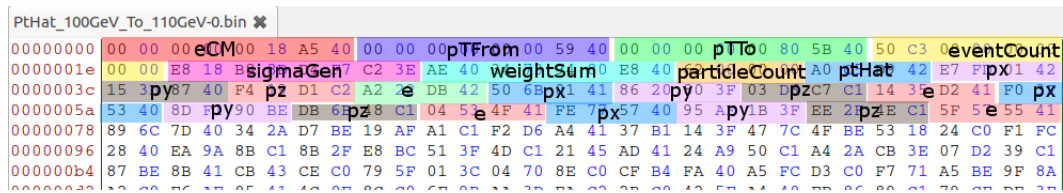
6     float e;
7 };

```

Für diese werden die eigentlich in doppelter Genauigkeit (Datentyp double) vorliegenden Werte in einfacher Genauigkeit (Datentyp float) gespeichert, da der Großteil der Datei aus dieser Struktur besteht und somit die Dateigröße auf fast die Hälfte reduziert werden kann. Auch beim Event-Header wurden diese Einsparungen gemacht. Der Speicherbedarf pro Event liegt bei ca. 1.5 kB.

Als nächstes steht dann der zweite Event-Header in der Datei, worauf wieder die zum Event gehörenden Teilchen-Viererimpulse folgen. Darauf folgt der nächste Event-Header usw., bis alle Events in der Datei untergebracht sind.

Da es insgesamt 3 Jet-Typen gibt, werden pro Datei auch 3 Eventkollektionen mitsamt den Events und Teilchen hintereinander geschrieben. Eine solche Datei ist im hexadezimalen Format in Abb. 3.1 dargestellt. Die Einfärbungen und Beschriftungen markieren die Variablen aus den Structs. Die Größen der Datentypen können von Betriebssystem zu Betriebssystem variieren, der C++-Standard garantiert lediglich eine Rangordnung zwischen den Größen. Solange jedoch das Programm, was die Datei wieder einliest, auf dem selben System läuft, kommt es zu keinen Problemen. Auch die Byte-Reihenfolge, die durch die Endianess des Systems bestimmt ist, ist somit nicht relevant und es wird heutzutage außerdem auf allen gängigen Systemen die Little-Endian-Byteorder (die Bytes werden umgekehrt im Arbeitsspeicher gespeichert) verwendet.



logischen oder programmiertechnischen Fehlern bei diesen Prozessen schneller einer neuer Durchlauf absolviert werden kann.

3.1.1 \hat{p}_T -Bins zur Verbesserung der Statistik

Der Wirkungsquerschnitt bei Kollisionen nimmt mit zunehmendem Transversalimpuls p_T ab. Dies hat zur Folge, dass bei einer Pythia-Simulation mehrerer Kollisionen die meisten Kollisionen ein geringes p_T haben und nur wenige ein hohes p_T . Dadurch sinkt die Statistik in den höheren Bereichen sehr stark. Um dies zu vermeiden, wird die Event-Generation in sogenannte p_T -Bins unterteilt. Das bedeutet, dass mithilfe von Pythia-Einstellungen der minimale und maximale p_T -Bereich auf einen Teilbereich eingeschränkt wird, um den Inhalt einer Bin zu generieren. In dieser Arbeit soll ein Transversalimpulsbereich ab 12 GeV betrachtet werden (für die Jets wird jedoch später ein Cut bei 20 GeV angelegt). Deshalb sind die Bins folgendermaßen gewählt:

Bin	Minimum p_T in GeV	Maximum p_T in GeV
0	12	20
1	20	30
2	30	40
3	40	50
4	50	60
5	60	70
6	70	80
7	80	90
8	90	100
9	100	110
10	110	120
11	120	130
12	130	140
13	140	150
14	150	∞

Der Wirkungsquerschnitt fällt in diesen Teilbereichen nicht so rapide ab wie in einem einzigen Bereich, der sich über alle diese Teilbereiche erstreckt. Die Events sind somit viel gleichmäßiger über den gesamten Bereich verteilt. Jedes EventFile enthält immer nur die Events, die in einer Bin generiert wurden und somit auch den Wirkungsquerschnitt, den die Events in diesem Impulsbereich hatten. Dieser wird später genutzt, um die Events bei der Zusammenführung der Bins zu gewichten. Dies ist notwendig, weil in den Bins mit höherem Impuls jetzt künstlich herbeigeführt für eine bessere Statistik die gleiche Eventanzahl auftritt wie in den Bins mit niedrigerem Impuls.

3.2 Jet-Clustering- und Softdrop-Programm

Das Jet-Clustering- und Softdrop-Programm liest die EventFiles ein und erstellt daraus Histogramme der Jetshapes Radial Moment g und Momentum Dispersion p_T^D sowie ein Histogramme, welche die p_T -Verteilungen der Jets darstellen und zur Kontrolle dienen. Die Jetshape-Histogramme sind dabei unterteilt in die drei Bereiche $20 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}} < 50 \text{ GeV}$, $50 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}} < 100 \text{ GeV}$ und $100 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}}$ sowie in die drei Jet-Typen Quarkjet, Gluonjet und Quark-Gluon-Jet, also 18 verschiedene Histogramme. Das Programm implementiert außerdem den Softdrop-Algorithmus und wendet diesen mit verschiedenen Parametern aus einem Parameterbereich auf die Jets an. Aus diesen softdropped Jets erzeugt das Programm für jede Parameterkombination ebenfalls die 18 Jetshape-Histogramme.

Für die Darstellung, Speicherung und Manipulierung der Histogramme wird auf die vom CERN entwickelte Bibliothek ROOT zurückgegriffen. Diese ermöglicht unter anderem das gewichtete Addieren sowie das Skalieren von Histogrammen und ihre Speicherung in einem eigenen Dateiformat. Die darin enthaltenen Histogramme können mithilfe des ROOT Browsers angesehen werden und auch mit einem eigenen Programm wieder eingelesen werden. Dies macht sich im späteren Verlauf das Auswertungsprogramm zunutze. Da ROOT nicht vollständig Threadsafe ist und das Programm multithreadingfähig programmiert wurde, wird vor jeder Operation, in die von mehreren Threads verwendete ROOT-Objekte involviert sind, ein Mutex-Lock gesetzt. Dies ist sehr wichtig, da das Programm darauf ausgelegt ist, Stunden bis Tage auf der MAF zu laufen und bei einem Absturz alle Daten verloren wären und somit nutzlos. Das Programm, das alle Teilchen in von Fastjet bereitgestellten PseudoJet-Objekten speichert, liest desweiteren die EventFiles nicht komplett am Stück ein, sondern nur die für den gerade bearbeiteten Jet-Typ notwendigen Teilchen, was den Arbeitsspeicherverbrauch pro Thread senkt und größere Teilchenmengen in den einzelnen Bins erlaubt.

3.2.1 Zusammenführung der Ergebnisse aus einzelnen

\hat{p}_T -Bins

Das Programm liest die einzelnen EventFiles, die jeweils die Events aus einer Bin für alle drei Jet-Typen enthalten, ein und clustert die Jets mithilfe von Fastjet. Für jede Datei wird ein separater Thread erstellt. Für das Clustern wird der anti- k_t -Algorithmus mit einem Auflösungsparameter von $R = 0.2$, $R = 0.3$ oder $R = 0.4$ verwendet. R hat genau den gleichen Wert wie das R_0 für den später angewandten Softdrop-Algorithmus. Alle Jets mit einem $p_T < 20 \text{ GeV}$ werden aussortiert und aus den Berechnungen ausgeschlossen. Für die verbleibenden Jets werden zunächst die beiden Jet-Shapes berechnet, ohne den SoftDrop-Algorithmus anzuwenden und die $p_{T,\text{Jet}}$ -Verteilung in ein Histogramm eingetragen. Im Anschluss wird der SoftDrop-Algorithmus auf die Jets ange-

wendet. Das Programm bietet die Möglichkeit, in einem Parameter -cutf einen Faktor anzugeben, mit dem die p_T -Obergrenze einer Bin multipliziert wird und mit dem p_T der softdropped Jets verglichen wird. Im Fall einer überschreitung des Produkts wird der Jet nicht weiter betrachtet. Ansonsten und auch, wenn kein solcher Faktor angegeben wird (was bei den finalen Histogrammen nicht nötig war), wird der SoftDrop in den verschiedenen Parameterkombinationen auf den Jet angewendet und seine beiden Jetshapes für jede Kombination berechnet. Jeder Thread speichert für jede Kombination der Softdrop-Parameter somit die 18 Histogramme. Sobald ein Thread das komplette EventFile für seine jeweilige Bin abgearbeitet hat, muss er die Ergebnisse für die Zusammenführung der Bins in das Hauptprogramm übergeben. Dazu wird zunächst für jede Bin i die Größe

$$\sigma_i = \frac{\text{sigmaGen}}{\text{weightSum}} \quad (3.1)$$

berechnet (sigmaGen und weightSum werden dem EventFile entnommen). Diese wird zum Zusammenführen der Histogramme der einzelnen Bins zu einem Histogramm, welches die Ergebnisse aller Bins darstellt, benötigt. Das Ziel ist eine Auftragung der Jetshape, beispielsweise g , gegen $\frac{1}{N_{\text{Jets}}} \frac{dN}{dg}$, wobei N_{Jets} die in das Histogramm einbezogene Anzahl der Jets ist. dg kennzeichnet die Normierung auf die Bin-Weite des Histogramms. Um diese Normierung zu Erreichen, müssen die Histogramme der einzelnen Bins mit σ_i als Gewichtungsfaktor addiert werden und das Gesamthistogramm am Ende durch $\sum_i N_{\text{Jets},i} \sigma_i$ geteilt werden. $N_{\text{Jets},i}$ ist dabei die Anzahl an Jets in der i -ten Bin, sie entspricht der Anzahl der Einträge des Histogramms für die i -te Bin. Das Gesamthistogramm wird damit durch

$$\frac{1}{\sum_i N_{\text{Jets},i} \sigma_i} \sum_i \frac{d\sigma_i}{dg} = \frac{1}{N_{\text{Jets}}} \frac{dN}{dg} \quad (3.2)$$

berechnet.

3.2.2 Gewählte Parameterintervalle für den Softdrop-Algorithmus

Das Programm wendet den Softdrop im grooming mode mit verschiedenen Parametern auf jeden Jet an und speichert die Histogramme in entsprechenden Unterordnern der ROOT-Datei. Es lassen sich im Sourcecode die Bereiche sowie die Schritte angeben, in denen die Parameter variiert werden. Für R_0 wurden die Werte 0.2, 0.3 und 0.4 verwendet, da dies die typischen Werte für das Jetclustering bei ALICE-Experimenten sind. z_{cut} wurde von 0.0 bis 0.5 in Schritten von 0.1 variiert. Negative Werte machen für z_{cut} keinen Sinn, da die Transversalimpulse p_{Ti} bezüglich der Strahlachse immer positiv sind und daher die Softdrop-Bedingung (Gl (2.4)) immer erfüllt ist. Damit hätte der Softdrop keine Auswirkungen auf den Jet. Größere Werte als 0.5 müssen ebenfalls nicht betrachtet werden, da ab diesem Wert erstmals die linke Seite der Gleichung

immer größer als 0.5 sein sollte. Für β wurden Werte im Intervall 0.0 bis 4.0 in Schritten von 0.5 ausprobiert. Werte von $\beta < 0$ sollten nicht betrachtet werden, da der Jet sonst «abasiert» wird und eine Abhängigkeit von R_0 bestünde. Bei $\beta < 0$ würden Teile des Jets mit kleinem p_T oder kleinem R unterdrückt werden, sodass der Softdrop nicht mehr collinear safe wäre und außerdem ist dann auch nicht garantiert, dass der Softdrop infrared safe ist. Damit ergibt sich eine Gesamtzahl von 162 untersuchten Softdrop-Variationen.

3.3 Auswertungsprogramm

Das Auswertungsprogramm liest die vom Jet-Clustering- und Softdrop-Programm erzeugte ROOT-Datei ein und sucht nach den Softdrop-Histogrammen der Jetsapes, bei denen sich die Quark- und Gluonjets am meisten unterscheiden. Dies wird für jedes R_0 getrennt durchgeführt. Um die größte Unterscheidung zu finden werden zwei Verfahren herangezogen. Zum einen wird recht simpel der Mittelwert der Histogramme der zu vergleichenden JetShape gebildet und der Abstand als Maß für die Unterscheidung genommen. Die Parameter, bei denen der Abstand am größten ist, werden dann ausgegeben. Für das andere Verfahren wird eine gleich näher erläuterte Überlappfläche der Jetshapes betrachtet. Diese wird minimiert und die zugehörigen Softdrop-Parameter ausgegeben. Das Programm erstellt außerdem Grafiken, in denen es die Mittelwerte der Jetshapes zum einen über β bei konstantem z_{cut} als auch über z_{cut} bei konstantem β aufträgt. Außerdem werden die Mittelwerte und Überlappwerte und ihre zugehörigen Parameter in einer Datei gespeichert, die später in einem dreidimensionalen Diagramm dargestellt werden kann. Diese Auswertung wird für jede der zwei Jetshapes, jeden der 3 Energiebereiche und jedes der drei R_0 durchgeführt.

3.3.1 Verfahren zum Finden des Überlapps zweier Jetshapes

Um den Überlapp zweier Jetshapes zu finden, wobei die eine für Gluonjets und die andere für Quarkjets sei, wird eine Jetshape als die zu behaltende festgelegt und die andere als die zu verwerfende. Von der zu behaltenden werden 10 Flächenprozent an der Seite, die an die andere Jetshape angrenzt, pauschal abgeschnitten, da dies ein akzeptabler Verzicht in realen Experimenten wäre. In Abb. 3.2 ist dies der grüne Bereich. Der rote Bereich stellt demzufolge 90% der zu behaltenden Jetshape dar. Gesucht wird nun der gelbe Bereich der zu entfernenden Jetshape. Dieser ist in dieser Konstellation, bei der die zu behaltende Jetshape links der zu entfernenden liegt, das Integral über das blaue Histogramm von 0 bis zur 10%-Grenze. Um die Bin der 10%-Grenze zu bestimmen, muss das Integral über die rote Jetshape von 0 bis x berechnet werden und x solange erhöht werden, bis das Integral 90% oder mehr des Integrals über die gesamte Jetshape beträgt. Es folgt zum eindeutigen Verständnis ein Auszug aus

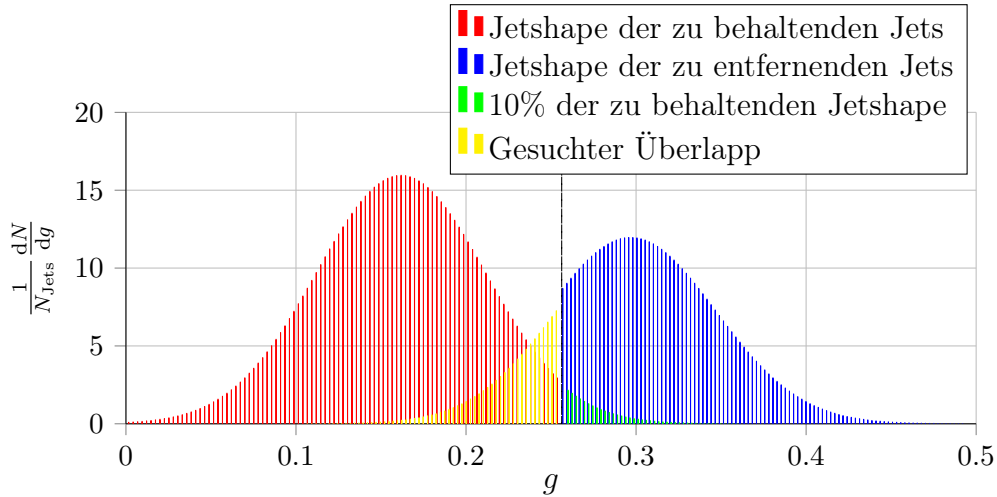


Abbildung 3.2: Finden des Überlapps zweier Jetshapes am Beispiel der Jetshape g . Die Jetshapes sind jedoch rein fiktiv und in der Wirklichkeit weniger stark separiert.

dem Quellcode des Analyseprogramms, der den Überlapp berechnet, wobei histGet das Histogramm der Jetshape der zu behaltenden Jets sei und histDrop das andere Histogramm.

```

1  TH1F* histGet = ...
2  TH1F* histDrop = ...
3
4  // Richtung bestimmen, in die die Grenze verschoben werden soll
5  signed int direction = (histGet->GetMean() < histDrop->GetMean()
6                          () ? 1 : -1);
7
8  // Wenn sich die Integrationsgrenze nach Rechts bewegt, ist der
9  // Startpunkt bei 0, ansonsten ganz rechts bei der letzten Bin
10 int startBin = (direction == 1 ? 0 : histGet->GetNbinsX());
11
12 // zunaechst ist linke Integrationsgrenze = rechte
13 // Integrationsgrenze
14 int endBin = startBin;
15
16 // Integral ueber die gesamte zu behaltende Jetshape (sollte
17 // 1.0 sein wegen Normierung)
18 float integralGet100 = histGet->Integral("width");
19
20 // verschiebe die Grenze immer weiter bis 90 Prozent von
21 // integralGet100 abgedeckt sind
22 while (histGet->Integral( min(startBin, endBin), max(startBin,
23 endBin), "width") < 0.9*integralGet100)
24     endBin += direction;

```

```
19
20 // zurueckgeben, was so noch von histDrop in den Bereich äfllt
21
22 if (direction == 1)
23     return histDrop->Integral(0, endBin, "width");
24 else
25     return histDrop->Integral(endBin, histDrop->GetNbinsX(), "↔
    width");
26
27 }
```


4 Ergebnisse

Die aus dem Auswertungsprozess gewonnenen Diagramme und Daten werden in diesem Kapitel dargestellt. Für die Erstellung der Histogramme wurden für jeden der 3 Jet-Typen jeweils 14 Millionen Events generiert und ausgewertet. Dadurch liegen die Fehler in den Histogrammen der Jet-Shapes im Promillebereich und sind kaum sichtbar.

4.0.1 $p_{T,\text{Jet}}$ -Verteilungen der 3 Prozesse

Die $p_{T,\text{Jet}}$ -Verteilungen der drei Jet-Typen sind für $R = 0.2$ in Abb. 4.1 als logarithmisch skalierte Histogramme dargestellt. Es sind die vom Jet-Clustering und Softdrop-Programm erzeugten Histogramme, in denen die einzelnen Bins bereits unter Berücksichtigung ihrer unterschiedlichen Gewichtung σ_i addiert worden sind. Auf der y-Achse steht daher der Wirkungsquerschnitt pro Event:

$$\sigma(p_{T,\text{Jet}}) = \sum_i \sigma_i = \sum_i \frac{\text{sigmaGen}}{\text{weightSum}} \quad (4.1)$$

Die Histogramme verlaufen recht glatt und es sind keine gravierenden Ausreißer zu erkennen. Daraus lässt sich schließen, dass jede Bin mit korrekter Gewichtung in das Gesamthistogramm eingeflossen ist. Lediglich bei höheren $p_{T,\text{Jet}}$ -Werten nehmen Schwankungen zwischen den einzelnen Bins zu. Dies liegt daran, dass für Kollisionen mit Transversalimpulsüberträgen ab 150 GeV nur eine einzige Bin erstellt wurde und ein daraus entstandener Jet mit viel höherer Wahrscheinlichkeit einen Gesamtimpuls nahe der unteren Bin-Grenze von 150 GeV hat. Beim unteren $p_{T,\text{Jet}}$ -Bereich sind bereits die Jets mit Gesamtimpulsen unter 20 GeV abgeschnitten. Es fallen für die Gluonjets in der Bin bei 20 GeV um 6 Größenordnungen mehr Jets an als in der Bin bei 200 GeV. Für die Quarkjets ist der Unterschied etwas geringer, jedoch deutlich sichtbar. Diese Diskrepanz erklärt sich durch den viel geringeren Wirkungsquerschnitt für höhere Transversalimpulsübertragungen bei pp-Kollisionen. Außerdem können bei höheren Impulsüberträgen auch Jets mit weniger Energie entstehen, umgekehrt ist es jedoch energetisch nicht möglich (abgesehen von einer Verschiebung des Spektrums durch Initial State Radiation). Dies führt ebenfalls zu einer erhöhten Jetanzahl bei niedrigeren Gesamtimpulsen.

Im niedrigen Impulsbereich kommen mehr Gluonjets als Quarkjets vor, während es im höheren Bereich umgekehrt ist. Da Gluonjets eine größere Fragmentierung als Quarkjets haben und breiter sind, ist die Summe der Impulse der Konstituenten, also $p_{T,\text{Jet}}$, geringer. Auffällig ist auch, dass die Anzahl der Quark-Gluonjets

immer über den Anahlen der Quarkjets und Gluonjets liegt, sich jedoch an der rechten und linken Diagrammgrenze an die Anzahlen für die Gluon- bzw. die Quarkjets annähert. Bei nichtlogarithmischer y-Achsenkalierung ist jedoch zu erkennen, dass an den Skalenenden die lilane Kurve ungefähr die Summe der anderen beiden Kurven ist.

Diese Beobachtungen sind auf die Diagramme für $R = 0.3$ in Abb. 4.2 und $R = 0.4$ in Abb. 4.3 übertragbar. Die Verteilungen unterscheiden sich kaum.

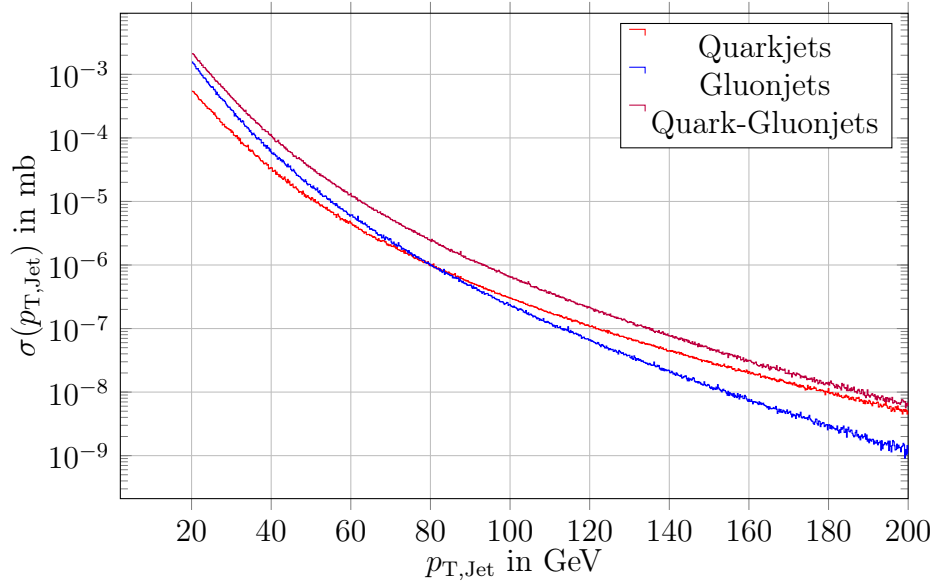


Abbildung 4.1: $p_{T,\text{Jet}}$ -Verteilungen der Jets (ohne Softdrop) getrennt nach Jet-Typ mit dem fastjet-Paramter $R = 0.2$

4.0.2 Entwicklung der Mittelwerte der Jet-Shapes

Um die Jetshapes für Quark- und Gluonjets miteinander zu vergleichen, werden zunächst ihre Mittelwerte betrachtet. Wenn diese möglichst weit voneinander entfernt sind, ist dies ein guter Indikator dafür, dass Quark- und Gluonjets mit den gewählten Softdrop-Parametern unterschieden werden können. Dazu werden die Mittelwerte in einem dreidimensionalen Diagramm als Wert für die z-Achse verwendet, während für die x- und y-Koordinate die beiden Softdrop-Parameter z_{cut} und β verwendet werden. Zur besseren räumlichen Orientierung wird durch die Mittelwerte ein Gitternetz gelegt und Flächen zwischen ihnen eingeblendet. Die Diagramme finden sich in Abb. 4.4 bis 4.21. Die zwei entstandenen Flächen, wobei die eine für Quarkjetshapemittelwerte und die andere für Gluonjetshapemittelwerte steht, kreuzen sich nie. Sie berühren sich lediglich immer bei $\beta = 0$ und $z_{\text{cut}} = 0.5$, da hier die Mittelwerte von beiden Jettypen immer 0 sind. Dies liegt daran, dass der Softdrop bei diesen Parametern alle Teilchen aus dem Jet

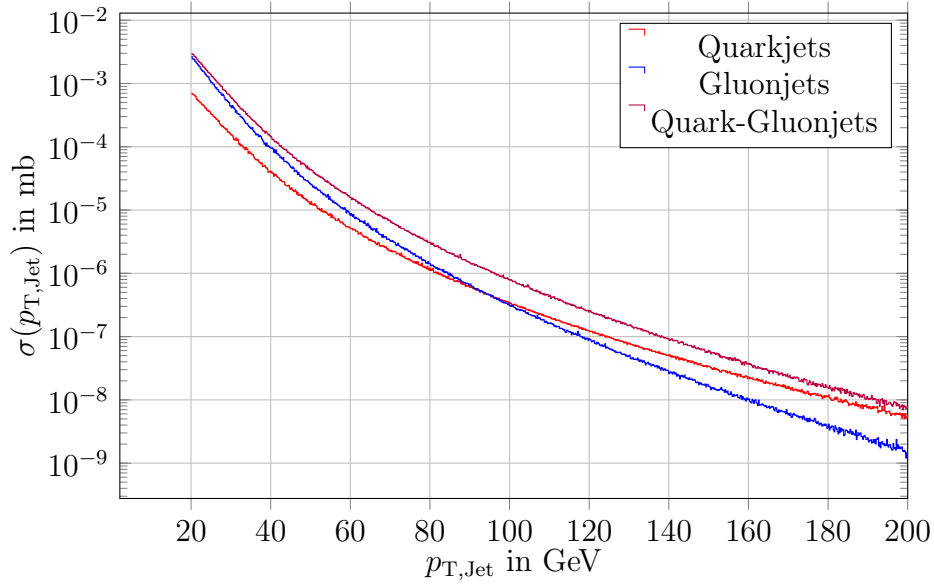


Abbildung 4.2: $p_{T,\text{Jet}}$ -Verteilungen der Jets (ohne Softdrop) getrennt nach Jet-Typ mit dem fastjet-Paramter $R = 0.3$

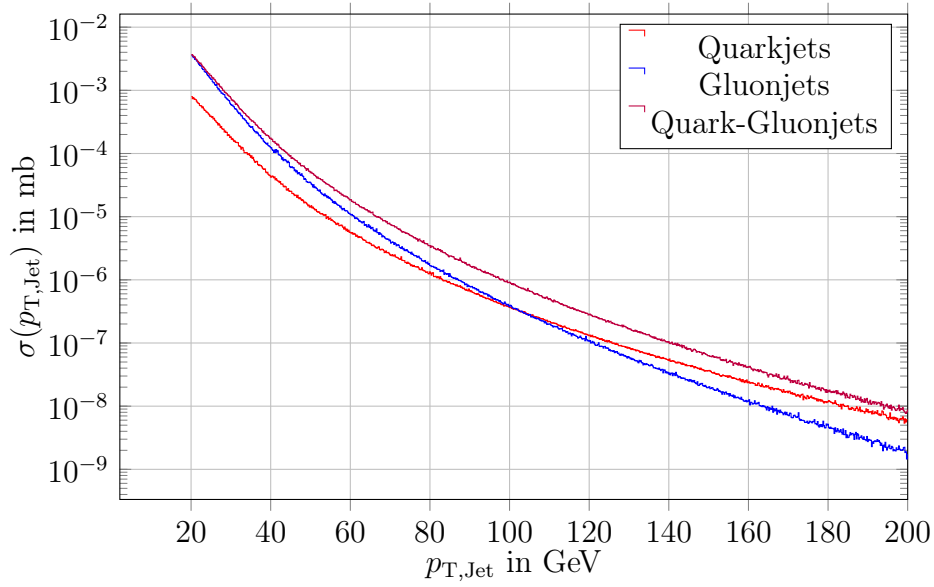


Abbildung 4.3: $p_{T,\text{Jet}}$ -Verteilungen der Jets (ohne Softdrop) getrennt nach Jet-Typ mit dem fastjet-Paramter $R = 0.4$

entfernt und die zugehörigen Histogramme dementsprechend keine Einträge haben. Die Mittelwerte für $z_{\text{cut}} = 0$ haben immer annähernd den gleichen Wert für jedes β bis auf numerische Abweichungen und entsprechen ungefähr denen der nicht vom Softdrop behandelten Jetshapes. Die Jetshapes weichen sehr

geringfügig von den unbehandelten Jetshapes ab, was jedoch auf numerische Ungenauigkeiten zurückzuführen ist und in den Histogrammen kaum sichtbar ist. Deshalb können diese Werte als Mittelwerte der Jetshapes der originalen, nicht vom Softdrop behandelten Jets angesehen werden.

Die Mittelwerte für die Quarkjet-Jetshapes liegen den theoretischen Erwartungen entsprechend für das Radial Moment g über und für die Momentum Dispersion p_T^D unter denen der Gluonjets.

Beim Radialen Moment g ist zu erkennen, dass die Mittelwerte für große β in gleichem Maße für Quarkjets und Gluonjets fallen, es jedoch ab $\beta \leq 2.0$ zu einer Annäherung der Mittelwerte kommt. Für Energien aus dem Bereich $20 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}} < 50 \text{ GeV}$ ist dieser Trend deutlicher zu beobachten als bei höheren Energien und setzt früher (bei höheren β) ein. Auch ein kleineres R lässt diesen Trend deutlicher sichtbar werden. Bei den höheren Energien erfolgt die Annäherung nicht so deutlich sichtbar, jedoch könnte bei höherer Auflösung wahrscheinlich im Bereich $\beta < 0.5$ ein solcher Abfall besser zu erkennen sein. Bei $\beta = 0$ und $z_{\text{cut}} = 4$ ist bei den Diagrammen, die Jets mit $p_{T,\text{Jet}} > 50 \text{ GeV}$ enthalten immer eine Auswölbung nach oben in der Fläche für die Gluon-Jetshapes zu sehen. Für die Quarkjets ist diese Auswölbung auch, aber viel geringfügiger vorhanden. Der Abstand der Mittelwerte vergrößert sich dadurch auf einen höheren Wert als es bei $z_{\text{cut}} = 0$, also keinem effektiven Softdrop der Fall ist. In den Diagrammen für $20 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}} < 50 \text{ GeV}$ hingegen nähern sich die Jetshapes in diesem Bereich immer mehr an und es gibt keine Auffälligkeiten. Dieser Bereich wäre also ungeeignet zur Jetunterscheidung bei geringen Jetenergien. Bei der Momentum Dispersion zeichnet sich eine Annäherung der Gluonjetshapes an die Quarkjetshapes mit sinkendem β und steigendem z_{cut} ab. Bei Jetenergien $20 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}} < 50 \text{ GeV}$ liegen die Mittelwerte mit Softdrop näher beieinander als ohne Softdrop. In den höheren Energiebereichen schafft es der Softdrop ähnlich wie beim Radial Moment die Mittelwerte bei kleinem β weiter voneinander zu entfernen, da hier die Gluonjets stärker vom Softdrop betroffen sind. Das R hat auf die Entwicklung der Momentum Dispersion keinen erkennbaren Einfluss.

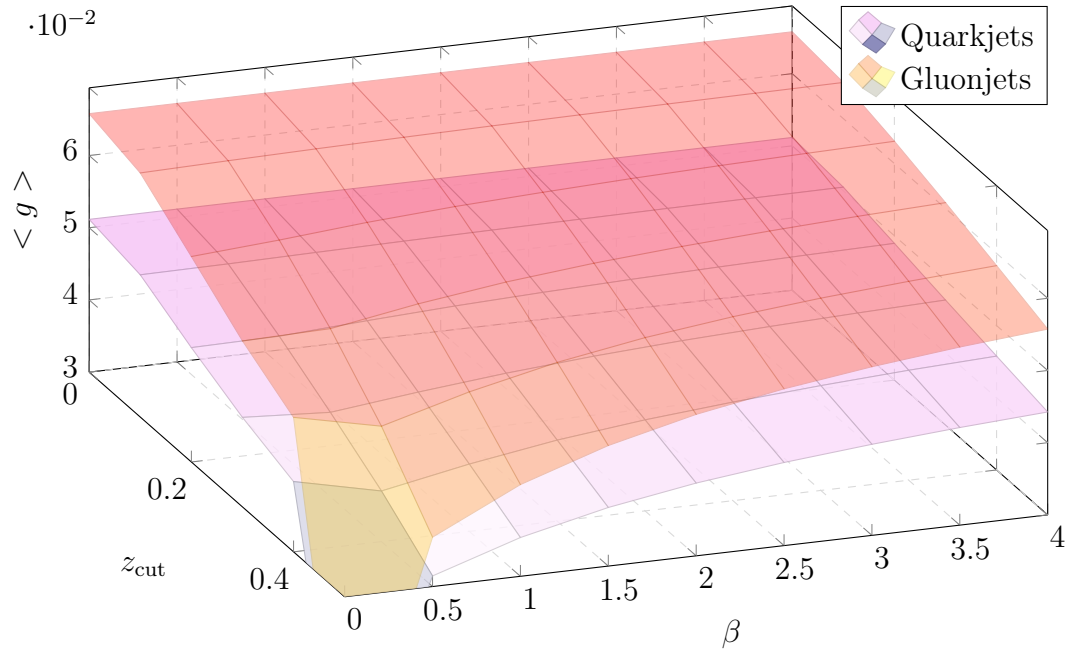


Abbildung 4.4: Mittelwerte des Radial Moment g im Energiebereich $20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonjets mit $R = 0.2$

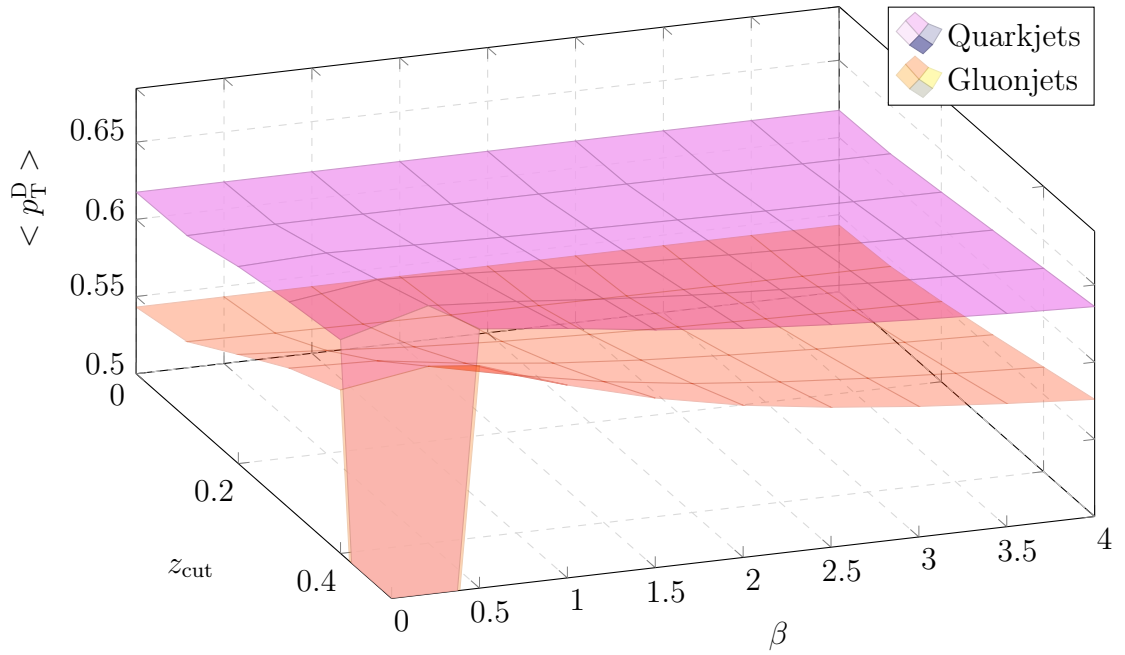


Abbildung 4.5: Mittelwerte der Momentum Dispersion p_{T}^{D} im Energiebereich $20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonjets mit $R = 0.2$

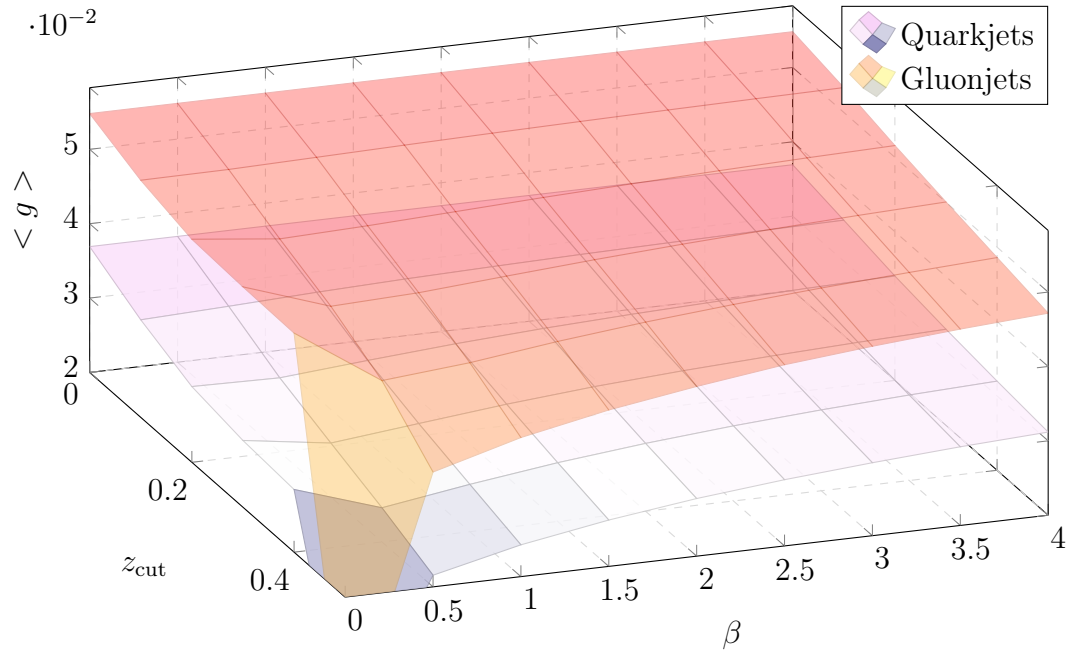


Abbildung 4.6: Mittelwerte des Radial Moment g im Energiebereich $50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonjets mit $R = 0.2$

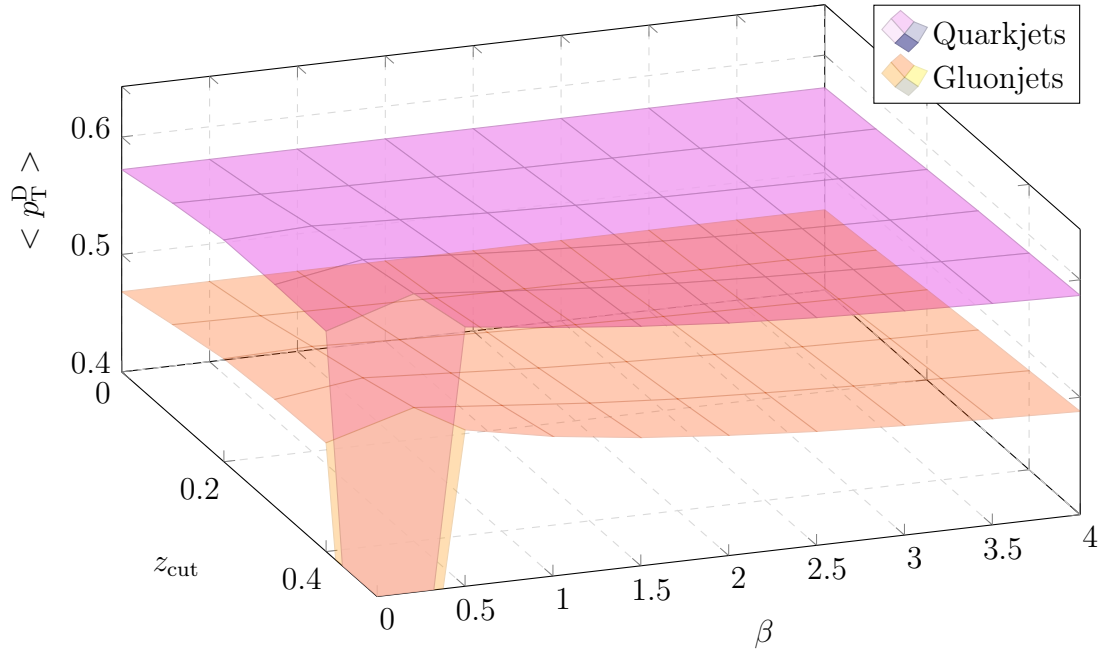


Abbildung 4.7: Mittelwerte der Momentum Dispersion p_{T}^{D} im Energiebereich $50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonjets mit $R = 0.2$

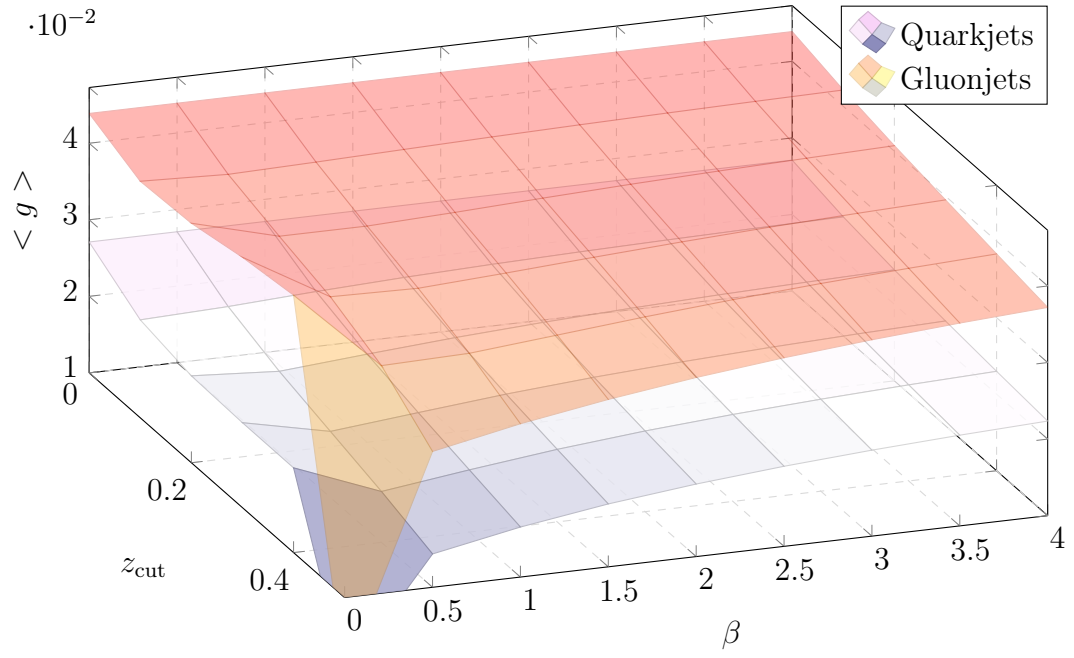


Abbildung 4.8: Mittelwerte des Radial Moment g im Energiebereich $100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonjets mit $R = 0.2$

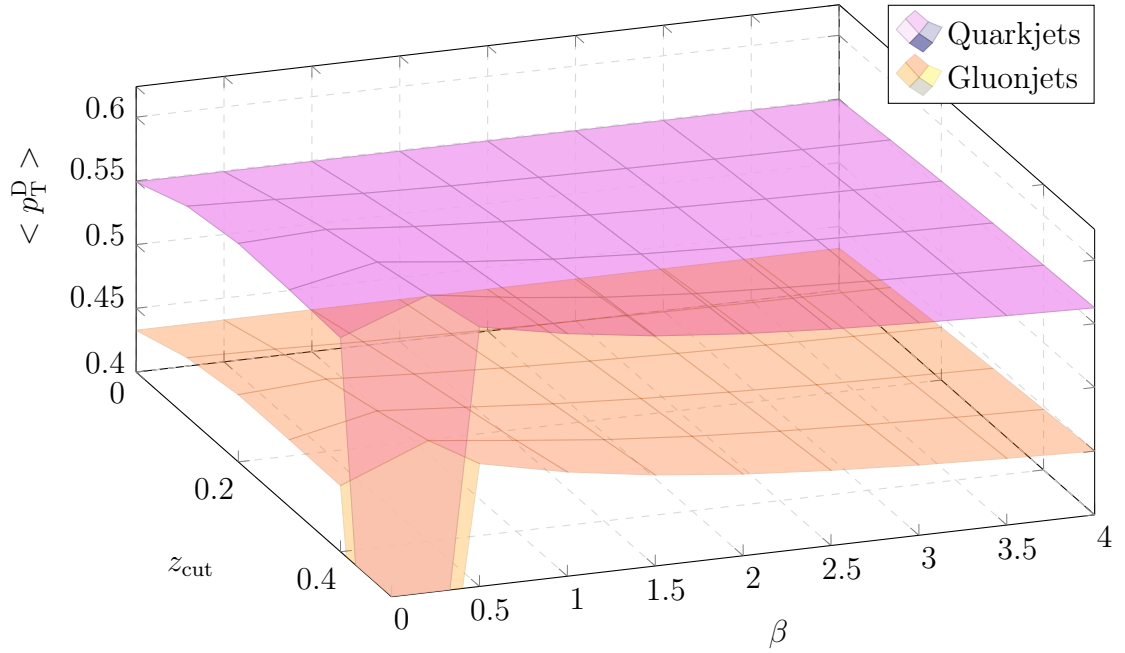


Abbildung 4.9: Mittelwerte der Momentum Dispersion p_{T}^{D} im Energiebereich $100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonjets mit $R = 0.2$

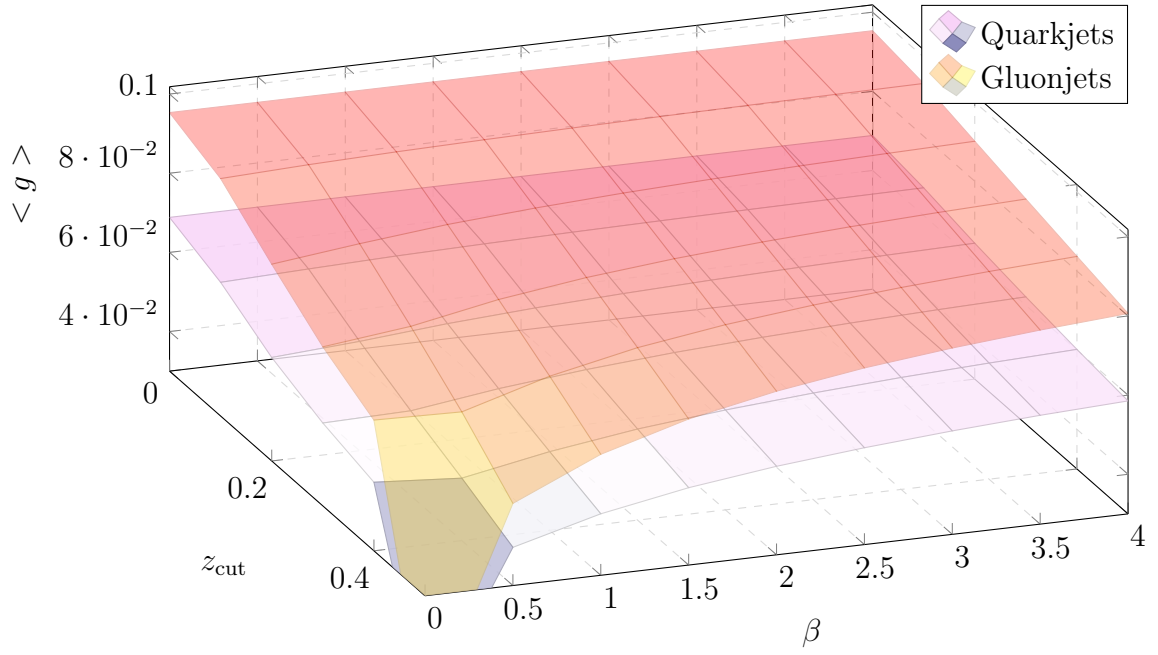


Abbildung 4.10: Mittelwerte des Radial Moment g im Energiebereich $20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonjets mit $R = 0.3$

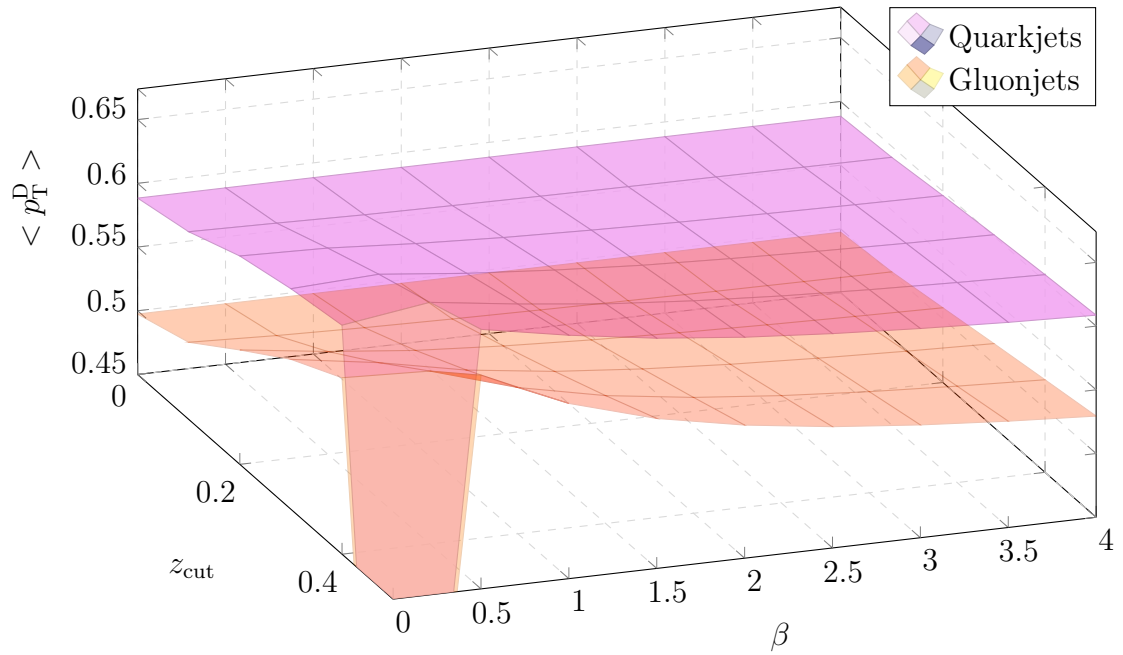


Abbildung 4.11: Mittelwerte der Momentum Dispersion p_{T}^{D} im Energiebereich $20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonjets mit $R = 0.3$

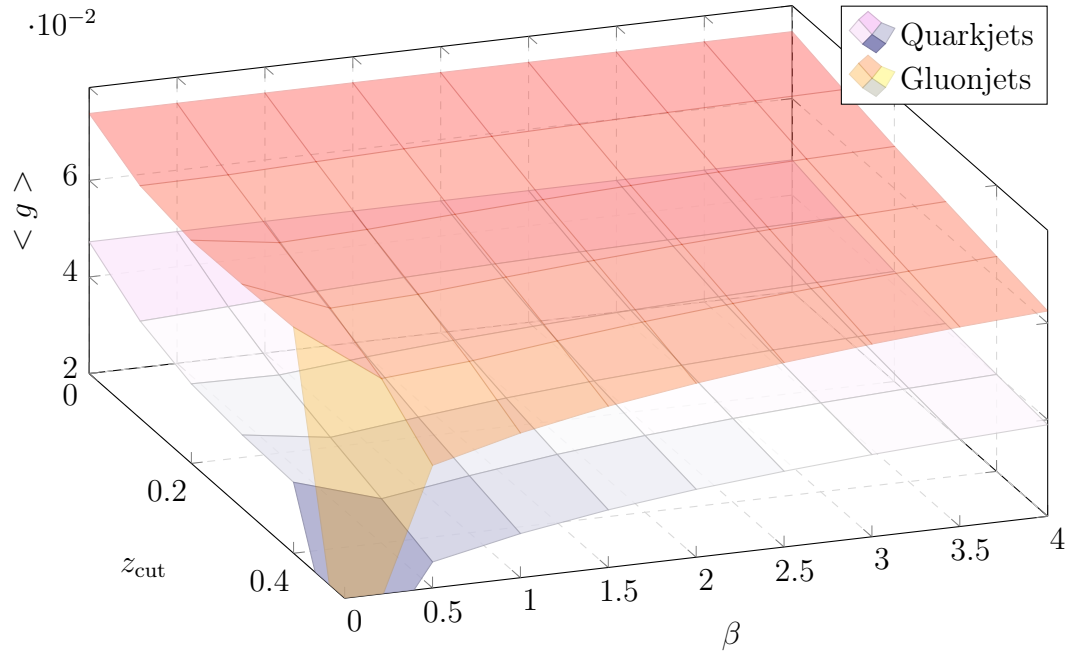


Abbildung 4.12: Mittelwerte des Radial Moment g im Energiebereich $50 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}} < 100 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonenjets mit $R = 0.3$

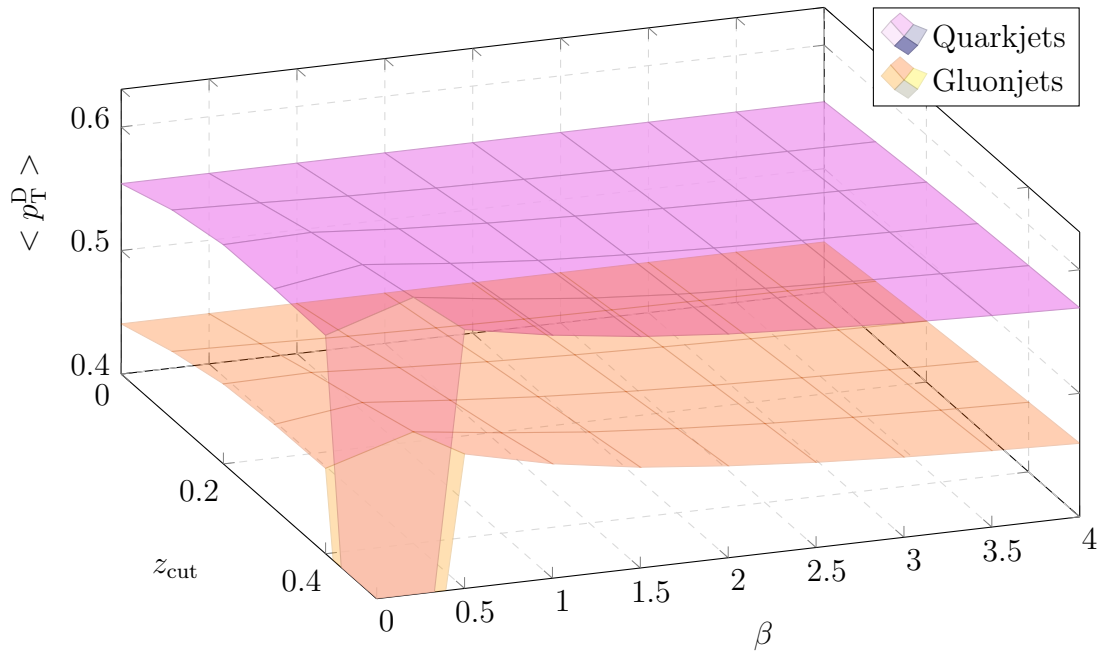


Abbildung 4.13: Mittelwerte der Momentum Dispersion p_T^D im Energiebereich $50 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}} < 100 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonenjets mit $R = 0.3$

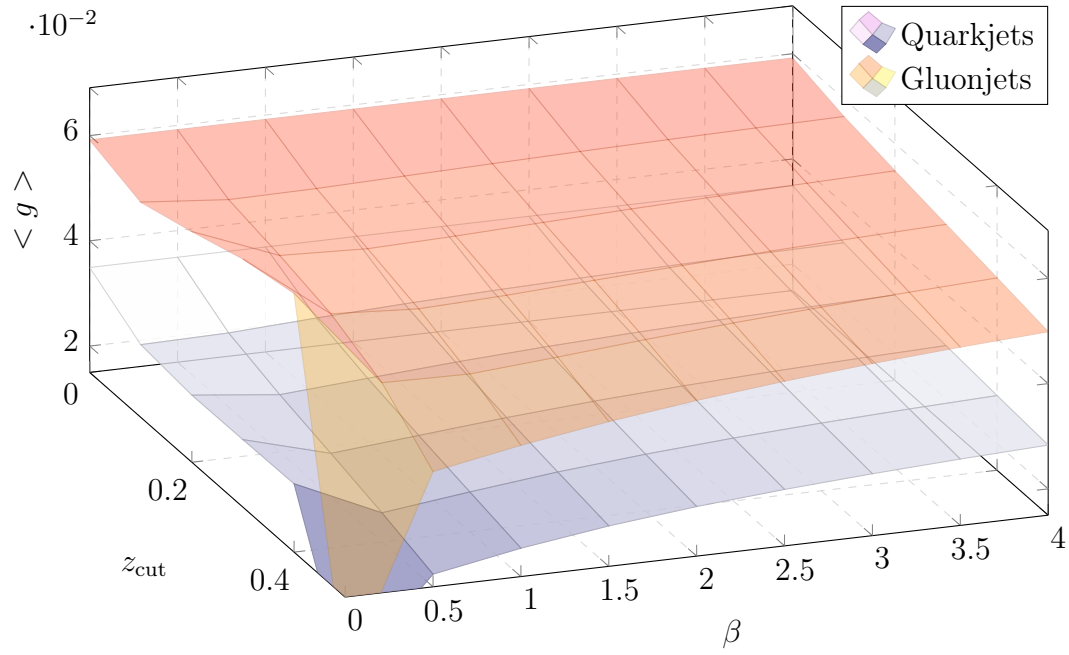


Abbildung 4.14: Mittelwerte des Radial Moment g im Energiebereich $100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonenjets mit $R = 0.3$

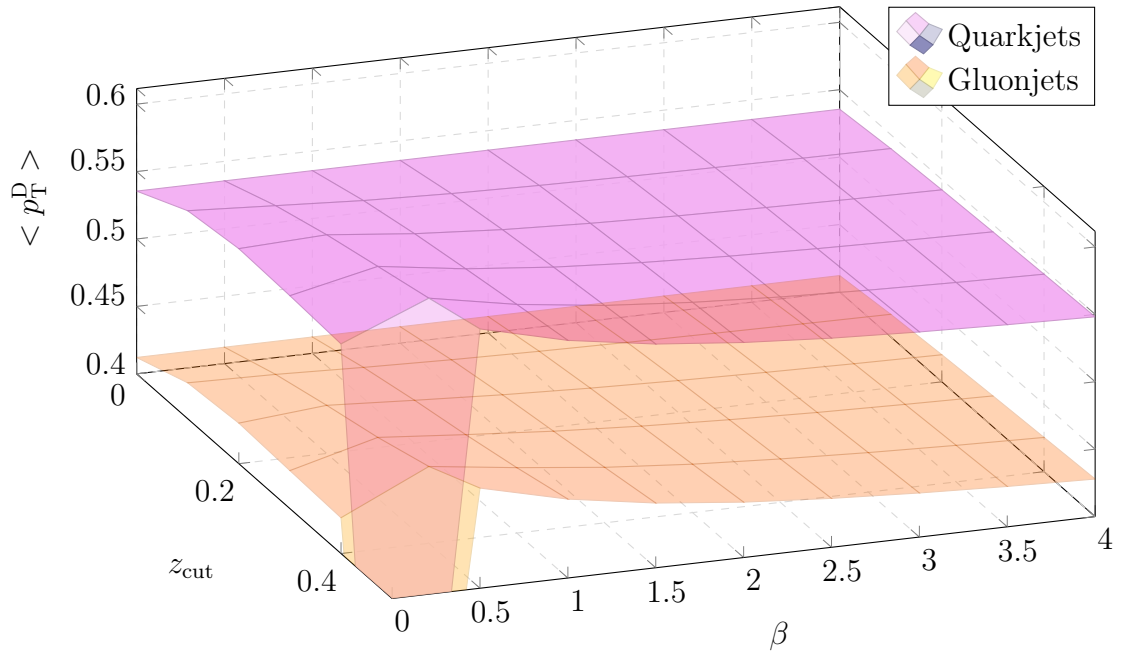


Abbildung 4.15: Mittelwerte der Momentum Dispersion p_{T}^{D} im Energiebereich $100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonenjets mit $R = 0.3$

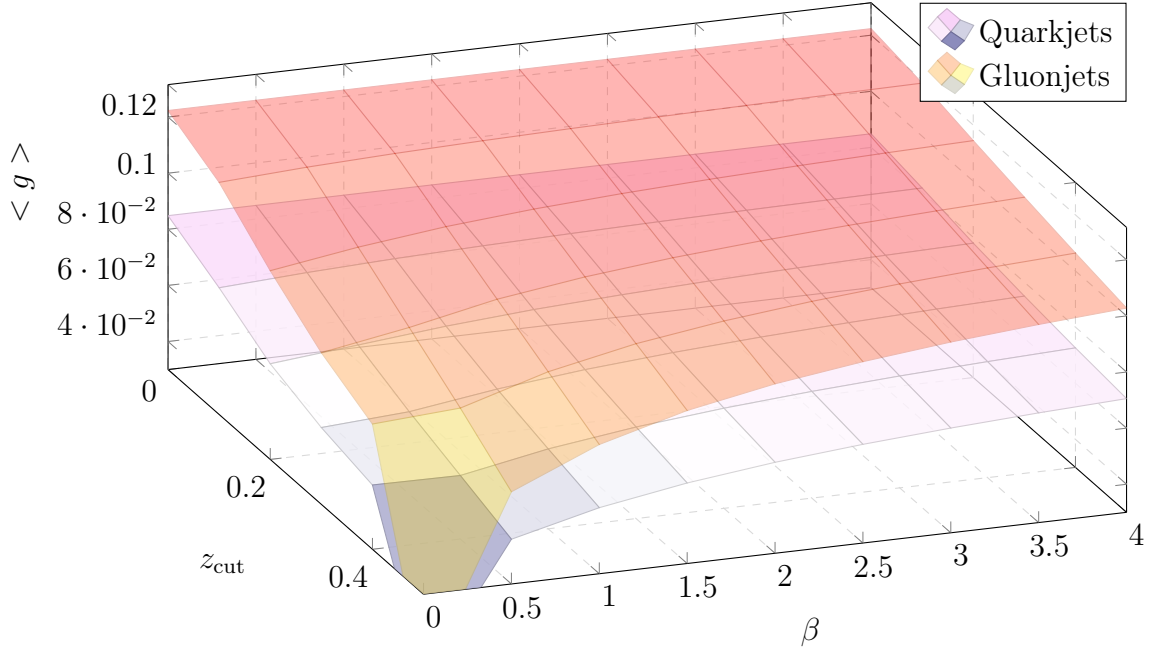


Abbildung 4.16: Mittelwerte des Radial Moment g im Energiebereich $20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonjets mit $R = 0.4$

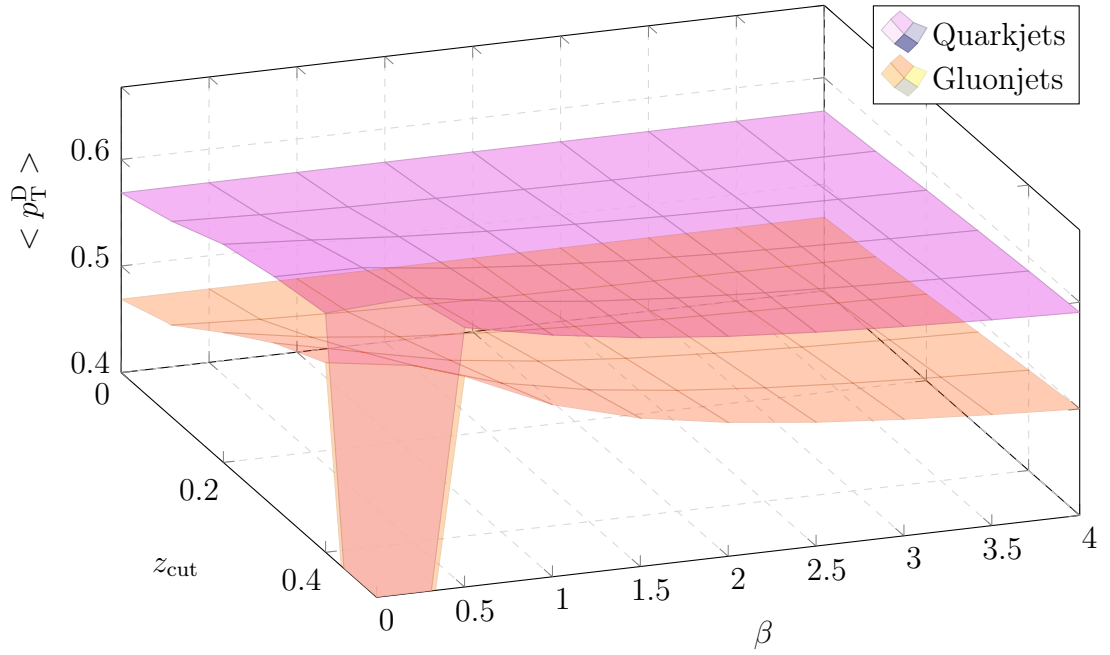


Abbildung 4.17: Mittelwerte der Momentum Dispersion p_{T}^{D} im Energiebereich $20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonjets mit $R = 0.4$

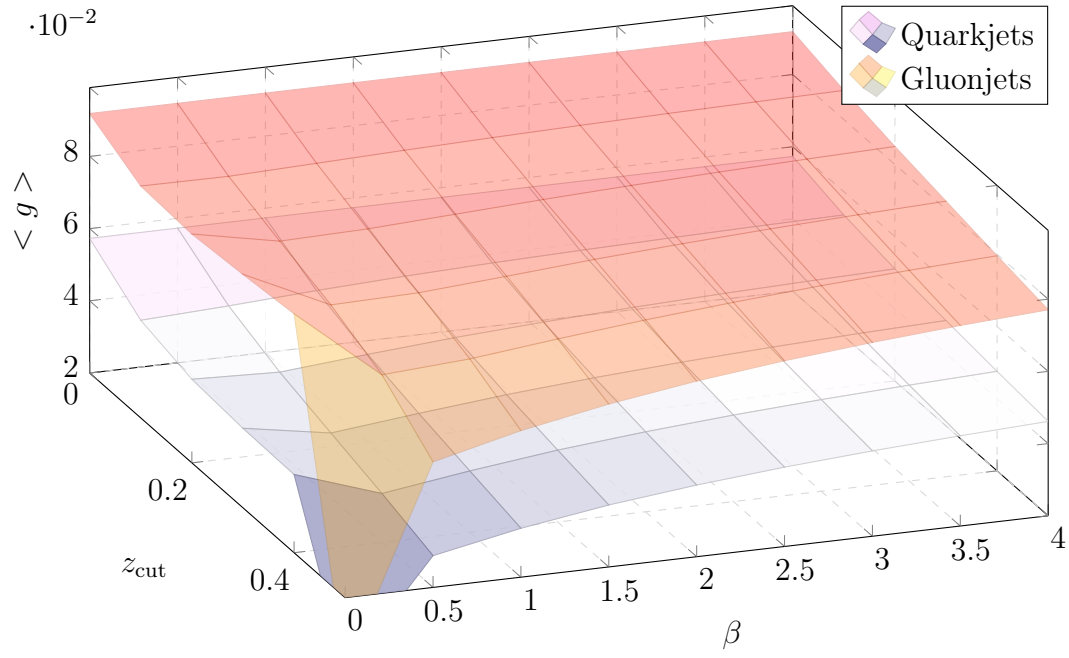


Abbildung 4.18: Mittelwerte des Radial Moment g im Energiebereich $50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonenjets mit $R = 0.4$

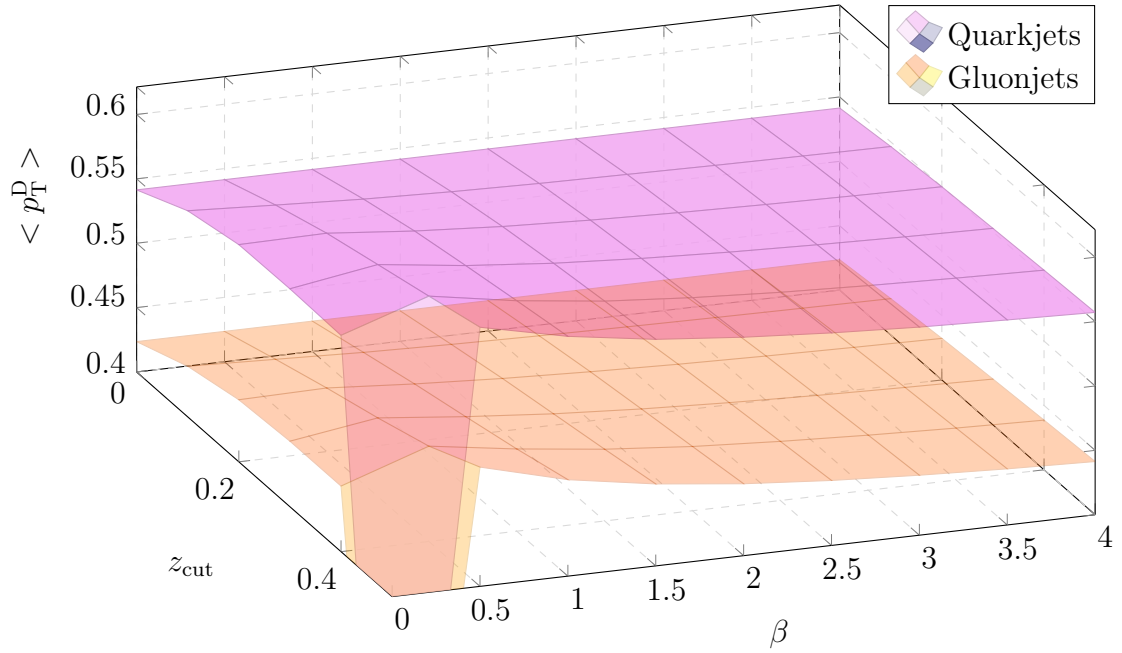


Abbildung 4.19: Mittelwerte der Momentum Dispersion p_{T}^{D} im Energiebereich $50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonenjets mit $R = 0.4$

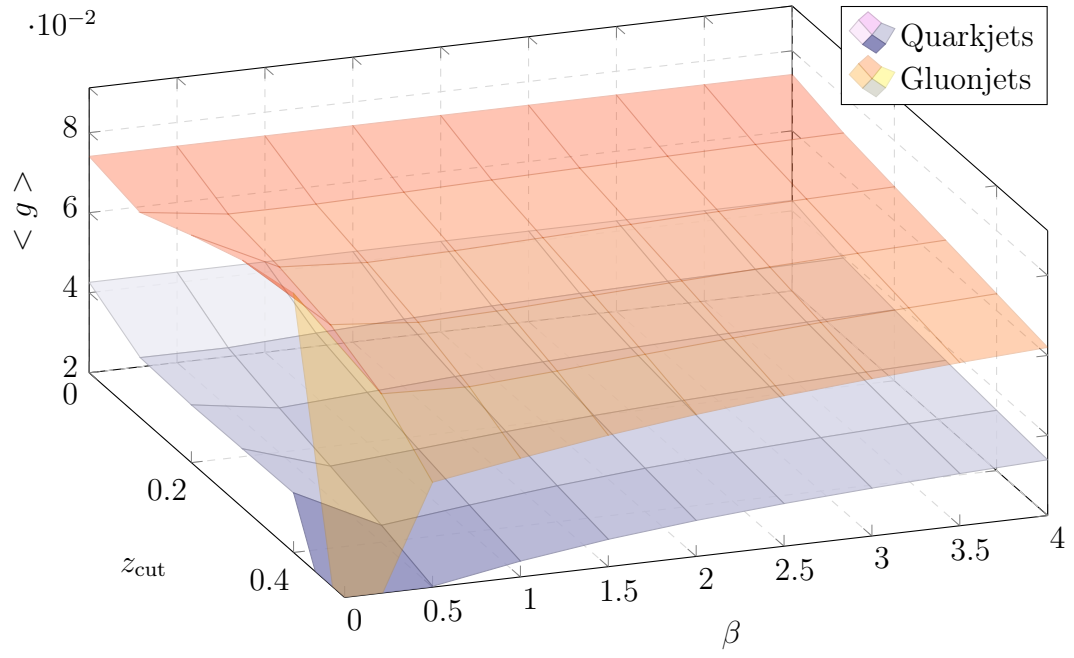


Abbildung 4.20: Mittelwerte des Radial Moment g im Energiebereich $100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonenjets mit $R = 0.4$

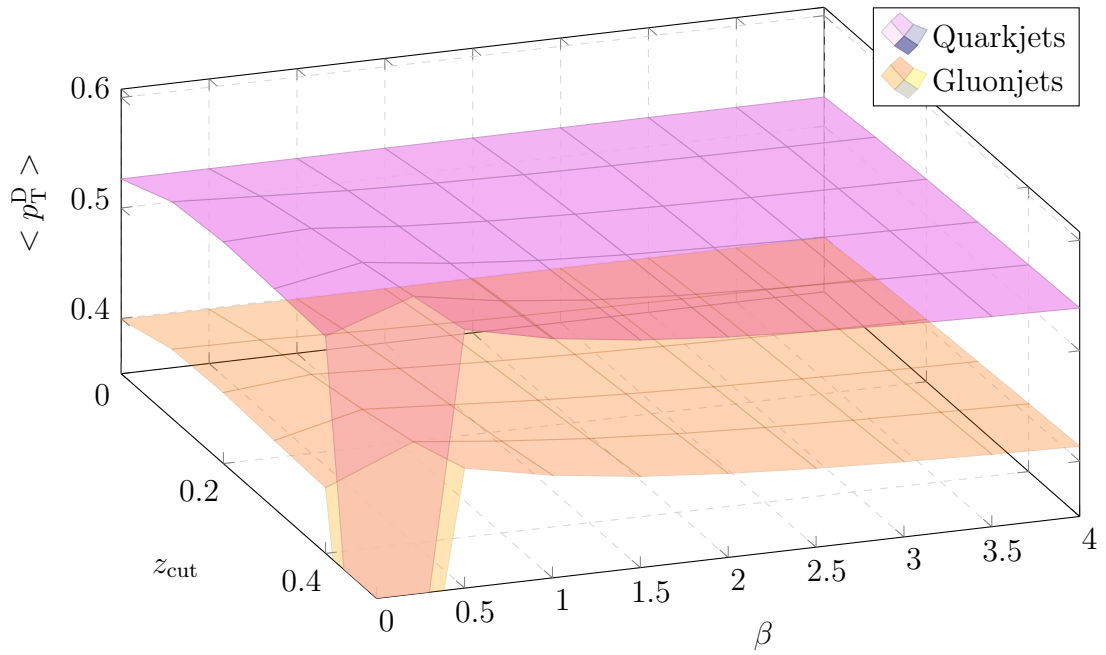


Abbildung 4.21: Mittelwerte der Momentum Dispersion p_{T}^{D} im Energiebereich $100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$ nach Anwendung des Softdrops mit verschiedenen Parametern für Quark- und Gluonenjets mit $R = 0.4$

4.0.3 Maximale Separation von Quark- und Gluonjets

Es wurden die zwei beschriebenen Verfahren angewandt, die einmal mithilfe der Mittelwerte und einmal mithilfe des Overlaps der Jetshapes die Separation von Quarkjets und Gluonjets quantifiziert und damit vergleichbar macht. Um einen Eindruck der Jetshapes zu bekommen, ist das Radial Moment in Abb. 4.22 und die Momentum Dispersion in Abb. 4.23 dargestellt.

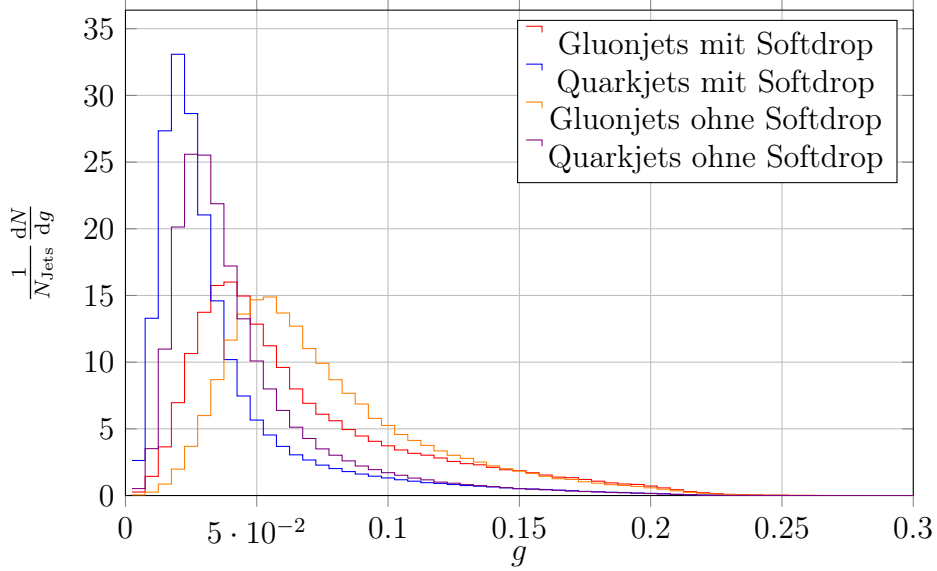


Abbildung 4.22: Radial Moment g für $100 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}}$ bei den Softdrop-Parametern $R = 0.3$, $\beta = 2.0$ und $z_{\text{cut}} = 0.2$ im Vergleich zu den Jetshapes ohne Softdrop. Mit diesen Parametern wird der minimale Überlapp $O_{GQ} = 50.4 \%$ erreicht.

4.0.3.1 Maximierung des Abstands der Mittelwerte

Der maximal erreichte Abstand der Mittelwerte d_{MW} und die zugehörigen Parameter sind in den Tabellen 4.4, 4.5 und 4.6 (jeweils eine Tabelle für ein R) zu finden. J ist dabei die verwendete Jetshape und zusätzlich sind die nach Kapitel 3.3.1 bestimmten Overlaps O_{QG} und O_{GQ} angegeben. Ist der Index QG, so ist die Quarkjetshape die zu behaltende Jetshape, bei GQ ist es umgekehrt. Zum Vergleich sind die Abstände und Überlapps in den Tabellen 4.1, 4.2 und 4.3 ohne angewandten Softdrop aufgelistet.

Wie sich bereits bei der Betrachtung der Mittelwerte abgezeichnet hat, ist es schwierig, mit dem Softdrop Jets mit geringen Energien zu unterscheiden. Der Softdrop kann im ersten Energiebereich offensichtlich keine Vergrößerung des Abstandes bewirken, denn das optimale z_{cut} ist immer 0.0 außer bei $R = 0.4$ für das Radial Moment. Hier gibt es bei $z_{\text{cut}} = 0.1$ und $\beta = 0.5$ eine leichte,

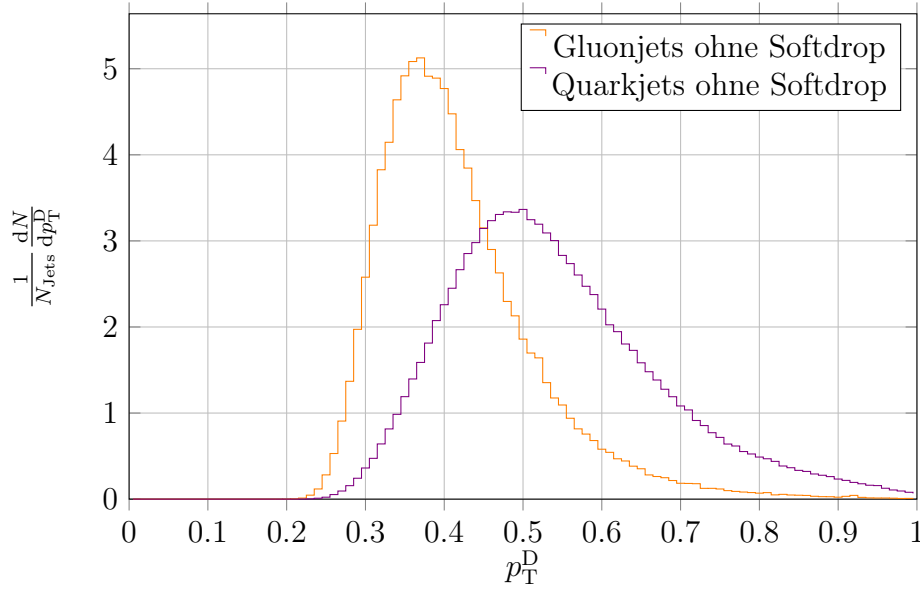


Abbildung 4.23: Momentum Dispersion p_T^D für $50 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}} < 100 \text{ GeV}$ ohne angewandten Softdrop mit dem fastjet-Parameter $R = 0.3$. Hier wird der minimale Überlapp $O_{QG} = 56.3 \%$ erreicht.

aber im 3D-Diagramm kaum sichtbare Erhöhung des Abstandes, für die es sich jedoch nicht lohnt, den Softdrop anzuwenden. Beim Vergleich der Überlapps verschlechtert sich O_{QG} sogar von 66.9 % auf 67.6 %. Die Besonderheit dieses Falls ist auch, dass er der einzige ist, bei dem $\beta \neq 0$ ist. In allen anderen Fällen lässt sich der Abstand der Mittelwerte am meisten vergrößern, indem die rechte Seite der Softdrop-Bedingung auf z_{cut} reduziert wird und damit die Winkelabhängigkeit aus dem Softdrop eliminiert wird.

Im zweiten Energiebereich gelingt die Maximierung für das Radial Moment mit $z_{\text{cut}} = 0.4$ und für die Momentum Dispersion mit $z_{\text{cut}} = 0.1$ außer für $R = 0.2$, da ist es besser, für die Momentum Dispersion den Softdrop nicht anzuwenden. Der Überlapp vergrößert sich dabei jedoch immer außer der des Radial Moment für O_{QG} bei $R = 0.2$, dort verringert er sich um 0.5 %.

Im dritten Energiebereich ist der Mittelwertabstand für das Radial Moment ebenfalls wie im zweiten Energiebereich bei $z_{\text{cut}} = 0.4$ maximal. Für die Momentum Dispersion ist ein z_{cut} von 0.3 bei $R = 0.4$ und $R = 0.2$ optimal und bei $R = 0.2$ liegt z_{cut} bei 0.1. Es fällt auf, dass je höher die Energie und je höher das R ist, desto höher muss auch das optimale z_{cut} für die Maximierung des Abstandes der Mittelwerte der Momentum Dispersion sein. Hinsichtlich des Overlaps gibt es jedoch nur beim Radial Moment für O_{QG} bei $R = 0.4$ eine Verringerung.

Energiebereich	J	d_{MW}	$O_{\text{QG}} [\%]$	$O_{\text{GQ}} [\%]$
$20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$	g	0.0146395	78.7	75.0
	p_{T}^{D}	0.0744138	76.6	75.2
$50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$	g	0.0178881	70.5	73.6
	p_{T}^{D}	0.1039751	63.1	66.8
$100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$	g	0.0167926	68.6	62.0
	p_{T}^{D}	0.1163909	60.8	62.1

Tabelle 4.1: Überlappwerte und Abstände der Mittelwerte der Jetshapes für Quarkjets und Gluonjets für $R = 0.2$ ohne angewandten Softdrop

Energiebereich	J	d_{MW}	$O_{\text{QG}} [\%]$	$O_{\text{GQ}} [\%]$
$20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$	g	0.0264776	72.2	70.8
	p_{T}^{D}	0.0909893	72.0	70.0
$50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$	g	0.0265772	63.0	65.0
	p_{T}^{D}	0.1135354	60.2	61.0
$100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$	g	0.0242411	66.9	59.5
	p_{T}^{D}	0.1233764	56.3	60.2

Tabelle 4.2: Überlappwerte und Abstände der Mittelwerte der Jetshapes für Quarkjets und Gluonjets für $R = 0.3$ ohne angewandten Softdrop

Energiebereich	J	d_{MW}	$O_{\text{QG}} [\%]$	$O_{\text{GQ}} [\%]$
$20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$	g	0.0374758	66.9	66.0
	p_{T}^{D}	0.0997811	64.4	65.4
$50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$	g	0.0345825	65.0	57.7
	p_{T}^{D}	0.1178303	62.5	59.0
$100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$	g	0.0314743	67.0	56.9
	p_{T}^{D}	0.1273070	55.2	57.0

Tabelle 4.3: Überlappwerte und Abstände der Mittelwerte der Jetshapes für Quarkjets und Gluonjets für $R = 0.4$ ohne angewandten Softdrop

Energiebereich	J	d_{MW}	O_{QG} [%]	O_{GQ} [%]	β	z_{cut}
20 GeV < $p_{\text{T,Jet}}$ < 50 GeV	g	0.0146395	78.7	75.0	0.0	0.0
	p_{T}^{D}	0.0744138	76.6	75.2	0.0	0.0
50 GeV < $p_{\text{T,Jet}}$ < 100 GeV	g	0.0210296	70.0	81.7	0.0	0.4
	p_{T}^{D}	0.1039750	63.1	66.8	0.0	0.0
100 GeV < $p_{\text{T,Jet}}$	g	0.0225607	70.8	85.2	0.0	0.4
	p_{T}^{D}	0.1188650	61.2	63.4	0.0	0.1

Tabelle 4.4: Ergebnisse des Auswertungsprogramms zur Maximierung des Abstandes der Mittelwerte der Jetshapes für Quarkjets und Gluonjets für $R = 0.2$

Energiebereich	J	d_{MW}	O_{QG} [%]	O_{GQ} [%]	β	z_{cut}
20 GeV < $p_{\text{T,Jet}}$ < 50 GeV	g	0.0264776	72.2	70.8	0.0	0.0
	p_{T}^{D}	0.0909893	72.0	70.0	0.0	0.0
50 GeV < $p_{\text{T,Jet}}$ < 100 GeV	g	0.0321532	68.7	69.4	0.0	0.4
	p_{T}^{D}	0.1144680	60.8	62.8	0.0	0.1
100 GeV < $p_{\text{T,Jet}}$	g	0.0361920	66.9	63.1	0.0	0.4
	p_{T}^{D}	0.1296900	63.9	60.6	0.0	0.3

Tabelle 4.5: Ergebnisse des Auswertungsprogramms zur Maximierung des Abstandes der Mittelwerte der Jetshapes für Quarkjets und Gluonjets für $R = 0.3$

Energiebereich	J	d_{MW}	O_{QG} [%]	O_{GQ} [%]	β	z_{cut}
20 GeV < $p_{\text{T,Jet}}$ < 50 GeV	g	0.0375767	67.6	65.9	0.5	0.1
	p_{T}^{D}	0.0997811	64.4	65.4	0.0	0.0
50 GeV < $p_{\text{T,Jet}}$ < 100 GeV	g	0.0445210	69.7	70.8	0.0	0.4
	p_{T}^{D}	0.1207740	63.3	62.2	0.0	0.1
100 GeV < $p_{\text{T,Jet}}$	g	0.0498228	65.2	64.7	0.0	0.4
	p_{T}^{D}	0.1373690	60.8	56.2	0.0	0.3

Tabelle 4.6: Ergebnisse des Auswertungsprogramms zur Maximierung des Abstandes der Mittelwerte der Jetshapes für Quarkjets und Gluonjets für $R = 0.4$

4.0.3.2 Minimierung des Überlapps von Quark- und Gluonjetshapes

Die Ergebnisse zur Minimierung des Überlapps statt des Mittelwertabstandes des Jetshapes finden sich in den Tabellen 4.7 bis 4.12. Die optimalen Parameter unterscheiden sich größtenteils von denen bei der Maximierung der Mittelwertabstände und es ergeben sich nun auch andere Werte als 0 für β .

Energiebereich $20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$

Im ersten Energiebereich lässt sich der Überlapp O_{QG} am stärksten für $R = 0.2$, $\beta = 4.0$ und $z_{\text{cut}} = 0.2$ mithilfe des Radial Moment um 4.2 % von 78.7 % auf 74.5 % reduzieren. Bei $R = 0.3$ wird mit einer Verringerung um 3.5 % ein ähnliches Ergebnis erzielt während bei $R = 0.4$ durch den Softdrop kein geringerer Überlapp O_{QG} erreicht werden kann, auch nicht mithilfe der Momentum Dispersion. Diese separiert O_{QG} im ersten Energiebereich am stärksten bei $R = 0.3$, $\beta = 2.5$ und $z_{\text{cut}} = 0.2$. Hier liegt der Unterschied bei 3.2 %. Für $R = 0.2$ wird mit einer Verringerung von O_{QG} um 3.1 % ein ähnlicher Separationserfolg erreicht während für $R = 0.4$ wieder keine Verbesserung durch den Softdrop erreicht werden konnte. Die Verringerungen des Overlaps für O_{GQ} fallen im ersten Energiebereich geringer aus als für O_{QG} . Für die Momentum Dispersion wird nur bei $R = 0.2$ eine leichte Verbesserung um weniger als einen Prozent von 75.2 % zu 74.6 % erzielt und für $R = 0.3$ und $R = 0.4$ kann die Momentum Dispersion durch den Softdrop überhaupt nicht stärker separiert werden. O_{GQ} für das Radial Moment kann bei $R = 0.4$ um 1 % und bei $R = 0.3$ um 0.9 % verringert werden, für $R = 0.2$ kann der Softdrop keinen positiven Effekt erzielen.

Energiebereich $50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$

Im 2. Energiebereich kann O_{GQ} mithilfe des Radial Moment bei $R = 0.2$ von 73.6 % auf 64.5 % verringert werden (vgl. Tabellen 4.1 und 4.7). Dies ist mit 9.1 % die stärkste beobachtete Verbesserung aller getesteten Fälle in dieser Arbeit. Dabei wurde $\beta = 1.0$ und $z_{\text{cut}} = 0.1$ verwendet. Bei der Mittelwertverteilung in Abb. 4.6 ist an dieser Stelle keine Auffälligkeit zu erkennen. Für $R = 0.3$ kann O_{GQ} für g um 7.5 % verbessert werden und für $R = 0.4$ ist noch eine Verringerung um 1.8 % möglich. O_{GQ} der Momentum Dispersion kann lediglich für $R = 0.2$ um 1.1 % verringert werden, für höhere R kann der Softdrop den Überlapp nur vergrößern. Für O_{QG} kann in diesem Energiebereich und auch in den gesamten getesteten Fällen ebenfalls bei $R = 0.2$ mit 6.0 % die größte Verbesserung erreicht werden. Der erreichte Überlapp ist $O_{\text{QG}} = 64.5 \%$ und damit genau so groß wie O_{GQ} bei diesem Energiebereich und dieser Jetshape (es ist der oben schon beschriebene Fall mit der Verbesserung um 9.1 %). Für höhere R lässt sich dieser mit dem Softdrop hingegen garnicht verbessern, jedoch ist er auch ohne Softdrop bei $R = 0.3$ mit 63.0 % bereits geringer als mit Softdrop bei $R = 0.2$. Während für g bei $R = 0.2$ die größte Verbesserung erreicht wird, kann für die Momentum Dispersion bei $R = 0.2$ gar keine Verbesserung erreicht werden und bei $R = 0.3$ nur 0.1 %. Für $R = 0.4$ kann O_{QG} der Momentum Dispersion um

Energiebereich	J	O_{GQ} [%]	β	z_{cut}
$20 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}} < 50 \text{ GeV}$	g	75.0	0.0	0.0
	p_T^D	74.6	3.0	0.1
$50 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}} < 100 \text{ GeV}$	g	64.5	1.0	0.1
	p_T^D	65.6	3.5	0.1
$100 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}}$	g	55.4	4.0	0.1
	p_T^D	62.1	0.0	0.0

Tabelle 4.7: Ergebnisse des Auswertungsprogramms zur Minimierung des Überlapps O_{GQ} der Jetshapes mit Gluonjets als zu behaltendem Jettyp und Quarkjets als auszusonderndem Jettyp für $R = 0.2$

3.5 % gesenkt werden. Dies ist zwar nicht die größte beobachtete Verringerung durch den Softdrop in diesem Energiebereich, jedoch trotzdem mit $O_{GQ} = 59.0$ % der geringste Überlapp. Es sei angemerkt, dass O_{GQ} bei gleichem R und p_T^D als Jetshape ebenfalls bei 59.0 % liegt, jedoch dafür gar keinen Softdrop benötigt.

Energiebereich $100 \text{ GeV} < p_{T,\text{Jet}}$

Im 3. Energiebereich sind die Überlapps ohne Softdrop bereits teilweise geringer als in den anderen Energiebereichen mit Softdrop, jedoch kann der Softdrop auch in diesem Bereich die Überlapps oft noch weiter minimieren. Für $R = 0.4$ wird mit dem Radial Moment als Jetshape O_{GQ} von 56.9 % auf 50.4 % verringert und damit die beste im Rahmen dieser Arbeit betrachtete Separation erreicht. Die zugehörigen Jetshapes sind in Abb. 4.22 dargestellt. Auch bei $R = 0.3$ kann für das Radial Moment O_{GQ} auf 50.8 % verringert werden, welches der zweitgeringste Überlappwert ist. Für O_{GQ} fallen die Überlappwerte ohne Softdrop nicht so gering aus und der Softdrop kann auch keine überdurchschnittlich großen Verbesserungen erzielen. Um Quarkjets zu extrahieren sollte in diesem Energiebereich deshalb besser die Momentum Dispersion herangezogen werden. Diese hat in diesem Energiebereich für $R = 0.3$ und $R = 0.4$ bereits einen akzeptabel geringen Überlapp ohne Anwendung des Softdrops (diesen kann der Softdrop auch nicht verringern) und für $R = 0.2$ kann der Softdrop O_{GQ} noch um 2.4 % auf 58.4 % verringern. Für die Minimierung von O_{GQ} eignet sich die Momentum Dispersion hingegen nicht so gut wie das Radial Moment, da die erreichten Werte immer um mindestens 5.8 % höher als für das Radial Moment sind.

Energiebereich	J	O_{QG} [%]	β	z_{cut}
$20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$	g	74.5	4.0	0.2
	p_{T}^{D}	73.5	0.1	0.1
$50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$	g	64.5	4.0	0.1
	p_{T}^{D}	63.1	0.0	0.0
$100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$	g	66.0	1.0	0.4
	p_{T}^{D}	58.4	0.1	0.1

Tabelle 4.8: Ergebnisse des Auswertungsprogramms zur Minimierung des Überlapps O_{QG} der Jetshapes mit Quarkjets als zu behaltendem Jettyp und Gluonjets als auszusonderndem Jettyp für $R = 0.2$

Energiebereich	J	O_{GQ} [%]	β	z_{cut}
$20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$	g	69.9	0.5	0.1
	p_{T}^{D}	70.0	0.0	0.0
$50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$	g	57.5	3.0	0.1
	p_{T}^{D}	61.0	0.0	0.0
$100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$	g	50.8	3.5	0.1
	p_{T}^{D}	58.6	3.0	0.1

Tabelle 4.9: Ergebnisse des Auswertungsprogramms zur Minimierung des Überlapps O_{GQ} der Jetshapes mit Gluonjets als zu behaltendem Jettyp und Quarkjets als auszusonderndem Jettyp für $R = 0.3$

Energiebereich	J	O_{QG} [%]	β	z_{cut}
$20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$	g	68.6	4.0	0.1
	p_{T}^{D}	68.8	2.5	0.2
$50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$	g	63.0	0.0	0.0
	p_{T}^{D}	60.1	3.0	0.2
$100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$	g	62.9	0.5	0.5
	p_{T}^{D}	56.3	0.0	0.0

Tabelle 4.10: Ergebnisse des Auswertungsprogramms zur Minimierung des Überlapps O_{QG} der Jetshapes mit Quarkjets als zu behaltendem Jettyp und Gluonjets als auszusonderndem Jettyp für $R = 0.3$

Energiebereich	J	O_{GQ} [%]	β	z_{cut}
$20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$	g	64.9	2.0	0.1
	p_{T}^{D}	65.4	0.0	0.0
$50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$	g	55.9	2.0	0.1
	p_{T}^{D}	59.0	0.0	0.0
$100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$	g	50.4	2.0	0.2
	p_{T}^{D}	56.2	0.0	0.3

Tabelle 4.11: Ergebnisse des Auswertungsprogramms zur Minimierung des Überlapps O_{GQ} der Jetshapes mit Gluonjets als zu behaltendem Jettyp und Quarkjets als auszusonderndem Jettyp für $R = 0.4$

Energiebereich	J	O_{QG} [%]	β	z_{cut}
$20 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 50 \text{ GeV}$	g	66.9	0.0	0.0
	p_{T}^{D}	64.4	0.0	0.0
$50 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}} < 100 \text{ GeV}$	g	65.0	0.0	0.0
	p_{T}^{D}	59.0	4.0	0.4
$100 \text{ GeV} < p_{\text{T,Jet}}$	g	64.4	0.0	0.4
	p_{T}^{D}	55.2	0.0	0.0

Tabelle 4.12: Ergebnisse des Auswertungsprogramms zur Minimierung des Überlapps O_{QG} der Jetshapes mit Quarkjets als zu behaltendem Jettyp und Gluonjets als auszusonderndem Jettyp für $R = 0.4$

5 Interpretation der Ergebnisse und weiterführende Schritte

Es zeigt sich, dass der Softdrop die Mittelwerte geringfügig stärker separieren kann. Die Separation der Mittelwerte reicht jedoch nicht aus, um einzelne Jets tatsächlich unterscheiden zu können, denn dabei kommt es darauf an, dass der Überlapp der Jetshapes möglichst gering ist, da man an einer Stelle eine Grenze für die Jetshape setzen müsste, ab der der Jet nicht mehr als Gluon- bzw. Quarkjet anerkannt wird. Ein großer Abstand der Mittelwerte sollte ein Indikator dafür sein, dass Quark- und Gluonjets bei den gewählten Parametern zu unterschiedlichen Wertebereichen für die jeweilige Jetshape tendieren. Die für die Auseinandertreibung der Mittelwerte optimalen Parameter waren jedoch nicht die gleichen wie die für die Minimierung der Overlaps. Als weiterführenden Schritt könnten daher für die Overlaps ebenfalls dreidimensionale Diagramme erstellt werden, die eine genauere Analyse des Werteverlaufs erlauben und möglicherweise ähnliche Auffälligkeiten in Form von Ausbeulungen aufweisen wie die Verteilung der Mittelwerte. Die Ausbeulungen könnten bei den Mittelwertverteilungen und den zu erstellenden Verteilungen der Überlapps noch genauer untersucht werden. Die Ausbeulungen sind zwar die Maxima in den Diagrammen, jedoch aufgrund der geringen Auflösungen und der Eigenschaft der Diagramme, dass zwischen den Wertepunkten nur Flächen interpoliert wurden und keine realen Daten vorliegen, höchstwahrscheinlich nicht die wirklich maximal erreichbaren Werte. Das Programm, das den Softdrop anwendet, könnte bei einigen Tagen Laufzeit noch kleinere Schritte zwischen den Parametern verwenden und damit noch genauere Diagramme erstellen. Es wurden in den letzten Versionen keine Abstürze wegen Laufzeitfehlern mehr beobachtet, was darauf schließen lässt, dass das Programm für diesen Einsatz auch geeignet ist (bei Abstürzen wäre sonst tagelange Rechenarbeit verloren). Es bestünde auch die Möglichkeit, den Parameterbereich einzuschränken und nur die interessanten Stellen besser aufzulösen. Eine weitere Optimierungsmöglichkeit ist das Verwenden von weniger Pythia-Events und damit weniger Jets. Die Jetshapes beinhalten dann zwar größere Abweichungen zwischen benachbarten Histogramm-Bins, jedoch bietet das Programm einen Cut-Faktor an, der Jets mit zu hoher Energie aus dem Spektrum herausschneidet und nicht weiter berücksichtigt. Damit könnten wenigstens Ausreißer durch falsche Gewichtungen eliminiert werden. Die erreichten Ergebnisse zeigen, dass die Jetshapes für Quark- und Gluonjets ohne Softdrop stärker separiert sind, je höher die Energie der Jets ist und der Softdrop im ersten Energiebereich schlechte Ergebnisse im Vergleich zu den

anderen Energiebereichen erzielt. Dies könnte daran liegen, dass während der Evolution des Jets ein Nebenjet niedrigerer Energie entsteht, der jedoch in eine andere Kategorie (Quark/Gluon/Quarkgluon) fällt als der Hauptjet. Dieser wird jedoch in der Simulation als vom gleichen Typ angesehen wie der Hauptjet. Aufgrund seiner niedrigeren Energie fällt dieser Jet dann in den ersten Energiebereich. Beim 3. Energiebereich, bei dem die besten Separationen erzielt werden konnten, kann dieser Effekt nicht auftreten, da es keinen höheren Energiebereich gibt.

Ein anderer nicht berücksichtigter Aspekt ist die Anzahl der Jets, die durch den Softdrop gelöscht werden. Der Softdrop hat die Möglichkeit, den kompletten Jet zu löschen und es wurde weder beim Vergleich der Mittelwerte noch beim Vergleich der Overlaps berücksichtigt, ob und wieviele Jets der Softdrop gelöscht hat. Die Integrale über die Histogramme der Jetshapes sind immer auf die Anzahl der Jets normiert, die sie enthalten und nicht auf die Anzahl der Jets, die das Histogramm ohne angewandten Softdrop enthält. Möglicherweise ergeben sich mit einer Berücksichtigung der gelöschten Jets, zum Beispiel indem man sie mit $g = 0$ und $p_T^D = 0$ in die Histogramme einträgt, andere Ergebnisse. Dabei ist auch relevant, ob mit dem softdropped Jet noch weiter verfahren werden muss oder ob der Softdrop nur zur Unterscheidung zwischen Quark- und Gluonjets genutzt wird.

Eine andere Möglichkeit wäre insbesondere im Falle einer Nichtweiternutzung, den Parameterbereich zu erweitern auf größere z_0 und höhere sowie negative β und in Kauf zu nehmen, dass der Softdrop bei $\beta < 0$ nicht mehr IRC safe ist.

Literaturverzeichnis

- [1] C. Klein-Bösing, “Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions: Quarks, Gluons and the Quark-Gluon Plasma,” 2016. Vorlesung.
- [2] A. J. Larkoski, S. Marzani, G. Soyez, and J. Thaler, “Soft Drop,” 2014.
- [3] L. Cunqueiro and for the ALICE Collaboration, “Jet shapes in pp and Pb-Pb collisions at ALICE,” 2015.
- [4] D. C. for the ALICE Collaboration, “Exploring jet substructure with jet shapes in ALICE.” <https://arxiv.org/pdf/1704.05230.pdf>, 2017.
- [5] weltmaschine.de, “Der LHC - Die Weltmaschine Large Hadron Collider.” https://www.weltmaschine.de/cern_und_lhc/lhc/, 2017. [Online; abgerufen 09.11.2017].
- [6] T. Sjöstrand, S. Ask, J. R. Christiansen, R. Corke, N. Desai, P. Ilten, S. Mrenna, S. Prestel, C. O. Rasmussen, and P. Z. Skands, “An Introduction to PYTHIA 8.2,” 2014.
- [7] T. Sjöstrand, S. Mrenna, and P. Skands, “A Brief Introduction to PYTHIA 8.1,” 2007.
- [8] Wikipedia, “Initial and final state radiation — Wikipedia, the free encyclopedia,” 2017. [Online; abgerufen 09.11.2017].
- [9] P. Website, “Multiparton Interactions.” [Online; abgerufen 30.11.2017].
- [10] Wikipedia, “Pseudorapidity — Wikipedia, the free encyclopedia,” 2017. [Online; abgerufen 30.11.2017].
- [11] Wikipedia, “Pseudorapidität — Wikipedia, the free encyclopedia,” 2017. [Online; abgerufen 09.11.2017].
- [12] M. Zimmermann, “Study of the Response of Different Jet-Algorithms for the ALICE-Experiment.” https://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/physik_kp/agwessels/thesis_db/ag_wessels/zimmermann_2010_bachelor.pdf#cite.Salam%3A2009jx, 2010.
- [13] P. Schieferdecker, “Jet Algorithms.” https://twiki.cern.ch/twiki/bin/viewfile/Sandbox/Lecture?rev=1;filename=Philipp_Schieferdeckers_Lecture.pdf, 2009. Vorlesung.

- [14] M. Cacciari, G. P. Salam, and G. Soyez, “The anti- k_t jet clustering algorithm.” <https://arxiv.org/pdf/0802.1189.pdf>, 2008. Stand: 24.10.2017.
- [15] G. P. Salam, G. Soyez, and J. Thaler, “Fastjet Contrib RecursiveTools Readme,” 2017. [Online; abgerufen 09.11.2017].
- [16] Wikipedia, “Multithreading — Wikipedia, the free encyclopedia,” 2017. [Online; abgerufen 15.11.2017].
- [17] Wikipedia, “POSIX Threads — Wikipedia, the free encyclopedia,” 2017. [Online; abgerufen 15.11.2017].

6 Danksagung

Ich möchte der AG Wessels / Christian Klein-Bösing für ihre freundliche Aufnahme und Integration auch in Aktivitäten abseits der Physik danken. Insbesondere ist PD Dr. Christian Klein-Bösing zu erwähnen, der mit mir die thematische Ausrichtung dieser Arbeit vorangetrieben hat und mir immer hilfreiche Tipps gegeben hat. Außerdem möchte ich auch Hendrik Poppenborg, der sich viel Zeit genommen hat und mich mit den nötigen Arbeitswerkzeugen vertraut gemacht sowie viele Erklärungen und Hilfestellungen gegeben hat, danken. Fabian Hordt habe ich wertvolle Tipps für die Anwendung des Softdrop-Algorithmus' zu verdanken. Außerdem wurde ich auf eine Reise mit Übernachtung an die Uni Tübingen mitgenommen, was meine Vertrautheit mit dem Thema steigern konnte. Zuletzt danke ich noch meinen Mit-Bachelorstudenten und Büronachbarn für die Gesellschaft im Büro und die interessanten Gespräche über die neusten Cryptowährungen.

Plagiatserklärung der / des Studierenden

Hiermit versichere ich, dass die vorliegende Arbeit über

_____ selbstständig verfasst worden ist, dass keine anderen Quellen und Hilfsmittel als die angegebenen benutzt worden sind und dass die Stellen der Arbeit, die anderen Werken – auch elektronischen Medien – dem Wortlaut oder Sinn nach entnommen wurden, auf jeden Fall unter Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht worden sind.

(Datum, Unterschrift)

Ich erkläre mich mit einem Abgleich der Arbeit mit anderen Texten zwecks Auffindung von Übereinstimmungen sowie mit einer zu diesem Zweck vorzunehmenden Speicherung der Arbeit in eine Datenbank einverstanden.

(Datum, Unterschrift)