



# **Vereinheitlichung der Impulsskala für Jets in pp-Kollisionen am LHC**

Unification of the momentum scale for jets in pp-collisions at the  
LHC

Bachelorarbeit  
von  
Sven Bökemeier

Westfälische Wilhelms-Universität Münster  
Fachbereich Physik

- Juli 2020 -



---

Erster Gutachter:

Prof. Dr. C. Klein-Bösing

Zweiter Gutachter:

Prof. Dr. A. Andronic

---



# Inhaltsverzeichnis

|          |                                                         |           |
|----------|---------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>                                       | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Theoretische Grundlagen</b>                          | <b>4</b>  |
| 2.1      | Das Standardmodell . . . . .                            | 4         |
| 2.1.1    | Fundamentale Teilchen . . . . .                         | 4         |
| 2.1.2    | Hadronen . . . . .                                      | 5         |
| 2.1.3    | Fundamentale Wechselwirkungen und Austauschbosonen . .  | 6         |
| 2.2      | Kinematik . . . . .                                     | 8         |
| 2.3      | Streuvorgänge . . . . .                                 | 10        |
| 2.3.1    | Partonenstreuung . . . . .                              | 12        |
| 2.4      | Large Hadron Collider . . . . .                         | 13        |
| 2.5      | ALICE Experiment . . . . .                              | 14        |
| 2.6      | Quark-Gluon-Plasma . . . . .                            | 19        |
| 2.7      | Teilchenjets . . . . .                                  | 19        |
| 2.7.1    | Jet Definition . . . . .                                | 20        |
| 2.8      | Verwendete Programme . . . . .                          | 22        |
| 2.8.1    | Root . . . . .                                          | 22        |
| 2.8.2    | Pythia . . . . .                                        | 22        |
| 2.8.3    | FastJet und der Anti- $k_t$ -Algorithmus . . . . .      | 23        |
| <b>3</b> | <b>Methodik</b>                                         | <b>24</b> |
| 3.1      | Simulation in verschiedenen $\hat{p}_T$ -Bins . . . . . | 24        |
| 3.2      | Erzeugung von $p_{t,\text{Jet}}$ -Spektren . . . . .    | 25        |
| 3.3      | Konstruktion der Responsematrix . . . . .               | 28        |
| 3.3.1    | Zuordnung von Jets . . . . .                            | 28        |
| 3.3.2    | Erzeugung der Matrix . . . . .                          | 29        |
| 3.3.3    | Effizienzen . . . . .                                   | 29        |

|          |                                                                                                                               |           |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>4</b> | <b>Ergebnisse und Diskussion</b>                                                                                              | <b>31</b> |
| 4.1      | Auswirkung verschiedener Jetradien . . . . .                                                                                  | 31        |
| 4.2      | Bestimmung von $p_{T,\text{Jet}}$ -Spektren aller Teilchen aus $p_{T,\text{Jet}}$ -Spektren ge-<br>ladener Teilchen . . . . . | 33        |
| 4.2.1    | Methode der x-Achsentransformation . . . . .                                                                                  | 33        |
| 4.2.2    | Methode der Responsematrix . . . . .                                                                                          | 37        |
| <b>5</b> | <b>Zusammenfassung</b>                                                                                                        | <b>46</b> |
|          | <b>Literatur</b>                                                                                                              | <b>48</b> |
| <b>A</b> |                                                                                                                               | <b>51</b> |

# 1 Einleitung

Das Universum und dessen Aufbau, sowohl in großem als auch im kleinsten Maßstab, ist seit jeher ein Rätsel für den Menschen. Demokrit postulierte einst: „in Wirklichkeit gibt es nur die Atome und das Leere“ [CAP38], die Atome sind die kleinsten Teilchen. Dass dem nicht so ist, zeigte Sir J.J.Thomson im Jahr 1897 mit der Entdeckung des Elektrons [TFF97]. Heute, im 21. Jahrhundert, stellt sich weiterhin die Frage nach dem Aufbau der Materie.

Um dabei die einzelnen Bausteine bis auf die kleinsten Teilchen zurückzuverfolgen, betrachtet man Teilchenkollisionen. Durch das Kollidieren und der daraus folgenden Aufspaltung von subatomaren Teilchen oder Atomkernen, können Hinweise und Erkenntnisse über deren Aufbau gewonnen werden. Die experimentelle Realisierung dieser hochenergetischen Kollision geschieht heutzutage durch Teilchenbeschleuniger an Forschungszentren wie dem *Large Hadron Collider* (LHC) an der europäischen Organisation für Kernforschung (CERN) in der Schweiz. Da diese Experimentaufbauten im Laufe der Zeit immer komplexer wurden, dadurch die Signaturen von Teilchen und physikalischen Phänomenen komplizierter zu entschlüsseln sind, erhält man oft nur aussagekräftige Ergebnisse, wenn man zusätzliche Informationen aus Simulationen erhält. In diesem Fall können theoretische Betrachtungen mittels Simulationen von Monte-Carlo Event-Generatoren den experimentelle Untersuchungen vorangehen.

Solche Simulationen werden in dieser Arbeit mit dem in C++ geschriebenen Programm PYTHIA durchgeführt. Diese Bachelorarbeit befasst sich im Rahmen des ALICE Experiments mit der Simulation von Proton-Proton-Kollisionen (im Folgenden pp-Kollisionen) der Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} = 2,76 \text{ TeV}$ ,  $8 \text{ TeV}$  und  $13 \text{ TeV}$ . pp-Kollisionen dienen als Referenz für schwere Kollisionssysteme wie Blei-Blei-Kollisionen (im Folgenden PbPb-Kollisionen), weil sie zwar simplere Ergebnisse liefern, aber dennoch Rückschlüsse auf PbPb-Kollisionen erlauben. Bei der Simulation von pp-Kollisionen wird im Vergleich zu komplexeren Kollisionssystemen an-

genommen, dass kein Zustand des Quark-Gluon-Plasmas auftritt und keine Effekte durch kalte Kernmaterie entstehen [SAT12]. Hinweise auf solche Effekte bietet das Verhalten der Teilchenjets nach einer Kollision, weswegen bei Kollisionsexperimenten das Augenmerk auf diese gerichtet wird. Einen Jet bilden von der theoretischen Perspektive her grundsätzlich alle von einem Parton nach einer Partonenkollision erzeugten Teilchen. Diese werden in dieser Ausarbeitung mit dem Programm FastJet auf Grundlage des Anti- $k_t$ -Algorithmus rekonstruiert.

Der ALICE Detektor eignet sich hervorragend mit seinen Teildetektoren wie dem Electromagnetic Calorimeter (EMCal) um geladene Teilchen zu messen und die daraus rekonstruierten geladenen Teilchenjets. Langlebige neutrale Teilchen zu detektieren ist allerdings schwieriger mit dem ALICE Detektor zu realisieren, da das EMCal beispielsweise zu kurz ist, um hadronische Teilchenschauer komplett zu erfassen. Bei anderen, dafür infrage kommenden Teildetektoren ist die Winkelakzeptanz zu gering und dadurch die verlässliche Detektion von Jets mit großem Jetradius erschwert [GAR]. Damit dennoch eine Aussage über das Kollisionsspektrum aller Teilchen getroffen werden kann, werden in dieser Arbeit zwei Methoden erstellt, um von einem Transversalimpulsspektrum geladener Jets auf eines mit sowohl geladenen, als auch neutralen Teilchenjets rückzuschließen und dieses abzuschätzen. Für die erste Methode werden Transversalimpulsspektren von Jets verschiedener Schwerpunktsenergien und Jetradien diskutiert und durch den Vergleich von Spektren geladener Teilchen mit Spektren aller Teilchen ein Umrechnungsfaktor aus einer Koordinatentransformation zur Vereinheitlichung der Impulsskala zwischen diesen ermittelt. Die zweite Methode stellt eine Responsematrix dar, die, anhand von der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zuordnung eines geladenen Jets zu einem bestimmten Jet aus allen Teilchen ein Transversalimpulsspektrum bestehend aus sowohl geladenen, als auch neutralen Teilchen errechnet.

Diese Ausarbeitung ist in drei Teile gegliedert. Zunächst wird in Kapitel 2 ein Abriss über die theoretischen Grundlagen gegeben und die verwendeten Programme charakterisiert. In diesem Abschnitt wird auch der LHC und das ALICE Experiment vorgestellt. Danach werden in dem Kapitel 3 die Methoden der Simulation erläutert und die Konstruktion der Responsematrix erklärt. Im letzten Teil 4 werden Transversalimpulsspektren der Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} = 2,76 \text{ TeV}$ ,  $8 \text{ TeV}$  und  $13 \text{ TeV}$  für die Jetradien  $R = 0,2$ ,  $R = 0,4$  und  $R = 0,8$  untersucht, sowie der oben genannte Umrechnungsfaktor der Koordinatentransformation ermittelt. Weiterhin



werden Ergebnisse der Responsematrix validiert und die getroffenen Vorüberlegungen der Energieselection geladener Teilchenjets verifiziert. Darauf folgt eine kurze Zusammenfassung im Kapitel 5.

## 2 Theoretische Grundlagen

Damit Kollisionsexperimente und die damit einhergehende Teilchenphysik verstanden und analysiert werden können, soll mit diesem Kapitel ein Grundkenntnisstand über das Standardmodell und wichtige Begriffe in Beschleunigerexperimenten geschaffen werden.

### 2.1 Das Standardmodell

Unter dem Standardmodell sind die fundamentalen Teilchen und die Wechselwirkungen zwischen diesen zusammengefasst. Die für diese Ausarbeitung relevantesten Inhalte des Standardmodells sind in den folgenden Abschnitten zu finden.

#### 2.1.1 Fundamentale Teilchen

Die fundamentalen Bausteine der Materie, dargestellt in Tabelle 2.1 und 2.2, sind Leptonen und Quarks. Nach heutigem Kenntnisstand sind diese Teilchengruppen kleiner als  $\mu$  und werden deshalb als punktförmig angenommen [PRSZ09]. Sowohl die Gruppe der Leptonen als auch die der Quarks beinhaltet sechs Teilchen sowie die

Tabelle 2.1: Die Gruppe der Leptonen. Für eine Vereinheitlichung der Angaben der Massen wurde die Lichtgeschwindigkeit  $c = 1$  gesetzt [THO15].

|                      | Teilchen          |              | elektrische<br>Ladung | Masse (GeV) |
|----------------------|-------------------|--------------|-----------------------|-------------|
| Erste<br>Generation  | Elektron          | $(e^-)$      | -1                    | 0.0005      |
|                      | Elektron-Neutrino | $(\nu_e)$    | 0                     | $< 10^{-9}$ |
| Zweite<br>Generation | Myon              | $(\mu^-)$    | -1                    | 0.106       |
|                      | Myon-Neutrino     | $(\nu_\mu)$  | 0                     | $< 10^{-9}$ |
| Dritte<br>Generation | Tauon             | $(\tau^-)$   | -1                    | 1.78        |
|                      | Tauon-Neutrino    | $(\nu_\tau)$ | 0                     | $< 10^{-9}$ |

Tabelle 2.2: Die Gruppe der Quarks. Auch hier wurde die Lichtgeschwindigkeit  $c = 1$  gesetzt [THO15].

|                      | Teilchen |     | elektrische<br>Ladung | Masse (GeV) |
|----------------------|----------|-----|-----------------------|-------------|
| Erste<br>Generation  | down     | (d) | -1/3                  | 0.003       |
|                      | up       | (u) | +2/3                  | 0.005       |
| Zweite<br>Generation | strange  | (s) | -1/3                  | 0.1         |
|                      | charm    | (c) | +2/3                  | 1.3         |
| Dritte<br>Generation | bottom   | (b) | -1/3                  | 4.5         |
|                      | top      | (t) | +2/3                  | 174         |

zugehörigen sechs Antiteilchen. Die Teilchen haben einen Spin  $1/2$  und lassen sich in drei Generationen einteilen. Dabei nehmen ihre Massen von der ersten bis zur dritten Generation zu. Sie gehören aufgrund ihres Spins der Gruppe der Fermionen an [PRSZ09].

Wie in den Tabellen 2.1 und 2.2 zu sehen ist, sind Quarks und Leptonen, mit Ausnahme der Neutrinos, elektrisch geladen. Die Quarks sind jeweils drittelzahlig und die Leptonen ganzzahlig geladen. Außerdem tragen die genannten Fermionen eine schwache Ladung und die Quarks sind zusätzlich zur schwachen Ladung noch mit einer Farbladung versehen, das heißt, diese Teilchen nehmen an der im Kapitel 2.1.3 beschriebenen starken Wechselwirkung teil. Quarks und Farbladungen treten in der Natur nur in gebundenen Zuständen auf. Die Zustände sind so aufgebaut, dass nach außen hin Farbneutralität herrscht, was als *Confinement*<sup>1</sup> bezeichnet wird. Diese Bedingung ist Grundlage für die Zusammensetzung zu Teilchen größerer Masse, wie den Hadronen.

## 2.1.2 Hadronen

Die fundamentalen Quarks setzen sich zu den sogenannten Hadronen zusammen, welche in Mesonen und Baryonen unterschieden werden.

Mesonen bestehen aus einem Quark und einem Antiquark. Sie sind mit ganzzahligen Spins versehen und gehören deswegen zu der Gruppe der Bosonen. Baryonen sind aus drei Quarks aufgebaut, besitzen einen halbzahligen Spin und sind damit der Gruppe der Fermionen zugehörig. Mit einer Masse von  $m_p \approx 938,3 \text{ MeV}/c^2$  ist das

---

<sup>1</sup>deutsch: Eingesperrtsein

Proton der leichteste Vertreter der Baryonen. Dieses besteht aus zwei  $u$ -Quarks und einem  $d$ -Quark [PRSZ09].

Bei der Unterscheidung der Teilchen wurden nur die Valenzquarks – jene Quarks, welche die Quantenzahlen der Teilchen bestimmen – berücksichtigt. Neben diesen können zusätzlich in einem Teilchen weitere Quark-Antiquark-Paare existieren und fluktuieren, welche *Seequarks* genannt werden. Außerdem herrscht ein ständiger Farbladungsaustausch der Quarks über Gluonen, den Eichbosonen der starken Wechselwirkung. Diese und andere Wechselwirkungen werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

In einem sich schnell bewegenden Bezugssystem, in welchem die Ruhemassen und transversalen Impulse (siehe Kapitel 2.2) der Konstituenten eines Teilchens vernachlässigt werden können, wird die Struktur des Teilchens durch diese Konstituenten vorgegeben. Die Konstituenten werden in diesem Modell als Partonen bezeichnet und bestehen bei Protonen aus Quarks, beziehungsweise Antiquarks und Gluonen [PRSZ09].

### 2.1.3 Fundamentale Wechselwirkungen und Austauschbosonen

Tabelle 2.3: Die vier fundamentalen Wechselwirkungen und die dazugehörigen Eichbosonen. Gluonen und Photonen besitzen keine Masse, wohingegen  $W$ -Bosonen mit  $M_W \approx 80 \text{ GeV}/c^2$  und  $Z$ -Bosonen mit  $M_Z \approx 91 \text{ GeV}/c^2$  sehr schwer sind. Die Gravitationswechselwirkung besitzt keine Austauschteilchen. Das hypothetische Austauschteilchen für die Gravitation, das Graviton, ist weder experimentell nachgewiesen noch in der Quantenfeldtheorie vertreten [PRSZ09].

| Wechselwirkung     | koppelt an         | Austauschteilchen                        |
|--------------------|--------------------|------------------------------------------|
| stark              | Farbladung         | 8 Gluonen $g$                            |
| schwach            | schwache Ladung    | $W^+$ -Boson, $W^-$ -Boson, $Z^0$ -Boson |
| elektro-magnetisch | elektrische Ladung | Photon $\gamma$                          |
| Gravitation        | Masse              |                                          |

Die vier heutzutage bekannten fundamentalen Wechselwirkungen sind in Tabelle 2.3 mit ihren Austauschteilchen dargestellt. Die Austauschteilchen, auch Eichbosonen genannt, übertragen die jeweilige Wechselwirkung und besitzen einen Spin 1. Die elektromagnetische Wechselwirkung wird durch Photonen mit unbe-

grenzter Reichweite übertragen und ist beispielsweise für die Bindung von Elektronen an Atomkerne verantwortlich [PRSZ09]. Die schwache Wechselwirkung ist etwa  $10^{-3}$  mal schwächer als die elektromagnetische Wechselwirkung und wird durch  $W^\pm$ - und  $Z$ -Bosonen auf sehr kurzen Distanzen, kleiner als ein Atomkernradius, übertragen [BS06]. Diese Wechselwirkung wirkt besonders bei Kernzerfällen und Umwandlungsprozessen [PRSZ09]. Nicht von Relevanz für den subatomaren Bereich ist die Gravitation, da diese zu schwach ist, um die Wechselwirkung von Elementarteilchen nennenswert zu beeinflussen. Sie ist daher auch nicht Teil des Standardmodells [THO15].

Für die vorliegende Arbeit ist die starke Wechselwirkung von besonderer Relevanz, da diese hauptsächlich zur Erzeugung der in Kapitel 2.7 thematisierten Jets beiträgt. Die Eichbosonen der starken Wechselwirkung sind acht verschiedene, masselose Gluonen, die an die Farbladung koppeln. Jedes Gluon trägt wie die Quarks Farbladungen, allerdings bestehend aus einer Farbe und einer Antifarbe, wohingegen Quarks nur eine Farbe oder Antifarbe besitzen. Diese Farbladungen können, angelehnt an die Farblehre, die Farben grün, blau und rot, sowie deren Antifarben annehmen und können neben dem Spin und der klassischen Ladung als weitere Quanten-Eigenschaften aufgefasst werden. Dabei ergibt eine Farbe-Antifarbe Paarung, oder die Paarung aller drei Farben oder Antifarben die Farbe weiß, die Farbnutralität darstellt. Die Berücksichtigung von Farbladungen ist notwendig, damit das Pauli-Prinzip erfüllt und die Wellenfunktion der Fermionen unter Austausch von Teilchen total antisymmetrisch bleiben [NOL97, PRSZ09]. Bei der Wechselwirkung mit den Quarks können Gluonen die Farbe der Quarks ändern. Die starke Wechselwirkung ist ausschlaggebend für die Hadronisierung, welche die Entstehung von Hadronen benennt.

In Abbildung 2.1 sind die fundamentalen Wechselwirkungsgraphen der starken Wechselwirkung dargestellt. Diese Diagramme werden Feynmandiagramme genannt. In a) strahlt ein Quark ein Gluon ab, was beispielsweise Bremsstrahlung darstellen könnte. In der Teilabbildung b) ist der Zerfall eines Gluons in ein Quark-Antiquark-Paar gezeigt. Diese können mit weiteren Quarks zu Hadronen rekombinieren. Die Teilabbildungen c) und d) zeigen mögliche Selbstkopplungen von drei oder vier Gluonen über die Farbladungen untereinander [PRSZ09].

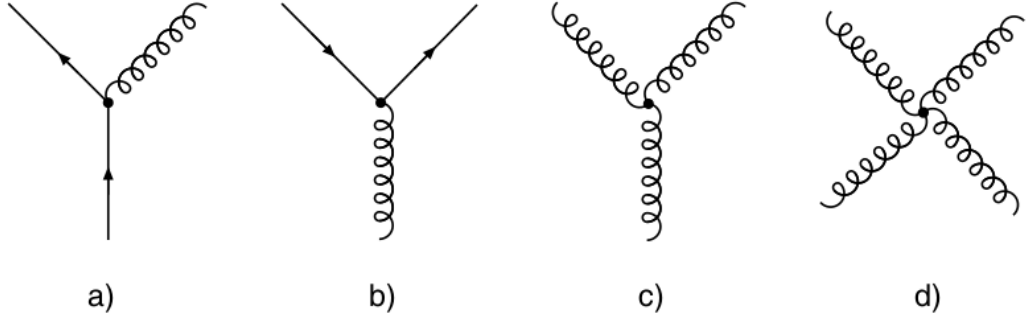


Abbildung 2.1: Die Feynmandiagramme zu den fundamentalen Prozessen der starken Wechselwirkung: **a)** Ein Quark strahlt ein Gluon ab. **b)** Ein Gluon spaltet sich in ein Quark-Antiquark-Paar auf. In **c)** und **d)** koppeln Gluonen über ihre Farbladungen untereinander [PRSZ09].

## 2.2 Kinematik

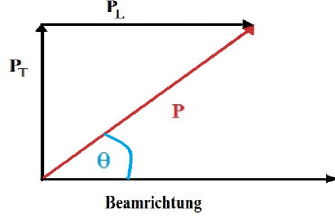
Zur Beschreibung von nuklearen Kollisionen ist es von Vorteil, Parameter und Variablen so zu wählen, dass sie invariant unter Veränderung des Bezugssystems sind. Die Mandelstam-Variable  $s = P_1 + P_2$  ist die Summe zweier Vierervektoren  $P^\mu = (E, p_x, p_y, p_z)$  von zwei kollidierenden Teilchen. Dabei ist  $E$  die Energie und  $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$  der dreidimensionale Impuls des Teilchens. Der Betrag des Vierervektors wird als invariante Masse bezeichnet mit

$$m_{\text{inv}}^2 = P^2 = P^\mu P_\mu = E^2 - \vec{p} \cdot \vec{p}. \quad (2.1)$$

Bei freien Teilchen ist die invariante Masse gleich der Ruhemasse  $m_0$ . Für zwei identische Teilchen, die mit demselben Impuls in entgegengesetzter Richtung kollidieren, ergibt die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$ :

$$\sqrt{s} = \sqrt{\left( \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E \\ -p_x \\ -p_y \\ -p_z \end{pmatrix} \right)^2} = 2E. \quad (2.2)$$

Da die Teilchen vor der Kollision näherungsweise nur einen Impuls in Beamrichtung besitzen, ist der Transversalimpuls  $p_T$  eine weitere wichtige Observable:



$$p_T = p \sin \theta. \quad (2.3)$$

Abbildung 2.2: Skizze zur Veranschaulichung der  $p_L$  und  $p_T$  Impulse.

Dabei ist  $\theta$  der Winkel zwischen der Beamrichtung und der Bewegungsrichtung eines Teilchens nach der Kollision.  $p$  ist der Betrag des Teilchenimpulses nach der Kollision (siehe Abbildung 2.2).

Äquivalent dazu wird der longitudinale Impuls definiert als

$$p_L = p \cos \theta. \quad (2.4)$$

Der Transversalimpuls ist ein Maß für den Impulsübertrag  $Q^2$  einer Kollision und im Gegensatz zum longitudinalen Impuls lorentzinvariant.

Weil der Longitudinalimpuls  $p_L$  nicht lorentzinvariant in  $z$ -Richtung ist, wurde die Rapidität  $y$  definiert. Sie ist ein alternatives, dimensionsloses Maß für die Longitudinalgeschwindigkeit eines Teilchens [CKB13].

$$\begin{aligned} y &= \operatorname{atanh}(\beta_L) \\ &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_L}{E - p_L} \right) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Hierbei ist  $\beta_L = p_L/E$ .

Für  $E \gg m_0$  kann die Pseudorapidität  $\eta$  die Rapidität approximieren.

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{p + p_L}{p - p_L} \right) \\ &= -\ln \left[ \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

Die Pseudorapidität zeichnet sich durch ihre einzige Abhängigkeit vom Winkel  $\theta$  und ihrer Lorentzinvarianz unter Addition aus. Führt ein System, welches bereits einer Koordinatentransformation unterzogen wurde, erneut einen Koordinatenwech-

sel durch, so ergibt sich die resultierende Pseudorapidität aus der Summe der beiden Pseudorapiditäten der Transformationen. Der Winkel  $\theta$  ist relativ zur Strahlenachse definiert, wobei nur die longitudinale Komponente der Geschwindigkeit betrachtet wird [CKB13].

## 2.3 Streuvorgänge

Um Informationen über die Strukturen und Wechselwirkung von Teilchen zu erfahren, sowie über die Konstituenten von Teilchen, ist es wichtig, verschiedene Streuvorgänge und Methoden zu thematisieren. Ob ein elastischer oder inelastischer Streuvorgang stattfindet, hängt von der Wellenlänge des virtuellen Austauschphotons ab. Ist die Wellenlänge vergleichbar mit dem Radius des Targetnukleons, kann ein inelastischer Stoß stattfinden. Wenn die Wellenlänge viel kleiner als der Radius des Nukleons ist, das heißt der Impulsübertrag  $Q^2$  groß ist, so wird ein tiefinelastischer Stoß ausgeführt und der Impuls nicht über ein virtuelles Photon auf die eigentlichen Stoßteilchen übertragen, sondern direkt auf die Partonen dieser Teilchen [PRSZ09].

Eine wichtige Größe für tiefinelastische Streuexperimente ist die Bjorken'sche Skalenvariable:

$$x := \frac{Q^2}{2Pq} = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (2.7)$$

Diese lorentzinvariante Variable ist ein Maß für die Inelastizität des Stoßprozesses. Die veränderte invariante Masse  $m_{\text{inv}}$  wird für diese Zustände mit  $W$  bezeichnet [PRSZ09]. In dem Ruhesystem eines Protons wird  $W$  aus den Vierervektoren des einlaufenden Protons und des ausgetauschten virtuellen Photons  $q$  berechnet:

$$W^2 c^2 = P'^2 = (P + q)^2 = M^2 c^2 + 2Pq + q^2 = M^2 c^2 + 2M\nu - Q^2 \quad (2.8)$$

Der Impulsübertrag ist definiert als  $Q^2 = -q^2$ , um nur mit positiven Größen zu operieren. Die Variable  $\nu = \frac{Pq}{M}$  ist lorentzinvariant und in dem Ruhesystem eines Protons gilt  $\nu = E - E'$ , welche durch das virtuelle Photon vom einlaufenden Proton übertragen wird [PRSZ09].

Der Übergang von elastischer zur tiefinelastischen Streuung ist in Abbildung 2.3 ge-



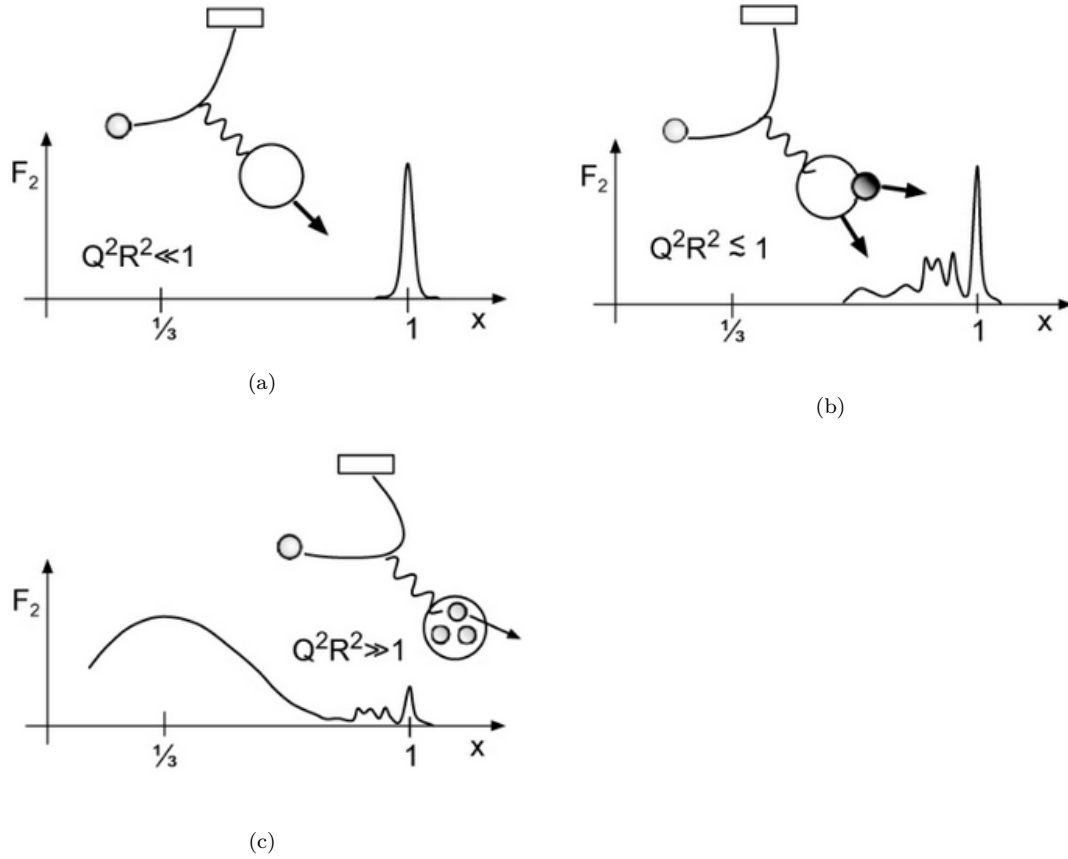


Abbildung 2.3: Der Übergang von elastischer Streuung in a), über die inelastische Streuung in b), hin zur tiefinelastischen Streuung in c), bei zunehmendem Impulsübertrag  $Q^2$  in einer Elektron-Proton-Kollision. Aufgetragen wurde die dimensionslose Strukturfunktion  $F_2$  gegen die Bjorken'sche Skalenvariable  $x$ . [PRSZ09]

zeigt. Während bei elastischen Stößen unter vorgegebener Einschussenergie der gemessene Streuwinkel das Stoßverhalten beschreibt, kommt bei inelastischen Stößen ein weiterer Parameter hinzu: die Anregungsenergie des Teilchens [PRSZ09]. Diese direkte Kollision entspricht bei Elektron-Proton-Kollisionen einem quasielastischen Stoß mit Photonen als Austauschteilchen. Bei einer quasielastischen Streuung treten im Energiespektrum neben dem scharfen Maximum der elastischen Streuung weitere Peaks auf. Diese entstehen durch die Anregung der Hadronen in andere Spinzustände. Die verschiedenen Zustände der Hadronen werden auch Resonanzen genannt und zerfallen beinahe instantan – die Lebensdauer eines angeregtes Pro-

tons befindet sich in der Größenordnung von  $10^{-24}$  s – in neue Teilchen [PRSZ09]. Bei der tiefinelastischen Kollision in der Abbildung 2.3 c) ist  $Q^2$  stößt ein Elektron direkt an einem der Konstituenten des Protons. Das bedeutet auch in der Bjorken'sche Skalenvariable muss der direkte Stoß am Parton des Protons berücksichtigt werden. Sie verändert sich zu

$$x = \frac{1}{n} \frac{Q^2}{2M\nu}, \quad (2.9)$$

wobei  $n$  die Anzahl der Konstituenten im Proton darstellt. Im Falle des Protons ist  $n = 3$  und deswegen findet der breite Peak bei  $1/3$  sein Maximum [PRSZ09].

### 2.3.1 Partonenstreuung

Beim Prozess einer Partonenstreuung, welcher für diese Arbeit den dominierenden Streuvorgang darstellt, stoßen die Partonen der Stoßpartner direkt aufeinander, die Stoßteilnehmer brechen auf und die kollidierenden Partonen werden entfernt. Dies stellt im Rahmen der vorliegenden Ausarbeitung ein Event dar. Im Allgemeinen bezeichnet ein Event in Beschleunigerexperimenten die Kollision zweier *Targets*<sup>2</sup>. Bei einem Event können mehr als zwei Partonen der Stoßteilnehmer kollidieren und miteinander wechselwirken. Der härteste Prozess bezeichnet dabei die Kollision mit dem größten Impulsübertrag. Kurz vor dem Stoß können die Partonen die sogenannte *initial-state radiation*<sup>3</sup> abstrahlen und mit dieser wechselwirken. Diese Strahlung besteht fast vollständig aus einer durchgehend in Hadronen vorhandenen Fluktuation von Gluonen, aber auch etwaige andere Wechselwirkungen der Partonen vor der Kollision fallen unter diesen Begriff. Analog wird etwaige Wechselwirkung zwischen den Partonen der Stoßteilnehmer nach der ursprünglichen Partonenkollision *final-state radiation*<sup>3</sup> genannt [DKM04].

Damit das *Confinement* nach einer Kollision erfüllt bleibt und da die aufgewendete Energie aufgrund der starken Wechselwirkung groß genug ist, um in Masse umzuwandeln, können beim Zerfall der Stoßteilnehmer neue Teilchen entstehen und sich im Rahmen der Hadronisierung zu farbneutralen Teilchen zusammensetzen. Die bei der Hadronisierung neu entstandenen Teilchen müssen noch nicht stabil sein und

---

<sup>2</sup>deutsch: Ziele

<sup>3</sup>initial/final-state radiation übersetzt: Anfangs/Endzustandsteilchen

können sich erneut zu weiteren Teilchen zusammensetzen und zerfallen.

Streuexperimente mit solch hoher Energie werden ausschließlich durch Teilchenbeschleuniger realisiert. Der größte Vertreter seiner Art ist der Large Hadron Collider.

## 2.4 Large Hadron Collider

Da das Standardmodell weitere Teilchen mit Massen in Energiebereichen außerhalb der Energiereichweiten aller bis dato existierenden Teilchenbeschleuniger voraus sagte, wurde am 10. September 2008 der Large Hadron Collider (LHC) in Betrieb genommen. Ein solches massereiches Teilchen ist das bis dahin experimentell unbewiesene *Higgs-Boson*. Neben dem Ziel der Untersuchung der Higgs-Bosonen, besteht unter anderem eine weitere wichtige Aufgabe in der Suche nach Physik jenseits des Standardmodells, da dieses alleine nicht ausreicht, um die Teilchenphysik unserer Welt zu beschreiben.

Der LHC ist ein Synchrotron-Teilchenbeschleuniger mit einem Umfang von 26,659 km und skizzenhaft dargestellt in Abbildung 2.4. Im Gegensatz zu konventionellen Synchrotrons wird beim LHC durch mehrere supraleitende Elektromagnete der Teilchenstrahl auf einer Kreisbahn gehalten. Diese Magnete werden dafür auf 1,9 K ( $-271,3^{\circ}\text{C}$ ) heruntergekühlt. Ein Protonstrahl enthält 2808 Bündel, welche zum Startzeitpunkt jeweils in etwa  $1,2 \cdot 10^{11}$  Protonen beinhalten. Die nominale Energie eines beschleunigten Protons beträgt bis zu 6,5 TeV und die der pp-Kollision dementsprechend bis zu 13 TeV. [**LHC1**]. Neben Protonen können auch Nukleonen beschleunigt werden und bei verschiedenen Schwerpunktsenergien kollidieren, wie zum Beispiel bei pPb- oder PbPb-Kollisionen. Sowohl Protonen als auch Bleikerne werden vor dem Eintritt in den LHC zunächst in drei kleineren Synchrotron-Beschleunigern – dem Booster, dem Proton-Synchrotron (PS) und zuletzt im Super Proton Synchrotron (SPS) – beschleunigt.

Mit diesem Teilchenbeschleuniger können bei Blei-Blei-Kollisionen ausreichend hohe Energien erreicht werden, welche das *Confinement* bei der Kollision aufheben und ein Quark-Gluon-Plasma erzeugen (siehe Kapitel 2.6).

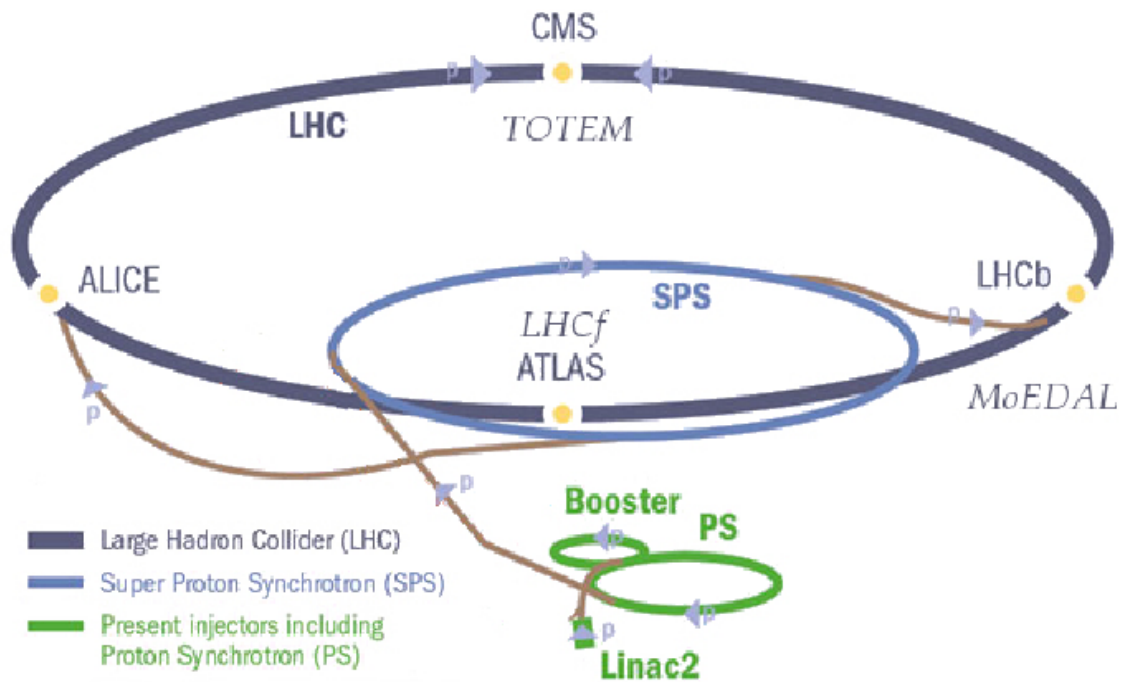


Abbildung 2.4: Schematischer Aufbau des Large Hadron Collider am CERN. Im LHC gibt es vier große Experimente, hier durch die gelben Punkte dargestellt. In dieser Skizze ist auf der linken Seite des LHCs das ALICE Experiment abgebildet [LHC2].

## 2.5 ALICE Experiment

Für die Untersuchung von Quark-Gluon-Plasmen wurde das ALICE Experiment (*A Large Ion Collider Experiment*) erschaffen. Durch PbPb-Kollisionen wurden in diesem Experiment bei 5,02 TeV pro Nukleon die dafür benötigten hohen Kollisionsenergien erreicht. Darüber hinaus werden auch pp-Kollisionen und andere leichtere Stoßsysteme untersucht. pp-Kollisionen dienen als Referenz für PbPb-Kollisionen, da die elementaren Prozesse wie zum Beispiel die Partonenkollisionen an sich in in pp dieselben, wie in PbPb sind. Bei PbPb kommen jedoch weitere Effekte der kalten Kernmaterie, wie auch die Einflüsse des QGPs hinzu [SAT12]. Unter Effekte kalter Kernmaterie fallen beispielsweise die Wechselwirkungen der Nukleonen bei schwereren Stoßsystemen untereinander vor und nach der Kollision, sowie die Möglichkeit, dass mehrere Nukleonkollisionen in einem Event stattfinden. Die Begrifflichkeit der Effekte heißer Kernmaterie umfasst die Effekte, die durch die Erzeugung eines Quark-Gluon-Plasmas hervorgerufen werden. Der Detektor hat eine

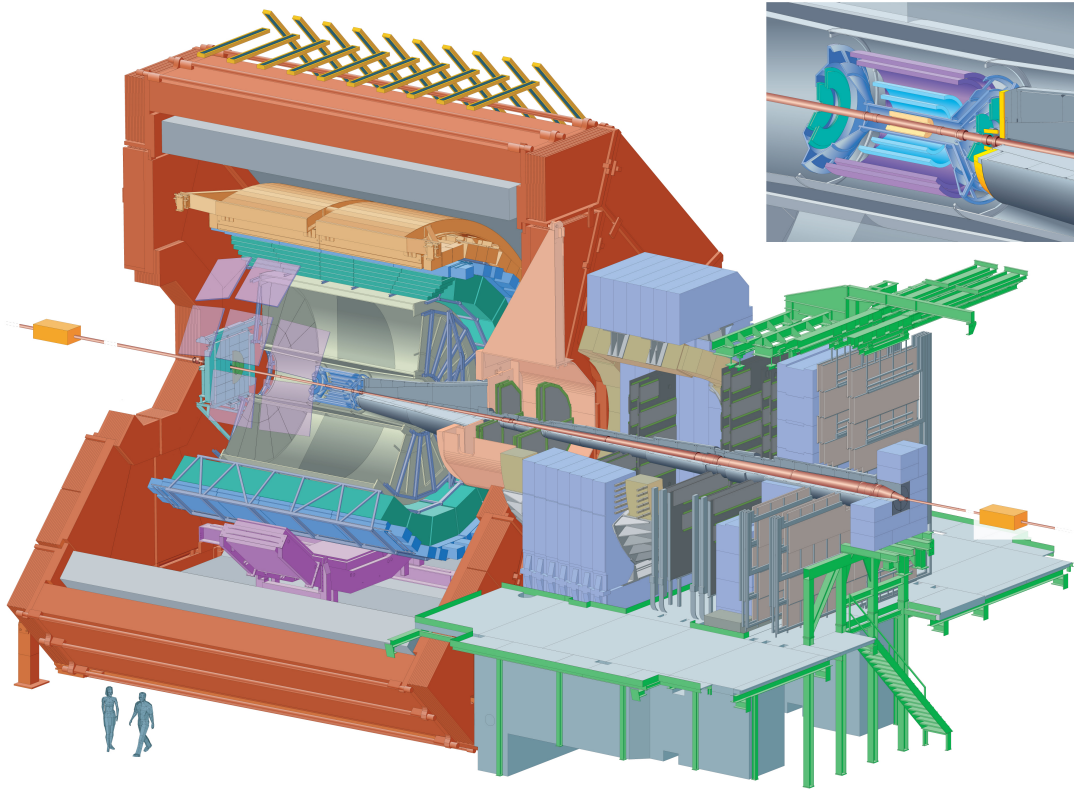


Abbildung 2.5: Aufbau des ALICE Detektors [ALICE2].

Länge von 25 m, eine Breite und Höhe von 16 m und ein Gewicht von 10000 Tonnen [ALICE1].

Dieser zeichnet sich, verglichen mit den anderen Experimenten des LHCs, durch das Tracking von geladenen Teilchen bei niedrigen Transversalimpulsen aus. Dafür verantwortlich ist hauptsächlich das ITS (Inner Tracking System) und die TPC (Time Projection Chamber) [HAA15]. Das ITS ist in der Abbildung 2.5 vergrößert dargestellt.

Bestehend aus drei verschiedenen Siliziumdetektoren, ummantelt das ITS den Strahlengang in einer zylindrischen Form und liegt mit einer Länge von 97,6 cm und einem inneren Radius von 3 cm am dichtesten an den Teilchenkollisionen. Das ITS wurde so entworfen, dass Teilchen mit einer Pseudorapidität von  $|\eta| \leq 0,9$  innerhalb der Akzeptanz liegen und alle Detektorenschichten durchlaufen. Diese Halbleiterdetektoren tragen einen großen Teil zur Bestimmung von Bahnkurven mit einem  $p_T < 200 \text{ MeV}$  bei, verbessern die Impulsauflösung der TPC und mithilfe dieser

kann der primäre Kollisionsort auf weniger als  $100\,\mu\text{m}$  genau bestimmt werden [HAA15].

Wie das ITS, ist auch die in Abbildung 2.5 gelb dargestellte TPC zylindrisch für die Rekonstruktion von Teilchenkurven in einem Pseudorapiditätsintervall  $|\eta| \leq 0,9$  und einer azimuthalen Winkelakzeptanz von  $2\pi$  von der Teilchenbahn ausgelegt. Die TPC umschließt das ITS mit einem inneren Radius von 85 cm und einem äußeren Radius von circa 250 cm. Der Zylinder ist mit einem Ne–CO<sub>2</sub>–N<sub>2</sub> Gasgemisch gefüllt [HAA15]. Die durch die Kollision entstandenen Teilchen ionisieren das Gas. Im Zentrum des Zylinders, vertikal zur Zylinderachse, liegt auf einen Elektroden-draht eine Spannung von 100 kV. Diese zentrale Driftelektrode unterteilt die TPC in zwei Driftkammern. Das daraus resultierende 400 V/cm starke elektrische Feld beschleunigt die frei gewordenen Elektronen und die Ionen zu den Endplatten des Zylinders, wo der elektrische Impuls mit *Multi-wire proportional Chambers*<sup>4</sup> (MWPCs) verstärkt und detektiert wird. Der Ort der Elektronendetektion ergibt die  $x$ - und  $y$ -Position. Die längere Driftzeit der Ionen im Vergleich zu der Driftzeit der Elektronen, gibt Auskunft über die  $z$ -Koordinate der ursprünglichen Ionisation. Vergleicht man die Kollisionszeit mit dem Zeitpunkt der Erfassung der Ionen und dem Ort der Elektronendetektion, so lassen sich ihre Driftzeit und die Teilchenflugbahn präzise bestimmen [ALICE10].

Um die Teilchenenergien zu bestimmen, stehen dem ALICE Experiment zwei Kalorimeter zur Verfügung: Das Photonspektrometer (PHOS in Abb. 2.5 in lila) und das Elektromagnetische Kalorimeter (EMCal in orangefarben).

Das PHOS ist aufgeteilt in fünf Module mit jeweils 3584 Detektionszellen. Diese basieren auf Szintillatoren, bestehend aus dichten Blei-Wolfram-Kristallen (PbWO<sub>4</sub>). Jeder dieser Kristalle trägt die Maße  $(22 \times 22 \times 180)$  mm mit einem Detektionsspektrum von ca. 100 MeV/c bis ca. 100 GeV/c. Mit einer Gesamtanzahl von 12544 Kristallen, aufgeteilt auf drei Module mit 3584 und eines mit 1792 Kristallen, deckt das PHOS in einer Entfernung von 460 cm vom Kollisionszentrum mit einer Fläche von 6 m<sup>2</sup> einen Winkelbereich mit einer Pseudorapidität von  $|\eta| \leq 0.12$  und  $220^\circ < \Phi < 320^\circ$  im Azimutalwinkel ab.

Der Vorteil des PHOS ist, dass es bei diesem keinen toten Raum gibt und das Material aufgrund der hohen Granularität die hohe Teilchendichte genauer detektieren

---

<sup>4</sup>deutsch: Vieldraht-Proportionalkammern

kann. Dieses homogene Kalorimeter eignet sich besonders, um Photonen mit einem Energiespektrum von thermischer Emission bis zu harten QCD Prozessen, sowie neutrale Mesonen zu detektieren. Bei der Rekonstruktion von Jets spielt das PHOS aufgrund seiner geringen Winkelabdeckung eine untergeordnete Rolle [ALICE08]. Das EMCal besteht aus insgesamt 3072 Modulen, welche jeweils 4 Detektionskanäle bieten. Ein Detektionskanal, auch *Tower* genannt, umfasst ungefähr ein Volumen von  $(6.0 \times 6.0 \times 24.6)$  cm und hat damit eine deutlich geringere Granularität als das PHOS und somit auch eine geringere Auflösung. Diese Module sind aufgebaut aus 77 wechselnden, weniger als 2 mm dicken Schichten aus dem Szintillatormaterial (Plastik) und dem Absorbermaterial (Blei). Es liegt mit 4,28 m nicht so weit entfernt vom primären Vertex wie das PHOS und deckt mit einer Pseudorapidität von  $|\eta| \leq 0.7$  und  $\Delta\Phi = 107^\circ$  in  $\Phi$ -Richtung einen deutlich größeren Winkelbereich ab. Die einfallenden Teilchen erzeugen im Absorbermaterial Teilchenschauer, welche wiederum im Szintillatormaterial Elektronen freisetzen. Diese werden dann detektiert. Das Blei kann dabei als totes Volumen gesehen werden, weshalb die Energieauflösung des EMCal verglichen mit dem PHOS deutlich niedriger ausfällt [ALICE09]. Das EMCal eignet sich für das Erfassen von Elektronen, von Zerfällen schwerer Quarks und die elektromagnetische Komponente der Jet-Spektren, sowie isolierte Photonen und neutrale Mesonen [ALICE08]. Weiterhin sind in der Abb. 2.5 in grün der Transition Radiation Detektor (TRD) und in blau der Time Of Flight (TOF) Detektor dargestellt.

Eine Messung einer Blei-Blei-Kollision des ALICE Detektors ist in Abbildung 2.6 zu sehen.

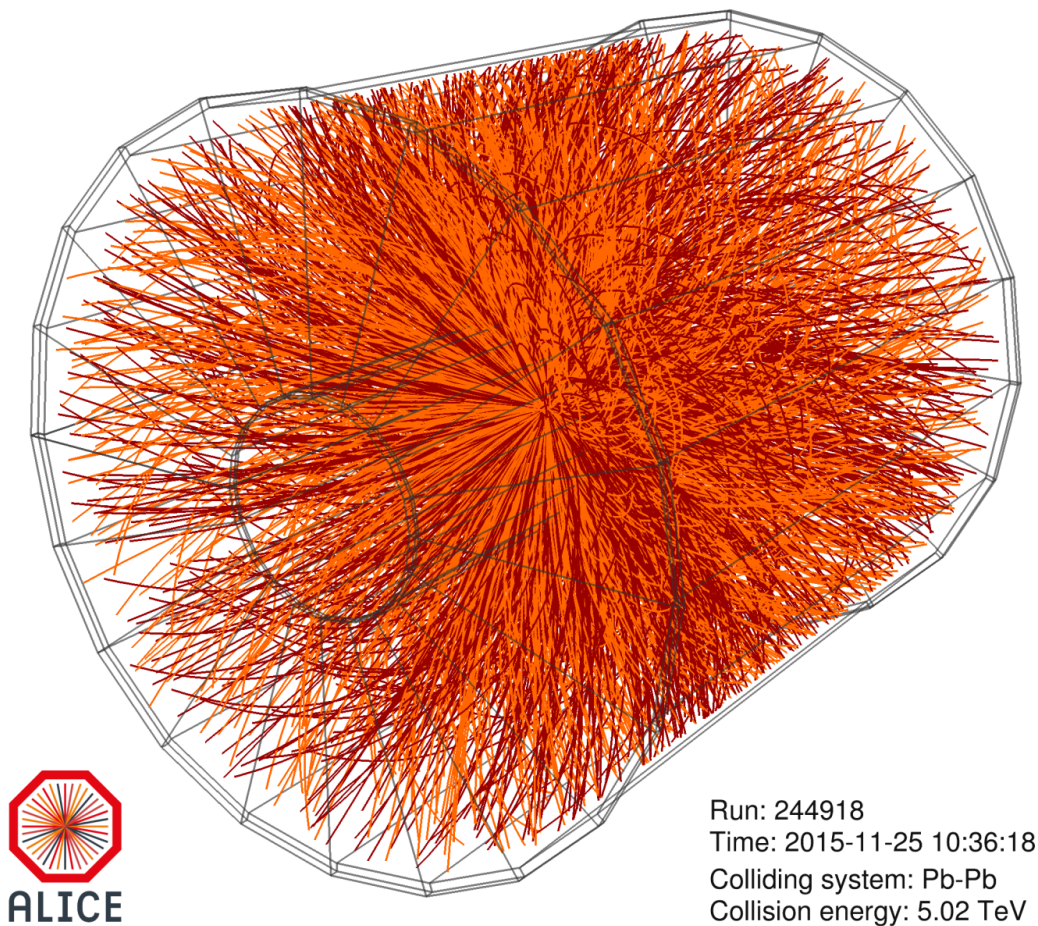


Abbildung 2.6: Dargestellt ist die erste Aufnahme einer Blei-Blei-Kollision des ALICE Detektors bei Energien von bis zu 5,02 TeV pro Nukleonenpaar und aufgenommen im November 2015. Die Biegung einer Teilchenbahn entsteht durch das 0,5 T starke magnetische Feld von ALICE und ist invers proportional zum Teilchenimpuls [AW15].



## 2.6 Quark-Gluon-Plasma

Sekundenbruchteile nach dem Urknall befand sich das Universum in einem Zustand enorm hoher Energie und Dichte, in welchem Quarks und Gluonen ungebunden existieren konnten. Dieser Zustand wird *Quark-Gluon-Plasma* (QGP) genannt.

Bei Temperaturen über einem kritischen Wert befinden sich Quarks und Gluonen in einem quasifreien Zustand und das *Confinement* ist aufgehoben [QGP]. Das resultierende Quark-Gluon-Plasma verhält sich ähnlich einer Flüssigkeit [CER20]. Bei Proton-Proton-Kollisionen ging man bislang noch nicht von einer Entstehung des Quark-Gluon-Plasmas aus, da die Dichte der an der Kollision teilnehmenden Partonen zu gering sei. Allerdings treten auch bei pp-Kollisionen Effekte auf, welche man vorerst nur der Entstehung von QGPs zuschrieb und welche noch nicht entgültig geklärt wurden [SAT12].

## 2.7 Teilchenjets

Treffen zwei Teilchen mit hoher Energie aufeinander und streuen nach den Feynman-Regeln der starken Wechselwirkung (siehe Kapitel 2.1.3), so kommt es nach der Kollision zu einem Parton-Schauer. Dabei treffen Partonen der beiden Teilchen direkt aufeinander und werden durch die Kollision in entgegengesetzte Richtungen gestreut. Die enorme Energie dieser Kollision reicht aus, dass Partonen das Streuzentrum verlassen und neue Partonen erzeugt werden können. Die aus der Kollision erzeugten und freigewordenen Partonen stellen einen Jet dar. In der QCD kann jedes Parton ein weiteres abstrahlen. Beide Teilchen liegen dann mit einer ähnlichen Bewegungsrichtung und nach einem Zerfall mit ungefähr der Hälfte der Energie des Mutterteilchens vor. Außerdem erlaubt die QCD, dass beim Zerfall eines Partons eine unendliche Anzahl sehr weicher Partonen mit  $Q^2 < (2 \text{ GeV}/c)^2$  erzeugt wird [CKB13]. Die vom *Confinement* gelösten, quasifreien Partonen verlieren auf ihrer Flugbahn Energie. Beispielsweise verlieren Quarks Energie unter Anderem durch Bremsstrahlung, wobei Gluonen abgestrahlt werden und Gluonen mit hoher Energie können wieder in ein Quark-Antiquark-Paar zerfallen. Nimmt die Energie stark genug ab, muss das *Confinement* wieder vorliegen. Die Partonen rekombinieren miteinander zu neuen, farbneutralen Teilchen im Prozess der Hadronisierung und können danach wieder in andere farbneutrale Teilchen zerfallen, bevor

sie von einem Detektor erfasst werden. Rekonstruiert man einen Teilchenjet, also die Bahnkurven und die Teilchenarten, so können näherungsweise Informationen über die Eigenschaften und die Teilchen des härtesten Prozesses beziehungsweise die ursprünglichen Stoßpartner gewonnen werden [PRSZ09, CNRS17].

### 2.7.1 Jet Definition

Einen Jet bilden von der theoretischen Perspektive her grundsätzlich alle von einem Parton eines harten Prozesses erzeugten Teilchen. Obwohl dementsprechend alle Tochter-Teilchen bei der Rekonstruktion eines Jets berücksichtigt werden sollten, tritt bei der Programmierung der Algorithmen allerdings die Frage auf, welche Teilchen welchem Jet zuzuordnen sind. Experimentell werden deswegen Jets als Kegel in der Richtung des ursprünglich erzeugten Partons approximiert, wie in Abbildung 2.7 zu sehen ist. Der Radius  $R$  beschreibt die räumliche Koordinate des Jets in der  $\eta$  -  $\phi$ -Ebene [CNRS17]:

$$R = \sqrt{\Delta\phi^2 + \Delta\eta^2} \quad (2.10)$$

$\Delta\eta$  und  $\Delta\phi$  sind die Entfernungen der Jetachse zum Kegelmantel in Pseudorapidität und im Azimutalwinkel. Der Winkelbereich eines Jets kann allerdings auch Teilchen beinhalten, welche nicht aus dem Mutterteilchen entstanden sind. Wird beispielsweise bei einer Elektron-Positron Kollision  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  ein Gluon von einem Quark emittiert und in einem kleinen Winkel relativ von seinem Mutterteilchen detektiert, so wird es dem Jet zugeordnet. Wird es allerdings in einem großen Winkel emittiert, könnte es einem neuen Jet zugeordnet werden. In welchem Radius Teilchen im Endzustand einem Jet zugeordnet werden sollten, ist also nicht nach einer festen Regel bestimmbar, sondern wird bei unterschiedlichen Versuchen angepasst [CKB13, CNRS17].

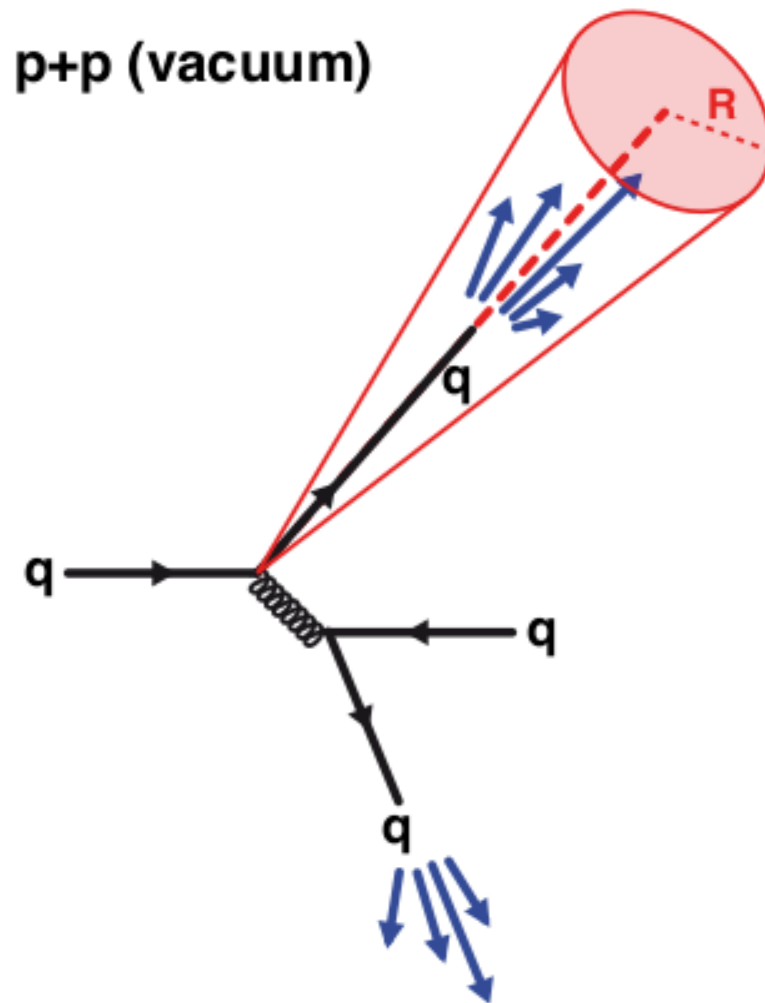


Abbildung 2.7: Skizze eines Jets und seiner Rekonstruktion anhand einer harten Streuung eines Quarks in einer Proton-Proton-Kollision. Die gemessenen Teilchen werden innerhalb eines Winkelbereichs zusammengefasst [CKB13].

## 2.8 Verwendete Programme

Dieser Abschnitt stellt die verwendeten Programme ROOT, PYTHIA und das Paket FastJet vor. Dabei wird auf den verwendeten Anti- $k_t$ -Algorithmus näher eingegangen.

### 2.8.1 Root

Das eigens am CERN zur Analyse entwickelte Programm ROOT bietet sowohl eine Programmieroberfläche, als auch eine graphische Benutzeroberfläche für die Datenanalyse. ROOT eignet sich besonders, um Histogramme zu erstellen, zu bearbeiten und auszuwerten. Histogramme sind Diagramme, welche binweise gezählt und gefüllt werden. Das *ROOT Data Analysis Framework* basiert auf der Programmiersprache C++ [GQZ15].

### 2.8.2 Pythia

Anhand der Theorien und Daten vieler Versuche mit Teilchenbeschleunigern wurde PYTHIA entwickelt. Mithilfe dieses in C++ geschriebenen Programms lassen sich eine Vielzahl an unterschiedlichen Teilchenkollisionen simulieren. PYTHIA beinhaltet unter Anderem eine große Datenbank harter Prozesse, verschiedene Modelle für Partonschauer, Vielteilcheninteraktionen und Teilchenzerfälle sowie Methoden zur Teilchenrekombinierung und Hadronisierung. Bei der Simulation lässt sich aus einer breiten Variation an Parametern und Modifikationen auswählen und zudem bietet es die Möglichkeit, verschiedene physikalische Eigenschaften zu verändern. Grundlage der Kollisionseventgenerierung ist der Monte-Carlo-Ereignisgenerator. Die Entwicklung dieses Programmes dient hauptsächlich dem Zweck, Hinweise auf neue Teilchen zu finden. Hypothetische Teilchen können dafür in PYTHIA implementiert werden, sodass bei einer Simulation wichtige Erkenntnisse über mögliche Energie- und Impulsänderungen der Teilchen im Endzustand gewonnen werden können. Experimente mit Teilchenbeschleunigern können nun nach diesen Daten gezielt ausgerichtet und auf entsprechende Phänomene im Output kann geachtet werden [SAC14]. In dieser Ausarbeitung wird PYTHIA für die Simulation von Kollisionen verwendet.

### 2.8.3 FastJet und der Anti- $k_t$ -Algorithmus

Für das Bestimmen und Rekonstruieren der Jets eignet sich in dieser Arbeit *FastJet* 3.3.2. Dieses Paket ist in C++ geschrieben, beinhaltet verschiedene, sequentielle Rekombinations-Clustering-Algorithmen für  $pp$ - und  $e^+e^-$ -Kollisionen und verfügt über Werkzeuge für das Manipulieren von Jets [CSS11]. Für die Messungen dieser Arbeit ist ausschließlich der Anti- $k_t$ -Algorithmus benutzt worden. Dieser zeichnet sich durch die Resilienz der Jet-Grenzen gegenüber weicher Strahlung, wie beispielsweise Gluonen mit niedrigem Impuls (infrared safety), aus, sowie dadurch, dass sich beim Ersetzen von einem Parton durch ein oder mehrere neue kollineare Partonen die Eigenschaften des rekonstruierten Jets nicht ändern (collinear safety) [CSS08]. Beim Anti- $k_t$ -Algorithmus werden die Partonen gelistet und dann die Entfernung zu anderen Entitäten (Teilchen, Pseudojets)  $d_{ij}$  beziehungsweise die Entfernung des  $i$ -ten Teilchens zum Beam  $d_{iB}$  berechnet:

$$\begin{aligned} d_{ij} &= \min(k_{ti}^{-2}, k_{tj}^{-2}) \frac{\Delta_{ij}^2}{R^2} \\ d_{iB} &= k_{ti}^{-2} \end{aligned} \tag{2.11}$$

Hierbei ist  $R$  der Jetradius und  $k_{ti}$  der Transversalimpuls des Teilchens mit dem Index  $i$ . Mit der Rapidität  $y_i$  und dem Azimutwinkel  $\phi_i$  ergibt sich  $\Delta_{ij}^2 = (y_i - y_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2$  (beziehungsweise für  $E \gg m_0$  ist  $\Delta_{ij}^2 = (\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2$ ) [CSS08]. Der Algorithmus findet die kleinsten Abstände zweier Partonen zueinander, kombiniert sie zu einem Pseudojet und fügt sie wieder der Liste zu. In die Klasse Pseudojet fallen grundsätzlich alle Jets, inklusive jene Jets, die noch weiter rekombiniert werden. Ist die Entfernung zum Beam  $d_{iB}$  der kleinste Abstand, so wird die Entität  $i$  als Jet deklariert und aus der Liste entfernt [CSS11][CSS08].

## 3 Methodik

Um die Umrechnungsfaktoren von Spektren geladener Jets, das heißt die Jets werden nur aus geladenen Teilchen rekonstruiert, in jene Jet-Spektren mit allen Teilchen, sowie den Aufbau der Responsematrix zu diskutieren, muss zunächst die Vorgehensweise bei den verwendeten Simulationen und bei der Rekonstruktion von Jets erläutert werden.

### 3.1 Simulation in verschiedenen $\hat{p}_T$ -Bins

Die vorliegende Ausarbeitung generiert Events mit dem Programm PYTHIA. Bei der Simulation von Teilchenkollisionen ist eine große Statistik vonnöten, um repräsentative Ergebnisse zu erhalten. Da Events mit höherem Impuls deutlich seltener generiert werden, ist die Statistik in höheren Energiebereichen meist nicht ausreichend. Um dies auszugleichen, könnte ein Vielfaches der Events unter einem Vielfachen des Zeitaufwands generiert werden, oder das Spektrum für verschiedene  $\hat{p}_T$ -Bins separat simuliert werden. Dabei ist  $\hat{p}_T$  der transversale Impuls des härtesten von Pythia generierten Prozesses im Event.

Für jedes  $\hat{p}_T$ -Intervall wird nun eine bestimmbare Anzahl von Events generiert. Innerhalb der Intervallgrenzen werden dann die separat entstandenen Histogramme addiert und normiert. Eine Normierung muss vorgenommen werden, da die harten Prozesse nicht mit ihrer natürlichen, sondern mit einer erhöhten Häufigkeit innerhalb eines  $\hat{p}_T$ -Bins simuliert werden. Dadurch würde sich der erwartete Histogrammverlauf in jedem Intervall wiederholen und im Fall der vorgenommenen Simulationen eine Sägezahnfunktion entstehen.

Bei der Normierung werden deswegen die Intervallbins mit ihrem Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{gen}}$  multipliziert und nach der Gesamtanzahl der Events gewichtet. Das resultierende Histogramm beinhaltet den Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  in Millibarn mb

gegen die Schwerpunktsenergie bzw. den Transversalimpuls  $p_T$  in Gigaelektronenvolt GeV/c.

Falls eine Binbreite von  $d_{\text{bin}} \neq 1$  eingestellt wurde, so finden in größeren oder kleineren Bins dem Faktor entsprechend mehr Einträge statt. Deshalb muss auch durch die Binbreite geteilt werden. Außerdem muss durch die Anzahl der Events  $N_{\text{events}}$  geteilt werden, damit ein einfacher Vergleich mit Ergebnissen anderer Forschungsarbeiten mit anderer Eventzahl stattfinden kann. Die Formel für die Gesamtnormierung sieht wie folgt aus:

$$\frac{dN}{d_{pT}} \cdot \frac{\sigma_{\text{gen}}}{d_{\text{bin}} N_{\text{events}} \cdot 2|\eta|} = \frac{dN_{\text{norm}}}{d_{pT}}. \quad (3.1)$$

## 3.2 Erzeugung von $p_{t,\text{Jet}}$ -Spektren

Um Jets zu rekonstruieren wird das Programm FastJet verwendet. In FastJet lassen sich eine Reihe von Einstellungen vornehmen. Die benutzten Parameter zur Jetrekonstruktion sind:

- Strategie: *Best*;
- Algorithmus: Anti-kt;
- Rekombinationsschema: *E\_scheme*;
- Pseudorapiditätsintervall der Teilchen im Jet:  $|\eta| = 0.9$ ;
- Untergrundfilter:  $p_{T,\text{Jet}} > 150 \text{ MeV}$ ;

Mit der Einstellung *Best* für die Strategie wird automatisch für jedes Event die schnellste Strategie für den Clusteralgorithmus, basierend auf der Teilchenzahl und dem Jetradius, gewählt. Das Pseudorapiditätsintervall der Teilchen im Jet ist  $|\eta| = 0.9$ , das bedeutet, nur Jets, die vollständig innerhalb der Grenzen  $|\eta - R|$  liegen, werden akzeptiert und rekonstruiert.  $R$  ist der Jetradius.

Für jedes Event werden die Viererimpulse der Teilchen bestimmt und in unterschiedliche Vektoren geschrieben. FastJet fügt nun auf Grundlage des Anti- $k_t$ -Algorithmus die Teilchen zu Jets zusammen. Es existieren verschiedene Methoden,

um Teilchen zu rekombinieren. In der vorliegenden Arbeit wurde der Parameter *E\_scheme* benutzt. Das heißt, die Komponenten der einzelnen Teilchen werden einfach addiert, um die Observablen des jeweiligen Jets zu erhalten [CSS11]. In die Kategorie Full-Jets kommen alle gefundenen Jets und werden in einen Vektor geschrieben. Charged-Jets betitelt nur die geladenen Teilchenjets. Auch diese werden in einem Vektor zusammengefasst. Die Jets werden mit der FastJet-Klasse *ClusterSequenceArea* geclustert und dann ihrem Transversalimpuls entsprechend in ein Histogramm eingetragen. Dabei wurde noch ein Untergrundfilter angewandt und nur Jets mit  $p_{T_{\text{jet}}} > 150$  MeV berücksichtigt.

Wie in Kapitel 2.2 erläutert, lassen sich aus dem Transversalimpuls eines Jets Rückschlüsse auf Eigenschaften und Streuung der Stoßteilnehmer ziehen. Ein solches Histogramm mit der Wahrscheinlichkeitsdistribution von Transversalimpulsen der Jets ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Zur Validierung der Simulationen wurde der Vergleich mit Spektren aus der Fachliteratur [CKB13] eingefügt. Da es sich um einen groben Vergleich handelt, wurden diese Vergleichsspektren mit dem Programm *xyscan* ausgelesen und ohne Unsicherheiten angegeben.

Bei genauerer Betrachtung fällt auf, dass einige Ausreißer bei den Spektren auftreten. Dies ist ein Phänomen der Simulation in verschiedenen  $\hat{p}_T$ -Bins (siehe Kapitel 3.1). Die Einträge erstrecken sich von 0 GeV bis 200 GeV. Wie in Kapitel 2.7 erläutert, treten in niedrigen Energiebereichen, hauptsächlich im ersten  $\hat{p}_T$ -Bin, Vorgänge mit weicher Strahlung auf. Aus diesem Grund muss bei Pythia für diesen Bin die Einstellung der härtesten Prozesse aus der Gruppe *SoftQCD* aktiviert werden, welche die physikalischen Eigenschaften weicher Materie berücksichtigt. Unter dieser Einstellung wird allerdings nicht genügend Statistik für höhere  $p_{T_{\text{jet}}}$  erzeugt. Da niedrigere  $\hat{p}_T$ -Bins höher gewichtet werden, führt dies zu einer Übergewichtung der Normierung einzelner Bins und damit zu den Abweichungen. In Abbildung 4.1 sind Jet-Spektren ohne diese Einstellung und mit dem ersten  $\hat{p}_T$ -Bin beginnend ab 7 GeV/c dargestellt. Dort sind Fluktuationen kaum noch zu erkennen. Deswegen wird im Folgenden diese Einstellung gewählt.



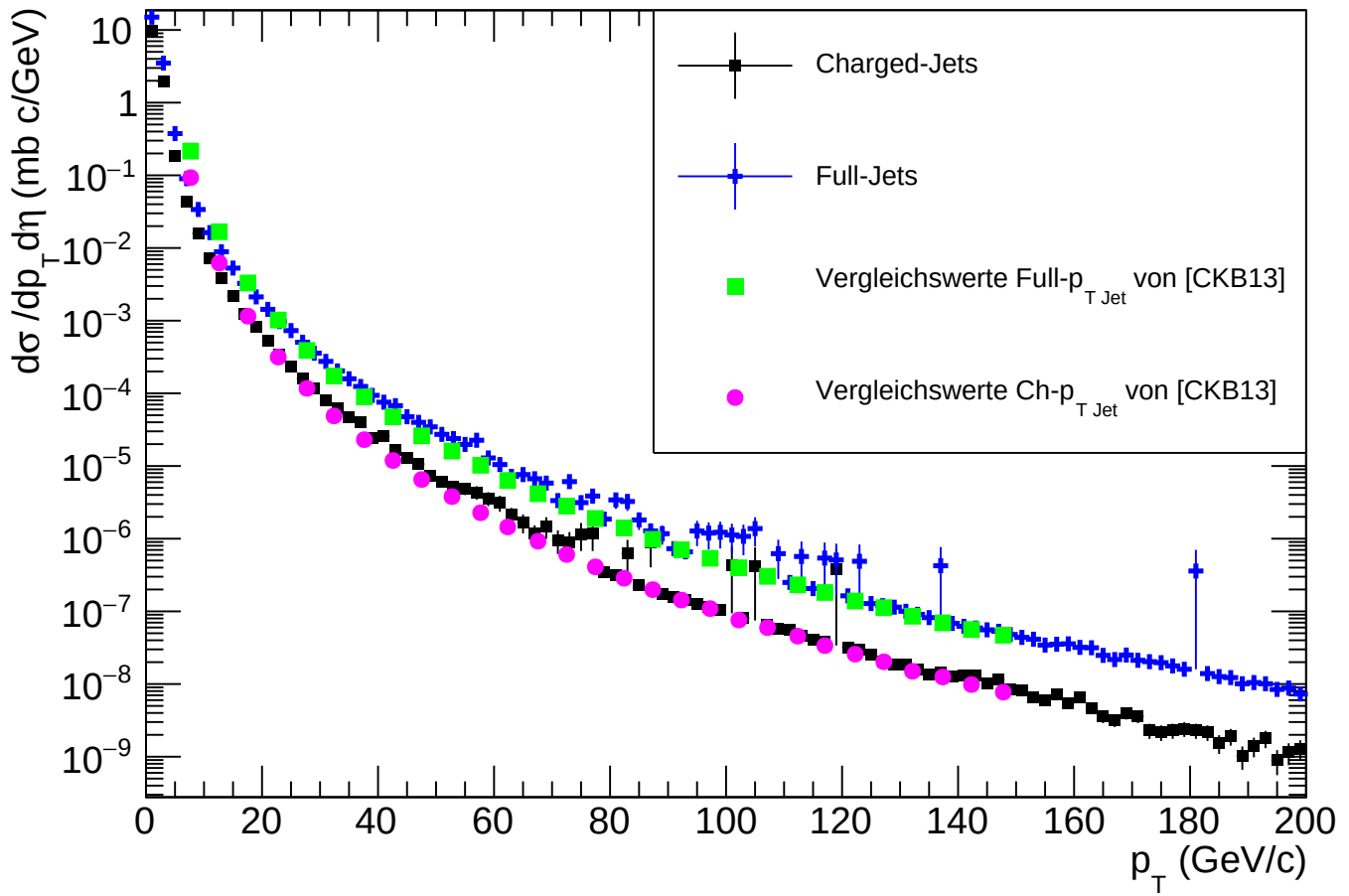


Abbildung 3.1:  $p_{T\text{ Jet}}$  Spektren von Charged-Jets und Full-Jets für  $R=0.2$  und einer Schwerpunktsenergie von 2760 GeV. Ein Bin hat eine Breite von 2 GeV/c. Die Vergleichswerte entstammen aus [CKB13].

## 3.3 Konstruktion der Responsematrix

Dieser Abschnitt erklärt den Aufbau und die Funktionsweise der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Responsematrix. Die Anwendung dieser Matrix erfolgt auf ein  $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrum geladener Jets und soll dieses in ein Full- $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrum umrechnen.

### 3.3.1 Zuordnung von Jets

Damit ein Transversalimpulsspektrum geladener Jets in ein  $p_T$ -Spektrum für Full-Jets umgerechnet werden kann, muss zunächst festgestellt werden, welche Full-Jets in der Simulation den geladenen Charged-Jets entsprechen könnten.

Um herauszufinden, welcher Charged-Jet zu welchem Full-Jet gehört, wird für jeden von FastJet gefundenen Full-Jet ein Loop<sup>1</sup> über alle Charged-Jets gebildet. Diese werden zunächst darauf getestet, ob ihre Energie  $E_{\text{charged}}$  größer als die des zugehörigen Full-Jets  $E_{\text{full}}$  ist. Da ein Full-Jet alle Teilchen eines Jets beinhaltet und ein Charged-Jet nur die geladenen, muss  $E_{\text{full}} \geq E_{\text{charged}}$  gelten. Außerdem muss der zugehörige Charged-Jet eine Energie höher als 20% des Full-Jets aufweisen, um einer Zuordnung mit eventuellen Jets, bestehend aus wenigen Teilchen anderer Ursache im selben Winkelbereich, auszuschließen:  $E_{\text{charged}} > 0,2 \cdot E_{\text{full}}$ . Weiterhin wird ein maximaler Abstand von

$$\Delta R = \sqrt{(\Delta y)^2 + (\Delta \Phi)^2} = 0.25 \quad (3.2)$$

gefordert.  $\Delta y$  und  $\Delta \Phi$  sind hierbei die jeweiligen Differenzen der zuzuordnenden Jets in der Rapidität  $y$  und im Raumwinkel  $\Phi$ .

Erfüllt ein Charged-Jet diese Bedingungen, so wird der Abstand  $\Delta R$  zwischen diesem und dem Full-Jet als neuer Minimalabstand eingesetzt. Im weiteren Verlauf des Loops müssen die Charged-Jets nun den neuen Minimalabstand unterbieten, um dem Full-Jet zugeordnet zu werden. Damit steht am Ende des Loops der Charged-Jet mit dem kleinsten Abstand  $\Delta R$  zum Full-Jet fest. Falls kein Jet diese Bedingung erfüllt, so wird auch keiner zugeordnet. Da das Jet-Matching bijektiv sein muss, das bedeutet, dass auch für alle Charged-Jets dieselben Full-Jets zugeordnet werden müssen und deswegen jeder zugeordneten Jet einen eindeutigen Partner erhält,

---

<sup>1</sup>deutsch: Schleife. Eine Operation wird wiederholt, bis ein Abbruchkriterium eintritt.

wird das Prozedere erneut durchgeführt. Beim zweiten Durchlauf wird dementsprechend für jeden Charged-Jet ein Loop über alle Full-Jets durchgeführt. Bei diesem sind die Auswahlkriterien dieselben. Vergleicht man nun die zueinander zugeordneten Jets des ersten Loop-Durchgangs mit denen des zweiten Loop-Durchgangs und wählt alle übereinstimmenden Paare, so erhält man zwei  $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren aus den bi-jeektiv zueinander zugeordneten Charged- und Full-Jets. Im Folgenden werden die Jets dieser Spektren als zugeordnete Full-Jets beziehungsweise die geladenen Jets als zugeordnete Charged-Jets bezeichnet.

### 3.3.2 Erzeugung der Matrix

Der Kern des Programms ist die Matrix in der die Informationen für die Zuordnung der Jets enthalten sind. Diese lässt sich mit einem zweidimensionalen Histogramm geeignet umsetzen. In dieses Histogramm werden auf der X-Achse die Transversalimpuls der zugeordneten Full-Jets und auf der Y-Achse die Transversalimpulse der zugeordneten Charged-Jets eingetragen.

Nun wird für jeden Bin der Y-Achse eine Projektion entlang der X-Achse erstellt. Um eine auf eins normierte Wahrscheinlichkeitsverteilung für jeden Bin der Y-Achse zu erhalten, wird über jede dieser Projektionen integriert und anschließend werden die einzelnen Bins der Projektion durch das Ergebnis geteilt. Damit sind einem Charged-Jet  $p_T$ -Wert die Wahrscheinlichkeiten für die Full-Jet  $p_T$ -Werte zugeordnet worden. Die normierten Wahrscheinlichkeiten  $P(p_{T\text{Full}}|p_{T\text{ch}})$  werden schließlich wieder in die Matrix eingetragen.

### 3.3.3 Effizienzen

Da die Matrix aus dem vorherigen Kapitel nur aus der Statistik zugeordneter Jets erstellt wurde, welche geringere Einträge als die Statistik aller Jets liefert, lassen sich mit ihrem Inhalt nur Charged-Jet-Spektren aus zugeordneten Jets verlässlich umrechnen. Deswegen werden eingehende Charged- $P_{T\text{Jet}}$ -Spektren mit einer Effizienz versehen. Diese Effizienzen gleichen die Datenverluste aufgrund der beim Matching aussortierten Jets aus, indem sie jeden Bin mit dem entsprechenden Bineintrag der Histogramme mit den Spektren zugeordneter Jets skalieren:

$$\left( \left[ \underbrace{\frac{dN_{Ch}}{dp_T}}_{N_{\text{Charged}}} \cdot \text{eff}_{Ch \rightarrow m} \right] \times \text{Matrix} \right) \cdot \text{eff}_{m \rightarrow f} = \underbrace{\frac{dN_f}{dp_T}}_{N_{\text{Full}}} \quad (3.3)$$

Wobei

$$\begin{aligned} \text{eff}_{Ch \rightarrow m} &= \frac{N_{\text{Charged-matched}}}{N_{\text{Charged}}} \\ \text{eff}_{m \rightarrow f} &= \frac{N_{\text{Full}}}{N_{\text{Full-matched}}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

die Effizienzen darstellen und die verwendeten  $p_T$ -Spektren mit  $N_{\text{Spektrum}}$  betitelt wurden. Die  $N_{\text{matched}}$  Histogramme sind in Kapitel 3.3.1 thematisiert.

In Worten bedeutet die Formel (3.3), dass eingehende geladene  $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren in ein entsprechendes Charged- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrum zugeordneter Jets umgerechnet werden. Auf dieses Spektrum kann die Matrix angewendet werden, um danach einem Full- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrum zugeordneter Jets zu entsprechen. Jetzt wird es durch die binweise Multiplikation mit der zweiten Effizienz wieder zurück von dem Spektrum zugeordneter Full-Jets in ein Full- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrum mit normaler Statistik umgerechnet.

## 4 Ergebnisse und Diskussion

In diesem Kapitel wird die Auswirkung verschiedener Jetradien auf das Transversalimpulsspektrum beleuchtet, sowie die Resultate der Anwendung des Programms zur Responsematrix diskutiert. Weiterhin wird zur Vereinheitlichung der Impulsskala ein möglicher konstanter Umrechnungsfaktor zwischen Charged-Jets und Full-Jets in  $p_T$  Bereichen ab 50 GeV/c thematisiert und eingegrenzt.

### 4.1 Auswirkung verschiedener Jetradien

In Abbildung 4.1 wird für  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV die Auswirkung des Jetradius auf ein Charged- und Full- $p_{T,\text{Jet}}$ -Spektrum betrachtet.

Es wird intuitiv erwartet, dass die Jetrekonstruktion mit hohem Radius mehr Einträge für hohe Transversalimpulse hervorbringt, da mehr Teilchen innerhalb des Jet-Kegels liegen und zu einem Jet rekonstruiert werden können. Allerdings werden auch zahlenmäßig weniger Jets rekonstruiert, da die Jetgrenzen vollständig in der Akzeptanz liegen müssen. Beispielsweise beträgt für  $R = 0,8$  das Pseudorapiditätsintervall nur  $|\eta - R| = 0,1$ .

Kurven mit niedrigem Jetradius, in dieser Radiusauswahl  $R = 0,2$ , sollten Aufgrund der Akzeptanz für kleine  $p_T$  über denen, mit größerem Jetradius liegen. Für höhere Transversalimpulse haben die Spektren mit größerem Jetradius auch einen größeren Wirkungsquerschnitt. Dementsprechend schneiden die Kurven sich.

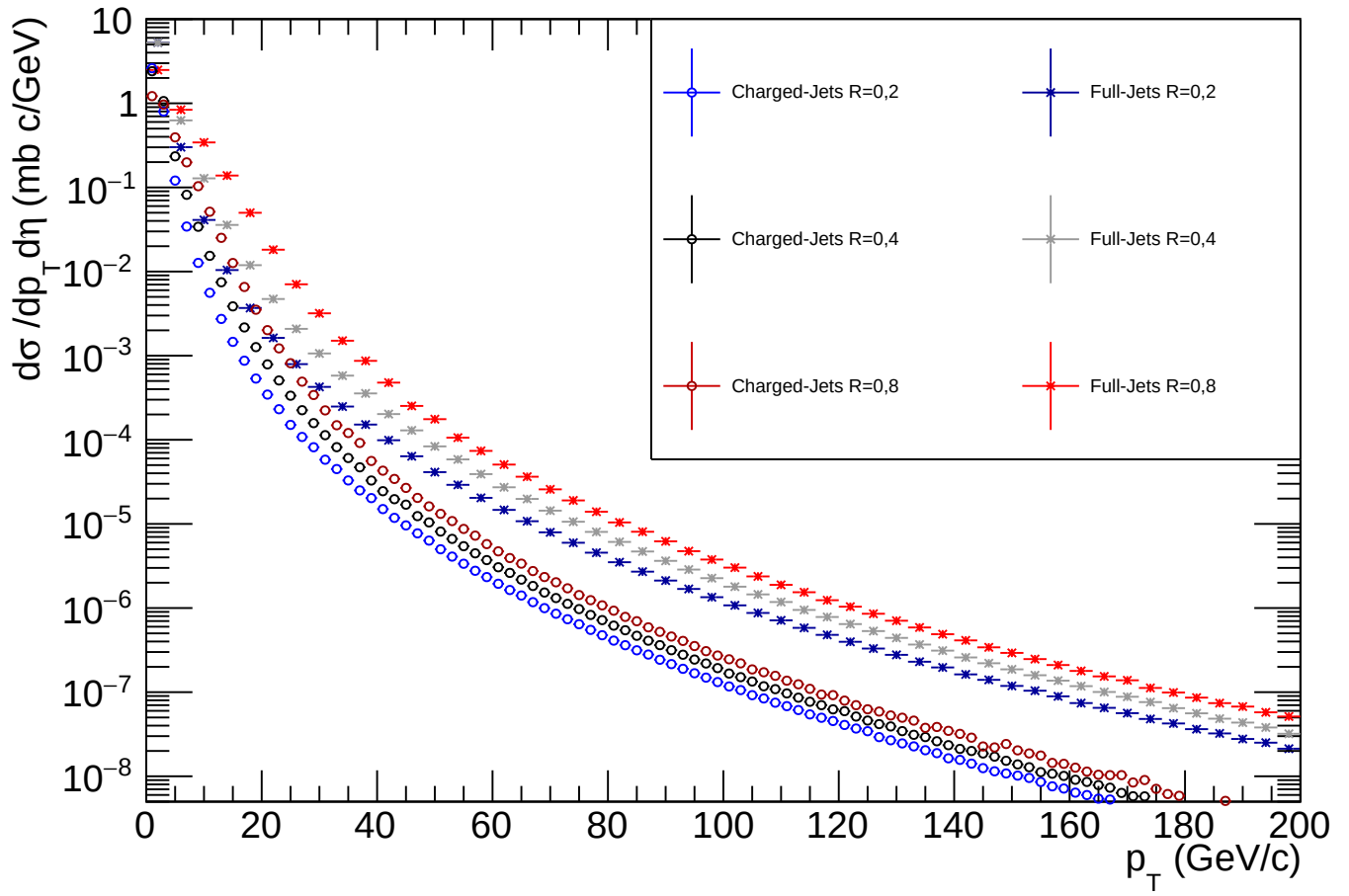


Abbildung 4.1: Abgebildet sind die für verschiedene Jet-Radien  $R$  simulierten Spektren der Charged- und Full- $p_{T\text{jet}}$  bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 2760$  GeV.

Es ist in der Abbildung 4.1 zu erkennen, dass die thematisierte Schneidung der Spektren bereits im niedrigen  $p_{T\text{Jet}}$  Bereich bei circa 5 GeV stattfindet. Da allerdings der erste  $\hat{p}t$ -Bin dieser Simulationen erst bei 7 GeV startet und alle Einträge unter dieser Energie nicht mit ihrer natürlichen Häufigkeit erzeugt worden sind, ist die Möglichkeit nicht auszuschließen, dass diese in Wirklichkeit abweichen und sollten deshalb unter Vorbehalt betrachtet werden.

Vergleicht man die Spektren der unterschiedlichen Raten in Abbildung 4.1 miteinander, so ist zu erkennen, dass in Bereichen hoher Transversalimpulsen das Charged- und das Full- $p_T$ -Spektrum nicht weiter auseinanderlaufen. Das Charged- $p_T$ -Spektrum ist um einen bestimmten Faktor zu dem Full- $p_T$ -Spektrum den auf der X-Achse verschoben. Dieser Faktor wird im folgenden Kapitel 4.2.1 thematisiert.

## 4.2 Bestimmung von $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren aller Teilchen aus $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren geladener Teilchen

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der, im Rahmen dieser Ausarbeitung, erstellten Methoden zur Bestimmung von  $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren aller Teilchen aus  $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren bestehend aus geladenen Jets diskutiert. Zunächst wird im folgenden Kapitel die Methode einer Koordinatentransformation von Charged- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren entlang der X-Achse in das Koordinatensystem des zugehörigen Full- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrums mit einem bestimmten Koordinatentransformationsfaktor erläutert und diskutiert. Danach werden im Kapitel 4.2.2 die Ergebnisse der Methode der Responsematrix diskutiert. Dabei wird die im Vorfeld überlegte Energieselection von  $E_{\text{charged}} > 0,2 \cdot E_{\text{full}}$  überprüft.

### 4.2.1 Methode der x-Achsentransformation

Da die geladenen Anteile eines Jets mit ALICE deutlich einfacher zu messen sind als die ungeladenen, ist die Möglichkeit bereits Aussagen über das gesamte Jet-Spektrum anhand seiner geladenen Komponente zu treffen äußerst praktisch. Vergleicht man Charged- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren mit denen aller Teilchen wie in Abbildung 4.1, so erkennt man für hohe  $p_{T\text{Jet}}$  eine gewisse konstante Differenz. Nun ist das Ziel durch eine Koordinatentransformation ein Charged- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren entlang der x-

Achse um einen gewissen Faktor  $a$  verschieben, damit es das zugehörige Full- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrum abbildet:

$$\frac{dN_F}{dp_{TF}} \mapsto |\det| \cdot a \cdot \frac{dN_{Ch}}{dp_{TC}}. \quad (4.1)$$

Die Determinante stellt dabei die Funktionaldeterminante der Transformation dar, welche in Formel (4.2) berechnet wird. Um den Faktor  $a$  zu bestimmen, wird eine Fitfunktion der Form  $f_C = b \cdot x^n$  an das Charged- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrum angelegt. Der Faktor  $b$  und der negative Exponent  $n$  sind hierbei freie Parameter, welche durch das Anlegen des Fits bestimmt werden. Der Transversalimpuls ist in den Histogrammen auf der x-Achse aufgetragen und der Wirkungsquerschnitt auf der y-Achse, deshalb  $x := p_{T\text{Jet}}$  und  $y := \frac{d}{dp_T d\eta}$ . Die Koordinaten verändern sich durch die Transformation hingehend zu  $x_{Full} = x_{Ch} \cdot a$  und  $y_{Full} = y_{Ch}$ . Die zugehörige Funktionaldeterminante dieser Translation bildet sich demnach wie folgt:

$$\det \frac{\partial (x_{Ch}, y_{Ch})}{\partial (x_{Full}, y_{Full})} = \det \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{Ch}}{\partial x_{Full}} & \frac{\partial x_{Ch}}{\partial y} \\ \frac{\partial y}{\partial x_{Full}} & \frac{\partial y}{\partial y} \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = a^{-1} \quad (4.2)$$

Danach wird das Full- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrum mit derselben Fitfunktion, jedoch mit transformierten Koordinaten der Form  $f_F = b \cdot (ax_{Ch})^n \cdot |\det| = b \cdot a^{n-1} x^n$  belegt. Die Parameter  $b$  und  $n$  werden aus dem vorhergegangenen Fits des Charged- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrums entnommen. Der freie Parameter  $a$  stellt nun also den Umrechnungsfaktor der Koordinatentransformation des Charged- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrum in das Full- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrum dar.  $a^{-1}$  ist die soeben berechnete Funktionaldeterminante der Transformation. In Abbildung 4.2 sind beispielhaft ein Charged- und Full- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrum mit ihren Fits dargestellt.

In Abbildung 4.3 sind die Umrechnungsfaktoren verschiedener Schwerpunktsenergien und Jetradien gegen die Exponenten aufgetragen. Dabei ordnen sich für alle Schwerpunktsenergien von links nach rechts die Jetradien in absteigender Reihenfolge an: Der erste Eintrag ist für  $R = 0,8$  und der letzte für  $R = 0,2$ . Im Anhang sind die Plots der Spektren für 8 TeV und 13 TeV abgebildet in Abbildung A.2 und A.4 und in der Tabelle A1 sind alle Ergebnisse der Parameter der Fits abgebildet. Der Wert  $\chi^2/\text{ndf}$  ist ein Maß für die Güte eines Fits. Ein idealer Fit hätte den Wert  $\chi^2/\text{ndf} = 1$  [GAR]. In dieser Ausarbeitung fallen die Werte höher aus, da es sich bei den vorüberlegten Fit-Funktionen nur um Näherungen der Spektren handelt.



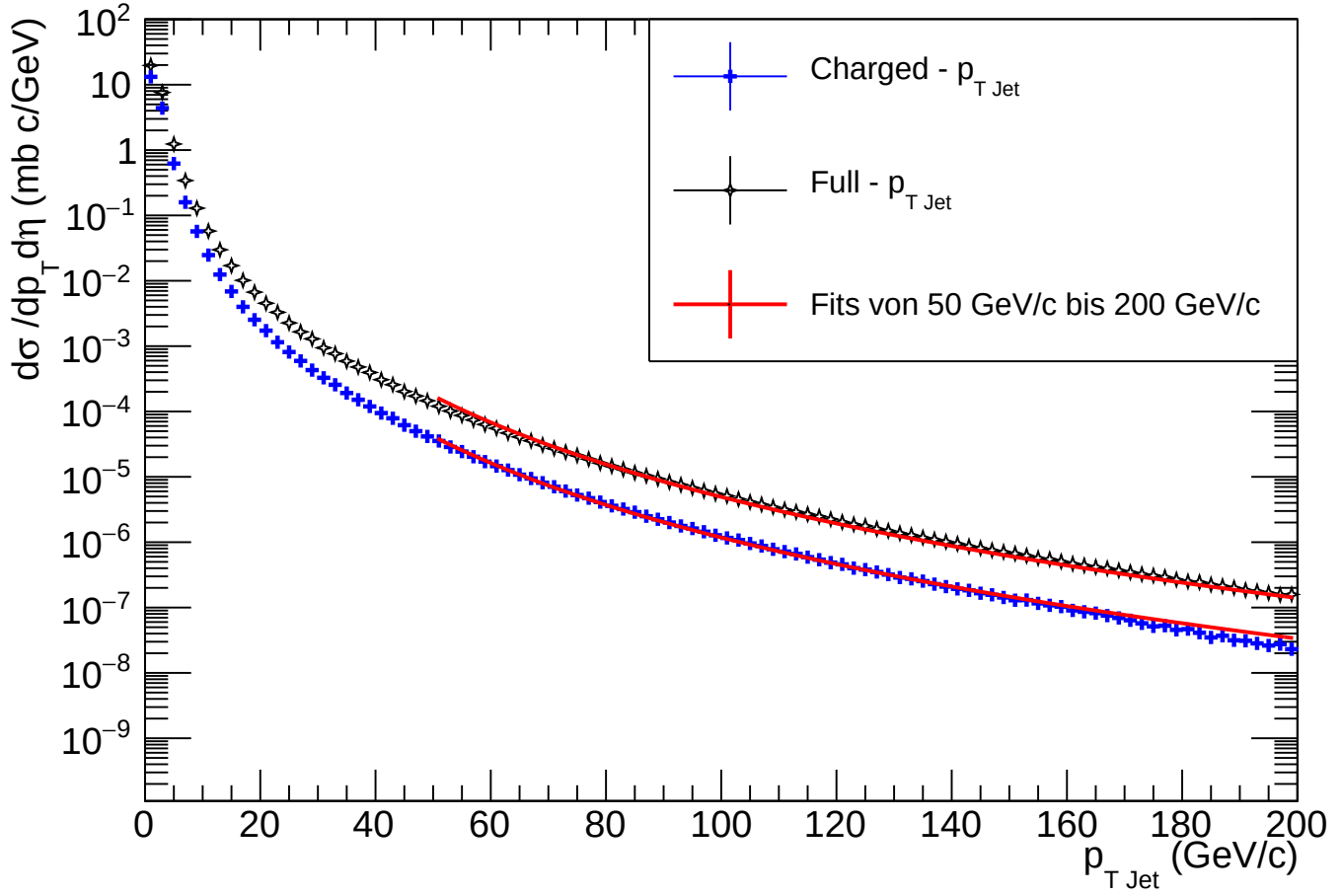


Abbildung 4.2: Dargestellt ist das Full- und das Charged- $p_{T \text{ Jet}}$ -Spektrum für die Schwerpunktsenergie 8 TeV und einem Jetradius  $R = 0,2$ . Die Fitfunktion des Charged- $p_{T \text{ Jet}}$ -Spektrums ist der Form  $f_C = b \cdot x^n$  und die des Full- $p_{T \text{ Jet}}$ -Spektrums der Form  $f_F = b \cdot a^{n-1} x^n$ . Die Parameter  $n$  und  $b$  wurden dabei aus  $f_C$  bestimmt und sind für  $f_F$  keine freien Parameter mehr.

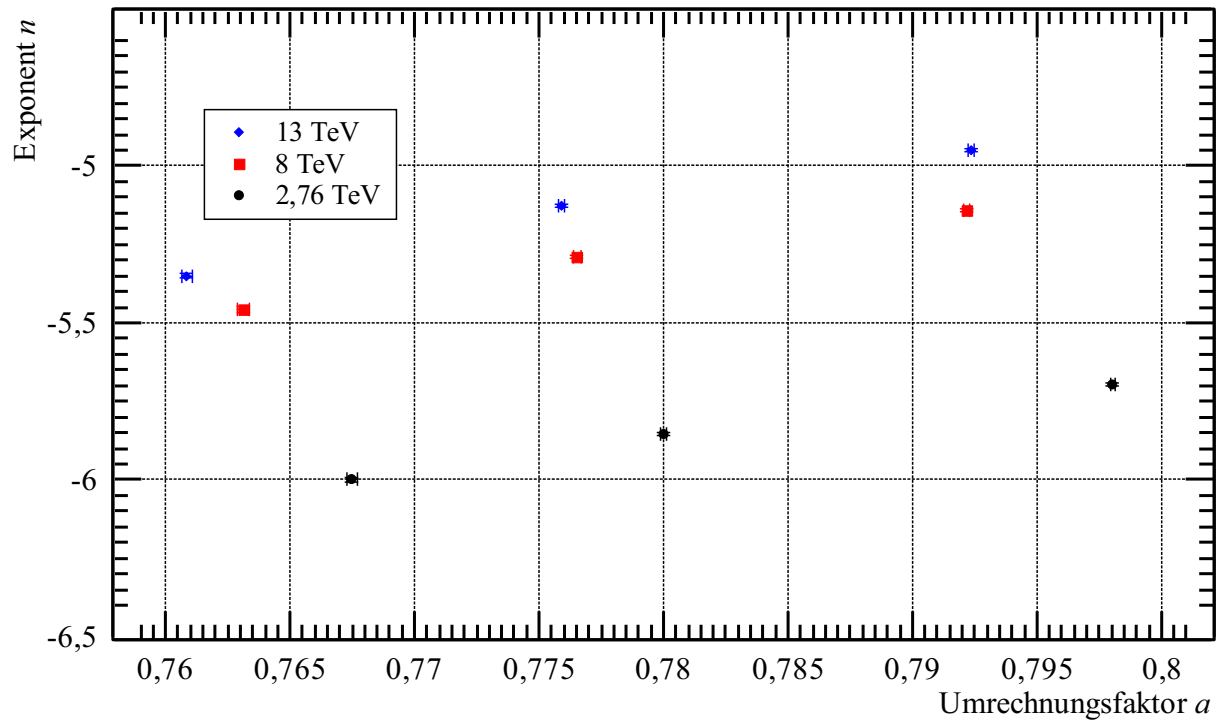


Abbildung 4.3: Der Parameter  $n$  gegen den Parameter  $a$  aufgetragen für verschiedene Schwerpunktsenergien und Jetradien. Für die Schwerpunktsenergien 2,76 TeV und 8 TeV sind die Jetradien in Absteigender Reihenfolge. Im Anhang befinden sich in Tabelle A1 die genauen Fitergebnisse.

Für den Radius  $R = 0,8$  ist der Mittelwert der Umrechnungsfaktoren aus den drei Schwerpunktsenergien  $\bar{a} = 0,7638 \pm 0,0027$ , für  $R = 0,4$  ist  $\bar{a} = 0,7775 \pm 0,0018$  und für  $R = 0,2$  ist  $\bar{a} = 0,7931 \pm 0,0037$ . Die Unsicherheiten der Mittelwerte sind die Standardabweichungen für Mittelwerte nach dem *Guide to the expression of uncertainty in measurement* [GUM08]. Die Umrechnungsfaktoren skalieren also deutlich stärker mit den Jetradien als mit den Schwerpunktsenergien. Außerdem ist festzuhalten, dass alle Umrechnungsfaktoren zwischen 0,76 und 0,8 liegen. Bei einer tatsächlichen Skalierung in den regulären Größenordnungen würde ein anderer Jetradius oder eine andere Schwerpunktsenergie deswegen eher zu einer Abweichung geringeren Ausmaßes führen.

### 4.2.2 Methode der Responsematrix

In diesem Abschnitt wird die Anwendung der Responsematrix behandelt und ihre Qualität beleuchtet. In der Abbildung 4.4 ist eine Responsematrix für Simulationen mit einer Schwerpunktsenergie von 13 TeV gezeigt.

Alle Einträge befinden sich in der unteren Diagonalhälfte, da die Full- $p_{T\text{Jet}}$  immer größer sein müssen als ihre gematchten Charged- $p_{T\text{Jet}}$  Gegenstücke. Außerdem sind bei genauerer Betrachtung mehr Zuordnungen im oberen Drittel der unteren Diagonalhälfte zu sehen. Dies liegt an der Tatsache, dass der Großteil der Energie eines Jets im geladenen Anteil liegt.

In der Nähe des Ursprungs und nahe des (200 GeV/c|200 GeV/c) enthalten die Wahrscheinlichkeitsverteilungen nur noch wenige Bins und sind somit nicht mehr aussagekräftig. Für den Ursprung ist es plausibel, dass ein Charged-Jet mit  $p_{T\text{Jet}} < 1$  GeV/c mit großer Wahrscheinlichkeit auch mit einem Full-Jet zugeordnet wird, dessen Transversalimpuls nicht viel größer als  $p_{T\text{Jet}} = 1$  GeV/c ist. Allerdings ist das für große Transversalimpulse nicht zwingend notwendig. Dass die Wahrscheinlichkeit des Charged-Jet Matches bei 200 GeV/c mit einem Full-Jet bei 200 GeV/c gleich eins ist, liegt nur an der Histogrammgröße bis maximal 200 GeV/c. Weil keine anderen Bins in dieser Projektion befüllt werden können, ist dieser Bin automatisch mit der Wahrscheinlichkeit von 100% versehen. Soll die Responsematrix auch bei höheren  $p_{T\text{Jet}}$  verwenden werden, so müsste sie größer angelegt werden.

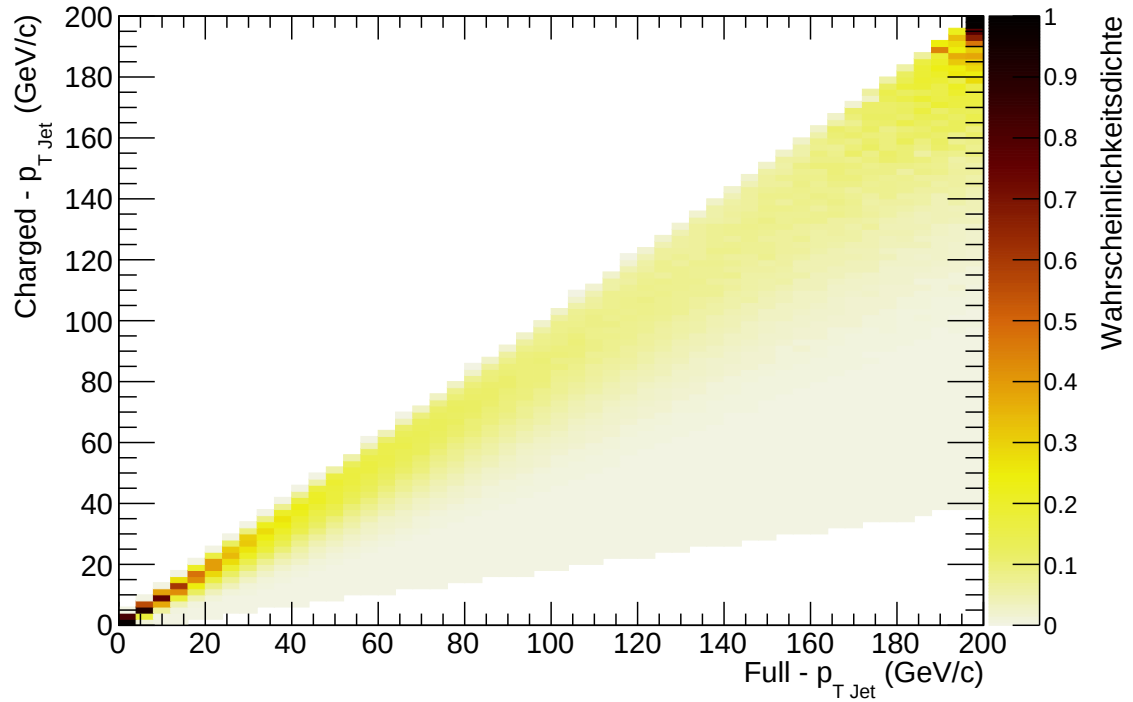


Abbildung 4.4: Dargestellt ist eine Responsematrix durch ein 2D-Histogramm, gefüllt mit den gematchten Full-Jets entlang der X-Achse und den gematchten Charged-Jets entlang der Y-Achse. Die Projektionen der Charged-Jets, also die Wahrscheinlichkeitsdistributionen der Full-Jets auf die Charged-Jets, wurden auf Eins normiert. Das Binning entlang der X-Achse wurde in diesem Histogramm verringert, um eine ausreichende Statistik zur grafischen Anschaulichkeit zu erhalten. Dabei werden benachbarte Bins zusammengefügt. Vier GeV/c entsprechen einem Bin auf der X- Achse und Zwei GeV/c auf der Y-Achse.

## Überprüfung der Energieselection

Um auszuschließen, dass Informationen beim Jetmatching durch die Benutzung des 20%-Energiefilters verloren gehen, wurde, da der Transversalimpuls eines hochenergetischen Teilchenjets näherungsweise seiner Energie entspricht, ein 2D-Histogramm mit der Wahrscheinlichkeit der Größe des geladenen Anteils am Full- $p_{T,\text{Jet}}$  angefertigt. Dieser ist in der oberen Abbildung 4.5 zu sehen und stellt den Anteil eines gematchten Charged- $p_{T,\text{Jet}}$ -Bins an einem Bin des Full- $p_{T,\text{Jet}}$ -Spektrums dar. In dieser Abbildung ist eine höhere Wahrscheinlichkeit des geladenen Anteils zwischen 60% und 80% des Full-Jets zu erkennen. Die Wahrscheinlichkeit für kleinere Anteile unter 20% ist gering und geht ab 10% für einige  $p_{T,\text{Jet}}$  sogar gegen Null. Bei Betrachtung der Projektion auf die x-Achse des Bins von 180 GeV bis 182 GeV in der unteren Grafik 4.5 ist zu erkennen, dass zu diesem die Höchste Wahrscheinlichkeit bei einem Energieanteil des Charged-Jet von etwa 65% ist. Diese Aussage deckt sich auch mit den Wahrscheinlichkeitsverteilungen der erstellten Responsematrix (siehe Kapitel 4.2.2). Dort wurde diskutiert, dass die Wahrscheinlichkeit eines Energieanteils von 66% oder mehr des Charged-Jets am Full-Jet am höchsten ist. Zusammenfassend zeigt die Grafik 4.5, dass durch die Energieselection von  $E_{\text{charged}} > 0,2 \cdot E_{\text{full}}$  nur sehr wenig Statistik verloren geht und diese deshalb nicht schadet. Sie sollte weiterhin erfüllt sein, damit nicht zufällig innerhalb der Matching Grenzen detektierte schwache Teilchenbündel fälschlicherweise als Zuordnungspartner des jeweiligen Jets betrachtet werden.

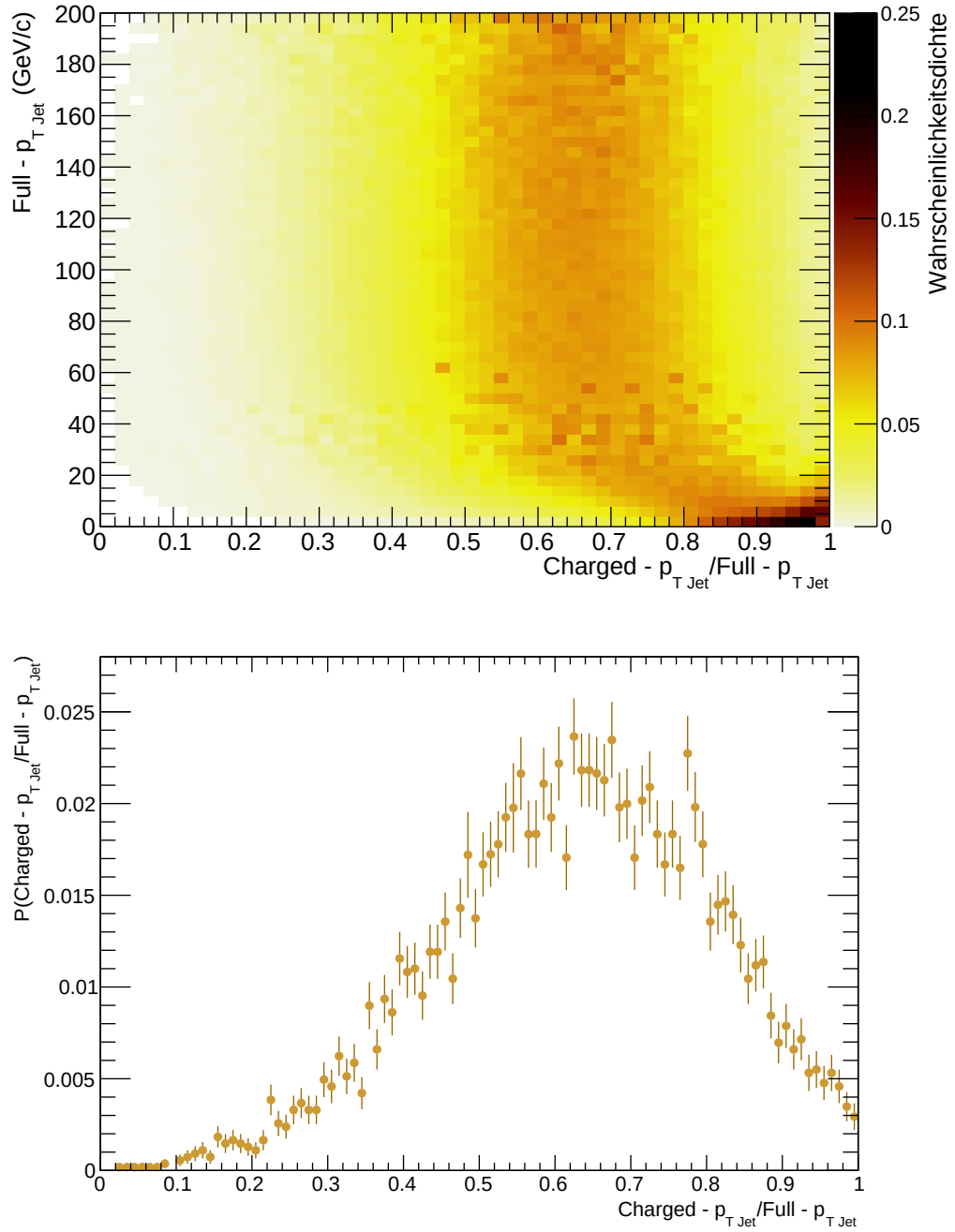


Abbildung 4.5: Oben: Die Transversalimpulse des Full-Jet-Spektrums gegen die Transversalimpuls Verhältnisse der zugeordneten Charged-Jets an den Full-Jets. Die Farbskala gibt die Häufigkeit des Anteils am verwendeten Spektrum der Full-Jets an. Die Werte stammen aus einer Simulation mit einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV und einem Jetradius  $R = 0,4$ .

Unten: Die Projektion auf die x-Achse des Bins von 180 GeV bis 182 GeV aus der oberen Abbildung.

## Response Spektren verschiedener Jetradien

In diesem Kapitel werden Ergebnisse der Simulation und der Responsematrix für die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s} = 2,76 \text{ TeV}$  für  $R = 0,2$ ,  $R = 0,4$  und  $R = 0,8$  diskutiert. In der Grafik 4.6 sind die Spektren abgebildet. Dabei betitelt Response Full-Jets die mithilfe der Responsematrix berechneten Full- $p_{T\text{jet}}$ -Spektren. Zum Vergleich wurden mit denselben Events durch eine direkte Simulation die Referenz Full-Jet-Spektren generiert. Im Anhang sind weitere Spektren dieser Art zu den Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  und  $13 \text{ TeV}$  in den Abbildungen A.1 und A.3 abgebildet.

Außerdem bilden die Full- $p_{T\text{jet}}$ -Spektren ihre Vergleichsspektren von  $0 \text{ GeV}$  bis  $140 \text{ GeV}$  ab. Bei größeren  $p_{T\text{jet}}$  ist ein Offset zu erkennen. Wie genau diese abgebildet werden ist in der Abbildung 4.7 zu sehen. Das Verhältnis des errechneten Spektrums zu seinem Vergleichsspektrum ist bis etwa  $100 \text{ GeV}$  konstant Eins. Danach werden die Einträge der Vergleichswerte schnell stark kleiner, als die des Response-Spektrums. Dies liegt an der Tatsache, dass die Wahrscheinlichkeitsnormierung der Responsematrix für hohe Werte aufgrund der begrenzten Binanzahl gestaucht und deswegen nicht treffend ist (siehe Kapitel 4.2.2). Die hier gefundene Responsematrix ist deshalb nur bis  $100 \text{ GeV}$  anwendbar.

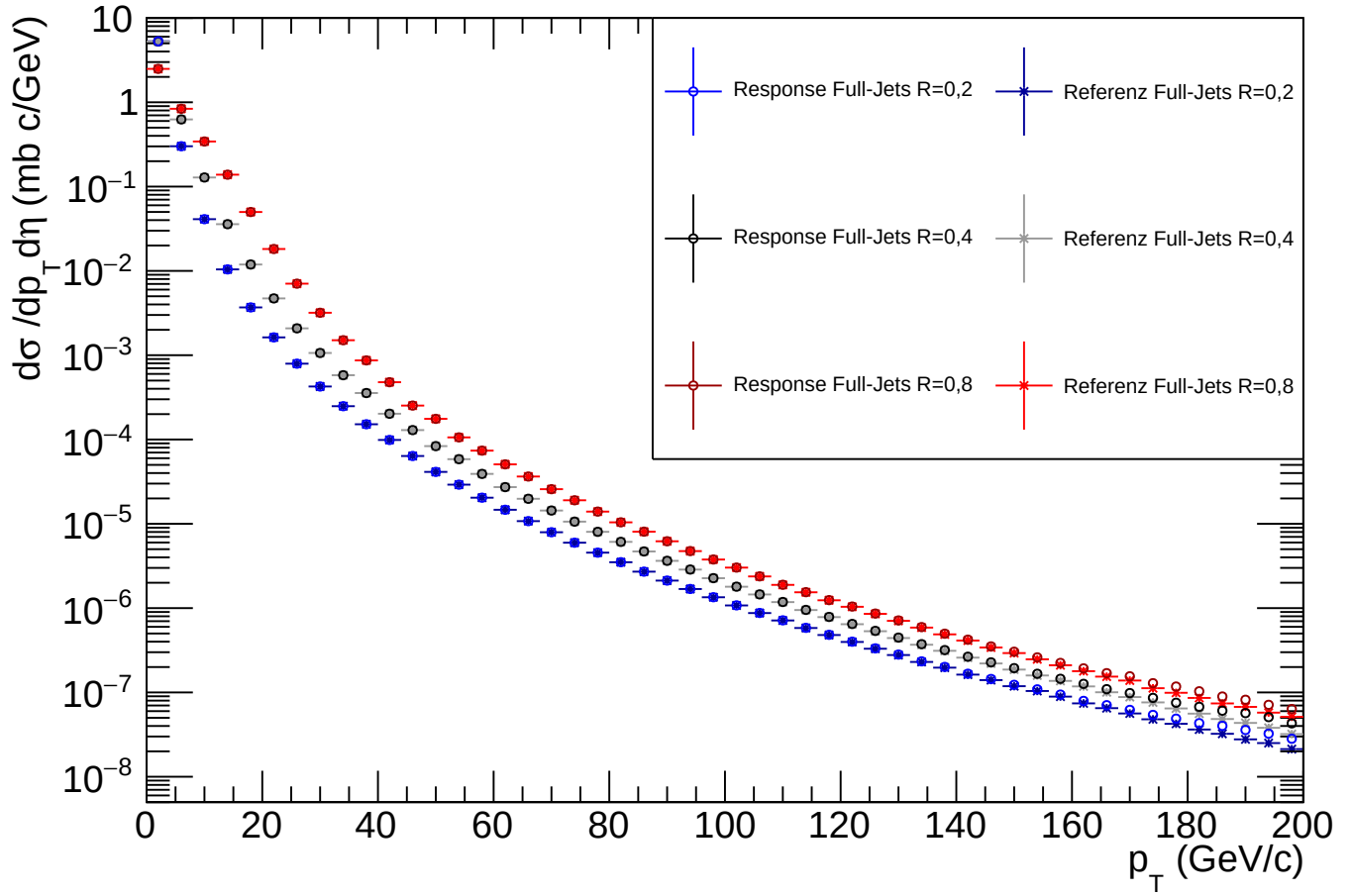


Abbildung 4.6: Die mithilfe der Responsematrix aus den Charged- $p_{T_{\text{jet}}}$ -Spektren umgerechneten Plots der  $p_{T_{\text{jet}}}$ -Spektren für verschiedene Jetradien  $R$ , sowie ihre Referenz  $p_{T_{\text{jet}}}$ -Spektren bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV.



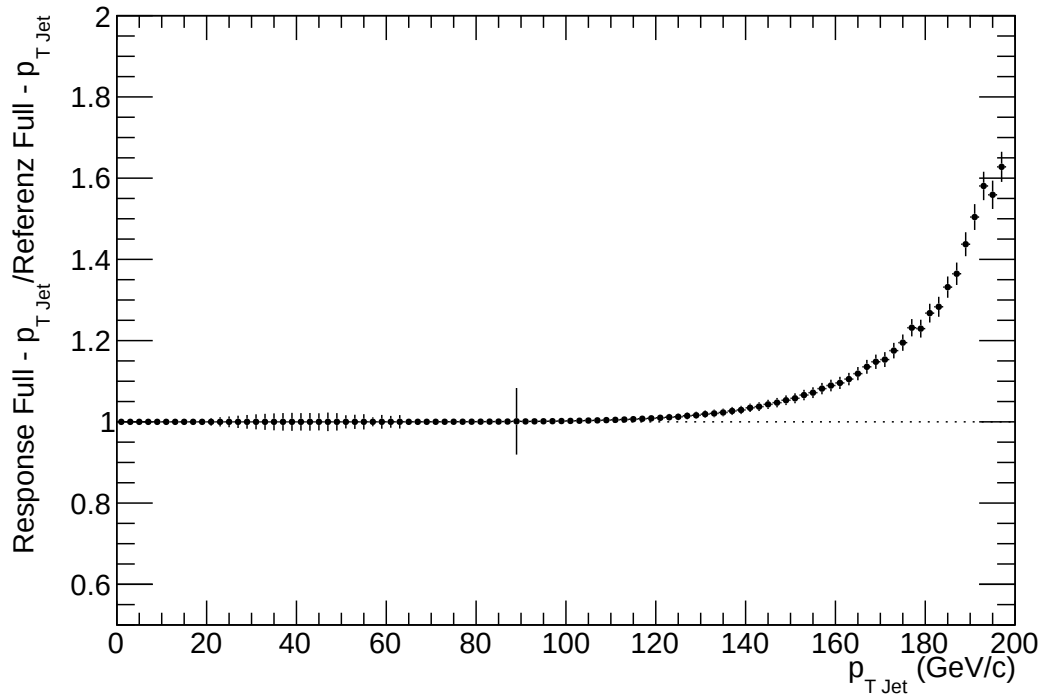


Abbildung 4.7: Das Verhältnis der mit der Responsematrix errechneten  $p_{T \text{ jet}}$ -Spektrum zu Referenz  $p_{T \text{ jet}}$ -Spektrum. Die Spektren sind bei einer Schwerpunktsenergie von 8 TeV und einem Radius von  $R = 0,4$  entstanden.

## Anwendung der Responsematrix

In diesem Abschnitt soll abschließend die Responsematrix getestet werden, indem sie auf ein Charged-Spektrum wirkt, welches mit Events einer separaten Simulation generiert wurde. In der Abbildung 4.8 ist zu erkennen, dass die Matrix das Charged-

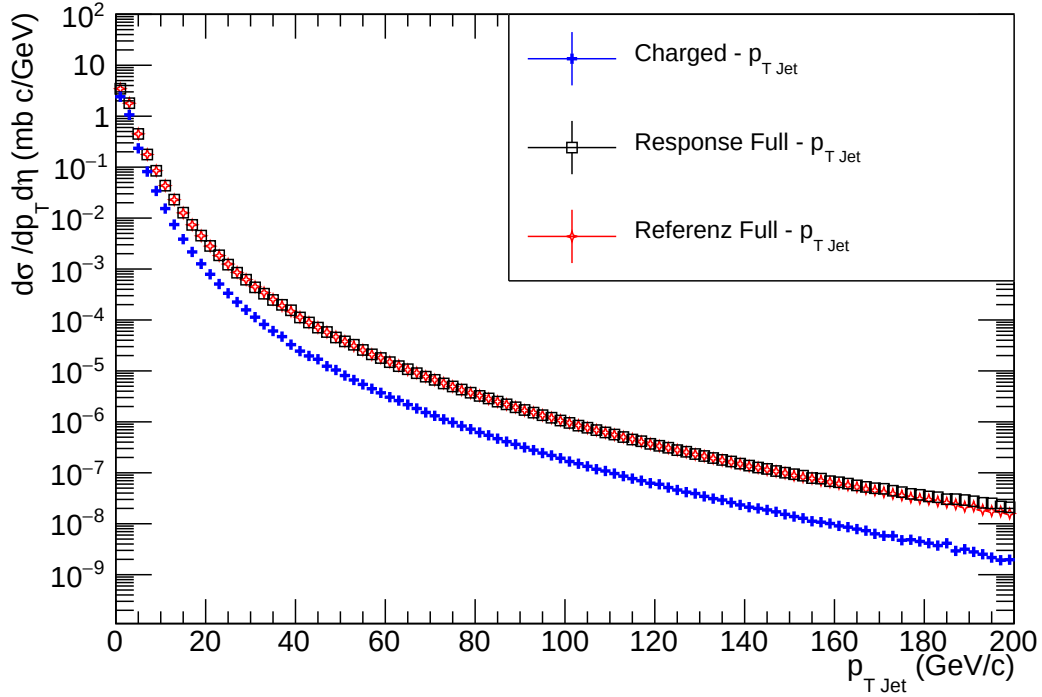


Abbildung 4.8: Die Anwendung der Responsematrix auf ein Charged- $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrum der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s} = 2760$  GeV. Dieses ist aus einer separat zur Responsematrix durchgeführten Simulation entstanden. Das Referenzspektrum entstand aus derselben Simulation, wie das Charged- $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrum.

$p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrum erfolgreich in ein Full- $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrum umwandelt. Wie genau dieses sein Referenzspektrum, welches mit denselben Events des Charged- $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrums simuliert wurde, abbildet, ist durch das aufgetragene Verhältnis in Abbildung 4.9 dargestellt. Das Verhältnis des Referenzspektrums zum Responsespektrum bildet bis 140 GeV/c weitestgehend die eins ab, das bedeutet, dass das Response Full- $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrum dieselben Bineinträge hat wie das Referenz Full- $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrum. Dennoch gibt es mehrere abweichende Bins. Diese sind zu erwarten, da die verwendeten Effizienzen (siehe Kapitel 3.3.3) aus zum verwendeten Charged- $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrum nicht

identischen Spektren erzeugt werden. Weiterhin basiert die Anwendung der Matrix auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen und daher ist eine gewisse Abweichung nie auszuschließen. Die größten Abweichungen sind jedoch kleiner als 0,1.

Ab 140 GeV/c erhält der Graph ein starkes Wachstum beziehungsweise das Referenzspektrum hat von da an eine stärkere negative Steigung. Dies entspricht dem im Kapitel 4.1 thematisierten Verlauf der Abbildung 4.7.

Zusammenfassend lässt sich sagen: Die Responsematrix rechnet erfolgreich Charged- $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektren in Full- $p_{T_{\text{Jet}}}$ -Spektrum und bildet Bins der Referenzspektren für  $p_T < 100$  GeV/c mit hoher Wahrscheinlichkeit genau ab.

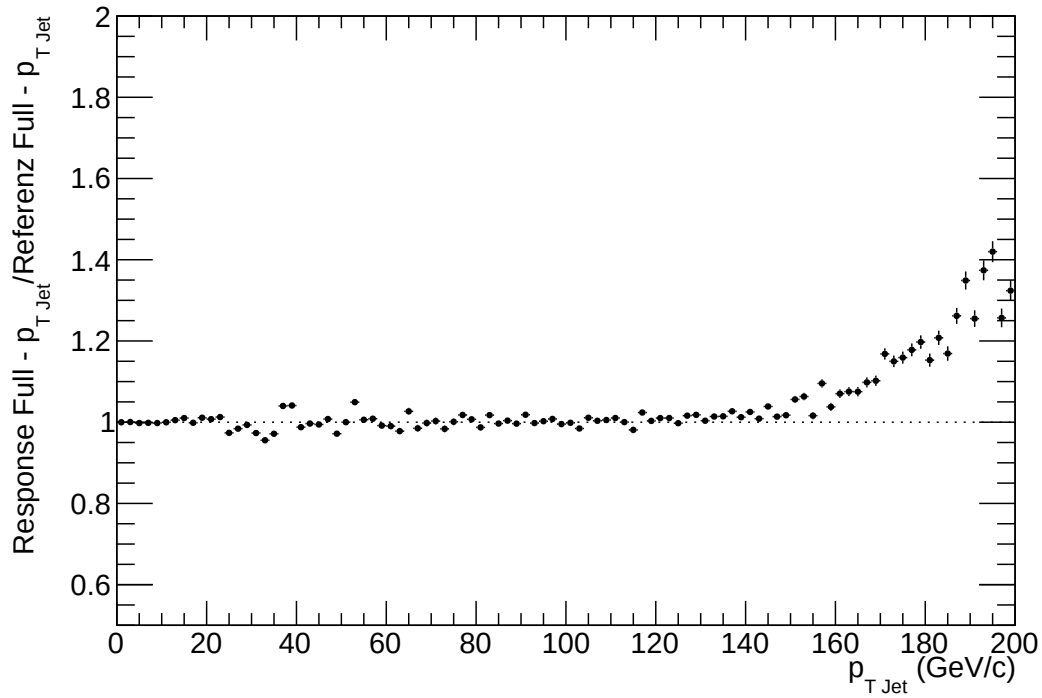


Abbildung 4.9: Das Verhältnis des Response- $p_{T_{\text{jet}}}$ -Spektrums zu dem Referenz- $p_{T_{\text{jet}}}$ -Spektrum aus Abb. 4.8.

## 5 Zusammenfassung

In dieser Ausarbeitung werden in dem ersten Teil zunächst die Methodik der Simulation von pp-Kollisionen mit PYTHIA in mehreren  $\hat{p}_T$ -Bins erläutert und aus diesen Simulationen mit dem Programm FastJet, auf der Grundlage des Anti- $k_t$ -Algorithmus, Jets rekonstruiert. Die resultierenden  $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV wurden mit Werten aus der Fachliteratur [CKB13] verglichen und verifiziert.

Danach ist die Auswirkung verschiedener Jetradien auf Transversalimpulsspektren von Jets thematisiert worden. Dabei konnten die Vorüberlegungen bestätigt werden, dass bei höherem Jetradius mehr Jets mit hohem Transversalimpuls gefunden werden, und bei niedrigem  $p_{T\text{Jet}} < 5$  GeV weniger Jets als bei Einstellungen mit kleineren Jetradien rekonstruiert werden.

Im Rahmen dieser Ausarbeitung wurden zudem zwei wirkungsvolle Methoden erstellt, um über die Charged- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren die im ALICE Experiment nur schwer messbaren  $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren, welche aus sowohl neutralen, als auch geladenen Teilchen bestehen, abzuschätzen.

Zuerst wurde die erstellte Methode der x-Achsentransformation zur Bestimmung von Full- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren aus Charged- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren erläutert und diskutiert. Der dabei gefundene Faktor zur Verschiebung entlang der x-Achse zwischen Transversalimpulsspektren geladener Jets und Full- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren skaliert stärker mit dem Jetradius, als mit der Schwerpunktsenergie. Höhere Jetradien resultierten in kleineren Umrechnungsfaktoren. Die Umrechnungsfaktoren der Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV, 8 TeV und 13 TeV mit Einstellungen des Jetradius  $R = 0, 2, 0, 4, 0, 8$  liegen zwischen 0,76 und 0,8. Für Abschätzungen bei der Umrechnung kann davon ausgegangen werden, dass der geladene Anteil eines Jets mit hohem Transversalimpuls ab 50 GeV/c mindestens 76% dessen ausmacht.

Außerdem wurde die Konstruktion einer Responsematrix zur Umrechnung von Jet- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren aus geladenen Teilchen in Jet- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren bestehend aus sowohl

geladenen und elektrisch neutralen Teilchen erklärt. Die auf diese Weise erhaltenen Full-Jet- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren bildeten ihre Vergleichsspektren, die aus denselben Events generiert wurden, bis 100 GeV/c genau ab. Auch für die Umrechnung von geladenen Spektren, welche aus separat simulierten Events entstanden sind, zeigt die Matrix eine hohe Präzision bis 100 GeV/c. Für die Validierung der Energieselektion von mindestens 20% des Full-Jet- $p_{T\text{s}}$  für Zuordnungspartner wurde in einem 2D-Histogramm die Full-Jets gegen die Wahrscheinlichkeitsdichte der geladenen Anteile an Full-Jets aufgetragen. Diese Abbildung zeigt, dass diese Bedingung die Auswahl an Full-Jets nicht verzerrt. Die Methode der Responsematrix eignet sich zur Ergänzung geladener Transversalimpulsspektren für die Beschaffung von Informationen über das Full-Jet- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektrum.

Ein Ansatz für eine Verbesserung der Responsematrix wäre, dass diese weitere Bins für Energien größer 200 GeV auf der x- und y-Achse erhält und damit höhere  $p_{T\text{Jet}}$  über 100 GeV/c präzise abgebildet werden können.

# Literatur

- [CAP38] W. Capelle: *Die Vorsokratiker. Die Fragmente und Quellenberichte*. Stuttgart: Alfred Körner Verlag 1938, S. 438. 119
- [TFF97] J.J. Thomson: *Cathode Rays*. In: W. Thomson, G. F. Fitzgerald, W. Francis: *The London, Edinburgh and Dublin philosophical magazine and journal of science*. fifth series vol. 44, no. 269, London, Oktober 1897 S. 293–316.
- [THO15] Mark Thomson: *Modern Particle Physics*. 3. Auflage. Cambridge University Press, 2015
- [PRSZ09] B. Povh, K. Rith, C. Scholz, F. Zetsche: *Teilchen und Kerne*. 8. Auflage. Springer, 2009
- [BS06] K. Bethge, U.E. Schröder: *Elementarteilchen und ihre Wechselwirkungen - Eine Übersicht*, 3. Auflage. Wiley-VCH, März 2006
- [NOL97] W. Nolting: *Grundkurs Theoretische Physik 5/2 Quantenmechanik – Methoden und Anwendungen* 8. Auflage. Springer Spektrum, Erstveröffentlichung 1997
- [DKM04] S. Dubinsky, A. Korchin, N. Merenkov u.a.: *Final-state radiation in electron-positron annihilation into a pion pair*, 2004  
<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0411113.pdf>
- [GAR] K. Garner, Persönliche Mitteilungen.
- [CKB13] C. Klein-Bösing: *Study of the Quark-Gluon Plasma with Hard and Electromagnetic Probes*. Münster, 2013.

- [LHC1] Facts and Figures about the LHC [https://home.cern/resources/faqs?text=&field\\_p\\_faq\\_display\\_topic\\_target\\_id=1114&field\\_p\\_faq\\_display\\_audience\\_target\\_id=All](https://home.cern/resources/faqs?text=&field_p_faq_display_topic_target_id=1114&field_p_faq_display_audience_target_id=All) Zuletzt aufgerufen am 05.07.2020
- [LHC2] P. Wyzkowski, D.Radziszowski: *ESB application for effective synchronization of large volume measurements data* S.9, Krakau, Januar 2011
- [CER20] Heavy ions and quark-gluon plasma <https://home.cern/science/physics/heavy-ions-and-quark-gluon-plasma> Zuletzt aufgerufen am 03.03.2020
- [SAT12] H. Satz: *Extreme States of Matter in Strong Interaction Physics: An Introduction*, zweite Ausgabe, Bielefeld: Springer Verlag, März 2012
- [ALICE1] Fakten über ALICE <http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=alice> Zuletzt aufgerufen am 03.03.2020
- [ALICE2] The ALICE Experiment: ALICE's eyes <http://aliceinfo.cern.ch/Public/en/Chapter2/Chap2Experiment-en.html> Zuletzt aufgerufen am 03.03.2020
- [ALICE08] ALICE-Collaboration. *The ALICE experiment at the CERN LHC* ,2008. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-0221/3/08/S08002/pdf>
- [ALICE09] ALICE-Collaboration. *ALICE EMCal Physics Performance Report* ,2009 <https://arxiv.org/abs/1008.0413>
- [ALICE10] ALICE-Collaboration *The ALICE TPC, a large 3-dimensional tracking device with fast readout for ultra-highmultiplicity events* Januar. 2010 <https://arxiv.org/pdf/1001.1950.pdf>
- [HAA15] R. Haake: *Measurement of charged jets in p-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$  TeV with the ALICE detectors*, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Dissertation, 2015

- [AW15] A. Andronic, S.G. Weber: ALICE event display of a Pb-Pb collision at 5.02A TeV. <https://cds.cern.ch/record/2202730> Zuletzt abgerufen am 26.03.2020
- [CNRS17] M. Connors, C. Nattrass, R. Reed, S. Salur: *Review of Jet Measurements in Heavy Ion Collisions* 08.05.2017 <https://arxiv.org/abs/1705.01974>
- [CSS08] M. Cacciari, G. P. Salam, G. Soyez : *the anti- $k_t$  jet clustering algorithm* 21.04.2008 <https://arxiv.org/abs/0802.1189v2>
- [CSS11] M. Cacciari, G. P. Salam, G. Soyez : *FastJet user manual* 25.11.2011 <http://arxiv.org/abs/1111.6097v1>
- [GQZ15] D.Günter, P.Quast,M. Zeise: *A ROOT Guide For Students "Diving Into ROOT"* 27.07.2015
- [SAC14] T. Sjöstrand, S. Ask, J. R. Christiansen u.a.: *An introduction to PYTHIA 8.2* Oktober. 2014 <https://arxiv.org/abs/1410.3012>
- [GUM08] Internationale Organisation für Normung: *ISO/IEC Guide 98-3:2008: Uncertainty of measurement - Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement*, Genf 2008



**A**

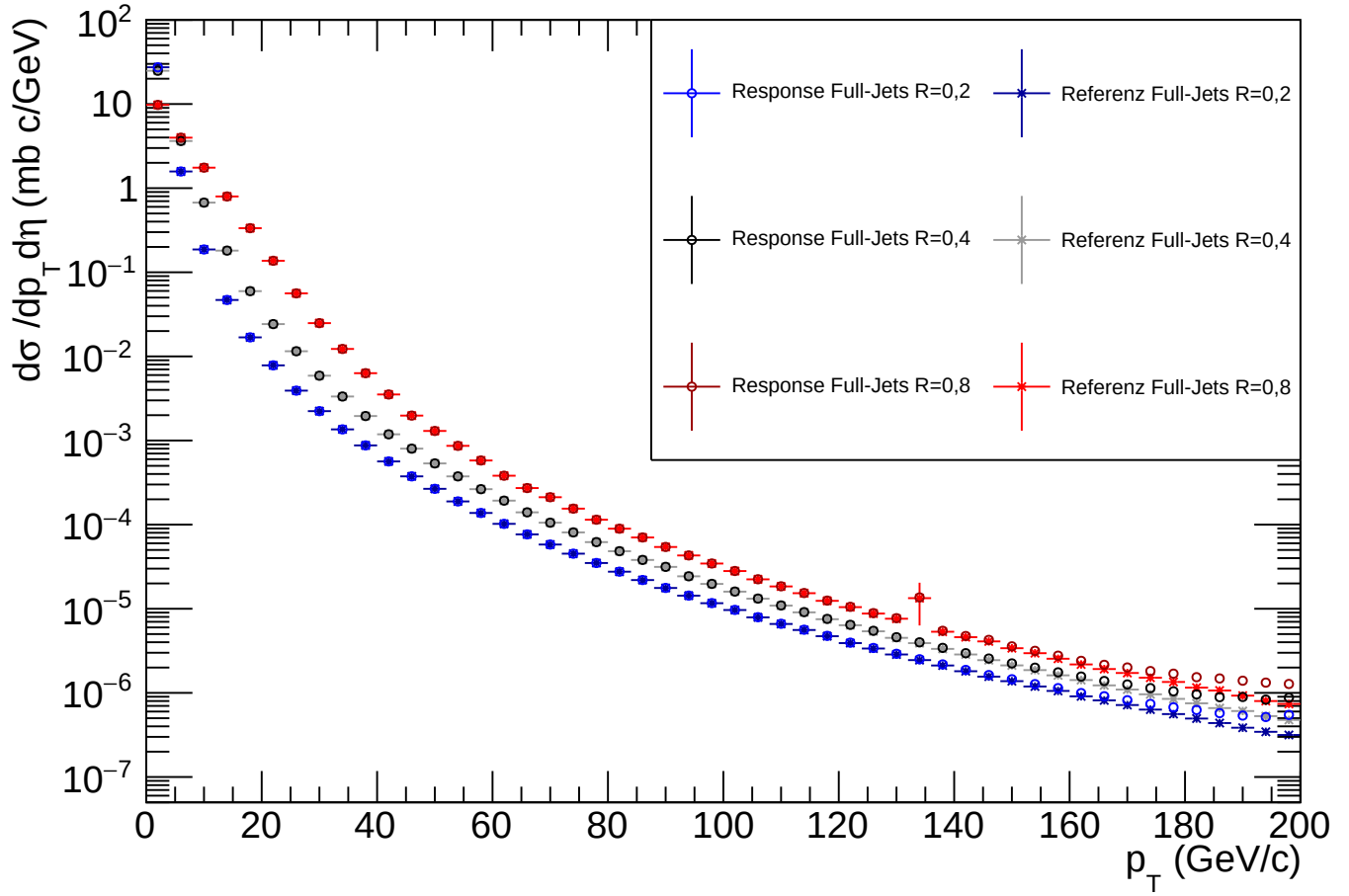


Abbildung A.1: Die mithilfe der Resonanzmatrix aus den Charged- $p_{T\text{jet}}$ -Spektren umgerechneten Plots der  $p_{T\text{jet}}$ -Spektren für verschiedene Jet-Radien  $R$ , sowie ihre Vergleichs  $p_{T\text{jet}}$ -Spektren bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 8$  TeV.

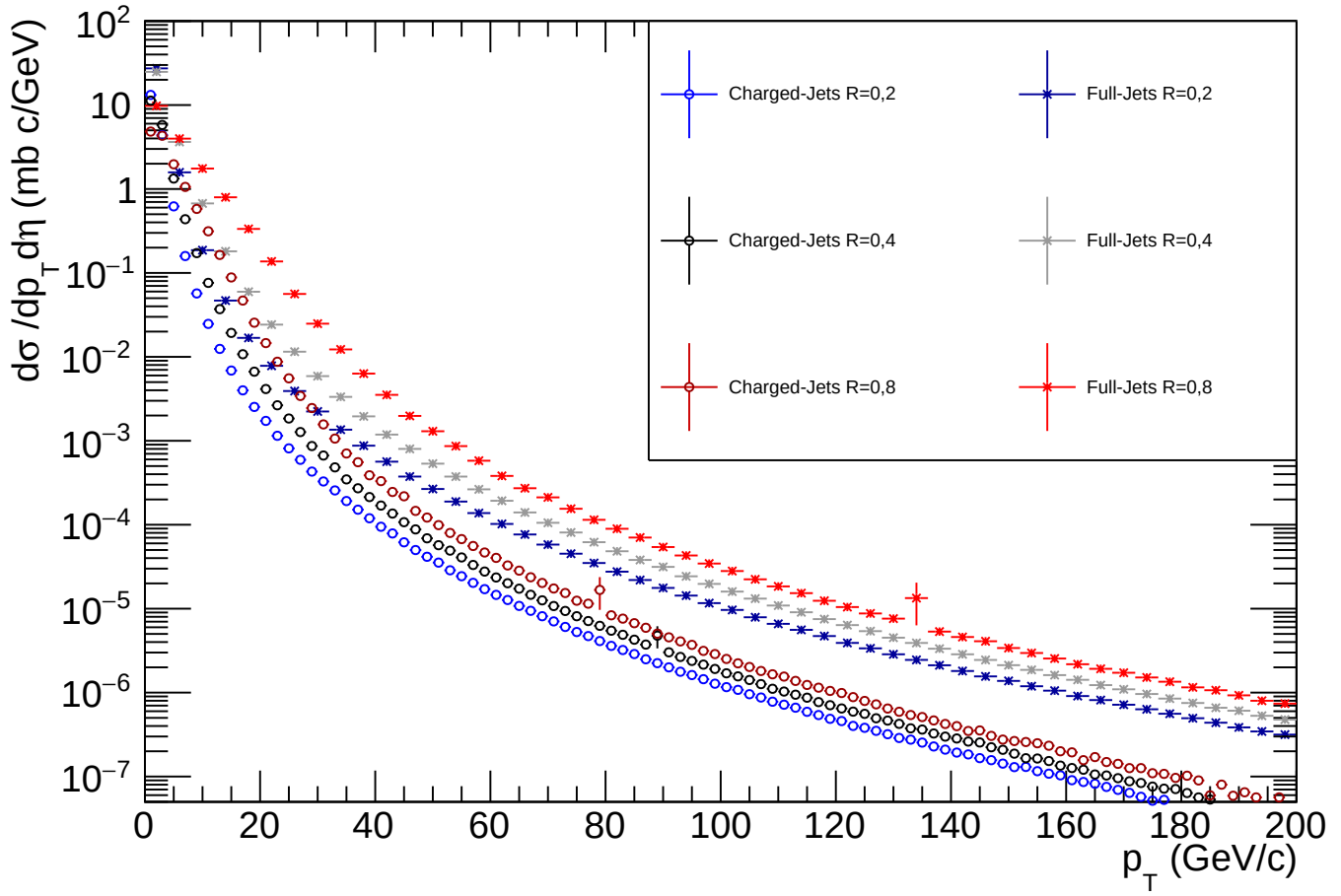


Abbildung A.2: Abgebildet sind die für verschiedene Jet-Radien  $R$  simulierten Plots der Charged- und Full- $p_{T\text{jet}}$ -Spektren bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 8$  TeV.

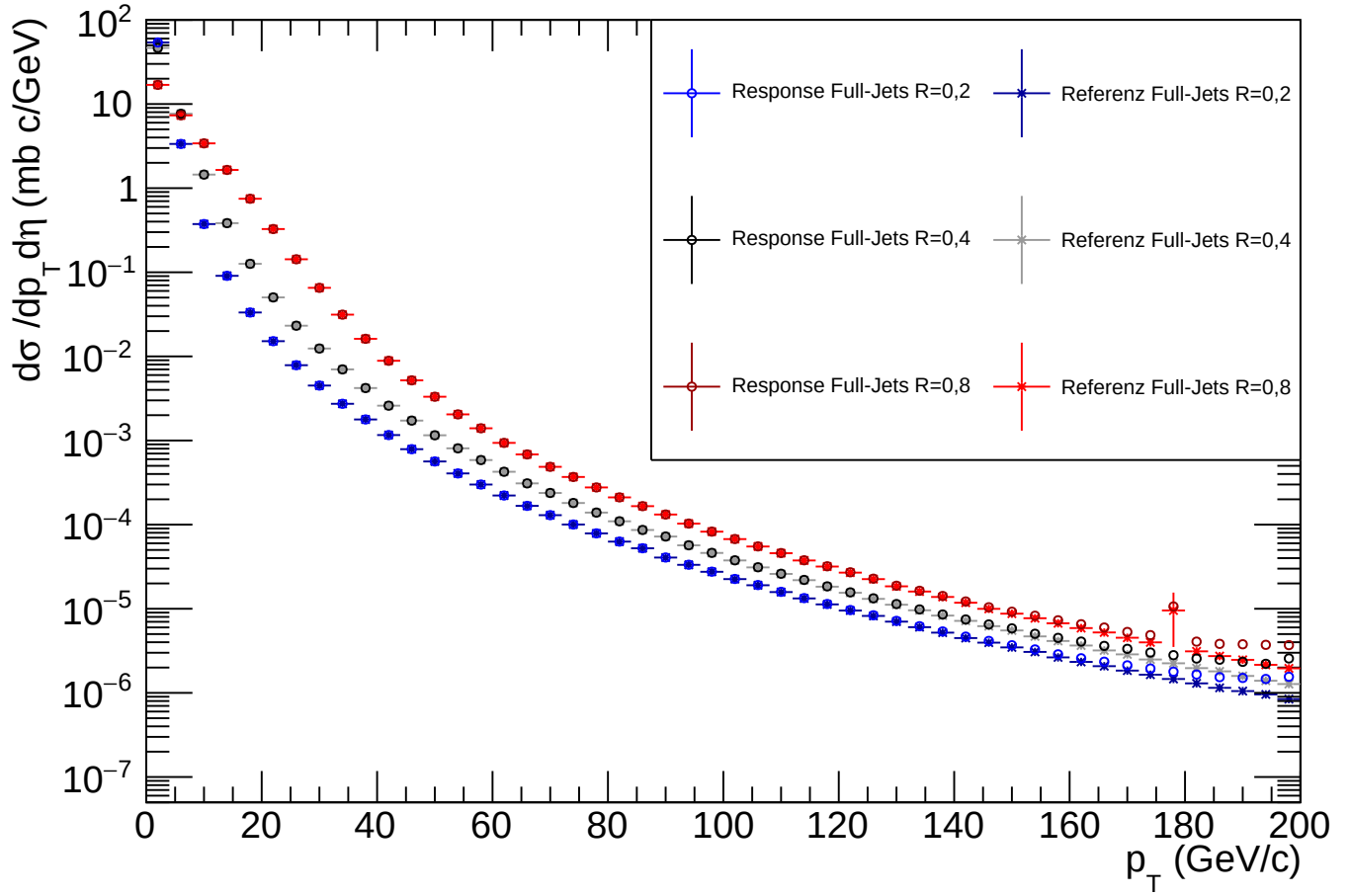


Abbildung A.3: Die mithilfe der Resonsematrix aus den Charged- $p_{T\text{jet}}$ -Spektren umgerechneten Plots der  $p_{T\text{jet}}$ -Spektren für verschiedene Jet-Radien  $R$ , sowie ihre Vergleichs  $p_{T\text{jet}}$ -Spektren bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 13$  TeV.

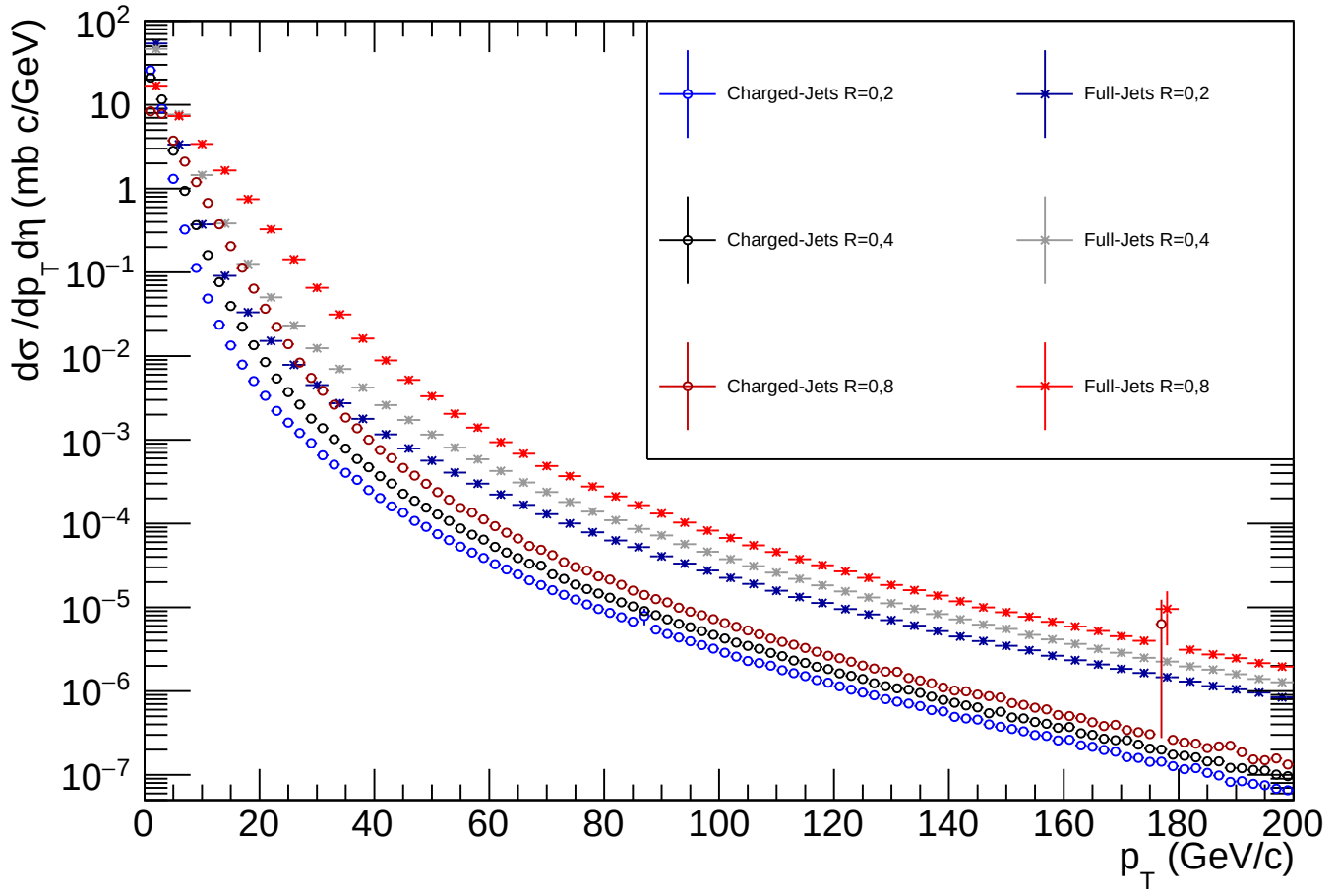


Abbildung A.4: Zu sehen sind die für verschiedene Jet-Radien  $R$  simulierten Plots der Charged- und Full- $p_{T_{\text{jet}}}$ -Spektren bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 13$  TeV.

Tabelle A1: Die Parameter der Fitfunktionen aus Kapitel 4.2.1. Die Fitgüte wird durch  $\chi^2/\text{ndf}$  beschrieben. Dabei steht ndf für die *number of degrees of freedom*, der Index Ch für die Fits an den Charged- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren und F für die Full- $p_{T\text{Jet}}$ -Spektren.

| $\sqrt{s}$ | R   | n        | n-Err       | b           | b-Err       | a           | a-Err       | $\chi^2_{Ch}/\text{ndf}$ | $\chi^2_F/\text{ndf}$ |
|------------|-----|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------------------|-----------------------|
| 13 TeV     | 0,8 | -5,34965 | 8,29860e-03 | 3,33156e+05 | 1,26534e+04 | 7,60854e-01 | 2,31247e-04 | 2,585                    | 2,567                 |
|            | 0,4 | -5,12636 | 4,85212e-03 | 7,67609e+04 | 1,66105e+03 | 7,75890e-01 | 1,35017e-04 | 10,728                   | 40,626                |
|            | 0,2 | -4,94721 | 4,10709e-03 | 2,25858e+04 | 4,06982e+02 | 7,89039e-01 | 1,30619e-04 | 22,159                   | 88,780                |
| 8 TeV      | 0,8 | -5,45685 | 8,32400e-03 | 2,16080e+05 | 7,92968e+03 | 7,63100e-01 | 2,46373e-04 | 3,168                    | 5,338                 |
|            | 0,4 | -5,28943 | 4,59700e-03 | 6,63009e+04 | 1,35105e+03 | 7,76529e-01 | 1,27793e-04 | 13,297                   | 48,493                |
|            | 0,2 | -5,14018 | 4,37326e-03 | 2,25118e+04 | 4,34515e+02 | 7,92165e-01 | 1,21375e-04 | 19,657                   | 148,443               |
| 2,76 TeV   | 0,8 | -6,00010 | 8,59127e-03 | 2,49041e+05 | 9,41656e+03 | 7,67474e-01 | 2,08966e-04 | 4,608                    | 15,983                |
|            | 0,4 | -5,85303 | 4,32304e-03 | 8,73873e+04 | 1,65943e+03 | 7,80007e-01 | 1,07952e-04 | 24,497                   | 101,702               |
|            | 0,2 | -5,69776 | 4,18747e-03 | 2,93560e+04 | 5,39967e+02 | 7,98039e-01 | 1,03913e-04 | 33,602                   | 295,888               |

# Eigenständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass die vorliegende Arbeit über *Vereinheitlichung der Impulsskala für Jets in pp-Kollisionen am LHC* selbstständig von mir und ohne fremde Hilfe verfasst worden ist, dass keine anderen Quellen und Hilfsmittel als die angegebenen benutzt worden sind und dass die Stellen der Arbeit, die anderen Werken – auch elektronischen Medien – dem Wortlaut oder Sinn nach entnommen wurden, auf jeden Fall unter Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht worden sind. Mir ist bekannt, dass es sich bei einem Plagiat um eine Täuschung handelt, die gemäß der Prüfungsordnung sanktioniert werden kann. Ich erkläre mich mit einem Abgleich der Arbeit mit anderen Texten zwecks Auffindung von Übereinstimmungen sowie mit einer zu diesem Zweck vorzunehmenden Speicherung der Arbeit in einer Datenbank einverstanden.

23.07.2020 S. Böckemeier

(Datum, Unterschrift)

Ich erkläre mich mit einem Abgleich der Arbeit mit anderen Texten zwecks Auffindung von Übereinstimmungen sowie mit einer zu diesem Zweck vorzunehmenden Speicherung der Arbeit in eine Datenbank einverstanden. Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit oder Teile daraus nicht anderweitig als Prüfungsarbeit eingereicht habe.

23.07.2020 S. Böckemeier

(Datum, Unterschrift)