

Michael Kowalik

Produktion direkter Photonen in
ultrarelativistischen
Cu+Cu-Stößen bei 62,4 GeV am
PHENIX-Experiment

-2010-

Experimentelle Physik

Produktion direkter Photonen in ultrarelativistischen Cu+Cu-Stößen bei 62,4 GeV am PHENIX-Experiment

Diplomarbeit
der Naturwissenschaften im Fachbereich Physik der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster
Institut für Kernphysik

vorgelegt von
Michael Simon Kowalik
aus Münster

Februar 2010

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	4
1.1 Historischer Überblick	4
1.2 Aufbau der Materie nach heutigem Kenntnisstand; Standardmodell der Teilchenphysik	6
2 Theoretische Grundlagen	9
2.1 Quarks	9
2.2 QCD-Potential	11
2.3 Quark-Gluon-Plasma	13
2.4 MIT-Bag-Modell	15
2.5 Chirale Symmetriebrechung	16
2.6 Gitter-QCD	18
2.7 QGP im Experiment	18
2.8 Nukleon-Nukleon-Stöße	20
2.9 Kern-Kern-Stöße	21
2.9.1 Glauber-Modell	21
2.9.2 Experimentelle Befunde	24
2.10 Signale des QGP	26
2.10.1 Erhöhte Produktion von Teilchen mit Seltsamkeit	27
2.10.2 Jet-Quenching	27
2.10.3 J/ψ -Unterdrückung	31
2.11 Direkte Photonen	34
3 Das PHENIX-Experiment	38
3.1 Globale Detektoren	41
3.2 Zentrale Detektoren	42
3.3 Das elektromagnetische Kalorimeter	45
3.4 Myon-Spektrometer	50
3.5 Datenverarbeitung	51
4 Datenanalyse	55
4.1 Bestimmung der Zentralität	55
4.2 Auswahl der Ereignisse	57
4.3 Ausschluss von Hadronen; Cuts	59

4.4	Analyse der Schauerform	59
4.5	Analyse der Energie	61
4.6	Ausschluss von untauglichen Detektoreinheiten	61
5	Bestimmung des Spektrums direkter Photonen	63
5.1	Bestimmung des inklusiven Photonenspektrums	63
5.1.1	Akzeptanz	65
5.1.2	Rekonstruktionseffizienz	67
5.1.3	Korrektur geladener Teilchen	70
5.1.4	Untergrund aus Neutronen und Antineutronen	75
5.1.5	Korrektur konvergierter Photonen	80
5.1.6	Binshift-Korrektur	83
5.1.7	Unsicherheiten	84
5.1.8	Inklusive Photonenspektren	89
5.2	Extraktion des Spektrums direkter Photonen	94
5.2.1	Berechnung des Zerfallsuntergrundes	94
5.2.2	Korrektur verschmelzender Schauer	95
5.2.3	Berechnung des Signals direkter Photonen	98
5.2.4	Spektren direkter Photonen	103
6	Vergleich und Einordnung der Ergebnisse	108
7	Zusammenfassung	116
7.1	Physikalische Motivation	116
7.2	Datenanalyse	116
7.3	Fazit	117
A	Allgemeine Ergänzungen	118
A.1	Abschätzung der Kraft zw. Quark und Antiquark bei großen Abständen	118
A.2	Abschätzung der Verknüpfung von Impulsübertrag und Abstand von Teilchen	119
A.3	Abschätzung der Kerndichte	119
A.4	Abschätzung der Energiedichte im QGP	120
A.5	Verknüpfung von Geschwindigkeit und der Schwerpunktsenergie eines Teilchens	123
A.6	Modifikation der Fragmentationsfunktion durch ein Medium	125
A.7	Bestimmung der Invarianten Masse	125
A.8	Teilchenidentifikation durch Impulsbestimmung und Ablenkung eines geladenen Teilchens im Magnetfeld	126
A.9	Berechnung der Schwelle, an der Čerenkovlicht erzeugt wird	128
A.10	Beweis der effektiven Umverteilung in den Histogrammklassen durch die Detektor-Energieauflösung	129
A.11	Beweis der Möglichkeit der Berechnungen der resultierenden Unsicherheiten der kombinierten Spektren über eine Gewichtung der Unsicherheiten beider Spektren	131
A.12	Herleitung des für die Fast-MC-Simulation relevanten Ausdruckes zur Nutzung des m_T -Skalenverhaltens	132

A.13 Verknüpfung zwischen Invariante Masse eines Teilchens mit der Energie und dem Winkel zwischen den Zerfallsphotonen	133
B Kinetische Variablen, Wirkungsquerschnitt	135
B.1 Rapidity	135
B.2 Transversale Masse	136
B.3 Lorentzinvariante Wirkungsquerschnitt	137
C Allgemeines Datenmaterial	140
C.1 $N_{\text{part}}\text{-, }N_{\text{coll}}\text{- und }T_{\text{AB}}\text{-Werte}$	140
C.2 Karte untauglicher Module, Trefferkarte	141
C.3 Analysierte Runs	143
C.4 Datenwerte der Spektren	144
C.4.1 Inklusive Photonen	144
C.4.2 Direkte Photonen	171

Kapitel 1

Einleitung

Diese Diplomarbeit wird sich grundsätzlich mit dem Aufbau der Materie (lat. *materia* $\hat{=}$ Gegenstand, Stoff, ...) befassen. Bevor dies im Detail, nach heutigem wissenschaftlichen Verständnis geschieht, ist es sinnvoll, die historische Entwicklung des Begriffes der Materie und dessen Aufbau kurz zu beleuchten.

1.1 Historischer Überblick

Um sich nun einen geschichtlichen Überblick zu verschaffen, ist es ratsam, sich in die Zeit vor der Physik als exakte Wissenschaft zu begeben. So waren es in der Antike die Philosophen, die sich als universelle Geister unter Anderem mit dem Aufbau der Stoffe beschäftigten, die sie umgaben. Ihnen fehlten jedoch analytische Methoden, diese genauer zu untersuchen, so blieb Vieles Spekulation, die auf einfachsten Alltagserfahrungen beruhten. Jedoch gab es schon bei den Philosophen des 6. Jahrhunderts vor Christus Versuche, die Stoffe auf grundlegendere Materie zurückzuführen. Diese Überlegungen kulminierten nach heutigem Verständnis in der These von Leukipp bzw. Demokrit, welcher der Lehrer des erst genannten gewesen ist. Nach dieser These lässt sich die Materie auf kleinste unteilbare Einheiten zurückführen, die selbst bereits Eigenschaften der Materie aufweisen. Diese kleinste Einheit wurde „atomos“ ($\alpha\tau\omega\mu\circ\varsigma$ $\hat{=}$ unteilbar) genannt und wurden bereits nach der groben Beschaffenheit klassifiziert („glatt“ $\xrightarrow{\text{mikroskopisch}}$ „runde“ Atome, „porös“ $\xrightarrow{\text{mikroskopisch}}$ „eckige“ Atome). Diese Vorstellung des Unteilbaren setzt dabei den „leeren Raum“ ($\kappa\epsilon\nu\circ\varsigma$) voraus, in dem die Atome sind und sich bewegen. Die Existenz des Nichtseienden wurde jedoch schon in der Antike von Aristoteles und Platon bestritten, so dass sich die Vorstellung der elementaren Bestandteile auf Feuer, Wasser, Erde und Luft lange Zeit beschränkte.

In der Neuzeit wurde die Atomhypothese von bekannten Personen wie dem Engländer Isaac Newton (*1643 †1727) oder dem Ire Robert Boyle (*1627 †1691) wieder aufgenommen, allerdings ohne eindeutige experimentelle Befunde, die diese Hypothese hätten beweisen können. Die Überlegungen von Boyle beziehen sich auf die Unterschiede zwischen Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern. Die beiden letzten genannten sind weit weniger kompressibel als das Gas, woraus er schloss, dass die Teilchen weit weniger nahe beieinander liegen. Dies korrespondiert wiederum mit der Annahme des leeren Raumes, in dem sich die Teilchen bewegen können.

Boyles Gedanken und Experimente zur Kompressibilität von Gasen mündeten in dem Gesetz, das besagt, dass sich die Volumen und die Drücke der Gase bei konstanter Temperatur proportional verhalten ($pV = \text{const}$, er nahm aber als Elemente weiterhin Erde, Wasser, Luft und Feuer an). Es handelt sich um einen Vorläufer des Idealen Gasgesetzes, das später als starke Evidenz der Atomhypothese angesehen wurde und wird. Durchsetzen konnten sich diese Überlegungen aber weiterhin nicht. Neue Nahrung erhielt die Atomhypothese mit dem Gesetz der multiplen Proportionen des englischen Chemikers John Dalton (*1766 †1844), das besagt, dass sich die Massenverhältnisse zweier sich zu verschiedenen chemischen Verbindungen vereinigender Elemente im Verhältnis einfacher ganzer Zahlen stehen. Daraus folgerte Dalton seine Atomhypothese, die besagt, dass die chemischen Elemente nicht bis ins Unendliche teilbar, sondern aus kleinsten unteilbaren Einheiten, den Atomen, bestehen und dass alle Atome des selben Elementes dieselbe Masse, die unterschiedlicher Elemente verschiedene Massen haben.

Einen wirklichen Durchbruch der Atomhypothese gelang der Statistischen Physik mit der Beschreibung der Brownschen Bewegung. Hierbei sind es mikroskopische, unsichtbare Teilchen, die ihren Impuls auf sichtbar große Körper übertragen, wodurch sie sich zufallsartig bewegen (*random walk*). Die Theorie, die Albert Einstein aufstellte, dieses Phänomen zu beschreiben, war also molekularkinetischer Natur und beweist mit ihrem Erfolg die Atomhypothese [23].

Heute gilt die Atomhypothese als anerkannt, da es mittlerweile sehr viel mehr Indizien für deren Existenz gibt. So lassen sich Atome indirekt sichtbar machen, wie z.B. mit der Rastertunnelmikroskopie (STM: *scanning tunnel microscope*), das mit Hilfe eines Tunnelstroms zwischen einer Metallspitze und der Oberfläche eines Festkörpers einen Tunnelstrom messen kann. Je nach dem, wie groß dieser Strom ist, lässt sich der Abstand von Spitze zur Oberfläche bestimmen. Mit der gegebenen Auflösung des Mikroskops lässt sich die Oberflächenbeschaffenheit sichtbar machen, wodurch die einzelnen Atome im Profil der Oberfläche zu erkennen sind.

Zunächst galten die Atome, deren Existenz anerkannt waren als homogen und, wie der Begriff impliziert, als unteilbar. Der Engländer Joseph J. Thomson (*1856 †1940) führte im Jahre 1897 Experimente mit Kathodenstrahlung durch, welche er durch geeignete Felder ablenken ließ, um das Verhältnis von Ladung zu Masse $V = \frac{q}{m}$ zu bestimmen. Er erkannte dabei, dass sich dieses Verhältnis unabhängig von der Gasart in der Röhre und dem Kathoden- und Anodenmaterial war, im Gegensatz zu den positiven Kanalstrahlen (geladene Atome mit unterschiedlicher Masse). Daraus folgerte er die Existenz eines negativ geladenen Korpuskels, das heute unter dem Namen Elektron bekannt ist [57].

Da nun jedoch die Atome grundsätzlich neutral sind, sind desweiteren positive Ladungen anzunehmen. Aus diesem Grunde erdachte sich Thomson im Jahre 1903 ein Atommodell, nach dem die Elektronen wie Rosinen in einen Teig (mit positiver Ladung) eingebettet sind, weswegen dieses Modell auch *Rosinenkuchen-Modell* genannt wird. Die negativen Ladungen sollten dabei homogen über das Atom verteilt sein [58].

Diese Vorstellung der Atome wurde jedoch 1911 infolge des berühmten Experiments von Sir Ernest Rutherford revolutioniert. In diesem Experiment wurden α -Teilchen eines Radium-Präparats auf eine Goldfolie mit einer Schichtdicke von $n_{\text{Lagen}} \sim 10^3$ Atomlagen gerichtet, wobei die gestreuten Teilchen auf einem Detektorschirm sichtbar gemacht wurden. Es zeigte sich, dass die meisten Teilchen nur geringfügig abgelenkt wurden, welches mit dem Thomson'schen

Atommodell verträglich gewesen ist. Jedoch beinhalteten die Beobachtungen ebenfalls gestreute Teilchen, deren Streuwinkel über $\varphi = 90^\circ$ betrugen. Rutherford konnte zeigen, dass nun eine solche Rückstreuung mittels aufsummierter Streuungen unter jeweils kleinen Winkeln extrem gering ist (relativ zur Beobachtung) [50]. Aus diesem Grunde mußte ein neues Atommodell erdacht werden. Dieses beinhaltet einen massiven, positiv geladenen Kern, der von einer negativ geladenen Hülle umgeben ist, die aus den Elektronen besteht.

Der Kern selbst besteht nach heutigem Kenntnisstand aus Nukleonen, also Protonen und Neutronen. Der Begriff Protonen wurde von Ernest Rutherford geprägt, wobei der Begriff des Neutrons von James Chadwick (*1891 †1974) eingeführt wurde. Dieser untersuchte 1932 die Strahlung, die von Beryllium unter Wirkung von α -Strahlung eines Polonium-Präparats ausging. Diese Strahlung, die bereits zuvor entdeckt worden war, hat eine große Durchdringungsfähigkeit. Chadwick verwendete nun eine Ionisationskammer mit einem Berylliumfenster, so dass unter Wirkung eines α -Strahlers die genannte Strahlung in die Kammer gelangte. Zu beobachten war bei Verwendung verschiedener Elemente im Inneren eine gewisse Ionisation. Die experimentellen Daten konnten theoretisch am sichersten mit einem neuen Teilchen der Masse eines Protons und mit fehlender Ladung erklärt werden, die von dem Berylliumkern nach dem Einfang des α -Teilchens, emittiert werden [19]. Bei dieser Einfangreaktion ${}^9Be(\alpha, n){}^{12}C$ bleibt das Kohlenstoffatom ${}^{12}C^{2+}$ zurück, das durch die Emission des Neutrons einen Rückstoß erhält und somit, verbunden mit der Ladung des Atoms, das Gas ionisieren kann, welches wiederum gemessen werden kann. Damit war der zweite Baustein des Atomkerns gefunden.

Mit diesem Kenntnisstand entwickelte Werner Heisenberg (*1901 †1976) die bereits oben genannte Vorstellung, der Kern bestehe aus Protonen und Neutronen, die er als Nukleonen, also Kernteilchen (lat. *nucleus* $\hat{=}$ Kern) bezeichnete. Diese beiden Teilchen sollte jeweils einen Zustand des Nukleons darstellen. In Analogie zum Spin des Elektrons, dessen dritten Komponente zwei Zustände einnehmen kann, führte Heisenberg 1932 das Konzept des Isobarenspins (gr. *iso* $\hat{=}$ gleich, *baros* $\hat{=}$ schwer) ein. Hierbei stellen nun die beiden Nukleonen die beiden Zustände der dritten Komponente des Isospins; Proton=up (\uparrow), Neutron=down (\downarrow).

In der Geschichte der Teilchenphysik wurden jedoch immer mehr neue, verschiedene Teilchen entdeckt, so dass elementare Bausteine für all diese Teilchen im Jahre 1964 von Murray Gell-Mann und George Zweig vorgeschlagen wurden [26][67]. Zunächst galten sie als mathematische Hilfsmittel, konnten jedoch in den Messungen des SLAC (*Stanford Linear Accelerator*) 1968 nachgewiesen werden (Zunächst wurden die Bausteine des Nukleons, die am SLAC gefunden wurden *Partonen* genannt, konnten jedoch später mit den sog. *Quark* identifiziert werden). Dies gelang mit der sogenannten tiefinelastischen Lepton-Nukleon-Streuung, womit man die Substruktur der Nukleonen ermitteln konnte, wie sie in den Strukturfunktionen $F_1(x, Q^2)$ und $F_2(x, Q^2)$ des entsprechenden Wirkungsquerschnittes zum Tragen kommt [14][16].

1.2 Aufbau der Materie nach heutigem Kenntnisstand; Standardmodell der Teilchenphysik

Heute glaubt man, die elementaren Bausteine aller Teilchen gefunden zu haben, welche Gegenstand einer Theorie sind, die imstande ist, die wesentlichen Wechselwirkungen der Teilchen

zu beschreiben. Dieses Modell wird *Standardmodell der Teilchenphysik* (SM) genannt. Die Teilchen dieses Modells sind zwölf Fermionen (halbzahliges Spin), die in Leptonen und Quark unterschieden werden, und die sogenannten Eichbosonen (ganzzahliges Spin), die die Wechselwirkungen vermitteln. Die Leptonen, deren Name sich etymologisch von dem griechischen Wort *leptos* ($\lambda\epsilon\pi\tau\delta\zeta$) herleitet, welches soviel wie *leicht* bedeutet, unterliegen der schwachen- bzw. elektromagnetischen Wechselwirkung. Die Quarks können stark, elektromagnetisch und schwach wechselwirken und bauen die sogenannten Hadronen auf, die von entscheidender Bedeutung für diese Arbeit sind. Die Austauschteilchen vermitteln die Wechselwirkung, wobei jene der Schwachen Wechselwirkung, die W^\pm - und Z^0 -Bosonen eine große Masse besitzen; $m_{W^\pm} = (80,398 \pm 0,025) \frac{\text{GeV}}{c^2}$, bzw. $m_{Z^0} = (91,1876 \pm 0,0021) \frac{\text{GeV}}{c^2}$ [40]. Jene der Starken bzw. der Elektromagnetischen, die Gluonen bzw. das Photon, sind hingegen masselos. Die große Masse der Austauschbosonen der schwachen Wechselwirkung hat einen keinen Wirkungsquerschnitt dieser zur Folge, solange die Energie der Prozesse unterhalb der Masse dieser Bosonen sind. Der Name der Austauschteilchen der Starken Wechselwirkung, der Gluonen, leitet sich von dem englischen Begriff *glue* her, welches *Klebstoff* bedeutet. Somit impliziert dieser Begriff den Zusammenhalt der Quarks in der Materie (siehe Abschnitt 2.1).

Eine der grundlegenden Wechselwirkungen, die Gravimetrische wird möglicherweise durch das Graviton vermittelt. Diese Wechselwirkung spielt aufgrund der geringen relativen Stärke keine Rolle in der Kern- und Teilchenphysik.

Ein Überblick der Teilchen und Austauschteilchen ist in den Tabellen 1.1 und 1.2 gegeben. Die gezeigte Darstellung der Teilchen in einem zweidimensionalen Vektor stammt von der zugrundeliegender Symmetrie des Isospins (siehe Abschnitt 2.1).

Teilchen- typ:	Generation:			el. Ladung in e^- :	Wechselwirkung		
	1	2	3		stark	schwach	e.m.
Lepton	$\begin{pmatrix} v_{e^-} \\ e^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} v_\mu \\ \mu \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} v_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$	0 -1		\times \times	\times
Quarks	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$	$\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{3}$	\times \times	\times \times	\times
zugehöriger Eichbosonen:				g_1, \dots, g_8		γ, W^+, W^-, Z^0	

Tabelle 1.1: Überblick über die Teilchen des Standardmodells; die vektorielle Darstellung kennzeichnet das Dublett des Isospins.

Bezeichnung:	Name:	Bezeichnung:	Name:
Leptonen: $v_{e,\mu,\tau}$ $e:$ $\mu:$ $\tau:$	Neutrinos Elektron Myon Tauon	Quarks: $u:$ $d:$ $s:$ $c:$ $t:$ $b:$	<i>up</i> -Quark <i>down</i> -Quark <i>strange</i> -Quark <i>charm</i> -Quark <i>top</i> -Quark <i>bottom</i> -Quark

Tabelle 1.2: Bezeichnungen der Teilchen im Standardmodell der Teilchenphysik

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

Bevor die Thematik der tatsächlich geleisteten Arbeit im Rahmen dieser Diplomarbeit präsentiert werden sollen, ist es notwendig, zunächst die theoretischen Grundlagen genauer zu beleuchten, auf deren Basis der Gegenstand dieser Diplomarbeit erst verständlich wird.

2.1 Quarks

Die Quarks verstehen sich nun als Grundbausteine der Materie, weswegen sie an dieser Stelle ein Wenig genauer beschrieben werden sollen.

Grundsätzlich wird in der Physik stets nach Erhaltungsgrößen gesucht, da mit Hilfe dieser Vorhersagen über Abläufe erst ermöglicht werden. Da nun Erhaltungsgrößen unmittelbar mit Symmetrien verknüpft sind (Noether-Theorem), versucht man mathematisch, Symmetrien zu finden, die man dem System zuordnen kann. Im Falle der Starken Wechselwirkung, die zwischen den Quarks wirkt und durch die Gluonen vermittelt wird, ist beispielsweise der Isospin eine Erhaltungsgröße und die zugrundeliegende Symmetrie, die Isospinsymmetrie ist eine Subalgebra der übergeordneten *Flavour*-SU(3)-Symmetrie. Der Begriff *Flavour* bezieht sich dabei auf die Typen der Teilchen, die in dem Statischen Quarkmodell (einfachstes Modell der Quark) durch die drei leichtesten Quark (u , d , s) repräsentiert werden. Die Quark bauen dabei die Hadronen auf, die wiederum in die Mesonen und die schwereren Baryonen unterschieden werden. Ein Meson wird dabei aus einem Quark-Antiquark-Paar und ein Baryon aus drei Quark gebildet, wobei das Quark im Folgenden mit q und das Anti-Quark mit \bar{q} abgekürzt werden soll.

Mit Hilfe der SU(3)-Symmetrie lässt sich ein Ordnungsschema aufstellen, in das sowohl die Quarks, als auch die zusammengesetzten Teilchen, also die Hadronen, eingeordnet werden können. Eine solche Anordnung wird Teilchen-Multiplett genannt. Um ein solches Multiplett aufzustellen zu können, wird eine Ebene durch die Hyperladung Y und die dritte Komponente des Isospins T_3 aufgespannt. Die Hyperladung, die sich zunächst als Operator versteht, stellt eine dem letzten Generator der SU(3)-Symmetrie proportionale Größe dar. Eine Anwendung auf die entsprechende Wellenfunktion ergibt dann den Eigenwert der Hyperladung, welche allerdings auch durch die Quantenzahlen der sog. *strangeness* und der Baryonenzahl ausgedrückt werden kann [29][32]:

$$\hat{Y} = \frac{2}{\sqrt{3}} \hat{\lambda}_8 \quad \text{mit} \quad \hat{\lambda}_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

oder $\hat{Y} = B + S$ (2.1)

Beide Größen sind dabei mit der elektrischen Ladung über die *Gell-Mann-Nishijima-Relation* verknüpft:

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2} Y + T_3 \quad \text{span style="float: right;">(2.2)}$$

u, d, s :	leichteste Quarks;	u : <i>up</i> -Quark
p, n :	Kernteilchen;	d : <i>down</i> -Quark
Y :	Hyperladung	s : <i>strange</i> -Quark
$\hat{\lambda}_8$:	einer der Generatoren der $SU(3)$	p : Proton
B :	Baryonenzahl [32];	n : Neutron
S :	Seltsamkeit (<i>strangeness</i>) [32];	$B(p, n) = 1$
T_3 :	dritte Komponente des Isospins [32];	$B(u, d, s) = \frac{1}{3}$
Q :	Ladungszahl	$S(s) = -1$
e :	elektrische Elementarladung;	$S(u, d) = 0$
		$T_3(u) = \frac{1}{2}$
		$T_3(d) = -\frac{1}{2}$
		$T_3(s) = 0$

In Abbildung 2.1 ist nun die Einordnung der leichtesten Quarks in das genannte Ordnungsschema gezeigt. Das obere System stellt dabei das Quarks-Triplett selbst und unten das Anti-Quark-Triplett dar.

In dem hier nicht explizit gezeigten Baryonen-Dekuplett (von lat. *decem* = zehn) sind zehn verschiedene Baryonen eingeordnet. Darunter befinden sich auch die sogenannten Delta-Resonanzen, die bei der Streuung von Elektronen an Protonen beispielsweise bei einer Energie des Elektrons von ca. $E_{e^-} \approx 4,9 \text{ GeV}$ entstehen können [32]. Die Δ^{++} -Resonanz hat einen Quarkinhalt von drei *up*-Quarks (uuu) und einen Gesamtspin von $S_{\Delta^{++}} = \frac{3}{2}$. Da nun ein Baryon der Kategorie der Fermion zugehörig ist, muß die zugeordnete Wellenfunktion nach dem Pauli-Prinzip antisymmetrisch unter Vertauschung zweier Teilchen sein. Es handelt sich um identische Teilchen, deren Spin jeweils $S_q = +\frac{1}{2}$ ist, nur so läßt sich der Spin von $S_{\Delta^{++}} = \frac{3}{2}$ realisieren. Im Falle der Δ^{++} -Resonanz ist die Gesamtwellenfunktion folglich vollkommen symmetrisch. Zur Lösung dieses Problems führten 1971 Gell-Mann und Harald Fritsch eine neue Quantenzahl ein, wodurch die Quarks in drei verschiedenen Zuständen vorkommen können.

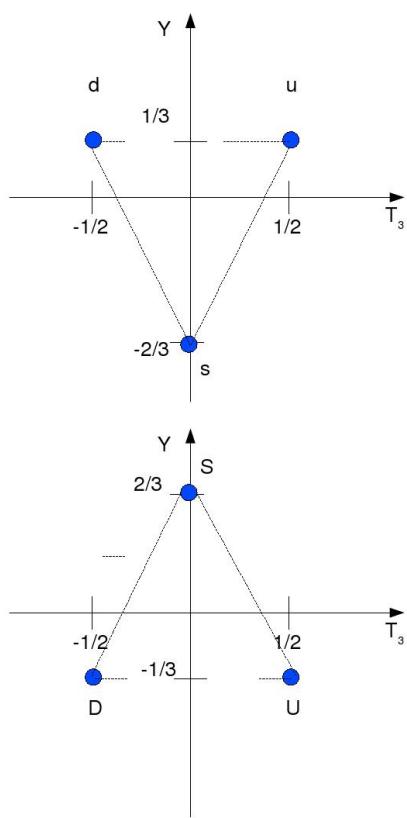


Abbildung 2.1: Einordnung der Quark in das Ordnungsschema der Isospinsymmetrie. oben: q -Triplett, unten: \bar{q} -Triplett es gilt hier: $D = \bar{d}$, $U = \bar{u}$, $S = \bar{s}$

der Mesonen kommen dagegen Farbe und Antifarbe vor, so dass auch hier die Farbneutralität gewährleistet ist. Dies erklärt im Übrigen auch die Wahl der Bezeichnung der Farbladung, denn in der Farbenlehre überlagern sich Rot, Grün und Blau ebenfalls zu Weiß. Und in der Tat wurden bis heute keine farbigen Teilchen beobachtet, welches bedeutet, dass man noch keine Quarks oder Gluonen isoliert hat beobachten können.

2.2 QCD-Potential

In Speicherringen, den *collidern*, in denen Positronen und Elektronen zur Kollision gebracht werden, ist es gelungen, sogenannte *Quarkonium*-Zustände zu erzeugen, die sehr schmale Resonanzen im Wirkungsquerschnitt bilden. Diese Zustände sind Zusammenschlüsse von schweren Quark- Anti-Quark-Paaren wie das *Charmonium* ($c\bar{c}$), das aus einem *charm*- und einem *Anti-charm*-Quark besteht oder das *Bottomonium*, das aus *bottom*-Quark und *Anti-bottom*-Quark

Die neue Quantenzahl wurde Farbe oder *Farbladung* genannt, wobei die Farben Rot, Grün, und Blau vorkommen können. Für die entsprechenden Antiteilchen existieren auch Anti-Rot, Anti-Grün und Anti-Blau. Dies führt in der antisymmetrierten Gesamtwellenfunktion zu der Δ^{++} -Resonanz ($u_r u_g u_b - u_g u_r u_b + \dots$). Die Summe ist dabei eine Folge der Antisymmetrisierung, bei der die Summe der Permutationen der mit den verschiedenen Farben idenzierten Quark gebildet wird.

Eine Transformation der Art $r \rightarrow g$, $b \rightarrow r$ und $g \rightarrow b$ hat keine Änderung des Zustandes zur Folge [25], so dass eine Analogie zur Phasenrotation der Quanten-Elektrodynamik (QED) aufgezeigt wird. Im Zuge dessen haben Gell-Mann und Harald Fritsch 1972 eine neue nichtabelsche Eichtheorie vorgeschlagen, die sie Quanten-Chromodynamik (QCD) nannten. Statt des Photons der QED stellen die acht sogenannten Gluonen (von engl. *glue* $\hat{=}$ Klebstoff) die Austauschbosonen dar (siehe Tabelle 1.1). Diese stammen aus den acht verschiedenen Transformationen, die eine Transformation im Farbraum bewerkstelligen können. Diese Gluonen sind nun Vermittler der starken Wechselwirkung, tragen selbst eine Farbladung und können mit sich selbst wechselwirken. Die zugrundeliegende Symmetrie ist wiederum eine $SU(3)$ -Symmetrie, die jedoch, um sie von der *Flavour-SU(3)*-Symmetrie $SU(3)_F$ zu unterscheiden, Farb- $SU(3)$, also $SU(3)_C$ genannt wird.

Die Konsequenz aus der Tatsache, dass alle drei Farben im Falle des Baryons vorkommen, ist, dass die Hadronen nur farbneutral oder weiss sein können. Im Falle

besteht. Durch die großen Massen dieser Quark, lässt sich das System näherungsweise nicht-relativistisch beschreiben, wodurch sich Ähnlichkeiten dieses Systems mit dem *Positronium*, das von der QED beschrieben werden kann und gut verstanden ist, ergeben. Dieses System hat wiederum Ähnlichkeit mit dem Wasserstoffatom, welches durch die nicht-relativistische Schrödinger-Gleichung beschrieben wird und exakt lösbar ist.

Betrachtet man die Energieschemata des *Positroniums* $E \propto \frac{1}{n^2}$ (n : Hauptquantenzahl) und des *Charmonium* bei kleinem n , so erkennt man die angesprochene Ähnlichkeit. Da nun das Potential der QED bekanntlich das Coulomb-Potential ist, so deutet die Ähnlichkeit zumindest bei kleinen Abständen der Quarks auch beim *Charmonium* auf ein coulombartiges Potential hin. Dieses Indiz und die Kenntnis um die Farbneutralität der Hadronen führt nun zu der folgenden Struktur des Potentials zwischen Quark und Anti-Quark [42]:

$$V(r) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha_s(q^2)\hbar c}{r} + kr \quad (2.3)$$

r :	Abstand zwischen den Quarks
$\alpha_s(Q^2)$:	Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung
k :	Saitenspannung (<i>string tension</i>) zwischen q und \bar{q} $\hat{=}$ Kraft zwischen q und \bar{q} , $k \approx 1 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}}$ [42]
\hbar	Planck'sches Wirkungsquantum $\hbar = 1,054571628 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ [40]

Der erste Summand des Ausdrucks ist offensichtlich der genannten Coulombartigkeit bei kleinen Abständen geschuldet, so dass dieser Term bei kleinen Abständen den bestimmenden Anteil ausmacht. Der zweite Summand geht linear mit dem Abstand der Teilchen und wird bei größeren Abständen dominant. Die Feldlinien eines coulombartigen Potentials zwischen zwei Ladungen greifen weit in den Raum hinein, wobei ein lineares Potential eine dünne Flussröhre ausbildet, die eine Saitenspannung erzeugt (*string tension*).

Das Wegintegral über die Kraft $\int_{r_0}^{\infty} \vec{F} d\vec{r} = V(\infty) - V(r_0)$ entspricht in der äußeren Atomhülle beispielsweise der Ionisierungsenergie, einem definiertem Wert also, da das Potential im Unendlichen verschwindet. Im Falle des QCD-Potentials wäre durch den linearen Term jedoch eine unendliche Energie nötig, um beide Quarks zu trennen. Somit ist der zweite Summand des Potentials für das sogenannte *confinement* verantwortlich. Dieser Begriff meint einen *Einschluß* der Quark auf den Raumbereich des Hadrons. Diese Fähigkeit des Potentials lässt sich durch die wirkenden Kräfte veranschaulichen, welche für große Abstände einer Gewichtskraft entspricht, die an der Erdoberfläche eine Masse von $m \approx 16,34 \text{ t}$ erzeugt. Demnach müßte man eine makroskopische Kraft aufwenden, um zwei Quarks voneinander zu trennen. (zur Berechnung dieser Abschätzung siehe A.1)

In der QCD wird das Potential bei kleinen Abständen durch störungstheoretische Methoden beschrieben. Kleine Abstände sind dabei gleichbedeutend mit hohen Energien bzw. Impulsüberträgen (zur Veranschaulichung dieser Verknüpfung siehe Abschnitt A.2). In diesem Bereich wird die Wechselwirkung zwischen den Quarks mittels eines Ein-Gluon-Austausches beschrieben in Analogie zur QED, in der ein Ein-Photonen-Austausch stattfindet. Die Kopplungskonstante ergibt sich damit zu [42]:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}} \quad (2.4)$$

N_f :	Anzahl der Quark-Typen (<i>Flavour</i>)
Q :	4er-Impulsübertrag; $q^2 = -Q^2$
Λ_{QCD} :	Skalenparameter der QCD $\Lambda_{\text{QCD}} \approx 250 \text{ MeV}$ [42]

Offensichtlich handelt es sich nicht um eine Konstante im eigentlichen Sinne, daher wird diese Größe auch *laufende Kopplungskonstante* genannt. Anschaulich lässt sich diese Abhängigkeit verstehen, wenn man die sogenannte Vakuumpolarisation in Betracht zieht. Hierbei kann ein virtuelles Quark-Anti-Quark-Paar entstehen, in Analogie zur QED, in der ein virtuelles Elektron-Positron-Paar entstehen kann. Nun sind die Gluonen als Vermittler der starken Wechselwirkung Träger von Farbladungen, im Gegensatz zur QED in der das ungeladene Photon der Vermittler der elektromagnetischen Wechselwirkung ist. Die damit verbundene Kopplung von Gluonen untereinander führt zu Möglichkeit der Vakuumpolarisation in Form der Entstehung eines Gluon-Paares (Gluon-Schleifen im Feynman-Diagramm). Das dazugehörige Feynman-Diagramm hat das umgekehrte Vorzeichen von dem Diagramm, das die Vakuumpolarisation durch Entstehung eines Quark-Anti-Quark-Paares (Seequark) beschreibt. Letzterer Prozess bringt nun eine effektive Abschirmung der Farbladung bei größeren Abständen mit sich [34]. Somit erzeugt die Polarisation durch Entstehung eines Gluon-Paares bei größeren Abständen eine Verstärkung der Farbladung. Dies ist nun gleichbedeutend mit einer stärkeren Kopplung bei größeren Abständen, also kleinen Werten für $|q|^2$. Umgekehrt bedeutet dies eine abnehmende Kopplung bei kleinen Abständen bzw. großen Werten für $|q|^2$, wobei man dieses streng monoton abnehmende Verhalten direkt an der Kopplungskonstante ablesen kann. Dieses Verhalten nennt man *Asymptotische Freiheit*. Der kleine Wert von α_s ermöglicht eine störungstheoretische Behandlung des Problems. Der Übergang von dem Bereich dieser kleinen Kopplungskonstante zu jenem größerer Kopplungskonstanten wird vom Skalenparameter Λ_{QCD} markiert.

In Abbildung 2.2 ist die Kopplungskonstante gegen das Quadrat des Impulsübertrages aufgetragen, wobei das streng monoton abnehmende Verhalten deutlich wird.

2.3 Quark-Gluon-Plasma

Auf den Einschluß der Quarks im *confinement* des Nukleons wurde im Abschnitt 2.2 bereits hingewiesen. Nun kann es unter gewissen Umständen dazu kommen, dass eben dieser Einschluß aufgebrochen wird, welches durch eine hinreichend große Erwärmung- oder Verdichtung der Materie erreicht wird. In einem solchen Falle wird von einem *deconfinement* gesprochen, welches bereits von Naoki Itoh im Jahre 1970 in Neutronensternen vermutet wurde [17]. Die Grundlage für derartige Überlegungen ist das Quarkmodell, das sich in den 1970er Jahren allmählich durchsetzte. Im Inneren von Neutronensternen werden Massendichten einer Größenordnung von $\rho_{\text{Neutr.-Fluid}} > 10^{15} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ erreicht, welches die Dichte der normalen Kernmaterie von $\rho_{\text{Nukleon}} \approx 2,31 \cdot 10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ (Abschätzung siehe Abschnitt A.3) um mindestens eine Größenordnung übertrifft. Dies führt dazu, dass die Wellenfunktionen der Hadronen überlappen und

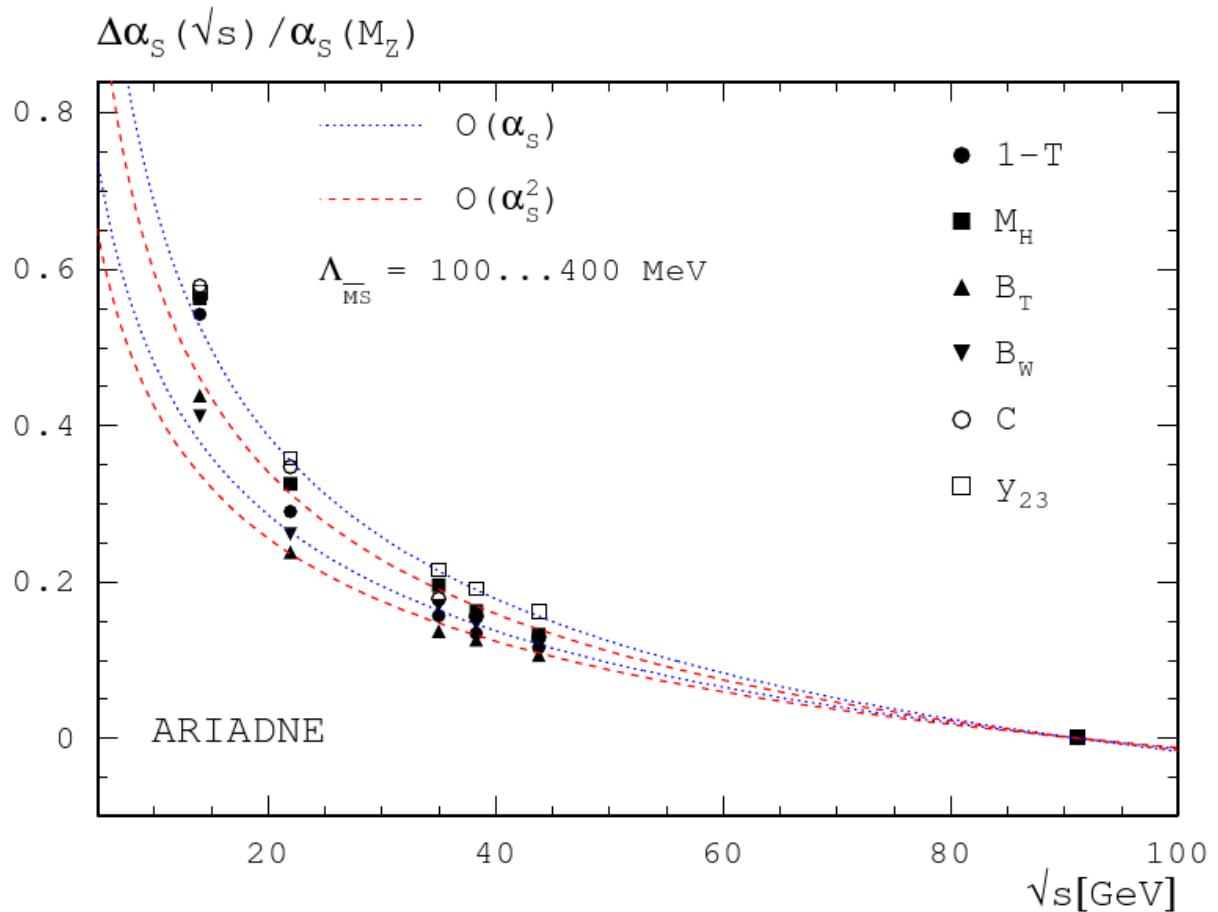


Abbildung 2.2: Auftragung theoretischer Rechnungen zur Kopplungskonstanten (normiert) gegen das Quadrat des Impulsübertrag bzw. das Inverse des Abstandes bei verschiedenen Werten des Skalenparameters; zu erkennen ist das streng monoton abfallende Verhalten mit steigendem Impulsübertrag bzw. mit abnehmenden Abstand. [24]

die Quarks nicht mehr auf den Bereich des ursprünglichen Hadrons beschränkt sind, so dass es zu einem neuen Zustand der Materie kommt, der heute **Quark-Gluon-Plasma (QGP)** genannt wird. Es sind nun die Eigenschaften dieses neuen Materiezustand, die Gegenstand der Forschung sind, wozu auch diese Diplomarbeit gehört.

Bevor einige dieser Eigenschaften genauer betrachtet werden sollen, soll zunächst auf den Phasenübergang von dem hadronischen Zustand zum QGP eingegangen werden. Dazu betrachte man nun zunächst das **MIT-Bag**-Modell, dessen Geltung später eingegrenzt werden soll und dessen entscheidendes Ergebnis der Energiedichte danach mit Rechnungen der Gitter-QCD verglichen werden soll.

2.4 MIT-Bag-Modell

Das *MIT-Bag*-Modell wurde im Jahre 1974 am *Massachusetts Institute of Technology* entwickelt. Innerhalb dieses Modells stellt man sich das Nukleon als Beutel (*bag*) vor, das eine Dimension von $R \sim \frac{1}{\Lambda_{QCD}}$ besitzt [17]. In diesem Beutel, der auch Kavität genannt wird, sind die entsprechenden Farbfelder eingeschlossen und die Quarks und Gluonen können sich aufgrund der *Asymtotischen Freiheit* frei bewegen. Dadurch ist in der einfachsten Vorstellung ein, dem QGP ähnliches System gegeben, in dem sich die Teilchen ebenfalls frei bewegen können. Dieses abgeschlossene System, in dem sich Teilchen bewegen, ermöglicht die Berechnung mit Hilfe der Thermodynamik. Diese besitzt die faszinierende Eigenschaft, durch mikroskopische Betrachtungen, makroskopische Größen wie Temperatur, Druck und die Gesamtenergie oder Energiedichte zu berechnen. Dazu wird in der Herleitung, die in Abschnitt A.4 genauer beschrieben ist, zwischen Fermionen und Bosonen unterschieden. Diese Teilchentypen werden in diesem Falle durch die Gluonen (Bosonen) und Quark (Fermionen) repräsentiert, welches Auswirkungen auf die wohl wichtigste Größe der Thermodynamik hat, der Zustandssumme. Diese ist der Ausgangspunkt der Abschätzung der relevanten Größen, wie sie Abschnitt A.4 gegeben ist. Das Ergebnis dieser Rechnungen ist unter der Vereinfachung des verschwindenden chemischen Potentials und unter Berücksichtigung der für die Teilchen verschiedenen Freiheitsgrade wie folgt gegeben ($c = k_b = \hbar$):

$$\varepsilon_{QGP} = 37 \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad \text{und} \quad p = \frac{1}{3} \varepsilon_g \quad (2.5)$$

Als Konsequenz der Quantentheorie, in der auch dem niedrigsten Zustand eine nichtverschwindende Energie zuzuordnen ist, ist die sogenannte *bag*-Konstante als Energie des QCD-Vakuums einzuführen, womit sich die gezeigten Größen wie folgt ändern:

$$\varepsilon_{QGP}^{\text{ges}} = 37 \frac{\pi^2}{30} T^4 + B \quad \text{und} \quad p_{QGP}^{\text{ges}} = 37 \frac{\pi^2}{90} T^4 - B \quad (2.6)$$

$\varepsilon_{QGP}^{\text{ges}}$:	Energiedichte des QGP unter Berücksichtigung des QCD-Vakuums
p_{QGP}^{ges} :	Druck innerhalb des QGP unter Berücksichtigung des QCD-Vakuums
B :	$\hat{=} \text{bag-Konstante} \hat{=} \text{Energiedichte des QCD-Vakuums}; B = 57,5 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$ [17]

Den Zustand kurz vor dem QGP kann man sich als Gas vorstellen, bei dem thermisch erzeugte Hadronen, die in der einfachsten Vorstellung in Pionen bestehen, den Raum zwischen den Nukleonen der normalen Kernmaterie ausfüllen. Bei weiterer Erhitzung oder Kompression überlappen die Wellenfunktionen der Nukleonen und der Pionen, so dass im weiteren Verlauf keine Nukleonen mehr als Einheiten mehr zu erkennen sind, womit das QGP entsteht. Demnach besteht die Materie vor dem QGP aus Pionen, die den Bosonen zugehörig sind. Der Druck dieses Gases ist im Zuge der Berechnung der Energiedichte der Gluonen (ebenfalls Bosonen) mit der Gleichung A.14 behandelt worden, wobei lediglich der Freiheitsgrad anders gewählt werden muss. Im Falle der Pionen müssen lediglich die drei Sorten von Teilchen als Freiheitsgrade berücksichtigt werden; π^0, π^+, π^- :

$$\begin{aligned}
 p_\pi &= g \frac{\pi^2}{90} T^4 \quad \text{mit } g = 3 \\
 \Rightarrow \quad p_\pi &= \frac{\pi^2}{30} T^4
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Man kann sich nun leicht vorstellen, dass der Phasenübergang genau unter der Bedingung stattfindet, dass die Drücke von Pionengas QGP gleich sind. Um einen Wert zu erhalten, werden die entsprechenden Naturkonstanten wieder im Ausdruck ausgeführt:

$$\begin{aligned}
 p_\pi &= \frac{k_b^4}{\hbar^3 c^3} \frac{\pi^2}{30} T_c^4 = p_{\text{QGP}}^{\text{ges}} = \frac{k_b^4}{\hbar^3 c^3} 37 \frac{\pi^2}{90} T_c^4 - B \\
 \Rightarrow \quad T_c &= \frac{1}{k_b} \sqrt[4]{\frac{90 \hbar^3 c^3}{34 \pi^2} B}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Die Konstante B lässt sich aus einer Regression bekannter Hadronenmassen gewinnen und ergibt sich zu $B = 57,5 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$ [17], woraus nun mit Gleichung 2.8 eine für den Phasenübergang kritische Temperatur von $T_c \approx 1,2 \cdot 10^{12} \text{K} \approx 104 \frac{\text{MeV}}{k_b}$ folgt. Der Ausdruck für die T_c lässt sich in den Ausdruck für die Energiedichte (Gleichung 2.6) einsetzen, so dass $\varepsilon_{\text{QGP}}^{\text{ges}}(T_c) = \frac{145}{34} B = 245,22 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$. Betrachtet man die Energiedichte der normalen, also kalten Kernmaterie, wie sie in Abschnitt A.3 zu $\varepsilon_{\text{Kern}}^{\text{kalt}} = \rho_{\text{Kern}} c^2 \approx 129,72 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$, so sind die Werte um den Faktor $V_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\text{QGP}}^{\text{ges}}(T_c)}{\varepsilon_{\text{Kern}}^{\text{kalt}}} = 1,89 \approx 2$ verschieden. Demnach ist die Energiedichte der heißen QGP doppelt so groß wie die kalten Kernmaterie.

2.5 Chirale Symmetriebrechung

Das gezeigte Ergebnis der kritischen Temperatur aus Abschnitt 2.4 weicht deutlich von moderneren Ergebnissen ab (siehe Abschnitt 2.6). Ein Grund dafür ist der Umstand, dass in der QCD neben den lokalen Eichsymmetrien, die sie mit der QED gemeinsam hat, weitere Symmetrien existieren. Die Bedeutendste ist dabei die *Chirale Symmetrie*. Die Größe der Chiralität ist dabei im relativistischen Grenzfall gleich der Helizität, welche der Projektion des Spins des Teilchens auf den Impuls entspricht. Dies kann mathematisch elegant durch das kanonische Skalarprodukt ausgedrückt werden [32]:

$$\mathcal{H} = \frac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{|\vec{S}| |\vec{p}|} \tag{2.9}$$

\mathcal{H} :	Helizität (normierte Projektion des Spins auf den Impuls)
\vec{p} :	Impuls des Teilchens
\vec{S} :	Spin des Teilchens

Da dieser Ausdruck nicht lorentzinvariant ist, muss eine neue Größe eingeführt werden, die das Kriterium der Lorentzinvianranz erfüllt aber dasselbe meint, welche nun in der Chiralität besteht. Man kann nun die Wellenfunktionen von Teilchen in einen links- und in einen rechts-händigen Anteil zerlegen. Eine chirale Symmetrie wirkt nun auf beide Anteile unterschiedlich. In der Chiralen SU(2)-Flavour-Symmetrie entkoppeln daher die beiden Anteile der sog. Lagrangedichte, aus welcher die gesamte Dynamik des Teilchens folgt. Im Grenzfall verschwindender Quarkmassen $m_q \rightarrow 0$ weist die Lagrangedichte diese Symmetrie auf. Da jedoch in der QCD die Massen der Quarks ungleich Null sind, ist Chirale Flavour-Symmetrie explizit gebrochen. Da die Quarkmassen jedoch relativ klein sind im Vergleich zu Nukleonen beispielsweise ($m_q \approx 300 \frac{\text{MeV}}{c^2} \dots 400, \frac{\text{MeV}}{c^2}, m_p = (938, 27203 \pm 0, 00008) \frac{\text{MeV}}{c^2}$) sollte diese Symmetrie zumindest annähernd gelten. Eine Konsequenz dieser Symmetrie ist die unterschiedliche Parität gleich schwerer Baryonen, ein Umstand, der so nicht beobachtet wird, so dass man von einer *spontanen Brechung* dieser Symmetrie spricht [39]. Als Konsequenz daraus stellen sich jedoch sogenannte *Goldstone*-Moden im Vakuum ein. In der Quantenfeldtheorie sind Anregungen eines Feldes mit Teilchen zu identifizieren, welches in diesem Falle das Pion ist. Die Goldstone-Mode ist masselos, welches zumindest annähernd verträglich ist mit der kleinen Masse des Pions; z.B. $m_\pi^0 = (134, 9766 \pm 0, 0006) \frac{\text{MeV}}{c^2}$ [40].

Die Chirale Symmetrie ist im Bag-Modell massiv verletzt, bei der Reflexion eines Teilchens an der Bag-Grenze zu einem Helizitäts-Flip kommt. Die Helizität ändert sich, da der Impuls

umgekehrt wird (zumindest eine Komponente), der Spin jedoch seine Ausrichtung beibehält. Andere Modelle berücksichtigen diese Symmetrie und deren Brechung, wobei der Erwartungswert der Goldstone-Mode $\langle q\bar{q} \rangle$ im Vakuum ungleich Null wird. Diese Größe kann dabei als Indikator für die Symmetriebrechung herangezogen werden [17].

Interessanterweise kann nun die Chirale Symmetrie wiederhergestellt werden, welches beim Erreichen der kritischen Temperatur geschieht. Daher kann der Phasenübergang zum QGP ebenfalls anhand des Verhältnisses $V_{\text{chiral}} = \frac{\langle q\bar{q} \rangle(T, \mu_q)}{\langle q\bar{q} \rangle}$ analysiert werden. $\langle q\bar{q} \rangle$ ist dabei der Vakuumserwartungswert und $\langle q\bar{q} \rangle(T, \mu_q)$ der Erwartungswert der Feldmoden in Abhängigkeit von der Temperatur und des chemischen Potentials.

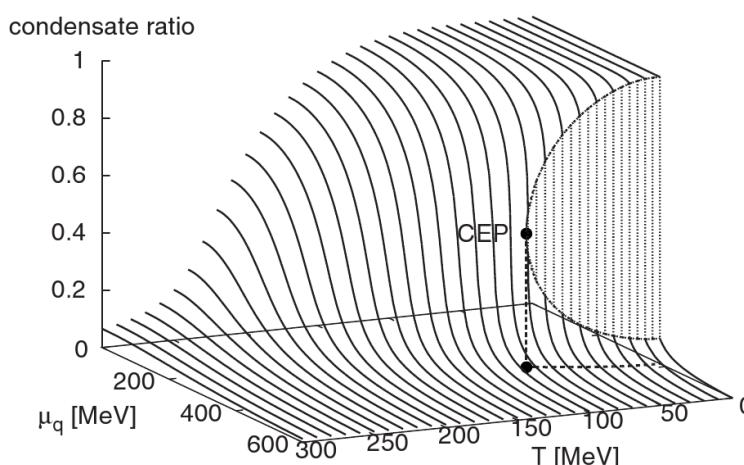


Abbildung 2.3: Verhalten des chiralen Kondensationsverhältnisses $V_{\text{chiral}} = \frac{\langle q\bar{q} \rangle(T, \mu_q)}{\langle q\bar{q} \rangle}$ gegen die Temperatur und chemisches Potential; die eben erscheinende Fläche mit der parabolischen Einrahmung stellt die Diskontinuität dar, die den Phasenübergang anzeigt. Entlang der Temperaturachse geht an dieser Fläche der Phasenübergang erster Ordnung in einen zweiter Ordnung über. [17]

In Abbildung 2.3 ist eine Darstellung dieses Verhältnisses gegeben, das gegen Temperatur und chemisches Potential aufgetragen ist. Bemerkenswert ist der Verlauf entlang der Achse des chemischen Potentials, der eine Diskontinuität aufzeigt. Genau an dieser Stelle, bzw. entlang der Temperaturachse, findet ein Phasenübergang erster Ordnung statt, da dort die Größe $V_{\text{chiral}} = \frac{\langle q\bar{q} \rangle(\bar{T}, \mu_q)}{\langle q\bar{q} \rangle}$ gegen Null geht. Dies kann nur dann der Fall sein, wenn das *confinement* des Teilchens $(q\bar{q})$, aufgebrochen wird, so dass der neue Materiezustand (QGP) eintritt, wobei die Größe $\langle q\bar{q} \rangle \rightarrow 0$ geht. Zu erkennen ist weiterhin ein Endpunkt, an dem die Linie des Phasenübergangs erster Ordnung in einen zweiter Ordnung übergeht [17].

2.6 Gitter-QCD

Der modernere Ansatz zur Berechnung der relevanten Größen geht auf einen Vorschlag von Kenneth Wilson aus dem Jahre 1974 zurück [64]. Die wesentliche Idee dieses Modells ist die Diskretisierung der Raum-Zeit in kleinere Bereiche, die damit ein Gitter bilden. Diese Bereiche sind damit störungstheoretisch zugänglich, da, wie angesprochen, die kleinen Abstände mit größeren Impulsüberträgen einhergehen. Vertreter dieser Theorie berücksichtigen dabei auch die Chirale Symmetriebrechung im Gegensatz zum *MIT-Bag*-Modell.

Aus numerischen Gitter-QCD-Rechnungen, die aufgrund ihrer Komplexität hier nicht genauer beleuchtet werden sollen, ergibt sich nun das in Abbildung 2.4 gezeigte Ergebnis für die verschiedenen reduzierten Energiedichten $\varepsilon_{\text{red}} = \frac{\varepsilon}{T^4}$. Die Größe der reduzierten Energiedichten ist derart gewählt, um den Vergleich mit Ausdruck aus der Thermodynamik, dem Stefan-Boltzmann-Gesetz, zu verdeutlichen, da die reduzierte Energiedichte dieses Gesetzes eine Konstante darstellt. Zu erkennen ist nun eine signifikante Abweichung zu den Rechnungen, die für verschiedene Quark-Typen durchgeführt wurden. Zum einen werden *up*- und *down*-Quarks berücksichtigt und zum anderen *up*-, *down*- und *strange*-Quarks, wobei letztere mit derselben Masse („2-Flavour“) und mit einer um $\Delta m_s = 150 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ erhöhten Masse („2+1-Flavour“) der *strange*-Quarks berechnet worden sind. Letzterer Fall ist dabei als der realistischere anzusehen. Zu erkennen ist nun zunächst ein drastischer Anstieg der Energiedichte bei einer kritischen Temperatur von $T_c = (173 \pm 15) \text{ MeV}$ zu beobachten, welcher mit einem Phasenübergang zu identifizieren ist. Jedoch ist ein signifikanter Unterschied zu dem Stefan-Boltzmann-Gesetz zu erkennen. Letzteres impliziert das Fehlen von Wechselwirkungen zwischen den Konstituenten des Gases, welches damit als ideal zu bezeichnen ist. Daher handelt es sich im Falle des QGP nicht um ein ideales Gas.

2.7 QGP im Experiment

Nun gilt es die theoretischen Überlegungen und Modelle im Experiment zu bestätigen oder zu widerlegen. Eine hohe Materiedichte wie im Inneren eines Neutronensterns, erzeugt durch eine hohe gravimetrische Kraft, ist auf der Erde bedauerlicherweise nicht zu bewerkstelligen. Stattdessen versucht man schwere Ionen in großen Speicherringen zur Kollision zu bringen. Die Ionen schwerer Kerne wie Gold-, Blei- oder, wie der Gegenstand dieser Diplomarbeit, Kupfer-

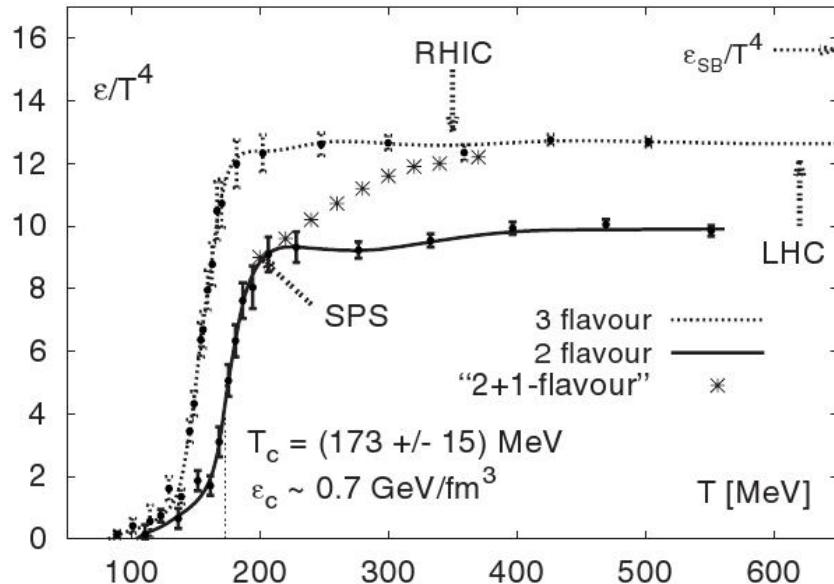


Abbildung 2.4: Auftragung der reduzierten Energiedichte $\varepsilon_{\text{red}} = \frac{\varepsilon}{T^4}$ gegen die Temperatur durch Gitter-QCD-Rechnungen ermittelt. Der Phasenübergang tritt bei $T_c = (173 \pm 15)$ MeV ein. Eingezeichnet sind verschiedene *Flavour*-Zustände, die mit verschiedenen Massen der Quarks korrespondieren (siehe Text). Weiterhin sind die Bereiche markiert, die von den verschiedenen Experimenten erreicht werden, wobei der LHC-Bereich erst zukünftig erreicht werden wird. Es werden, unabhängig vom Modell Grenzwerte erreicht, die jedoch unterhalb des Wertes des Stefan-Boltzmann-Gesetzes liegen. Dieses kennzeichnet ein Gas ohne Wechselwirkung, weshalb ein QGP nicht als ein solches anzusehen ist. [17]

kerne¹ kollidieren dabei mit Geschwindigkeiten nahe der des Lichts. Die damit einhergehenden Schwerpunktsenergien übertreffen die Ruheenergie der Nukleonen. In dieser Größenordnung der Energiedichte ist der genannte Phasenübergang zu erwarten. Das in Abschnitt 3 beschriebene Experiment PHENIX (*Pioneering High Energy Nuclear Interaction Experiment*) nutzt den Speicherring RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*), in dem Schwerpunktsenergien von bis zu $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ GeV erreicht werden. Die Schwerpunktsenergie, bei der die Daten dieser Datenanalyse genommen worden sind, beträgt $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 62,4$ GeV, welches zu einer Geschwindigkeit von $v = 0,99954c$ führt (zur Abschätzung siehe Abschnitt A.5).

Im Folgenden sollen nun zunächst die binären Kollisionen von Nukleonen betrachtet werden, um die relevanten Prozesse bereits zu diskutieren, die auch in den Schwerionenkollisionen zum Tragen kommen, die ja nun aus den Nukleonen bestehen.

¹Streng genommen handelt es sich im Falle von Kupferkernen mit $A_{\text{Cu}} = 63,546$ [44] im Vergleich zu z.B. Goldkernen mit $A_{\text{Au}} = 196,96654$ [44] um eher mittelschwere Kerne. Dennoch soll im Folgenden am Begriff der Schwerionenkollision festgehalten werden.

2.8 Nukleon-Nukleon-Stöße

Im Falle der Nukleon-Nukleon-Kollisionen sind die unelastischen Prozesse von Interesse, die zu einem Energieverlust der wechselwirkenden Nukleonen führen, welcher zu der Produktion von Teilchen aufgewendet werden. Die Eigenschaften dieser Teilchen können dann von den Detektoren gemessen werden. Eine Abschätzung der mittleren Anzahl geladener Teilchen in Nukleon-Nukleon Kollisionen $\langle N_{\text{gel}} \rangle_{\text{NN}}$ ist in [65] wie folgt gegeben:

$$\langle N_{\text{gel}} \rangle_{\text{NN}} = 0,88 + 0,44 \cdot \ln s + 0,118 \cdot \ln^2 s \quad (2.10)$$

Hierbei ist s das Quadrat der Schwerpunktsenergie in Einheiten von $(\text{GeV})^2$. Hieraus ergibt sich für eine Energie von $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 62,4 \text{ GeV}$ (Energie pro Nukleonpaar) eine Anzahl von $\langle N_{\text{gel}} \rangle_{\text{NN}} \approx 13$. Setzt man voraus, dass dieselbe Anzahl von π^0 produziert werden, wie die geladenen Pionen π^+ und π^- , sowie dass 80%...90% $\rightarrow \left\langle \frac{N_{\pi^{\pm,0}}}{N_{\text{alle}}} \right\rangle_{\text{NN}} \approx 0,85$ der produzierten Teilchen Pionen sind, so erhält man $\langle N \rangle_{\text{NN}} = \frac{N_{\pi^0} + N_{\pi^{\pm}}}{N_{\pi^{\pm}}} \frac{1}{\left\langle \frac{N_{\pi}}{N_{\text{alle}}} \right\rangle} \langle N_{\text{gel}} \rangle_{\text{NN}} \approx 23$ je kollidierender Nukleonpaare.

Die detektierbaren Teilchen besitzen relevante physikalische Eigenschaften wie Energie und Impuls. Somit ist es sinnvoll, sie entsprechend dieser Variablen aufzutragen, womit man ein Ordnungsschema zu dieser Größe erhält, welches auch *Spektrum* genannt wird. Die meist verwendete Variable ist dabei der Transversalimpuls p_{T} .

Das erwartete Spektrum für geladene Teilchen im Bereich $p_{\text{T}} \lesssim 2 \frac{\text{GeV}}{c}$ folgt dem Ausdruck [65]:

$$\frac{1}{p_{\text{T}}} \frac{dN_{\text{gel}}}{dp_{\text{T}}} = A(\sqrt{s}) e^{\alpha p_{\text{T}}} \quad (2.11)$$

Dieser Bereich der Teilchenproduktion ist von sogenannten *weichen* Prozessen dominiert, die durch das sog. *String-Modell* beschrieben werden können. Dabei durchdringen sich die Nukleonen und deren Quarks können wechselwirken. Hierbei werden Quark- Diquark-Paare gebildet, deren Bestandteile sich durch ihren ursprünglichen Impuls voneinander weg bewegen, wobei sich zwischen ihnen ein Potential aufbaut gemäß dem Ausdruck des QCD-Potentials (Gleichung 2.3). Durch den konstanten Term steigt sich die Feldenergie bis zu dem Punkt, an dem die Energie ausreicht, um ein neues Teilchen zu bilden. Diese Teilchen haben im Mittel einen Transversalimpuls von $\langle p_{\text{T}} \rangle \approx 350 \frac{\text{MeV}}{c}$, welcher relativ unabhängig von der Schwerpunktsenergie ist. Die *string*-Fragmentation findet dabei bei Abständen statt, die zu groß sind, um sie durch die perturbative QCD zu beschreiben.

Im Bereich $p_{\text{T}} \gtrsim 2 \frac{\text{GeV}}{c}$ dominieren sogenannte *harte* Streuprozesse, die bei weit größeren Impulsüberträgen stattfinden. In diesem Bereich können die Prozesse mittels der QCD Störungstheorie beschrieben werden. Die Form des Spektrums geht über in:

$$\frac{1}{p_{\text{T}}} \frac{dN_{\text{gel}}}{dp_{\text{T}}} = A(\sqrt{s}) \frac{1}{p_{\text{T}}^n} \quad (2.12)$$

Folge der harten Prozesse sind Partonen, die sich voneinander entfernen und somit die Situation wie bei der *string*-Fragmentation eintritt. Demnach fragmentieren diese Teilchen in Hadronen, die sich in Form von Teilchenbündeln, sogenannten *jets*, mehr oder minder in Richtung des ursprünglichen Partons (transversal dazu besitzen die Hadronen einen Impuls der Größenordnung $p_T \sim 300 \frac{\text{MeV}}{c}$). Letzterer Prozess ist dabei wieder ein weicher Prozess, der im Gegensatz zu dem harten Streuprozess selbst nicht mit den Methoden der Störungstheorie zu beschreiben ist, weswegen phänomenologische Fragmentationsfunktionen Verwendung finden.

Eine sehr interessante Beobachtung anhand der Messdaten ist die Ähnlichkeit der Form der Spektren aller gemessenen Teilchen, falls diese gegen die Variable der *transversalen Masse* m_T aufgetragen werden. Diese Variable hängt mit dem Transversalimpuls über die Relation $m_T = \sqrt{p_T^2 + m_0^2}$ zusammen, wobei m_0 die Ruhemasse des Teilchens darstellt (für Details siehe Abschnitt B.2).

2.9 Kern-Kern-Stöße

Für den Übergang von den Nukleon-Nukleon-Kollisionen zu den Kern-Kern-Kollisionen werden diese in der einfachsten Vorstellung als eine Vervielfachung der Nukleon-Nukleon-Stöße betrachtet. Wieviele binäre Nukleon-Nukleon-Stöße zustande kommen wird im Glauber-Modell bestimmt, das im Folgenden genauer beleuchtet werden soll. Danach sollen die eher experimentellen Befunde genauer betrachtet werden.

2.9.1 Glauber-Modell

Das nach dem amerikanischen Physiker Roy J. Glauber (*1925, NP: 2005) benannte Modell verkörpert gewissermaßen die simple Vorstellung einer Vervielfachung der Nukleon-Nukleon-Stöße bei einem Kern-Kern-Stoß. Dabei wird angenommen, dass die Nukleonen sich auf geraden Trajektorien bewegen und mehrfache Streuungen über sich ergehen lassen können, ohne von diesen beeinflusst zu werden, wodurch die Vereinfachung bereits deutlich wird.

Das Glauber-Modell beinhaltet die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für eine Wechselwirkung zwischen Nukleonen in einem Kern-Kern-Stoß in Abhängigkeit vom Stoßparameter. Der Stoßparameter ist dabei die Verbindungsline der Zentren beider stoßender Kerne und charakterisiert dabei das Maß der Zentralität der Kollision. Im Glauber Modell wird die Geometrie des Kerns berücksichtigt, da ein Nukleon eines Kerns mit mehreren hintereinanderliegenden Nukleonen des anderen Kerns stoßen kann. Aus diesem Grunde wird eine Kern-Überlappfunktion $T_{AB}(\vec{b})$ definiert, die nun gewissermaßen eine effektive Überlappungsfläche der Kerne, in der Wechselwirkungen stattfinden können darstellt. Der Begriff der *effektiven Fläche* impliziert dabei die Berücksichtigung der dreidimensionalen Geometrie der Kerne. Die Kern-Überlappfunktion ist dabei wie folgt definiert [65][35]:

$$T_{AB}(\vec{b}) = \int T_a(\vec{s}) T_b(\vec{s} - \vec{b}) d\vec{s} \quad (2.13)$$

$$\text{mit} \quad T_{A,B}(\vec{s}) = \int \rho_{A,B}(\vec{s}, z) dz \quad (2.14)$$

Der Vektor \vec{s} stellt dabei den Ortsvektor der sogenannten *Flussröhre* dar, die den Bereich der betrachteten, in der transversalen Ebene, infinitesimalen Überlappung darstellt, wie es in Abbildung 2.5 gezeigt ist. Die sogenannten Kerndichtefunktionen $T_{A,B}(\vec{s})$ beinhalten die Nukleonendichte ρ , über die entlang der z -Koordinate integriert wird, um die Ausdehnung des Kerns entlang dieser Achse zu berücksichtigen. Das Integral der Kerndichtefunktion über den ganzen Bereich möglicher Stoßparameter (Fläche F) $\int_F T_{A,B}(\vec{s}) d\vec{s}$ stellt dabei die Anzahl der Nukleonen des Kerns dar; $\int_F T_{A,B}(\vec{s}) d\vec{s} = A$ bzw. B . Im Folgenden soll jedoch lediglich die normierten Dichtefunktionen verwendet werden; $\hat{T}_{A,B}(\vec{s}) := \frac{T_{A,B}(\vec{s})}{A,B}$. Im Falle der Überlappfunktion wird über einen gewissen Bereich integriert, der ersichtlicherweise die überlappende Fläche der Kerne in der transversalen Ebene darstellt.

A, B :	Indizes der Kerne bzw. Anzahl der Nukleonen in den Kernen	
$T_{AB}(b)$:	Kernüberlappfunktion ($\hat{T}_{AB}(b)$ normiert)	$[T_{AB}(b)] = \frac{1}{m^2}$
$T_{A,B}$:	Kerndichtefunktion des Kerns A bzw. B ($\hat{T}_{A,B}(b)$ normiert)	$[T_{A,B}(b)] = \frac{1}{m^2}$
$\rho_{A,B}(\vec{s}, z)$:	Kerndichte; Anzahl der Nukleonen pro Volumen	$[\rho_{A,B}(\vec{s}, z)] = \frac{1}{m^3}$
\vec{b} :	Stoßparameter (Verbindungslinie zwischen den Zentren der Kerne)	$[\vec{b}] = m$
\vec{s} :	Ortsvektor für die Flussröhre	$[\vec{s}] = m$

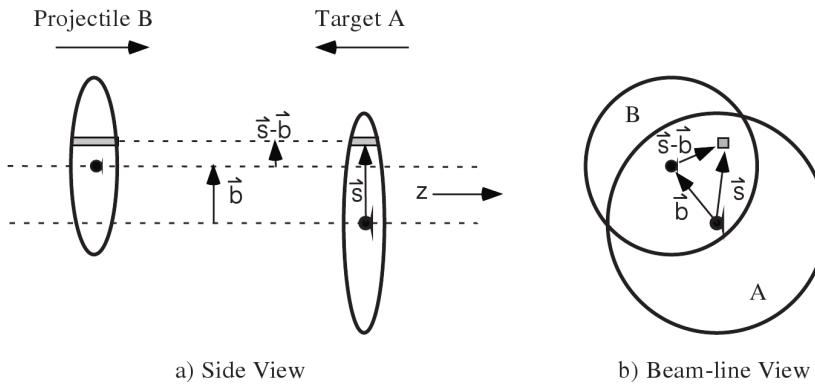


Abbildung 2.5: Darstellung der geometrischen Verhältnisse bei einem Kern-Kern-Stoß; der eingrauete Bereich stellt die Flussröhre dar, also der infinitesimale Überlappungsbereich. [35]

Mit ihrer Definition ist die Kernüberlappfunktion zunächst eine rein geometrische Größe, die, falls man sie nun mit dem Wirkungsquerschnitt für unelastische Nukleon-Nukleon Wechselwirkungen $\sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}}$ multipliziert, eben die Wahrscheinlichkeit für solche Reaktionen ergibt, wenn die beiden Kerne sich durchdringen. Für die Wahrscheinlichkeit zum Auftreten mehrerer solcher Ereignisse muss die Binomialverteilung herangezogen werden. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von n Ereignissen aus AB maximal möglichen ergibt sich somit zu :

$$P(n, \vec{b}) = \binom{AB}{n} [\hat{T}_{AB} \sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}}(\vec{b})]^n [1 - \hat{T}_{AB}(\vec{b}) \sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}}]^{AB-n} \quad (2.15)$$

Nun interessieren nicht Wahrscheinlichkeit für n Ereignisse, sondern jene für das Auftreten eines Ereignisses generell. Somit muss über die Möglichkeiten der verschiedenen Anzahlen

summiert werden. Diese Größe ist dabei ersichtlicherweise direkt verknüpft mit dem totalen Wirkungsquerschnitt für unelastische Kern-Kern-Stöße (mit mindestens einer unelastischen Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung) und dem Stoßparameter. Mit dem Binomialsatz und dem Ausschließen von 0 unelastische Ereignissen folgt:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\text{unel}}^{\text{A+B}}}{d\vec{b}} &= \sum_{n=1}^{\text{AB}} P(n, \vec{b}) = \sum_{n=0}^{\text{AB}} P(n, \vec{b}) - P(0, \vec{b}) \\ &= \left(\hat{T}_{\text{AB}}(\vec{b}) \sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}} + 1 - \hat{T}_{\text{AB}}(\vec{b}) \sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}} \right)^{\text{AB}} \\ &\quad - \binom{\text{AB}}{0} [\hat{T}_{\text{AB}}(\vec{b}) \sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}}]^0 [1 - \hat{T}_{\text{AB}}(\vec{b}) \sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}}]^{\text{AB}} \\ \text{mit } \binom{\text{AB}}{0} = 1 \Rightarrow \frac{d\sigma_{\text{unel}}^{\text{A+B}}}{d\vec{b}} &= 1 - [1 - \hat{T}_{\text{AB}}(\vec{b}) \sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}}]^{\text{AB}} \end{aligned} \quad (2.16)$$

$\sigma_{\text{unel}}^{\text{A+B}}:$	Wirkungsquerschnitt für unelastische Kern-Kern-Kollision, also Wahrscheinlichkeit für einen Stoß der Kerne A und B mit mindestens einer unelastischen Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung
$\sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}}:$	Wirkungsquerschnitt für unelastische Nukleon-Nukleon-Kollision
$P(n, \vec{b}):$	Wahrscheinlichkeit für n unelastische Nukleon-Nukleon-Kollision beim Stoß von Kern A und B

Die Ableitung lässt sich dabei derart verstehen, dass der totaler Wirkungsquerschnitt für das Auftreten von mindestens einer unelastischen Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung beim Stoß zweier Kerne durch das Integrieren über die von den möglichen Stoßparametern \vec{b} aufgespannten Fläche erreicht werden kann, zumal der Betrag der Überlappfunktion noch von demselben abhängig ist. Auch muss der WQ die Dimension einer Fläche aufweisen, wobei die rechte Seite von Gleichung 2.16 noch dimensionslos ist.

Ist nun der Wirkungsquerschnitt (WQ) nicht von dem Azimuthalwinkel abhängig, so böten sich ebene Polarkoordinaten für das Integral an, so das Phasenraumvolumen $d\vec{b}$ zu $bd\varphi db$ wird (zur Transformation eines solchen Elementes siehe auch Abschnitt B.3), so dass folgt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \frac{d\sigma_{\text{unel}}^{\text{A+B}}}{d\varphi db} &= 1 - [1 - \hat{T}_{\text{AB}}(\vec{b}) \sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}}]^{\text{AB}} \\ \text{mit } \sigma_{\text{unel}}^{\text{A+B}} \neq Fkt(\varphi) \Rightarrow \frac{d\sigma_{\text{unel}}^{\text{A+B}}}{db} &= 2\pi b \left(1 - [1 - \hat{T}_{\text{AB}}(\vec{b}) \sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}}]^{\text{AB}} \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Die Gleichung 2.17 nennt man nun eine Stoßparameterverteilung. Das Integral über den Betrag des Stoßparameters ergibt dann den totalen Wirkungsquerschnitt für Kern-Kern-Stöße mit mindestens einer unelastischen Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung.

Mit diesen Zusammenhängen lässt sich die gemittelte Anzahl von unelastischen Nukleon-Nukleon-Stößen $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ ausrechnen, welches über $P(n, \vec{b})$ geschieht. Diese Größe lässt sich als eine diskrete Wahrscheinlichkeitsdichte für das Eintreffen von n Ereignissen aus AB maximal möglichen interpretieren, so dass folgt:

$$\langle N_{\text{coll}} \rangle = \sum_{n=1}^{AB} n P(n, b) = AB \hat{T}_{AB}(b) \sigma_{\text{inel}}^{\text{NN}} \quad (2.18)$$

Der Faktor AB taucht hier auf, da die normierte Kernüberlappfunktion verwendet wurde, sollte dies nicht der Fall sein folgt die bekannte Relation:

$$\langle N_{\text{coll}} \rangle = T_{AB} \sigma_{\text{inel}}^{\text{NN}} \quad (2.19)$$

Weiterhin lässt sich die Anzahl der am Stoß teilnehmenden Nukleonen berechnen [35]:

$$\begin{aligned} \langle N_{\text{part}} \rangle = & A \int T_a(\vec{s}) \left\{ 1 - \left[1 - T_b(\vec{s} - \vec{b}) \sigma_{\text{inel}}^{\text{NN}} \right]^b \right\} d\vec{s} \\ & + B \int T_b(\vec{s} - \vec{b}) \left\{ 1 - \left[1 - T_a(\vec{s}) \sigma_{\text{inel}}^{\text{NN}} \right]^a \right\} d\vec{s} \end{aligned} \quad (2.20)$$

2.9.2 Experimentelle Befunde

In Abbildung 2.6 ist die einfache physikalische Modellvorstellung eines Stoßes zwischen schweren Ionen aufgezeigt. Die beiden Kerne sind aufgrund ihrer relativistischen Geschwindigkeit stark abgeflacht. Der Lorentz-Faktor beträgt im Falle der Schwerpunktsenergie des betrachteten Systems $\gamma = 33,23$ (siehe Abschnitt A.5), das heißt, die Kerne sind im Laborsystem² um den Lorentz-Faktor entlang der Bewegungsrichtung gestaucht.

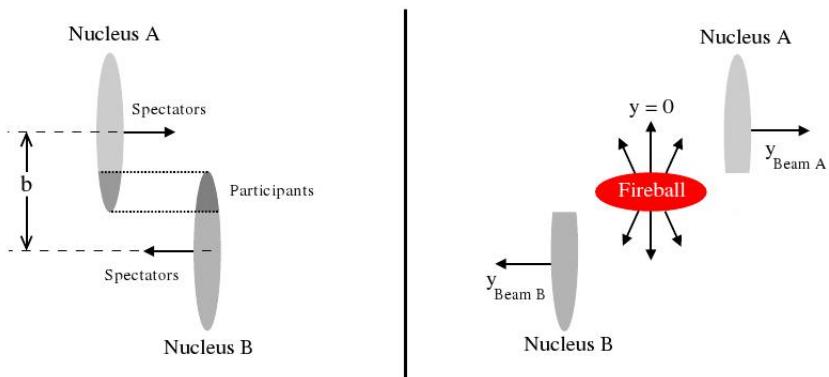


Abbildung 2.6: Schema eines Schwerionenstoßes; die sogenannten *participants* nehmen, wie der Name schon sagt, an der Kollision teil, die sogenannten *spectators* hingegen tun dies nicht, sie schauen lediglich zu. Die Reaktionszone ist auf der rechten Seite zu erkennen, aufgrund der großen Temperatur wird sie auch *Feuerball* genannt. [28]

²Dies entspricht im Falle von Collider-Experimenten, wie dem PHENIX-Experiment, dem Schwerpunktssystem.

In Abhängigkeit von der Zentralität des Stoßes entsteht ein überlappendes, mandelförmiges Gebiet, in der die Dichte und Temperatur, je nach Schwerpunktsenergie, in den Bereich der kritischen Größenordnung gelangen können. Der Kern wird bei einem solchen Stoß zertrümmert, wobei die nichtüberlappenden Teile der Kerne als sogenannte *spectators* mehr oder minder unbeeinflusst entlang der Strahlachse weiterfliegen. Der Begriff des *spectators*, der soviel wie *Zuschauer* bedeutet, impliziert bereits ihre passive Haltung am Geschehen. Diejenigen Nukleonen, die hingegen am Geschehen teilnehmen nennt man treffenderweise *participants*, welches soviel wie *Teilnehmende* bedeutet. Der Feuerball erreicht dabei ein chemisches Gleichgewicht innerhalb einer Zeit von $\tau < \frac{fm}{c}$ [17]. Innerhalb dieses Feuerballs existieren nun durch die extremen Bedingungen große Druckgradienten, die die weitere Entwicklung antreibt. Die Materie verhält sich dabei wie eine ideale, relativistische Flüssigkeit mit einer vernachlässigbaren Viskosität und fließt dabei kollektiv. Die Messung solcher kollektiven Effekte findet über die Hadronen statt, die nach dem thermodynamischen Ausfrieren, dem *freeze out* entstehen und senkrecht zu der Oberfläche des früheren Feuerballs emittiert werden. Dabei lässt sich beispielsweise eine Fourieranalyse anbringen, die einen sogenannten *elliptischen Fluss* zu Tage fördert. Dieser elliptische Fluss ist auf die Anisotropie der anfänglichen Überlappzone zurückzuführen.

Bezüglich der raumzeitlichen Entwicklung lassen sich zwei Extremfälle bei unterscheiden. Zum einen tritt das sogenannte *Landau-Szenario* bei Schwerpunktsenergien im Bereich von $\sqrt{s_{NN}} = 5 \text{ GeV} \dots 10 \text{ GeV}$ ein. In diesem, nach dem russischen Physiker Lew Landau (*1908 †1968) benannte Szenario, werden die beiden Kerne in zentralen Stößen vollständig abgebremst, welches *stopping* genannt wird. Dabei entsteht ein Feuerball mit relativ geringer Temperatur und hohem baryonischem Potential. Daraus folgt eine in erster Näherung gaußförmige Rapidityverteilung der produzierten Teilchen mit dem Maximum bei $y = 0$ (mittlere Rapidity). Das zweite Szenario ist nach dem amerikanischen Physiker James Bjorken (*1934) benannt und tritt bei Schwerpunktsenergien von $\sqrt{s_{NN}} > 100 \text{ GeV}$ ein [13]. Dabei durchdringen sich die beiden Kerne unter einem gewissen Energieverlust, wobei sie immer noch einen Lorentz-Faktor von $\gamma \gg 1$ und dieselbe Anzahl von Baryonen be-

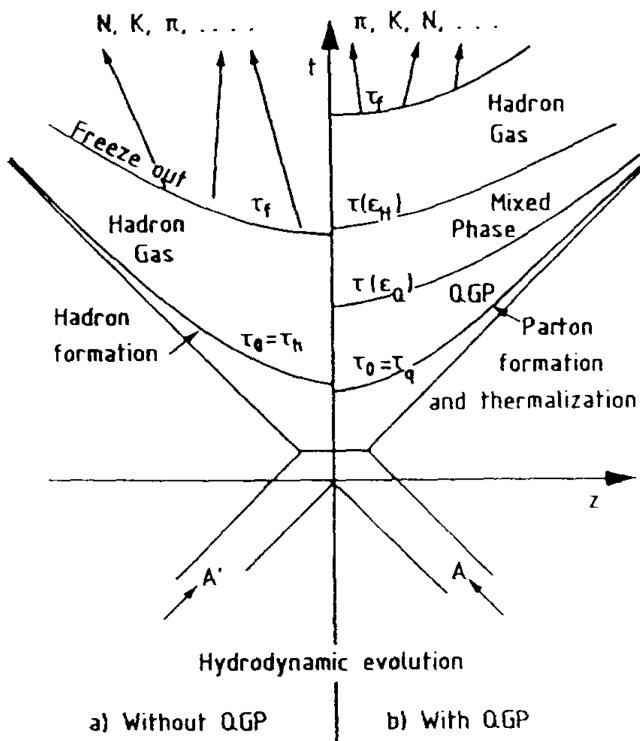


Abbildung 2.7: Darstellung der Raum-Zeit-Entwicklung; die Kerne bewegen sich vor der Kollision und die *spectators* auch nach der Kollision auf Geraden. Die verschiedenen Phasen des Feuerballs sind dabei der Zeit folgend gestaffelt aufgezeigt. Auf der linken Seite ist ein Szenario ohne QGP aufgezeigt. [54]

sitzen und fliegen entlang der Strahlachse³ weiter. In der Reaktionszone entsteht ein Feuerball mit sehr viel höherer Temperatur und geringerem baryonischen Potential. Daraus folgt eine Rapiditysverteilung, die ein ausgeprägtes Plateau um $y = 0$ herum zeigt. Durch Messungen am SPS-Speicherring⁴ und einfachen Überlegungen lässt sich die Energiedichte abschätzen [13]:

$$\varepsilon \approx \frac{N}{2F\tau_0} \frac{d\langle E \rangle}{dy} \quad (2.21)$$

ε :	Energiedichte
τ_0 :	Formationszeit des Feuerballs; $\tau_0 \sim \frac{\text{fm}}{c}$
F :	transversale Fläche (Fläche, die senkrecht auf der Strahlachse steht.)
N :	Anzahl der gemessenen Teilchen
$\langle E \rangle$:	gemittelte Energie der gemessenen Teilchen; $\langle E \rangle \sim 400 \text{ MeV}$ am SPS
y :	Rapidity (siehe Abschnitt B.1)

Die raumzeitliche Entwicklung ist nun in Abbildung 2.7 gezeigt. Dabei ist die Zeit auf der y -Achse und die örtliche Variable auf der x -Achse (in der Realität die z -Achse) aufgetragen. Eine konstante Geschwindigkeit in einem solchen Diagramm stellen dabei wegen $v = \frac{dx}{dt}$ Geraden dar, auf denen sich nun die *spectators* bewegen. Die Phasen des QGP und des Hadronengases sind dazwischen angedeutet und der Zeit folgend gestaffelt. Die Linien der Phasen nahe $z = 0$ sind dabei annähernd waagerecht, welches für das Plateau der Teilchenmultiplizität bei mittleren Rapidityen verantwortlich ist.

2.10 Signale des QGP

Um nun Erkenntnisse aus dem Reaktionsgebiet zu erlangen, benötigt man Größen, die mess-technisch zugänglich sind, also tatsächliche Signale. Benötigt werden demnach Sonden, die an den relevanten Reaktionen teilnehmen und dennoch von den vorhandenen Instrumenten zu erfassen sind. Die Detektoren, die um die Reaktionszone herum positioniert sind (siehe Aufbau des PHENIX-Experiments, Abschnitt 3) messen Teilchen, wie Leptonen, Photonen und Hadronen, die die Reaktionszone verlassen. Sie sind die einzigen Übermittler von Eigenschaften der Reaktionszone, da sie selbst Eigenschaften besitzen, die aus ihrer Entstehungsgeschichte in derselben herrühren. Lediglich die Eigenschaften dieser Teilchen sind die Observablen des Experimentes, wobei es eine nichttriviale Aufgabe ist, diese Observablen mit Phänomenen innerhalb der Reaktionszone zu identifizieren. Um das gesuchte Quark-Gluon-Plasma zu erkennen, existieren einige mögliche Indikatoren. Es sei allerdings bereits an dieser Stelle erwähnt, dass keiner dieser Indikatoren zwangsläufig die Existenz des QGPs beweist. Daher müssen alle diese Indikatoren und weiterhin mögliche alternative Erklärungen der beobachtbaren Phänomene betrachtet werden, um letztendlich zu einer sichereren Aussage bezüglich der Existenz des QGPs zu kommen. Diese Indikatoren sollen im Folgenden genauer beleuchtet werden.

³Diese entspricht typischerweise der z -Achse, aufgrund der angebrachten Zylinderkoordinaten.

⁴*Super Proton Synchrotron*; der SPS ist ein $U = 7 \text{ km}$ langer Speicherring am CERN. Er ging 1976 in Betrieb und wird heute noch verwendet, um Teilchenstrahlen vorzubeschleunigen, um ihn in den LHC zu injizieren.

2.10.1 Erhöhte Produktion von Teilchen mit Seltsamkeit

Die Größe der Seltsamkeit ist in der starken Wechselwirkung eine Erhaltungsgröße, weshalb seltsame Quark s nur mit ihrem entsprechenden Anti-Quark \bar{s} gebildet werden. Hierbei spricht man von assoziierter Produktion von Seltsamkeit.

In der gewöhnlichen Kinematik von Hadron-Hadron-Reaktionen muss den Hadronen im Experiment eine gewisse Energie verliehen werden, um diese seltsamen Teilchen zu erzeugen. So werden seltsame Teilchen beispielsweise in der folgenden Reaktion erzeugt:



Bezeichnung:	Teilchenname:	Quarkinhalt:	Seltsamkeit:	Masse in $\frac{\text{MeV}}{c^2}$:
p	Proton	(uud)	0	$938,27203 \pm 0,00008$ [40]
K^+	Kaon	($u\bar{s}$)	+1	$493,677 \pm 0,016$ [40]
Λ	Λ -Hyperon	(uds)	-1	$1115,683 \pm 0,006$ [40]

Die Energieschwelle, um diese Reaktion stattfinden zu lassen, berechnet sich mit der Gleichung:

$$Q = (m_{K^+} + m_{\Lambda} - m_p)c^2 \quad (2.23)$$

$$\text{hier: } Q = 671,1 \text{ MeV} \quad (2.24)$$

Q : Schwellwert der Energie, die für die Massenproduktion notwendig ist und aus der kinetischen Energie stammt

Im QGP gibt es verschiedene Prozesse, die zur Produktion von $s\bar{s}$ -Paaren führen. Zum einen die Produktion aus Quark-Antiquark-Paaren $q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}$ und zum anderen aus Gluon-Paaren $gg \rightarrow s\bar{s}$. Die Produktionsrate aus der Reaktion $q\bar{q} \rightarrow s\bar{s}$ trägt dabei nur zu etwa 10% zur Gesamtproduktionsrate bei [45]. Der begrenzende Effekt für eine Produktion der $s\bar{s}$ -Paare ist dabei die Annihilationsreaktion. Die Energie, die notwendig ist, um $s\bar{s}$ -Paare zu bilden liegt bei der Ruheenergie des Paars; $Q_{QGP} = 2m_s c^2 \approx 200 \text{ MeV} \dots 300 \text{ MeV}$. Da nun diese Schwelle deutlich geringer ist, wird eine erhöhte Produktion von Teilchen mit Seltsamkeit erwartet und kann dabei als ein Signal für das QGP gelten.

2.10.2 Jet-Quenching

Um zu verstehen, worum es sich im Falle des *Jet-Quenching* handelt, ist es zunächst sinnvoll zu klären, was unter einem *jet* zu verstehen ist. Der englische Begriff *jet* meint im weitesten Sinne einen *Strahl*. In der Kern- und Teilchenphysik sind damit Bündel von Teilchen gemeint sind, die in Schwerionenkollisionen entstehen. Dabei ist es relativ willkürlich, ab welcher Bündelung der emittierten Teilchen von einem *jet* gesprochen wird. Dies geschieht mit der Wahl eines willkürlich zu wählenden Parameters im Suchalgorithmus für diese *jets* in der Datenanalyse.

Die *jets* entstehen in der Frühphase einer Schwerionenkollision, wenn zwei Partonen miteinander bei hohem Impulsübertrag Q^2 stoßen. Diese bereits erwähnten *harten* Prozesse entstehen

dabei bei Energien $E > 1 \text{ GeV}$ neben den zahlreicheren *weichen* bei geringeren Impulsüberträgen. Die harten Prozesse lassen sich dabei als einzige durch die störungstheoretischen Methoden in der QCD beschreiben. Die gestreuten Partonen mit hohen Transversalimpulsen p_T fragmentieren in den genannten *jets*. Dieser Fragmentationsprozess wird in unterschiedlichen Modellen beschrieben, wobei das einfachste sicherlich die *string*-Fragmentation darstellt, wie sie im Abschnitt 2.8 bereits beschrieben wurde. Die bei dem Aufreissen der Flussröhren entstehenden Hadronen haben dabei ersichtlicherweise mehr oder minder einen Impuls in Richtung des ursprünglichen Partons. Transversal dazu sind Impulse der Größenordnung $p_T \approx 350 \frac{\text{MeV}}{c}$ zu erwarten. Da jedoch der longitudinale Impuls (longitudinal bzw. transversal in Bezug auf das ursprüngliche Parton) von teilweise mehreren $p_L \sim \frac{\text{GeV}}{c}$ anzunehmen sind, sind die Hadronen mehr oder weniger gebündelt. Die Fragmentation selbst stellt dabei wieder einen weichen Prozess dar, der nicht mit den Methoden der perturbativen QCD berechnet werden kann. Aus diesem Grunde ist es notwendig, auf phänomenologische Fragmentationsfunktionen zurückzugreifen, um den Streuprozess, der zu *jets* führt, zu beschreiben. Der entsprechende lorentzinvariante Wirkungsquerschnitt hat im Falle von elementaren Proton-Proton-Kollisionen die folgende Form [15]:

$$E \frac{d\sigma}{d^3 \vec{p}}(p + p \rightarrow h + X) = \sum_{a,b,c,d} \int_0^1 \int_0^1 f_a^p(x_a, Q^2) f_b^p(x_b, Q^2) \frac{d\sigma}{dt}(ab \rightarrow cd) D_c^h(z, Q^2) dx_a dx_b dz \quad (2.25)$$

h :	bestimmtes Hadron
X :	undefinierter Rest
a, b, c, d :	Partonarten
$x_{a,b}$:	Bjorken Skalenvariable für die beiden stoßenden Protonen, entspricht dem Impulsanteil des stoßenden Partons am Proton.
Q^2 :	Impulsübertrag (Lorentz-Quadrat der entsprechenden Vierervektoren)
$f_{a,b}^p$:	Partonverteilungen der beiden stoßenden Protonen
t :	Mandelstam-Variable $t = (P_a - P_c)$ einer Reaktion $a + b \rightarrow c + d$.
D_c^h :	Fragmentationsfunktion, entspricht der Wahrscheinlichkeitsdichte, ein Hadron vom Typ h in einem Impulsanteilsintervall $[z, z + dz]$ zu finden, phänomenologische Funktion
z :	Impulsanteil des Hadrons h am ursprünglichen Parton c ; $z = \frac{p_h}{p_c}$
$\frac{d\sigma}{dt}$:	differentieller WQ des harten Streuprozesses, störungstheoretisch beschreibbar

Dabei wird über alle Partonarten summiert, da lediglich der hadronische Endzustand interessiert, weshalb auch über die Impulse (Anteile dieser am Protonimpuls) integriert wird.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{dt}(ab \rightarrow cd)$ beschreibt dabei den harten Stoßprozess zwischen den Partonen a und b . Die bereits angesprochene Fragmentationsfunktion stellt eine Art von Wahrscheinlichkeitsdichte dar, die beschreibt mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Hadron h im Impulsanteilsintervall $[z, z + dz]$ zu finden ist. Der Anteil bezieht sich dabei auf das ursprüngliche Parton c , womit man den Anteil z anschaulich als $z = \frac{p_h}{p_c}$ definieren kann. Die Fragmentationsfunktion wird dabei von dem durchlaufenden Medium modifiziert, welches in Abschnitt A.6 genauer beschrieben ist.

Interessanterweise faktorisiert der Ausdruck des Wirkungsquerschnitts in die gezeigten Größen, weswegen der Ausdruck soweit recht anschaulich erscheint. Die ebenfalls aufgeführten Partonverteilungen sind in den bekannten tiefinelastischen Lepton-Nukleon-Streuxperimenten ermittelt worden. Jedoch ist zu beachten, dass sich genau diese Größen im Falle von Kern-Kern-Kollisionen teilweise erheblich von dem gezeigten Fall der Nukleon-Nukleon-Kollision unterscheiden. Hierbei sind Effekt wie der EMC-Effekt, Fermi-Bewegung, *shadowing* und *Anti-shadowing* als Stichworte zu nennen. Die Form des invarianten Wirkungsquerschnittes bleibt dabei jedoch erhalten.

Nun ist von entscheidender Bedeutung, dass sich die *jets* in der Frühphase der Kern-Kern-Kollision ausbilden, weshalb sie teilweise das sich später ausbildende QGP durchlaufen müssen. Da diese *jets* mit dem vermeintlichen QGP in Wechselwirkung treten, sind sie als Signal des QGP von Interesse und wurden bereits 1982 von Bjorken als Indikator für das QGP vorgeschlagen [12]. Das tatsächlich auftretende Signal ist letztlich eine Unterdrückung der *jets* durch das Medium.

Zur Berechnung des Energieverlustes sind anfänglich in [12] lediglich elastische Stöße des Partons mit den Quarks und Gluonen im Medium berücksichtigt worden, welcher zu dem folgenden, differentiellen Energieverlust pro Wegstrecke führt [63]:

$$\frac{dE_{el}}{dx} = C_2 \frac{3\pi\alpha_s^2}{2} T^2 \ln\left(\frac{3ET}{2\mu^2}\right) \quad (2.26)$$

Der entsprechende Ausdruck für den Strahlungsverlust ist im Vergleich zu dem elastischen Verlust groß. Weiterführende Rechnungen berücksichtigen sowohl die Debye-Abschirmung (über den Parameter μ), als auch den sogenannten LPM-Effekt (Landau Pomeranchuk Migdal), der ein Interferenzeffekt darstellt, hier jedoch nicht genauer beleuchtet werden soll. Dies führt zu folgendem Ausdruck [63]:

$$\frac{dE_{Str}}{dx} \approx C_2 \frac{\alpha_s \mu^2}{4} \frac{L}{\lambda} \ln\left(\frac{2E}{\mu^2 L}\right) + \dots \quad (2.27)$$

T :	Temperatur des Mediums
L :	durchlaufende Wegstrecke des Partons
C_2 :	Eigenwert des Casimir-Operator des propagierenden Partons
α_s :	Kopplungskonstante der Starken Wechselwirkung
E :	Energie des propagierenden Partons
μ :	Debye-Abschirm-Masse

Der Faktor C_2 unterscheidet sich bezüglich Gluon- und Quark-*jets*, wobei gilt; $C_2(g) > C_2(q)$. Demnach ist der Energieverlust eines Gluons größer als der eines Quarks. Der Ausdruck der Gluonabstrahlung ist nun in den betrachteten Bereichen dominant und offenbar von der durchlaufenden Strecke des Partons abhängig. Man kann die anschauliche Größe der Durchlässigkeit definieren, die die gemittelte Anzahl von Wechselwirkungen eines Gluons im Medium darstellt; $\bar{n} = \frac{L}{\lambda}$. Im Nenner steht die mittlere freie Weglänge, womit diese Größe mediumsspezifisch ist. Gleichung 2.27 ist dabei in führender Ordnung dieser Durchlässigkeit berechnet worden.

Der Ausdruck des differentiellen Energieverlustes ist in einem statischen Medium von der

durchlaufenden Wegstrecke des Partons abhängig. Integriert man den Ausdruck über die Weglänge, dann ist der Energieverlust ΔE vom Quadrat der durchlaufenden Wegstrecke abhängig. Somit ist der Energieverlust recht empfindlich davon abhängig, wie groß das Gebiet ist, in dem sich das QGP ausbildet und welcher Anteil davon durchlaufen wird. Wird die Expansion des Mediums berücksichtigt, kürzt sich durch den Faktor $\frac{2\tau_0}{L}$ wieder ein L heraus.

Sinkt nun die Energie der Partonen, die später fragmentieren, sinkt auch die Anzahl der Hadronen, die aus der Fragmentation hervorgehen, also die Multiplizität bzw. das Spektrum, das mit dem invarianten Wirkungsquerschnitt zusammenhängt (siehe Abschnitt B.3). Um diese Abweichung zu erkennen, wird das Spektrum mit jenem verglichen, das aus binären Nukleon-Nukleon-Kollisionen zu erwarten ist. Dieses Spektrum muss dabei ersichtlicherweise mit der Anzahl der unelastischen Nukleon-Nukleon-Kollisionen skaliert werden, die in dem Kern-Kern-Stoß zu erwarten sind. Diese Anzahl $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ wird dabei in den bereits behandelten Glauber-Rechnungen ermittelt. Die Abweichung wird nun über das Verhältnis des tatsächlichen gemessenen Spektrums des Kern-Kern-Stoßes zu dem skalierten Spektrum aus einer Proton-Proton-Referenz ermittelt. Dieses spezielle Verhältnis wird dabei als *nuklearer Modifikationsfaktor* bezeichnet und ist wie folgt definiert:

$$R_{\text{AA}} = \frac{\frac{d^2N}{dydp_T} \Big|_{\text{A+A}}}{\langle N_{\text{coll}} \rangle \frac{d^2N}{dydp_T} \Big|_{\text{p+p}}} \quad (2.28)$$

R_{AA} :	nuklearer Modifikationsfaktor
$\frac{d^2N}{dydp_T} \Big _{\text{A+A}}$:	Spektrum, das aus dem Kern-Kern-Stoß hervorgeht
$\frac{d^2N}{dydp_T} \Big _{\text{p+p}}$:	Spektrum, das aus einem Proton-Proton-Stoß hervorgeht
$\langle N_{\text{coll}} \rangle$:	Anzahl der unelastischen Nukleon-Nukleon-Stöße, die in dem Kern-Kern-Stoß zu erwarten sind (über Glauber-Rechnung ermittelt)

Falls nun das Medium keinen Einfluss auf den *jet* hätte, erwartete man den nuklearen Modifikationsfaktor ersichtlicherweise bei $R_{\text{AA}} = 1$, zumindest bei Transversalimpulsen von $p_T \gtrsim 2 \frac{\text{GeV}}{c}$, aufgrund der notwendigen harten Streuprozesse.

In Abbildung 2.8 ist nun eine Messung von Gold-Gold-Stoßen gezeigt, in der der Faktor sehr deutlich unterdrückt ist. Falls man dafür jedoch ein Quark-Gluon-Plasma verantwortlich machen möchte, ist man gezwungen, zunächst Effekte der kalten Kernmaterie für eine solche Beobachtung auszuschließen. Zu diesem Zwecke werden Kontrollexperimente durchgeführt, bei denen kein QGP zu erwarten ist, wie zum Beispiel im Falle eines Stoßes eines Deuterons mit einem Goldkern. Abbildung 2.9 zeigt das Ergebnis eines solchen Experimentes und zeigt dabei keine signifikante Unterdrückung, weshalb Effekte der kalten Kernmaterie auf den *jet* vernachlässigt werden können. Die Überhöhung des Faktors im Falle der π^0 bei mittleren p_T ist dabei wahrscheinlich auf Effekte des Anfangszustandes zurückzuführen, welche beispielsweise in den bereits angedeuteten EMC-Effekt, dem *shadowing*, *Anti-shadowing* oder der Fermi-Bewegung bestehen, die sich auf die Partonverteilungen auswirken. Solche Effekte des Anfangszustandes werden auch *initial state effects* genannt.

Weiterhin muss bestätigt werden, dass eine Kern-Kern-Kollision tatsächlich durch eine Proton-Proton-Referenz, skaliert mit der Anzahl der unelastischen Nukleon-Nukleon-Stoßen

$\langle N_{\text{coll}} \rangle$, dargestellt werden kann. Daher muss auch hier ein Kontrollexperiment durchgeführt werden und zwar mit einer Sonde, die messbar ist, jedoch nicht an den Prozessen im vermuteten QGP teilnehmen. Diese Prozesse sind von der Starken Wechselwirkung dominiert, weswegen sich Photonen als Sonde anbieten. Diese Photonen, die ebenfalls bei harten Prozessen in der Frühphase der Schwerionenkollision erzeugt werden sind Gegenstand dieser Arbeit und werden im Kapitel 2.11 näher behandelt.

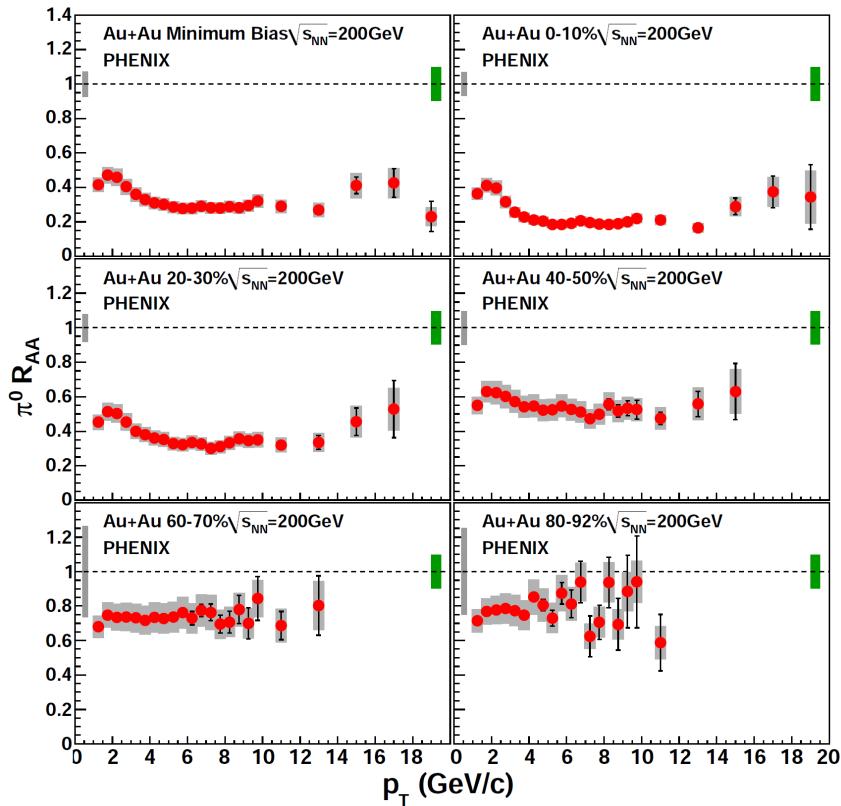


Abbildung 2.8: Messungen von π^0 -Spektren in Gold-Gold-Kollisionen bei $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200 \text{ GeV}$ für verschiedene Zentralitätsklassen (zur Bedeutung der Kennzeichnung dieser siehe Abschnitt 4.1) bezogen auf ein skaliertes Spektrum von Proton-Proton-Kollisionen ($\hat{=} R_{\text{AuAu}}$); zu erkennen ist eine deutliche Abweichung des nuklearen Modifikationsfaktors von $R_{\text{AuAu}} = 1$ über das gesamte gezeigte p_T -Spektrum. Die Abweichung wird mit zunehmender Zentralität ausgeprägter, da die Zentralität die Ausdehnung des QGP bestimmt, das die Partonen, aus denen die jets hervorgehen, durchlaufen müssen. [1]

2.10.3 J/ψ -Unterdrückung

In den vorhergehenden Kapiteln ist bereits zum Ausdruck gekommen, dass bei der Kollision von Nukleonen oder Kernen sekundäre Teilchen erzeugt werden. Insbesondere im Falle von Kern-Kern-Kollisionen hoher Energie ($\sqrt{s_{\text{NN}}} > 100 \text{ GeV}$) werden in den harten Parton-Wechselwirkungen auch schwere Quark wie *charm*- oder *bottom*-Quark erzeugt ($m_c \sim 1,3 \frac{\text{GeV}}{c^2}$).

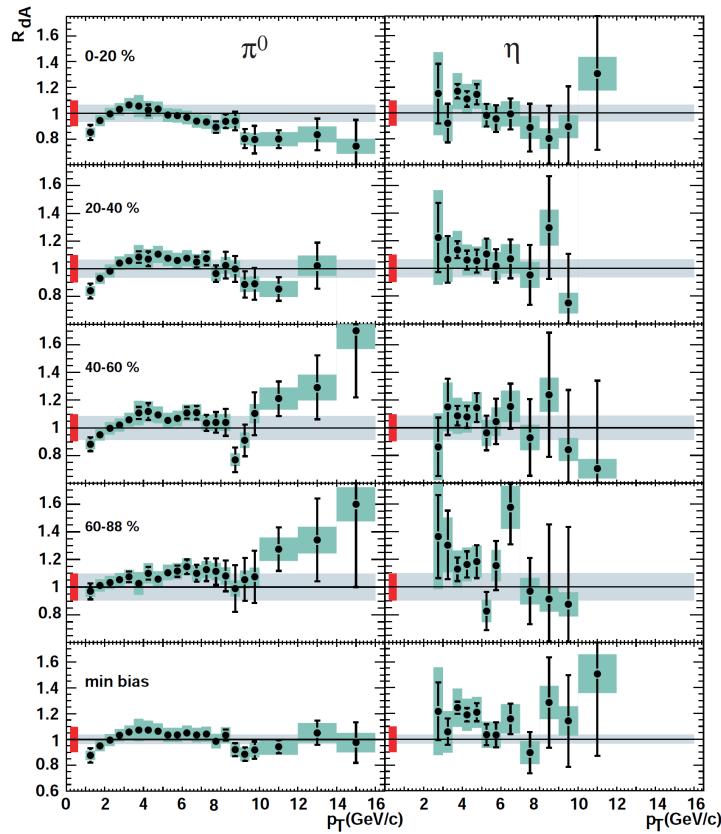


Abbildung 2.9: Messungen von π^0 und η in Deuteron-Gold-Kollisionen bei $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200 \text{ GeV}$ für verschiedene Zentralitätsklassen (zur Bedeutung der Kennzeichnung dieser siehe Abschnitt 4.1) bezogen auf ein skaliertes Spektrum von Proton-Proton-Kollisionen ($\equiv R_{\text{dAu}}$); zu erkennen ist sind zwar Abweichung des nuklearen Modifikationsfaktors von $R_{\text{dAu}} = 1$, ihre Ausmaße sind jedoch deutlich geringer als im System Au+Au. Die Überhöhung des Faktors im Bereich $2 \lesssim p_T \lesssim 6$ ist dabei wahrscheinlich auf Effekte des Anfangszustandes zurückzuführen (*initial state effects*). [6]

Im Folgenden sollen dabei die *charm*-Quark genauer betrachtet werden.

Die *charm*-Quark werden, um der Erhaltungsgröße der *charmness* genüge zu tun, paarweise als *charm*- Anti-*charm*-Quark produziert (assoziierte Produktion von *charm*-Quark). Diese können einen gebundenen Zustand bilden, welches dann ein Meson darstellt. Dieses Meson kann dabei verschiedene Drehimpulse und Spinausrichtungen haben, wobei hier das Vektormeson J/ψ mit einer Masse von $m_{J/\psi} = (3096, 916 \pm 0, 011) \frac{\text{MeV}}{c^2}$ betrachtet werden soll ($J^{PC} = 1^{--}$), das 1974 von Samuel Chao Chung Ting am SLAC (*Stanford Linear Accelerator Center*) und von Burton Richter am BNL (*Brookhaven National Laboratory*) unabhängig voneinander entdeckt wurde [59][49]. Beider Physiker erhielten für ihre Entdeckung 1976 den Nobelpreis für Physik.

Nun handelt es sich um ein Meson, in dem die Bindung zwischen den beiden Quark über das QCD-Potential $V(r) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha_s(q^2) \hbar c}{r} + kr$ zustande kommt. Dieses Potential der starken Wechsel-

wirkung ändert seine Form im QGP aufgrund der Abschirmung der Farbladung, wobei in Analogie zur Abschirmung elektrischer Ladungen in einem normalen Plasma von *Debye*-Abschirmung gesprochen wird. Für kleine Abstände ist das Potential coulombartig und wird durch die *Debye*-Abschirmung yukawaartig [36]:

$$V(r) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha_s(q^2)\hbar c}{r} \xrightarrow[\text{Abschirmung}]{\text{Debye-}} V(r, T) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(q^2)\hbar c}{r} e^{-\frac{r}{r_D(T)}} \quad (2.29)$$

$r_D(T)$: Debye-Abschirmlänge

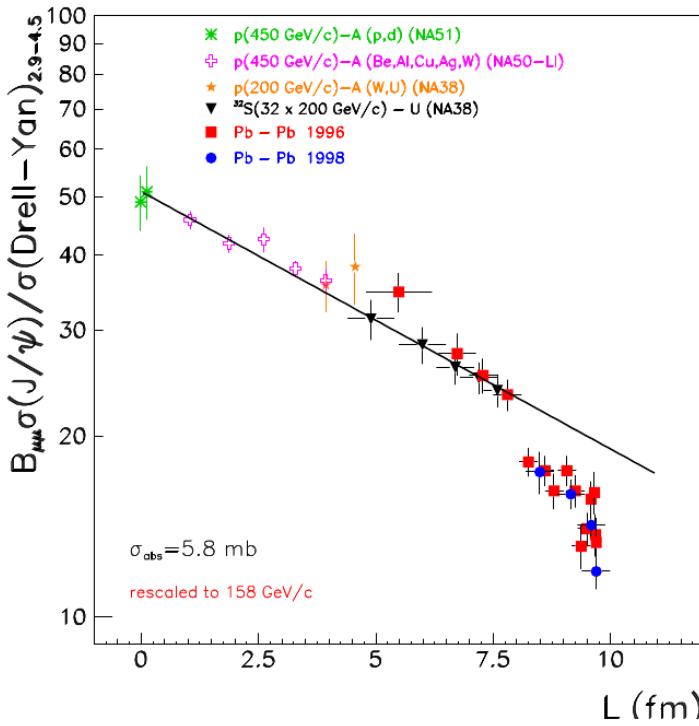


Abbildung 2.10: Messung zur normalen und anormalen Unterdrückung der Produktion des J/ψ -Charmonium-Zustandes aus den Experimenten NA38, NA51 und NA50 am CERN SPS; die durchgezogene Linie stammt aus der einfachen Parametrisierung $\sigma_{AB,DY}^{J/\psi} = \sigma'_0 e^{-\left(\sigma_{AB}^{J/\psi} \rho L\right)}$. Die Abweichung von dieser stellt die anormale J/ψ -Unterdrückung dar, die u.a. als QGP-Signal verstanden wird. Die gezeigte Größe $B_{\mu\mu}$ stellt das Verzweigungsverhältnis des Zerfalls von J/ψ in zwei μ dar. [43]

durchlaufen hat und ist der Anzahl der Nukleonen proportional mit der das $c\bar{c}$ -Paar interagieren

Die *Debye*-Abschirmlänge $r_D(T)$ sinkt dabei mit steigender Temperatur. Bei Abständen jenseits dieser Abschirmlänge, fällt das Potential auf vernachlässigbare Werte, so dass kaum noch eine Wechselwirkung zwischen den Quark stattfinden und das J/ψ sich nicht mehr bilden kann oder gar zerstört wird. Demnach ließe sich die Produktion von J/ψ als Signal für das QGP interpretieren, wie es 1986 von T. Matsui und H. Satz vorgeschlagen worden ist [17].

Dabei gilt es jedoch eine gewöhnliche Unterdrückung der J/ψ -Produktion zu berücksichtigen. Diese tritt aufgrund der kalten Kernmaterie ein, die ein $c\bar{c}$ -Paar zu durchdringen hat.

In Abbildung 2.10 sind nun Messungen gezeigt, die die Unterdrückung der J/ψ -Produktion zeigen, wobei der Zerfallskanal des J/ψ in ein $\mu^+\mu^-$ -Paar mit $\frac{\Gamma_{J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-}}{\Gamma_{\text{ges}}} = (5,93 \pm 0,06)\%$ [40] genutzt wird. Die Größe L , von der gezeigte WQ abhängig und wogegen er aufgetragen ist, stellt dabei die typische Länge dar, die das erzeugte $c\bar{c}$ -Paar zu

kann oder muss. Diese Größe hängt dabei offensichtlich mit der Zentralität des Stoßes zusammen. Der in Abbildung 2.10 gezeigte Wirkungsquerschnitt der $\mu^+\mu^-$ -Produktion ist auf den des Drell-Yan-Mechanismus normiert. Dieser Mechanismus wurde 1970 von Sidney D. Drell und Tung-Mow Yan zur Produktion von Lepton-Paaren in Hadron-Hadron-Kollisionen bei hohen Energien vorgeschlagen [22]. Die Normierung auf den WQ dieses Prozesses gründet auf die Umstände, dass dieser ebenfalls $\mu^+\mu^-$ -Paare in derselben Massenregion produziert, ebenfalls in den harten Streuprozessen eintritt und dabei proportional zu der Anzahl von Nukleon-Nukleon-Stößen ist. Weiterhin sind im Falle des Drell-Yan-Prozesses keine nennenswerte Kerneffekte zu erwarten, welches zur Folge hat, dass bei Auftragen gegen L eine Abweichung von einem gewissen Wert bei steigendem L eine Unterdrückung aufgrund des Kerns bedeutet, wie es in Abbildung 2.10 anfänglich zu erkennen ist. Nun ist in Experimenten diese normale Unterdrückung gemessen worden. Daraus konnte eine einfache Parametrisierung dieses Effektes bestimmt werden [43]:

$$\sigma_{AB}^{J/\psi} = \sigma_0 e^{-\left(\sigma_{\text{Abs}}^{J/\psi} \rho L\right)} \quad (2.30)$$

$\sigma_{AB}^{J/\psi}$:	Wirkungsquerschnitts der $\mu^+\mu^-$ -Produktion
$\sigma_{\text{Abs}}^{J/\psi}$:	Wirkungsquerschnitt der normalen Absorption in der Kernmaterie
ρ :	Kerndichte
L :	Wegstrecke, die ein $c\bar{c}$ -Paar durchläuft

Eine einfache Parametrisierung, proportional zu Gleichung 2.30, ist als durchgezogene Linie gezeigt und zeigt die normale Unterdrückung des J/ψ . Die Datenpunkte bei höheren L , d.h. bei zentraleren Ereignissen, zeigen eine dramatische Abweichung von der Parametrisierung, weshalb nur ein anderer Mechanismus für die Unterdrückung in Frage kommt. Dies ist nun das gefragte Signal für das Quark-Gluon-Plasma. Jedoch sind Zweifel an diesem Indikator angebracht, da bei noch höheren Energien eine signifikant erhöhte Produktion von *charm*-Quarks erwartet wird, so dass diese mehrere Partner haben, mit dem sie zu einem $c\bar{c}$ -Paar rekombinieren können. Aus diesem Grunde kann auch die Produktion des J/ψ erhöht sein. Daten aus dem PHENIX-Experiment weisen in diese Richtung, jedoch wird der Trend zur J/ψ -Erhöhung erst bei LHC-Energien (*Large Hadron Collider*) in signifikantem Maße erwartet. Eine solche Erhöhung spricht dabei wieder für ein QGP, da die Charm-Quarks im Plasma eine gewisse Wegstrecke durchlaufen müssen, um einen potentiellen Partner zu finden.

2.11 Direkte Photonen

Die zuvor behandelten Sonden zur Untersuchung des Quark-Gluon-Plasma werden massiv von diesem beeinflusst. Mit Hilfe von elektromagnetischer Strahlung steht eine Sonde zur Verfügung, die nahezu unbeeinflusst ist von den Zuständen des Mediums, sei es kalt, wie die normale Kernmaterie oder extrem erhitzt, wie im Falle des Quark-Gluon-Plasma in Schwerionenkolissionen. Weiterhin werden Photonen über die gesamte Evolution der Schwerionenkollision emittiert, sowohl vom QGP, als auch von der späteren hadronischen Phase.

Der Begriff der direkten Photonen ist eingeführt worden, um diese in ihrer Entstehungsgeschichte von jenen, die aufgrund von hadronischen Zerfällen entstehen, zu unterscheiden. Letztere sind dominiert von den Zerfällen des π^0 und des η in zwei Photonen; $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ mit $\frac{\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}}{\Gamma_{\text{ges}}} = (97,798 \pm 0,032)\%$, bzw. $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ mit $\frac{\Gamma_{\eta \rightarrow \gamma\gamma}}{\Gamma_{\text{ges}}} = (39,25 \pm 0,31)\%$, wobei jedoch der Zerfall $\eta \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ mit $\frac{\Gamma_{\eta \rightarrow 3\pi^0}}{\Gamma_{\text{ges}}} = (32,1 \pm 0,4)\%$ [40] letztlich ebenfalls in Zerfallsphotonen endet. Aufgrund dieser groben Unterscheidung folgt dieser Zusammenhang der folgenden, einfachen Relation, die später in der Analyse der Daten von Relevanz sein wird:

$$\gamma_{\text{dir}}(p_T) = \gamma_{\text{inkl}}(p_T) - \gamma_{\text{Zerfall}}(p_T) \quad (2.31)$$

$\gamma_{\text{dir}}(p_T)$:	Spektrum der direkten Photonen
$\gamma_{\text{inkl}}(p_T)$:	inklusives Photonenspektrum
$\gamma_{\text{Zerfall}}(p_T)$:	Spektrum der hadronischen Zerfallsphotonen

Der Begriff des inklusiven Photonenspektrums impliziert dabei, dass dieses Spektrum sowohl Zerfallsphotonen als auch die direkten Photonen beinhaltet. Die direkten Photonen können in *thermische*- und *prompte* Photonen unterteilt werden. Die thermischen Photonen folgen dabei einer thermischen Verteilung, aufgrund dessen Aussagen über die Temperatur des Mediums möglich werden. Diese thermischen Photonen werden dabei in einer späten Phase der Schwerionenkollision sowohl vor dem thermischen Gleichgewicht, im QGP, als auch während der hadronischen Phase emittiert, bei der die Photonen über Reaktionen wie $\pi + \rho \rightarrow \pi + \gamma$ entstehen [55].

Die prompten Photonen hingegen sind über ihre Entstehung in harten Prozessen in der Frühphase der Schwerionenkollision definiert, wie die Quark-Gluon-Comptonstreuung; $q + g \rightarrow q + \gamma$ (Abbildung 2.11 links oben) und Quark-Antiquark-Annihilation; $q + \bar{q} \rightarrow g + \gamma$ (Abbildung 2.11 links unten). Weiterhin können solche Photonen aus Bremsstrahlung; $q \rightarrow q + \gamma$ (Abbildung 2.11 rechts oben) von Partonen entstehen, die letztendlich in Teilchen-*jets* fragmentieren, wobei in diesem Fragmentationsprozess ebenfalls Photonen entstehen können, die Hadronen in demselben Energiebereich begleiten. Das Parton, aus dem der *jet* hervorgeht, verliert beim Durchlaufen des Mediums Energie, weshalb die Anzahl der Fragmentationsphotonen reduziert, die Bremsstrahlungsphotonen jedoch in ihrer Anzahl gesteigert werden. Dies führt zunächst zu einer Reduktion der prompten Photonen und bei höheren p_T sogar zu einer deutlichen Anhäufung derselben, wobei die Anzahl der hochenergetischen Hadronen aufgrund des Parton-Energieverlustes wieder abnimmt [55]. Hierbei handelt sich ersichtlicherweise um eine mediuminduzierte Photonemission (Abbildung 2.11 rechts unten).

Die Analyse direkter Photonen eröffnet einem einige interessante Möglichkeiten zur Untersuchung physikalischer Phänomene. So lässt sich beispielsweise mit ihrer Hilfe die Energie von *jets* ermitteln. Dies gelingt aufgrund der Tatsache, dass *jets* in eine Richtung emittiert werden können und dann durch ein Photon in die andere Richtung im Impuls ausgeglichen wird. Solche Photonen werden auch *isiolerte Photonen* genannt, da sie nicht von Hadronen im selben Energiebereich begleitet werden. Die Möglichkeit der *jet*-Energie mittels dieser Photonen ist aus dem Grunde von Relevanz, da die Messung dieser Energie über die Summe der Energien der Fragmentationsteilchen aufgrund der hohen Multiplizität dieser sich recht schwierig gestaltet

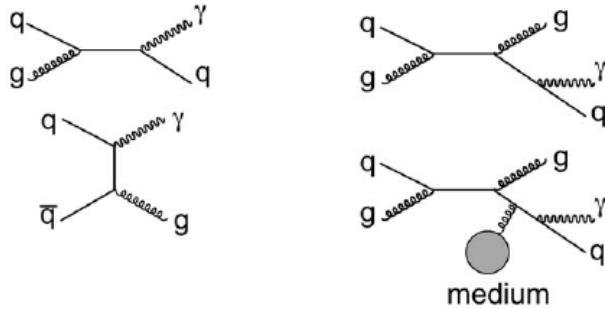


Abbildung 2.11: Darstellung der Feynman-Graphen der möglichen Prozesse der Entstehung direkter Photonen; links oben: Quark-Gluon-Comptonstreuung ($q + g \rightarrow q + \gamma$), links unten: Quark-Antiquark-Abschöpfung ($q + \bar{q} \rightarrow g + \gamma$), rechts oben: Bremsstrahlung ($q \rightarrow q + \gamma$), rechts unten: mediuminduzierte Photonenemission [55]

und empfindlich von dem entsprechenden Findungsalgorithmus für *jets* abhängig ist.

Neben anderen Möglichkeiten können die direkten Photonen auch zur Überprüfung der angenommenen Skalierung der Schwerionenstöße mit der Anzahl unelastischer Nukleon-Nukleon-Stöße, die mittels Glauber-Rechnungen ermittelt werden, dienen. Sollte dieses Verhalten als bestätigt gelten, ist es erforderlich, dass der nukleare Modifikationsfaktor für direkte Photonen innerhalb der Unsicherheiten $R_{AA} = 1$ ist. Dieses Verhalten lässt sich dabei durch den Wirkungsquerschnitt in Gleichung 2.25 bereits erkennen, wenn für die Fragmentationsfunktion die δ -Distribution eingesetzt wird und davon ausgegangen wird, dass sich die Partonverteilungen von Kernen und Nukleonen annähernd gleich sind. In diesem Falle ergibt sich auch insgesamt kein Unterschied zwischen der Produktion direkter Photonen in binären Nukleon-Nukleon-Kollisionen und in Kern-Kern-Kollisionen.

In Messungen am PHENIX-Experiment, wie in Abbildung 2.12 bestätigen bereits die simple Skalierung mit $\langle N_{\text{coll}} \rangle$. Jedoch sind teilweise Abweichungen gemessen worden, welche durch diese Diplomarbeit überprüft werden sollen.

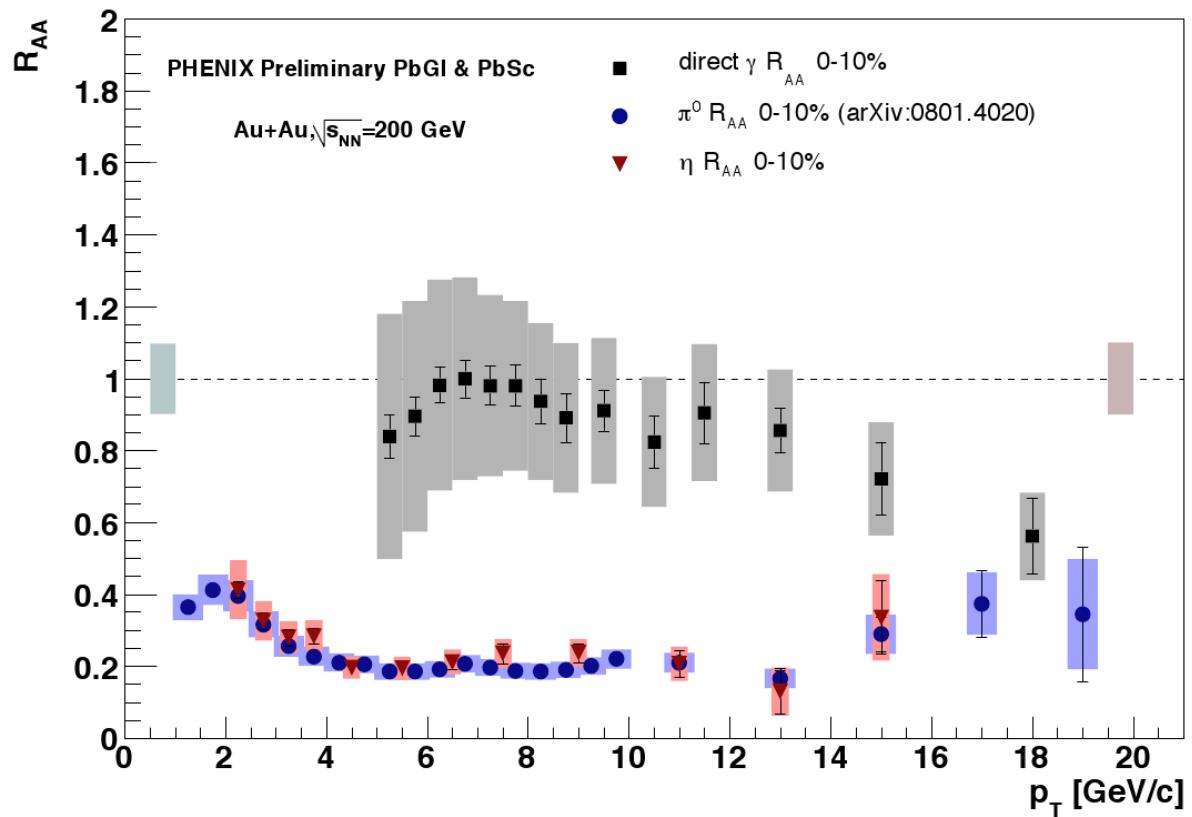


Abbildung 2.12: Darstellung des nuklearen Modifikationsfaktors aus Messungen von Gold-Gold-Kollisionen bei $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV für π^0 , η und direkte Photonen γ_{dir} am PHENIX-Experiment; die γ_{dir} zeigen im Gegensatz zu den Mesonen keine signifikante Abweichung von $R_{\text{AuAu}} = 1$. [51]

Kapitel 3

Das PHENIX-Experiment

Die Daten, die dieser Diplomarbeit zu Grunde liegen, stammen vom PHENIX-Experiment, welches am RHIC-Speicherring gelegen ist. Letzterer ist Teil der Forschungseinrichtung des BNL (*Brookhaven National Laboratory*), das dem US-amerikanischen Ministerium für Energie angegliedert ist. Das BNL ist in Brookhaven auf Long Island, New York, gelegen. Diese Forschungseinrichtung hat dabei verschiedene wissenschaftliche Ausrichtungen, wobei der Schwerpunkt auf der Untersuchung der Struktur der Materie liegt. Zu diesem Zwecke stehen dem BNL verschiedene Anlagen zur Verfügung, wobei die leistungsfähigste der RHIC darstellt. Andere Anlagen werden teilweise dazu verwendet, Teilchenstrahlen in den RHIC zu injizieren.

RHIC steht dabei für *Relativistic Heavy Ion Collider*, welches, wie es für Abkürzungen in der Physik üblich ist, bereits die Funktion der Einrichtung, wie in diesem Falle die Kollision schwerer Kerne bei hohen Energien, impliziert. Die Beschleunigeranlage ist in Abbildung 3.1 gezeigt. Hierbei sind die zwei unabhängigen, $l = 3,86\text{ km}$ langen Strahlröhren zu sehen, die gleich geladene Teilchen führen können und an sechs Positionen auf der Länge des RHIC überkreuzt werden, um die Kollisionen zu ermöglichen. Dazu wechseln die Teilchenstrahlen, die in Teilchenbündeln, sogenannten *bunches*, in den Ringen geführt werden, von dem äußeren in den inneren Ring bzw. umgekehrt für den entgegenlaufenden Strahl. An vier dieser Kreuzungspunkte stehen die Detektoranlagen wie STAR, PHOBOS, BRAHMS und PHENIX. Im Folgenden soll lediglich die PHENIX-Anlage genauer beleuchtet werden.

PHENIX (*Pioneering High Energy Nuclear Interaction Experiment*) ist konstruiert worden, um die QGP-Indikatoren, wie sie im Abschnitt 2.7 beschrieben sind, zu messen. Weiterhin bietet dieses Ensemble von Detektoren die Möglichkeit, die Kollision spinpolarisierter Protonen zu untersuchen, welches zu Erkenntnissen über die Spinstruktur des Protons führen soll. Für diese Zwecke werden verschiedene Detektoren benötigt, die in drei Kategorien unterteilt werden können [2]:

Globale Detektoren

- Strahlachskalorimeter, *Zero-Degree Calorimeter* (ZDC)
- Startzähler, *Beam-Beam Counter* (BBC)

Die aufgelisteten Detektoren sind zur Charakterisierung des Ereignisses zuständig, welches die Messung der Multiplizität (BBC, ZDC), Zentralität (ZDC) und die Position des Vertex (BBC),

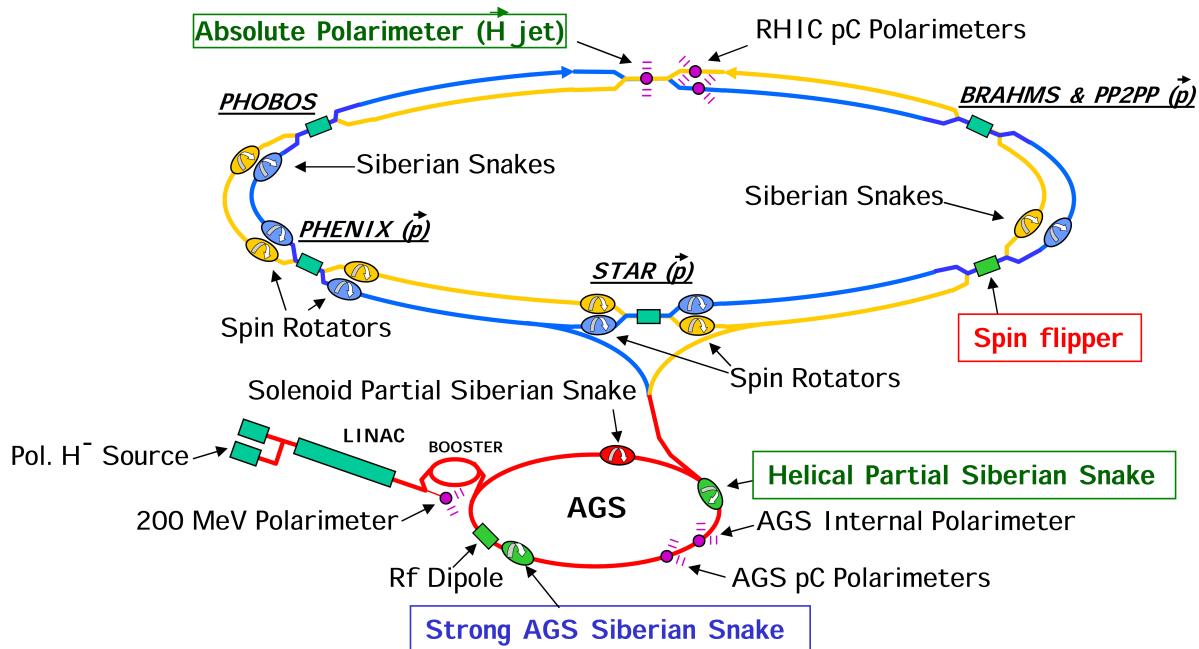


Abbildung 3.1: Darstellung der Beschleunigeranlagen des BNL. Die größte Anlage ist der RHIC (oben). Die kleineren Anlagen dienen teilweise zur Injektion des Teilchenstrahls in den RHIC, wie beispielsweise der ältere AGS (Alternating Gradient Synchrotron), der die Teilchen mit $\beta \approx 0,37$ auf $\beta \approx 0,997$ beschleunigt. [52]

sowie die Erzeugung von Triggersignalen (BBC) beinhaltet.

Zentrale Spektrometer

- Bleiszintillator-Kalorimeter, *lead-scintillator calorimeter* (PbSc)
- Bleiglas-Kalorimeter, *lead-glass calorimeter* (PbGl)
- Drahtkammer-Detektoren, **Pad Chambers** (PC)
- Driftkammern, **Drift Chambers** (DC)
- Zeitausdehnungskammer, **Time Expansion Chamber** (TEC)
- Flugzeitspektrometer, **Time-of-Flight Detector** (TOF)
- Ringabbildender, Čerenkov-Detektor **Ring Imaging Cherenkov Detector** (RICH)
- Aerogel Čerenkov-Detektor (ACD)¹

Diese Kategorie von Detektoren ist zuständig für die Messung der Energie von Photonen und Elektronen (PbGl mit einer hohen Energieauflösung und der PbSc mit einer hohen Zeitauflösung), sowie die Rekonstruktion der Spuren der verschiedenen Teilchen (DC, PC, TEC).

¹ACD ist lediglich eine interne und keine offizielle Abkürzung

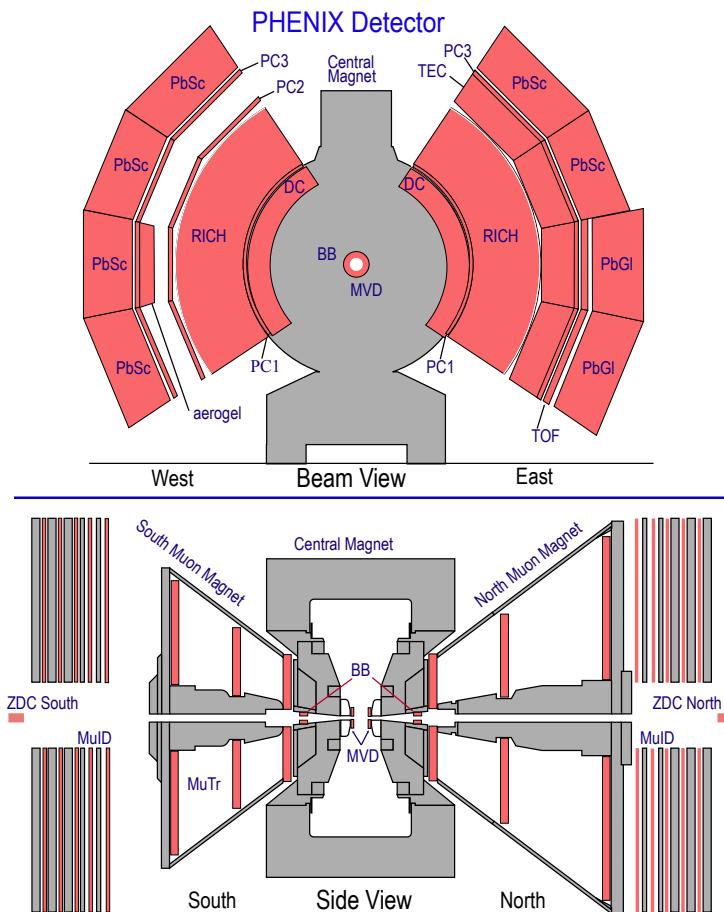


Abbildung 3.2: Schematischer Überblick der Detektoren des PHENIX-Experimentes von Run04; in Run05, aus dem die Daten dieser Analyse stammen, ist der MVD nicht mehr installiert gewesen.

Weiterhin müssen Teilchen identifiziert (PID; **Particle Identification**) werden (TEC, TOF, RICH, PbGl, PbSc, ACD).

Myon-Spektrometer

- Myon-Spurverfolger, **Muon Tracker** (MuTr)
- Myon-Identifizierer, **Muon Identifier** (MuId)

Diese Detektoren sind zur Identifizierung von Myonen aus einem der Zerfallskanäle verschiedener Mesonen und für ihre Spurverfolgung zuständig.

Der gesamte Aufbau ist in Abbildung 3.2 zu sehen. In der Ansicht entlang der Strahlachse wird deutlich, dass sowohl der Multiplizitäts-Vertex Detektor (MVD), eine der Drahtkammern (PC1), als auch die Driftkammer (DC) in einem Magnetfeld des zentralen Elektromagneten liegen. Daneben existieren zwei weitere, für die Myonarme zuständige Magnete. Diese haben die Aufgabe, geladene Teilchen abzulenken. Diese Ablenkung korrespondiert mit dem Impuls

des Teilchens, wodurch mit der Messung der Energie des Teilchens die Identifikation desselben möglich wird bzw. dessen Impuls bestimmt werden kann, wie es in Abschnitt A.8 genauer beschrieben ist.

Im Folgenden sollen die einzelnen Detektortypen kurz genauer vorgestellt werden.

3.1 Globale Detektoren

BBC (Beam-Beam Counter) Dieser Detektor ist ringförmig um das Strahlrohr und in identischer Ausführung $\Delta z = 144,35\text{ cm}$ in beide Richtungen vom nominalen Kollisionsort (bzgl. z -Achse in der Mitte der Anlage) entfernt positioniert. Damit deckt er einen Pseudorapiditätsintervall von $3,1 < \eta < 3,9$ in beide Richtungen bezüglich der z -Achse und einen Intervall bezüglich des Azimuthalwinkels von $0 < \phi < 2\pi$ ab. Er besteht aus $n_{\text{El}} = 64$ Elementen, die ihrerseits aus Quartz-Čerenkov-Zählern mit angeschlossenen Photomultipliern bestehen. Letztere detektieren das Licht, das ein geladenes Teilchen erzeugt, das mindestens eine Geschwindigkeit von $\beta_{\text{Schwell}} = 0,7$ aufweist.

Der BBC hat nun die Aufgabe, den Kollisionsort, in Verbindung mit dem ZDC die Multiplizität und die Reaktionsebene zu bestimmen. Weiterhin ist dieses Gerät für den Trigger der ersten Ebene (LVL1) von Bedeutung (siehe Abschnitt 3.5) und soll den Zeitnullpunkt einer Schwerionenkollision bestimmen, weswegen er zuvor auch *Startzähler* genannt worden ist. Letztere Aufgabe ist für die Flugzeitmessung (TOF) und damit für die Identifikation von Hadronen von entscheidender Bedeutung.

Die Zeitauflösung des BBC von $\sigma_T = (52 \pm 4)\text{ ps}$, genügt dabei dem TOF, der selbst eine Auflösung von $\sigma_T = 96\text{ ps}$ besitzt, zu einer Trennung von Pionen und Kaonen bis zu einem Transversalimpuls von $p_T = 2,4 \frac{\text{GeV}}{c}$.

Die Messung des Kollisionsvertex findet dabei über die Messung der Zeitdifferenz der Messungen beider BBC-Einheiten statt. Die Zentralitätsbestimmung findet dagegen in der späteren Datenanalyse über die vom BBC gemessene Summe der Ladung, verbunden mit der Anzahl der *spectator*-Neutronen, die von dem ZDC bestimmt wird, statt. Der Umstand, dass der BBC aus mehreren Elementen besteht, die unabhängig voneinander eine Messung durchführen können, führt zu der Möglichkeit, eine Ladungsverteilung bezüglich des Azimuthalwinkels zu messen. Die Anisotropie dieser Verteilung führt letztlich zu der Bestimmung der Reaktionsebene. [9]

ZDC (Zero Degree Calorimeter) Auch dieser Detektor ist ringförmig um das Strahlrohr herum positioniert. Der Abstand zu dem nominalen Vertex beträgt $\Delta r = 18,25\text{ m}$ in beide Richtungen bezüglich der z -Achse. Dabei deckt dieser Detektor einen Kegel mit einem Öffnungswinkel von $\Delta\phi = 2\text{ mrad}$ ab. Die azimuthale Abdeckung entspricht dagegen dem vollen Kreiswinkel; $0 < \phi < 2\pi$. Das ZDC ist ein Hadronenkalorimeter, das aus $n_{\text{Modul}} = 3$ Modulen mit $n_{\text{Pl}} = 27$ Wolframplatten besteht und jeweils durch einen Photomultiplier ausgelesen werden.

Das ZDC misst damit ungebundene Neutronen der *spectators* mit einer Energieauflösung von $\frac{\sigma_E}{E} < 0,21$ für $E_{\text{Neutron}} = 100\text{ GeV}$ [62]. Die restlichen, geladenen Teilchen und Kernfragmente, die aufgrund ihrer Konsistenz aus u.a. Protonen ebenfalls geladen sind, werden durch Dipole, die sich in einem Abstand von $\Delta z = 11\text{ m}$ vom Vertex befinden, abgelenkt.

Das ZDC dient als Trigger für die periphersten Ereignisse und zusammen mit dem BBC der

Zentralitätsbestimmung zu dienen (siehe BBC). Da dieser Detektor an allen Experimenten des RHIC verbaut ist, lässt sich mit den Messungen beispielsweise auch die Luminosität des Strahls überwachen. [9][62]

3.2 Zentrale Detektoren

DC (Drift Chamber) Die Driftkammern, die in ihrer Form einem Ausschnitt eines Zylinders ähneln, befinden sich sowohl im West-, als auch im Ostarm in einem radialen Abstand von $2\text{ m} < r < 2,4\text{ m}$ von der Strahlachse entfernt und befinden sich damit innerhalb des Magnetfeldes des zentralen Elektromagneten. Ihre Ausdehnung in Richtung der Strahlachse beträgt dabei $\Delta z = 2\text{ m}$, welches einer Rapidityabdeckung von $-0,35 < \eta < 0,35$ entspricht. Die Kammern bestehen aus einem Titanrahmen, an dem Aluminium-Mylar-Fenster befestigt sind, die damit die zylindrischen Außenflächen bilden. Das Driftkammervolumen ist in $n_{\text{Kammer}} = 20$ Sektoren mit radialen Begrenzungsblechen aufgeteilt. Damit nehmen die Kammern einen azimuthalen Winkel von jeweils $\Delta\phi = 4,5^\circ$ ein. In radialer Richtung ist jeder Sektor in $n_{\text{Modul}} = 6$ Drahtmodule unterteilt. Diese Module enthalten Drahtanordnungen mit $n_{\text{Elektrode}} = 4$ Anoden- und Kathodenblechen. Die zwei inneren Drahtmodule enthalten dabei Drähte, die parallel zu der z -Achse verlaufen. Die anderen Drahtanordnungen verlaufen in einem gewissen Winkel zu den genannten Drähten. Die Kammern sind mit einem zu gleichen Teilen aus Ethan und Argon bestehenden Gemisch gefüllt.

Die Driftkammer ist Teil der Spurverfolgung und kann eine solche mit einer Auflösung von $\sigma_r = 165\text{ }\mu\text{m}$ in radialer Richtung und mit $\sigma_z = 2\text{ mm}$ entlang der Strahlachse verorten. Dadurch wird es möglich, sowohl Impuls als auch die invariante Masse zu messen. [3]

PC (Pad Chambers) Diese Vieldrahtproportionalkammer ist in dreifacher Ausführung in drei verschiedenen Abständen zu der Strahlachse positioniert. PC1 befindet sich dabei in radialer Richtung zwischen DC und dem RICH, PC2 hinter dem RICH, jedoch lediglich im Westarm und PC3 direkt vor den Kalorimetern (PbGl bzw. PbSc). Wie auch schon die Driftkammer decken die PC-Detektoren einen Pseudorapidityintervall von $-0,35 < \eta < 0,35$ ab. Die Abdeckung bezüglich des Azimuthalwinkels beträgt für jeden Arm $\Delta\phi = 90^\circ$. Die drei Detektoren bestehen dabei jeweils aus einer gasgefüllten Kammer mit einer einzigen, ebenen Lage Drähte, die entlang der Strahlachse ausgerichtet sind. Die Kammer ist dabei von zwei Elektrodenplatten begrenzt. Eine der Elektroden ist dabei in quadratische Zellen mit einer Kantenlänge von $\Delta l = 8,4\text{ mm}$ unterteilt, die wiederum drei Untersegmente beinhalten. Die Drähte haben dabei einen Abstand von $\Delta d = 8,4\text{ mm}$. Die strukturelle Integrität wird durch zwei wabenförmige Kunststoffblöcke, die durch Platten begrenzt werden, gewährleistet.

Die Drahtkammern liefern mit ihrer Konstruktion eine Ortsauflösung in z -Richtung von $\sigma_z = 1,7\text{ mm}$. Senkrecht dazu entspricht die Ortsauflösung ersichtlicherweise dem Abstand der Drähte.

Die Drahtkammern werden damit zur Bestimmung von drei Punkten einer geraden Spur benötigt. Dies ist beispielsweise zur Bestimmung des dreidimensionalen Impulsvektors am Ausgang der Driftkammer relevant. Im Zusammenspiel mit der Driftkammer lässt sich ebenfalls ein Durchflugvektor durch den RICH bestimmen. Der PC3-Detektor wird daneben auch zur

Bestimmung des Anteils geladener Teilchen am von Kalorimeter gemessenen Spektrums benötigt, wie es in Abschnitt 5.1.3 beschrieben ist. Eine wichtige Aufgabe ist die Identifikation von Elektronen, die von RICH, TEC und den Kalorimetern bereit gestellt werden. Die Drahtkammer stellt die sichere Korrelation zwischen der Antwort letzter genannter Detektoren und der Impulsinformation der Driftkammer sicher. [3]

TEC (Time Expansion Chamber) Dieser Detektor befindet sich im östlichen Zentralarm des PHENIX-Experimentes in einem radialen Abstand von $4,23 \text{ m} < r < 4,88 \text{ m}$ und deckt dabei einen Pseudorapiditätsintervall von $-0,35 < \eta < 0,35$ ab. Die azimuthale Abdeckung beträgt wegen der Existenz in nur einem Zentralarm lediglich $\Delta\phi = 90^\circ$. Der TEC besteht aus vier Sektoren, die durch einen Stapel (in radialer Richtung) von sechs Kammern gebildet werden. Jede dieser Kammern ist in zwei Lagen unterteilt, wobei die untere strukturelle Elemente beherbergt und Raum für die TRD-Radiatoren bietet. Die obere Lage stellt die gasgefüllte Drahtkammer dar. Diese beginnt mit einem Kupfer-Mylar-Fenster und wird von einer $d = 3 \text{ cm}$ langen Driftstrecke fortgeführt, gefolgt von drei Drahtlagen, die von einem Kupfer-Mylar-Fenster abgeschlossen werden. Die Abstände der Anodendrähte betragen gemittelt $\langle d \rangle = 4 \text{ mm}$, wobei die Anodendrahtlage einen Abstand zu beiden Kathodendrahtlagen von $d = 3 \text{ mm}$ besitzt. Die kupferbeschichteten Mylarfolien sollen dabei das Gas in der Kammer halten und die Form des elektrischen Feldes verbessern.

Die Aufgabe des TEC ist es, die Spurinformationen der DC- und der PC-Detektoren zu ergänzen, womit er die Auflösung des Impulses der Driftkammer für $p_T > 4 \frac{\text{GeV}}{c}$ verbessert, indem die Auflösung der Teilchenspur vergrößert wird. Durch die zeitabhängige Messung der Ladungen bzw. der Spannungen an den Anodendrähten kann eine Positionsbestimmung erfolgen, sowie eine Messung der Energie, die ein durchlaufendes Teilchen verloren hat. Diese Messung von $\frac{dE}{dx}$ dient auch der Teilchenidentifikation, die relevant ist, um Elektronen von Pionen in einem Transversalimpulsintervall von $200 \frac{\text{MeV}}{c} < p_T < 2,5 \frac{\text{GeV}}{c}$ trennen zu können. Eine signifikante Erweiterung der e^-/π^- -Trennung bis zu einigen $p_T \sim 10 \frac{\text{GeV}}{c}$ ist durch die Verwendung eines TRD-Detektors (**Transition Radiation Detector**) erreicht worden, dessen Radiatoren in den unteren Bereichen der TEC-Sektoren verortet sind. Dies gelingt aufgrund der Tatsache, dass Pionen aufgrund ihrer größeren Masse von $m_{\pi^\pm} = (139,57018 \pm 0,00035) \frac{\text{MeV}}{c^2}$ [40] gegenüber der des Elektrons von $m_{e^-} = (510,998910 \pm 0,000000013) \frac{\text{keV}}{c^2}$ [40] eine andere Schwelle im Impuls besitzen, an der Übergangsstrahlung emittiert wird. Übergangsstrahlung (*transition radiation*) wird von Teilchen ab einem Lorentzfaktor von $\gamma_{\text{TR}} \approx 1000$ hervorgerufen, die eine Grenze zwischen zwei Medien mit verschiedenen Brechungsindeizes überschreiten. Mit der Gleichung $p = mc\sqrt{\gamma_{\text{TR}}^2 - 1}^2$ folgt ein Mindestimpuls für Elektronen von $p_{e^-}^{\text{Schwell}} = 510,998 \frac{\text{MeV}}{c}$ und Pionen von $p_{\pi^\pm}^{\text{Schwell}} = 139,57 \frac{\text{GeV}}{c}$. [3]

RICH (Ring Imaging Cherenkov Detector) Der RICH-Detektor befindet sich in den beiden Zentralarmen des PHENIX-Experimentes, seine Pseudorapiditätsabdeckung beträgt $-0,35 < \eta < 0,35$. Die Abdeckung in azimuthaler Richtung beträgt, wie auch schon im Falle der ande-

²Diese Gleichung stammt aus trivialen Umformungen der elementaren Beziehungen $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ und $\vec{p} = m\vec{\gamma}\vec{v}$.

ren Detektoren des Zentralarms $\Delta\phi = 90^\circ$ für jeden der beiden Zentralarme. Der RICH besteht aus einem $V_{\text{Gas}} = 40\text{m}^3$ großen Gasvolumen, das außen (in radialer Richtung) $n_{\text{Segment}} = 48$ Spiegelsegmente beinhaltet, die zwei Spiegel bilden. Deren Form entspricht dabei einem Ausschnitt einer Kugel mit einem Radius von $r_{\text{Kugel}} = (4,011 \pm 0,022)\text{m}$. Die Spiegelsegmente sind dabei aus Aluminium gefertigt und besitzen ein Refektionsvermögen von $R = 83\%$ für Licht einer Wellenlänge von $\lambda_\gamma = 200\text{nm}$ bzw. $R = 90\%$ für $\lambda_\gamma = 250\text{nm}$. Diese reflektieren Čerenkov-Licht auf zwei Felder von jeweils $n_{\text{PMT}} = 1280$ magnetisch abgeschirmten Photomultipliern, deren Eintrittsfenster Photonen von $\lambda_\gamma < 200\text{nm}$ absorbieren. Das Volumen des RICH ist mit Kohlenstoffdioxid (CO_2) oder Ethan (C_2H_6) als Radiatorgas gefüllt. Dabei haben diese Gase im Gegensatz zu anderen getesteten Gasen den Vorteil, dass sie dünn genug sind, um nicht allzuviel Untergrund durch Konversionseffekte zu erzeugen.

Funktionsgrundlage des RICH ist die Tatsache, dass geladene Teilchen, die das Medium schneller als die lokale Lichtgeschwindigkeit durchlaufen (d.h. $\beta > 1$), einen Mach'schen Lichtkegel aussenden. Dieser kann durch einen Hohlspiegel auf einen Detektor als Kreis reflektiert werden. Damit ist es die Aufgabe des RICH, Elektronen zu identifizieren und die Trennung zwischen e^\pm und π^\pm unterhalb der Schwelle, an der die π^\pm ebenfalls Čerenkov-Licht erzeugen, zu gewährleisten. Die Schwelle für π^\pm liegt dabei in CO_2 bei $p_T^{\text{Schwell}} = 4,65 \frac{\text{GeV}}{c}$, wobei e^\pm bereits ab $p_T^{\text{Schwell}} = 0,017 \frac{\text{GeV}}{c}$ Čerenkov-Licht erzeugen (zur Berechnung der Čerenkov-Schwelle siehe auch Abschnitt A.9). Die Trennung beider unterhalb der Schwelle geschieht dabei im Verbund mit dem TEC und den Kalorimetern, welches zu einem Anteil von Hadronen, die fälschlicherweise als e^\pm erkannt werden von $\frac{n_{e^\pm}^{\text{falsch}}}{n_{e^\pm}^{\text{ges}}} = 10^{-4}$ führt. [7]

TOF (Time of Flight) Das Flugzeitspektrometer befindet sich im östlichen Zentralarm und ist in einem radialen Abstand von $\Delta r_{\text{TOF}} = 5,1\text{m}$ vom Kollisionsvertex entfernt positioniert. Es deckt dabei einen Pseudorapiditätsintervall von $-0,35 < \eta < 0,35$ ab, wobei die azimuthale Abdeckung lediglich $\Delta\phi = 30^\circ$ beträgt. Das TOF ist dabei in zehn Bereiche unterteilt, die jeweils wiederum in $n_{\text{Segment}} = 96$ streifenförmige (komplanar zur $r - \phi$ -Ebene) Segmente eingeteilt sind. Ein jedes dieser Segmente besteht aus einem Plastiksintillator und jeweils einem Photomultipliern an beiden Enden.

Mit dieser Anordnung erreicht das TOF eine zeitliche Auflösung von $\sigma_T = 100\text{ps}$. Mit dieser und in Verbindung mit den Informationen der Detektoren DC, PC1, BBC ist es nun die Aufgabe des TOF, geladene Hadronen zu identifizieren. Der BBC dient dabei als Signalgeber für Kollisionsvertex und den Start der Messung der gesamten Flugdauer. DC bzw. PC1 in Verbindung mit der Information des Ortes des Kollisionsvertex dienen der Spurrekonstruktion, um die Weglänge zu bestimmen. Die Trennung von Kaonen K und Pionen π gelingt dabei bis zu einem Transversalimpuls von $p_T = 2,4 \frac{\text{GeV}}{c}$, die Trennung von Kaonen K und Protonen p bis zu $p_T = 4 \frac{\text{GeV}}{c}$.

Aerogel Čerenkov Detektor Der Aerogel Čerenkov-Detektor befindet sich zwischen PC2 und PC3 im westlichen Zentralarm in radialem Abstand von $\Delta r_{\text{Aerogel}} = 4,5\text{m}$ vom nominalen Kollisionsvertex entfernt, vor einem der Sektoren des Bleiszintillatorkalorimeter (siehe Abbildung 3.2). Er hat dabei eine Ausdehnung in z -Richtung von $\Delta z = 3,9\text{m}$, in der Höhe von $\Delta y = 1,2\text{m}$ und in radialer Richtung von $\Delta r = 0,3\text{m}$. Der Detektor besteht aus $n_y = 10$ verti-

kal gestaffelte Reihen, die parallel zur z -Achse verlaufen und $n_z = 16$ Zellen beinhalten. Eine jede Zelle beinhaltet wiederum einen Block Aerogel (SiO_2 -Schaum) mit einem Volumen von $V_{\text{Zelle}} = 2,9041$, die von zwei Photomultipliern flankiert werden. Das Aerogel hat dabei einen Brechungsindex von $n_{\text{Aerogel}} = 1,011$. Über den Ausdruck $\gamma_{\text{Schwell}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1}{n^2}}}$ (siehe Abschnitt A.9 Gleichung A.55), lässt sich der Lorentz-Faktor für die Schwelle, an der Čerenkovlicht erzeugt wird, zu $\gamma_{\text{Schwell}} \approx 6,8$ berechnen.

Der Aerogel Čerenkov Detektor hat die Aufgabe, die Teilchenidentifikation in p_{T} -Bereichen, die die Detektoren TOF und RICH nicht abdecken, zu verbessern. So wird eine Pion-Kaon-Trennung im Bereich von $1 \frac{\text{GeV}}{c} < p_{\text{T}} < 4 \frac{\text{GeV}}{c}$ und eine Kaon-Proton-Trennung im Bereich von $4 \frac{\text{GeV}}{c} < p_{\text{T}} < 7 \frac{\text{GeV}}{c}$ möglich. Die Impulsschwellen zur Erzeugung von Čerenkovlicht der genannten Teilchen liegen bei Proton; $p_{\text{p}}^{\text{Schwell}} = 6,31 \frac{\text{GeV}}{c}$, Kaonen; $p_{K^{\pm}}^{\text{Schwell}} = 3,32 \frac{\text{GeV}}{c}$, Pionen; $p_{\pi^{\pm}}^{\text{Schwell}} = 0,938 \frac{\text{GeV}}{c}$. [30]

3.3 Das elektromagnetische Kalorimeter

Das elektromagnetische Kalorimeter ist Teil der zentralen Detektorarme, stellt dabei jedoch das System dar, das die Messgrößen erfasst hat, die in dieser Diplomarbeit analysiert werden sollen. Aus diesem Grunde soll es hier genauer beleuchtet werden.

Das System des elektromagnetischen Kalorimeters besteht aus zwei Subsystemen, das des Bleiglaskalorimeters (PbGl) und des Bleiszintillatorkalorimeters (PbSc). Ersteres ist dabei ein Čerenkovdetektor und letzteres ein sogenanntes Verbundkalorimeter (*sandwich*-Kalorimeter). Beiden Detektortypen sind unterschiedliche Ausprägungen der relevanten Parametern zu Eigen, die einen Detektor charakterisieren, wie Linearität, Energieauflösung, Granularität, usw.. Das Kalimetersystem ist in beiden Zentralarmen des PHENIX-Experimentes vorhanden und in acht Sektoren unterteilt. Die vier Sektoren des Westarms bestehen ausschließlich aus dem Bleiszintillatorkalorimeter (PbSc), der Ostarm ist dagegen aus jeweils zwei Sektoren beider Typen aufgebaut, wie es in Abbildung 3.3 gezeigt ist. Die Abdeckung der Pseudorapidität liegt, wie für die Detektoren der Zentralarme üblich, im Intervall $-0,35 < \eta < 0,35$. Bezuglich der Abdeckung in azimuthaler Richtung ist die Aufteilung der Detektortypen für die beiden Arme zu berücksichtigen. Somit beträgt die Abdeckung für den PbSc $\Delta\phi_{\text{PbSc}}^{\text{west}} = 90^\circ$ für den westlichen Arm und $\Delta\phi_{\text{PbSc}}^{\text{ost}} = 45^\circ$ für den Ostarm. Der PbGl besitzt dagegen lediglich $\Delta\phi_{\text{PbGl}} = 45^\circ$ für den östlichen Detektorarm [10].

Beiden Detektoren ist gemeinsam, dass in ihnen beim Eintritt eines Photons oder eines geladenen Teilchens ein elektromagnetischer Schauer erzeugt wird. Dieser Schauer entsteht durch Bremsstrahlung, die von dem einfallenden, geladenen Teilchen, das sich mit relativistischer Geschwindigkeit bewegt, erzeugt wird. Bei ausreichender Energie konvergieren diese Photonen in e^+e^- -Paare, die wiederum Bremsstrahlung erzeugen. Ein einfallendes Photon konvergiert direkt in ein e^+e^- -Paar. Dieser Prozess setzt sich solange fort, so dass ein kaskadenartiger elektromagnetischer Schauer erzeugt wird, bis die Energie aufgezehrt ist. Der Energieverlust eines primären Teilchens kann über die folgende, stark vereinfachte Gleichung beschreiben werden [32]:

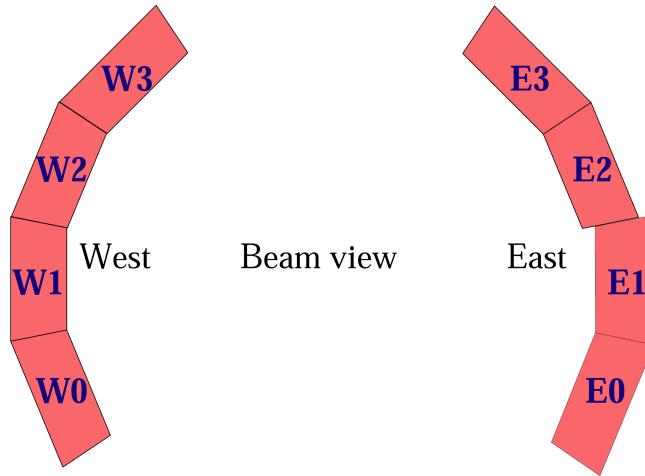


Abbildung 3.3: Darstellung der Sektoren der elektromagnetischen Kalorimeter; die Sektoren E0 und E1 sind die einzigen Vertreter des PbGl, die restlichen Sektoren gehören dem PbSc an. [33]

$$\frac{-1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0} \quad (3.1)$$

Nach der Trennung der Variablen, lässt sich der Ausdruck über x integrieren, woraus sich folgende Ausdruck ergibt:

$$E = E_0 e^{-\frac{\rho}{X_0} x} \quad (3.2)$$

Die Strahlungslänge X_0 ist nun definiert als die Wegstrecke, an der die Energie des Primärteilchens auf $E = \frac{1}{e} E_0$ abgefallen ist. Hierbei ist die Wegstrecke allerdings mit der Dichte des Mediums aufgrund obiger Definition verknüpft, weswegen X_0 die seltsame Einheit aufweist, wie sie in Tabelle 3.1 niedergeschrieben ist. Die tatsächliche Wegstrecke ist dann trivialerweise $x_0 = \frac{X_0}{\rho}$. Die Strahlungslänge ist selbst von einigen Parametern des Mediums abhängig [32]:

$$X_0 = \frac{M_a}{4\alpha N_a Z^2 r_E^2 \ln \frac{183}{\sqrt[3]{z}}} \quad (3.3)$$

Sucht man nun ein geeignetes Material, in dem die Bremsstrahlung entstehen soll, so fällt die Wahl auf eines, das eine möglichst kleine Strahlungslänge aufweist. Dazu sollte die Kernladungszahl Z möglichst groß sein, weswegen in dem Falle der hier vorliegenden Kalorimeter Blei gewählt wird. Die typische Weglänge nach der ein e^+e^- -Paar gebildet wird beträgt dabei $X_{e^+e^-} = \frac{9}{7} X_0$ [32].

Die Detektion der Schauer findet im PbSc über die Photonen des Schauers statt, die im

E :	Energie des einfallendes Primärteilchens	$[E] = \text{eV}$
ρ :	Dichte des Mediums, das durchlaufen wird	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
X_0 :	Strahlungslänge	$[X_0] = \frac{\text{kg}}{\text{eV}^2}$
M_a, Z :	Masse und Kernladungszahl des Kerns, an dem gestreut wird	$[M_a] = \frac{\text{eV}}{\text{c}^2}$
m, z :	Masse und Kernladungszahl des einfallenden Teilchens	$[m] = \frac{\text{eV}}{\text{c}^2}$
r_E :	klassischer Elektronenradius	$[r_E] = \text{m}$
N_a :	Avogadrokonstante $N_a = 6,02214199 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$	$[n_a] = \frac{1}{\text{mol}}$
α :	Feinstrukturkonstante $\alpha \approx \frac{1}{137}$	

Tabelle 3.1: Tabelle der Größen, die für die Schauerbildung im Kalorimeter von Relevanz sind

Szintillatormaterial in detektierbares Licht umgewandelt wird. Im Falle des PbGl dagegen geschieht die Detektion über Čerenkovlicht, das entsteht, falls ein geladenes Teilchen die lokale Lichtgeschwindigkeit überschreitet, d.h. $\frac{v}{c'} \geq 1$. Hierbei steht c' für die lokale Lichtgeschwindigkeit, welche mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit über $c' = \frac{c_0}{n}$ verknüpft ist, wobei n für den Brechungsindex des Mediums steht. Diese gezeigte Bedingung lässt sich auch über den Impuls darstellen, wie es in Abschnitt A.9 genauer beschrieben ist:

$$p \geq mc_0 \sqrt{\frac{1}{n^2 - 1}} \quad (3.4)$$

p, m :	Impuls und Masse des Teilchens, das das Medium durchläuft
c' :	Lichtgeschwindigkeit im Medium; $c' = \frac{c_0}{n}$
c_0 :	Vakuumlichtgeschwindigkeit $c_0 = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
n :	Brechungsindex des Mediums ($n_{\text{PbGl}} = 1,648$)

Die geladenen Teilchen, die das Čerenkovlicht aussenden, sind die primären Teilchen und jene, die durch Konversion in dem Schauer entstehen. Die Schauer können nun durch die verschiedenen Systeme in Position und Energie gemessen werden, die im Folgenden getrennt voneinander beschrieben werden.

Bleiglaskalorimeter (PbGl) Das Bleiglaskalorimeter ist nicht speziell für das PHENIX - Experiment gefertigt worden, sondern von einem früheren CERN-Experiment, dem WA98-Experiment übernommen worden. Die zwei Sektoren dieses Kalorimeters befinden sich im östlichen Zentralarm des PHENIX-Experiments direkt vor dem TOF. $n_{\text{SM}} = 192$ sog. Supermodulen bilden einen Sektor und sind in $n_{\text{SM}}^y = 12$ Lagen von je $n_{\text{SM}}^x = 16$ nebeneinander liegenden Supermodulen angeordnet. $n_{\text{SM}} = 24$ dieser Supermodule werden durch $n_{\text{M}}^y = 4$ Lagen von je $n_{\text{M}}^x = 6$ nebeneinander liegenden Modulen gebildet. Der Querschnitt eines jeden Moduls hat eine Kantenlänge von $l_{x,y} = 40 \text{ mm}$, wobei die Module $l_z = 400 \text{ mm}$ lang sind. Sie bestehen dabei aus Glas mit $\frac{m_{\text{PbO}}}{m_{\text{ges}}} = 51\%$ Bleioxid (PbO) und besitzen eine Strahlungslänge von $x_0 = 2,8 \text{ cm}$ mit einer Photonenausbeute von $Y_{\text{PbGl}} = \frac{500}{\text{GeV}}$, also 500 Photonen pro GeV eines Elektrons. Sie sind mit einer mit Aluminium bedampften Mylarfolie umgeben und besitzen am, in r -Richtung entfernter Ende, jeweils einen Photomultiplier.

Das Überwachungssystem eines jeden Supermoduls besteht aus einer LED-Platine, die drei

LEDs verschiedener Farben trägt, die Schauer simulieren können, um eine Energiekalibration mit einer relativen Genauigkeit von $\frac{\sigma_E}{E} = 10\%$ zu bewerkstelligen.

Mit Teststrahlen am SPS (CERN) und am AGS (BNL) konnte die Energie- und Orts- und Zeitauflösung bestimmt werden [10]:

$$\frac{\sigma_E(E)}{E} = \frac{(5,9 \pm 0,1)\%}{\sqrt{\frac{E}{\text{GeV}}}} + (0,8 \pm 0,1)\%$$

$$\sigma_x(E) = \frac{(8,4 \pm 0,3) \text{ mm}}{\sqrt{\frac{E}{\text{GeV}}}} + (0,2 \pm 0,1) \text{ mm}$$

$$\sigma_T(\Delta E) = \frac{3,75 \text{ ns}}{\sqrt{\frac{500 \Delta E}{\text{GeV}}}} + 0,075 \text{ ns}$$

$\sigma_{E,x,t}$: Auflösung in Energie E , Ort x und Zeit t
 ΔE : im EmCal deponierte Energie des Teilchens

Das PbGl ist nun dafür konzipiert, die Gesamtenergie von Elektronen und Photonen zu messen. Diese erzeugen nun die eingangs erwähnten Schauer, wobei auch geladene Teilchen erzeugt werden. Bei ausreichender Energie können diese Čerenkovlicht ausstrahlen. Das PbGl ist nun genau auf dieses Licht sensitiv. Jedoch deponieren auch Hadronen Energie im Kalorimeter in Form eines hadronischen Schauers. Die Deposition stellt allerdings nur einen kleinen Anteil der Gesamtenergie der Hadronen dar, da der PbGl diesen mit $x_{\text{Hadr}} = 38 \text{ cm}$ lediglich eine einzige hadronische Wechselwirkungslänge zur Verfügung stellt. Da nun sowohl der Impuls von der Spurverfolgung des PHENIX-Detektorsystems als auch die im PbGl deponierte Energie gemessen werden kann, lassen sich aus der Diskrepanz Hadronen erkennen, da Elektronen ihre gesamte Energie deponieren. Der PbGl wird daneben auch für die Spurverfolgung in Anspruch genommen, weswegen die obige Zeitauflösung von Relevanz ist. Hierdurch können ebenfalls Hadronen erkannt werden und Schauer von Neutronen und Antineutronen verworfen werden. [10]

Bleiszintillator (PbSc) Jeder Sektor der PbSc-Detektoren besteht aus Modulen, die jeweils aus vier Stapeln, sogenannten *tower* bestehen, in denen sich $n_{\text{Pl}} = 66$ Platten aus Blei und Szintillatorplatten mit einer Dicke von $d_{\text{Pb}} = 0,15 \text{ cm}$ bzw. $d_{\text{Szint}} = 0,4 \text{ cm}$ und einer Kantenlänge von $l_{x,y} = 5,535 \text{ cm}$ abwechseln. In den Bleiplatten werden die elektromagnetischen Schauer erzeugt und im Szintillator in messbares Licht umgewandelt. Die sich anschließende Szintillatorplastik beinhaltet den organischen Szintillator Polystyren, der einen fluorisierten Zusatz von p-Terphenyl besitzt. Hintereinanderliegende Bleiplatten und ein Szintillator werden zu einer Zelle zusammengefasst, die insgesamt eine Strahlungslänge von $X_{\text{Zelle}} = 0,277X_0$ aufweist. Die Zellen eines *tower* sind mit $n_{\text{Kabel}} = 36$ Glasfaserkabel (Frequenzschieber) longitudinal verbunden, die das erzeugte Licht aufsammeln und weiterleiten. Jeder *tower* endet in einem Photomultiplier. Die vier *tower*, die ein Modul (siehe Abbildung 3.5) bilden, werden zu einem Ensemble von $n_{\text{Mod}} = 36$ Modulen zu einem sogenannten Supermodulen zusammengefasst. Ein ganzer Sektor besteht dabei aus $n_{\text{SM}} = 18$ Supermodulen, so dass ein Sektor des PbSc aus

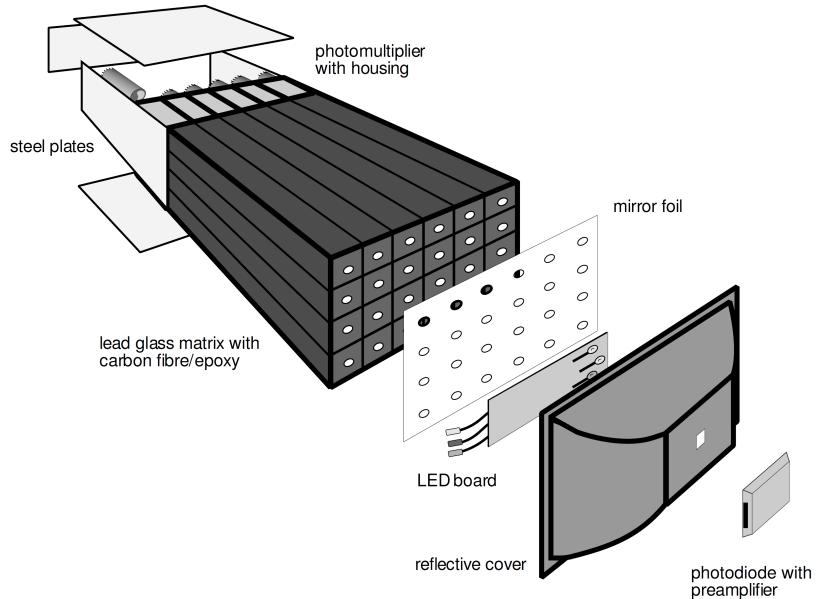


Abbildung 3.4: Darstellung eines PbGl-Supermoduls mit der Überwachungssystem im Vordergrund. Im Hintergrund sind die Photomultiplier zu erkennen, die die Module des PbGl auslesen. [10]

$n_{tower} = 2592$ tower besteht und eine Oberfläche von $A_{\text{Sektor}}^{\text{PbSc}} = 8 \text{ m}^2$ aufweist.

Der PbSc besitzt daneben ein Überwachungssystem, dass auf einen UV-Laser als Lichtquelle zurückgreift. Dieses Licht wird mit Strahlteilern in sechs gleich intensive Teilstrahlen aufgespalten und in Glasfaserkabel eingekoppelt, die das Licht zu den Sektoren leiten. Dort wird es wieder aufgespalten und in das Zentrum eines jeden Moduls eingestrahlt, um so einen elektromagnetischen Schauer der Energie $E = 1 \text{ GeV}$ zu simulieren, um die Energieskala zu mit einer relativen Genauigkeit von $\frac{\sigma_E}{E} = 5\%$ zu kalibrieren. Die Photonenausbeute beträgt $Y = \frac{12500}{\text{GeV}}$, also 12500 Photonen pro GeV deponierter Energie. Mit Hilfe von Teststrahlen konnte nun die Energieauflösung bestimmt werden und beträgt [10]:

$$\frac{\sigma_E(E)}{E} = \frac{8,1\%}{\sqrt{\frac{E}{\text{GeV}/c}}} + 2,1\%$$

Hierbei ist der konstante Term auf intrinsische Nichtlinearitäten zurückzuführen, wie beispielsweise Fluktuationen der Schauertiefe. Die Ortsauflösung eines Schauers hängt dabei vom Winkel des einfallenden Teilchens ab und kann mittels trigonometrischer Funktionen parametrisiert werden. Die Auflösung bei senkrechten Einfall ergibt sich zu [10]:

$$\sigma_0(E) = 1,55 \text{ mm} + \frac{5,7 \text{ mm}}{\sqrt{\frac{E}{\text{GeV}}}}$$

Weiterhin besitzt der PbSc eine Zeitauflösung von $\sigma_T = 100\text{ ps}$ für elektromagnetische- und $\sigma_T = 270\text{ ps}$ für hadronische Schauer. Die Messung der Flugzeit wird dabei für die Teilchenidentifikation und für die Mustererkennung sich überlappender Schauer verwendet. [10]

$\sigma_{E,x,t}$: Energie-, Orts- und Zeitauflösung

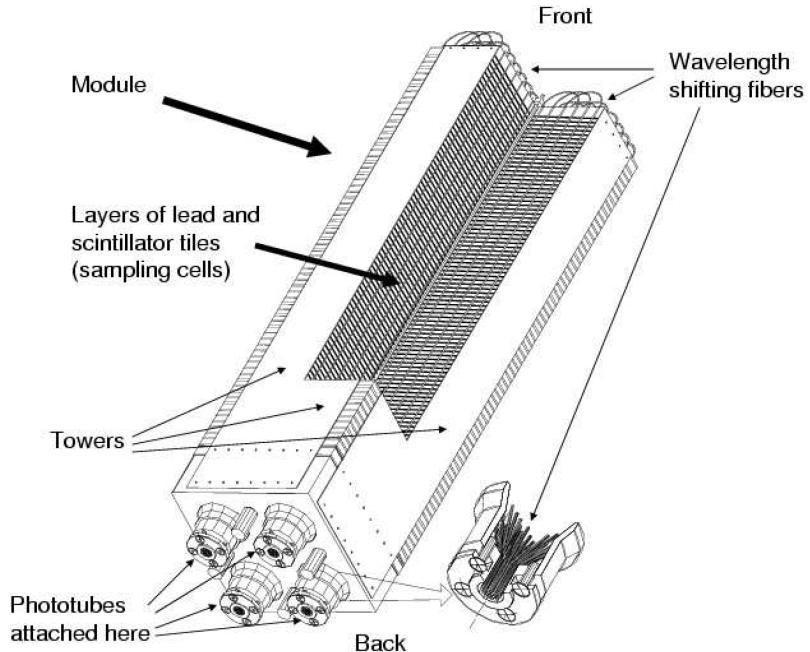


Abbildung 3.5: Darstellung eines Moduls des Bleiszintillatorkalorimeters PbSc, bestehend aus vier *tower*, die jeweils durch einen Photomultiplier ausgelesen werden. Deutlich ist die Abfolge von Bleiplatten und Platten der Szintillatorplastik zu erkennen, die weiterhin mit den Glasfaserkabel durchzogen sind. [10]

3.4 Myon-Spektrometer

Die Anlage der Myon-Spektrometer nutzt das Verhalten verschiedener Mesonen u.a. auch in ein Myon-Paar zu zerfallen wie beispielsweise der Zerfall des $\Upsilon(1S)$ -Charmoniums;

$\Upsilon(1S) \rightarrow \mu^+ \mu^-$ mit $\frac{\Gamma_{\Upsilon(1S) \rightarrow \mu^+ \mu^-}}{\Gamma_{\text{ges}}} = (2,48 \pm 0,05) \cdot 10^{-2}$ oder der Zerfall des J/ψ -Charmoniums;

$J/\psi(1S) \rightarrow \mu^+ \mu^-$ mit $\frac{\Gamma_{J/\psi(1S) \rightarrow \mu^+ \mu^-}}{\Gamma_{\text{ges}}} = (5,93 \pm 0,06) \cdot 10^{-2}$ [40]. Um nun auf derartige Zerfallskanäle sensitiv zu sein, besitzt das PHENIX-Experiment die Myon-Spektrometer-Anlage, die in identischer Ausführung an beiden Seiten des Experimentes vorhanden ist, wie es in Abbildung 3.2 gezeigt ist. Die Pseudorapiditätsabdeckung beträgt dabei $-2,25 < \eta < -1,15$ für den südlichen Arm und $1,15 < \eta < 2,44$ für den nördlichen Arm bei voller azimuthaler Abdeckung; $0 < \phi < 2\pi$. Wie bereits angedeutet lässt sich diese Anlage in zwei relevante Komponenten ein teilen, die in dem Spurverfolger und dem Identifizierer bestehen:

Myon-Spurverfolger Dieser Teil des Myon-Spektrometers besteht aus drei Stufen von Kathodenstreifen-Driftkammern, die sich dabei an der Innenseite des konisch geformten Elektromagneten befinden, der die Ablenkung der μ^\pm gewährleistet.

Die Aufgabe des Myon-Spurverfolgers ist die Trennung des J/ψ - von dem Ψ' -Meson, des $\Upsilon(1S)$ - von den $\Upsilon(2S, 3S)$ -Mesonen und des ρ bzw. ω -Mesons vom ϕ -Meson. Die räumliche Auflösung von $\sigma_x = 100 \mu\text{m}$ führt zu einer relativen Masseauflösung von $\frac{\sigma_m}{m} = \frac{0,06}{\sqrt{\frac{m}{\text{GeV}/c^2}}}$ [8].

Myon-Identifizierer Dieser Teil schließt sich an den Myon-Spurverfolger an und besteht aus mehrlagigen abwechselnden Stahlabsorbern und Lagen mit Iarocci-Röhren, die selbst Driftkammern darstellen, die im *streamer*-Bereich³ betrieben werden.

Aufgabe dieses Detektors ist es, den Untergrund zu reduzieren, der vorwiegend aus π^\pm -Mesonen besteht, bzw. aus deren Zerfallsmyonen. Um nun den Anteil an π^\pm zu reduzieren sind die genannten Stahlplatten vorhanden, die die π^\pm absorbieren. Dies hat einen impulsabhängigen Anteil von Pionen, die fälschlicherweise als Myonen identifiziert werden von $\frac{\pi_{\mu^\pm}}{\pi^\pm} = (2,0 \pm 1,4) \cdot 10^{-4}$ für $p_T = 2,0 \frac{\text{GeV}}{c}$ bis $\frac{\pi_{\mu^\pm}}{\pi^\pm} = (3,9 \pm 0,7) \cdot 10^{-3}$ für $p_T = 10 \frac{\text{GeV}}{c}$ zur Folge. [8]

3.5 Datenverarbeitung

Die zuvor beschriebenen Detektoren wandeln gewisse physikalische Größen der Sonden aus der Reaktionszone der Schwerionenkollision in ein elektrisches Signal um. Dieses muss anschließend digitalisiert und weiterverarbeitet werden, um zuletzt gespeichert zu werden. Nun ist die Datenmenge, die in den Detektoren bei Schwerionenkollisionen mit einer Kollisionsrate von einigen $f_{\text{Koll}} \sim \text{kHz}$ bei hoher Teilchenmultiplizität zu groß, um in Gänze weiterverarbeitet werden zu können. Daher braucht es eine Organisierung der Datenverarbeitung, ein System, das DAQ (*Data Aquisition*) genannt wird, um Daten zu verarbeiten und abzuspeichern, die physikalisch relevant sind. Diese bestehen in den Produkten der harten Streuprozesse wie *jets*, direkte Photonen usw., wie sie in den Kapiteln der Theorie beschrieben sind. Um diese relevanten Ereignisse aus der Menge der gesamten Ereignisse herauszufiltern bedient man sich eines sogenannten Triggersystems, das auf zwei Ebenen arbeitet. Zum einen existiert der Trigger der ersten Ebene, der LVL1-Trigger genannt wird. Dieser Trigger wird durch das Signal eines Taktgebers (*clock*) maßgeblich bestimmt, das für die Überkreuzung der Teilchenbündel an den Stellen der einzelnen Experimente steht. Die Frequenz dieser Uhr von $f_{\text{LVL1}} = 9,43 \text{ MHz}$, welches einer Periodenzeit von $T_{\text{LVL1}} = 106 \text{ ns}$ entspricht, korrespondiert mit der maximalen Anzahl der Teilchenbündel von $n_{\text{Bündel}}^{\text{max}} = 120$, die in dem Speicherring des RHIC vorhanden sein können ($T \approx \frac{L_{\text{RHIC}}}{c \cdot n_{\text{Bündel}}^{\text{max}}} \approx 107 \text{ ns}$). Auslese höherer Ebene, wie im Falle des LVL2-Triggers, beginnt erst nach Abfertigung der Daten.

Eine Skizze der gesamten Datenverarbeitung ist in Abbildung 3.6 gezeigt. Die Informationen, die im Folgenden präsentiert werden sind im Wesentlichen [4], [10] und [28] entnommen.

³Bereich der angelegten Spannung zwischen dem Proportional- und dem Geiger-Müller-Bereich

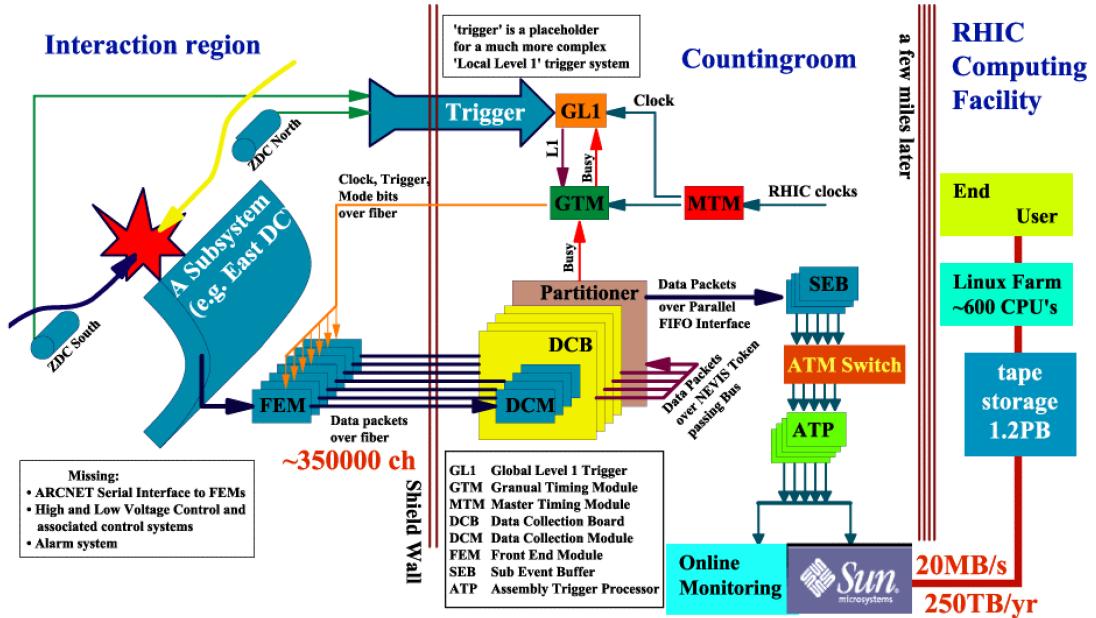


Abbildung 3.6: Schema der Datenverarbeitung (DAQ) des PHENIX-Experimentes. Links ist die Technik in den Detektorsystemen inbegriffen (*interaction region*), rechts ist sie in einem separatem Raum untergebracht und mit Glasfaserkabeln mit ersterem verbunden. [4]

LVL1-Trigger Der LVL1-Trigger (*Level 1*) hat einerseits die Aufgabe, physikalisch interessante Ereignisse auszuwählen und andererseits die Verarbeitungstaktrate für das gesamte DAQ-System vorzugeben.

Das LVL1-System beinhaltet zwei unabhängige Untersysteme, die des lokalen System ersten Ebene, das LL1 (*Local Level 1*) genannt wird und das globale System ersten Ebene, das GL1 (*Global Level 1*) genannt wird. Das LL1-System erhält Signale von verschiedenen Detektoren (BBC, ZDC, MuID, RICH, EmCal), welche *granule* genannt werden. Diese Signale werden in ein Bitmuster umgewandelt und dem GL1-System zugeführt. Dieses sammelt und kombiniert die Signale, um eine Triggerentscheidung zu fällen. Das GL1-System erzeugt einen sogenannten Rohtrigger (*raw trigger*) und prüft, ob ein Triggersystem oder das DAQ beschäftigt ist. Falls dies nicht der Fall ist, wird der Trigger *live*-Trigger genannt. Das Bitmuster wird dann mit einem Zähler verglichen, der die Anzahl der Ereignisse zählt (*scaledown counter*). Dieser löst aus, wenn eine gewisse Anzahl von Ereignissen stattgefunden hat. Dies führt zu einer Reduktion der Datenmengen. Erst wenn dieses Zählwerk ein Signal erzeugt, wird das Auslesen der FEMs via GTM eingeleitet. Das Signal, das der LVL1-Trigger unter Minimum-Bias-Bedingungen bei einer unelastischen Kollision erhält, stammt dabei vom BBC. Daneben können auch Ereignisse aus harten Prozessen auf der LVL1-Triggerebene erkannt werden, wofür Signale auch aus den anderen Detektoren verwendet werden.

Front-End-Modul (FEM) Die verschiedenen Detektorsysteme besitzen jeweils mehr oder weniger ähnliche, sogenannte Front-End-Module (FEMs). Diese organisieren die einzelnen

Auslesekanäle der Detektoren und sorgen mit ihrer Elektronik, der Front-End-Elektronik (FEE), für die Digitalisierung und Kommunikation mit der Elektronik zur Weiterverarbeitung. Die Kommunikation besteht dabei beispielsweise in der Bearbeitung von Ausleseanfragen der DCMs.

Falls nun der LVL1-Trigger die Daten des FEMs akzeptiert, wird zunächst ein Signal an ein Zeitmodul, das GTM (*Granule Time Module*) genannt wird, gesendet. Das GTM, das mit dem RHIC-Taktgeber (*clock*) korrespondiert, sendet daraufhin ein Signal zum Akzeptieren an das FEM. Die FEMs übernehmen dabei die Organisation von $n_{\text{Kanal}} = 144$ Auslesekanälen beim PbGl (ein Auslesekanal pro Modul) und PbSc (Auslesekanal pro *tower*) gleichermaßen. Dies entspricht einer Abdeckung von $n_{\text{SM}} = 1$ Supermodul im Falle des PbSc ($\frac{n_{\text{tower}}}{n_{\text{SM}}} = \frac{n_{\text{Modul}}}{n_{\text{SM}}} \cdot \frac{n_{\text{tower}}}{n_{\text{Modul}}} = 36 \cdot 4 = 144$) und $n_{\text{SM}} = 6$ Supermodulen im Falle des PbGl ($\frac{n_{\text{Modul}}}{n_{\text{SM}}} = 24 = \frac{1}{6} \cdot 144$).

Module zur Datensammlung (DCM) Nach dem Befehl zum Auslesen der FEMs werden die digitalisierten Daten mittels Glasfaserkabel zu den Modulen zur Datensammlung, die DCM (*Data Collection Module*) genannt werden, gesendet. Diese befinden sich dabei im einem separaten Raum und haben die Aufgabe, Werte der FEMs die keinem Signal entsprechen zu verwerfen, die Daten zu formatieren, und auf Fehler hin zu untersuchen. Daneben sind die DCMs fähig, bis zu fünf Ereignisse zwischenzuspeichern. Weiterhin können mittels der GTMs das Auslesen der FEMs zu überwachen und an den Ereignisbauer (EvB) übergeben.

Ereignisbauer (EvB) Der Ereignisbauer, der EvB (*Event Builder*) genannt wird, stellt die letzte Stufe der hardwareseitigen Datenverarbeitung dar und soll weiterhin eine Umgebung für den LVL2-Trigger zur Verfügung stellen. Dazu werden die Daten der DCMs zunächst zwischengespeichert, so dass die Daten der einzelnen Detektoren unabhängig voneinander ausgesehen werden können. Diese Daten werden auf Anfrage eines Aufbau/Trigger-Prozessors, der ATP (*Assembly/Trigger Processor*) genannt wird, geprüft und übertragen. In diesen Prozessoren kann der LVL2-Triggeralgorithmus entscheiden, ob das Ereignis von Relevanz ist und auf einer Festplatte abgespeichert werden soll.

EmCalRICH-Trigger (ERT) Auf der ersten Triggerebene (LVL1) steht seit dem Run3 des PHENIX-Experiments der sogenannte EmCalRICH-Trigger (ERT) zur Verfügung. Dieser verbessert die Triggerung auf Elektronen und Photonen mit hohen Transversalimpulsen.

Trigger-Bezeichnung:	Energieschwelle: PbSc:	Energieschwelle: PbGl:
ERT2 \times 2	0,8 GeV	0,8 GeV
ERT4 \times 4a	2,1 GeV	2,1 GeV
ERT4 \times 4b	3,5 GeV	3,5 GeV
ERT4 \times 4c	1,4 GeV	1,4 GeV

Tabelle 3.2: Energieschwellen für die ERT-Triggerentscheidung in Run5

Der ERT wird durch ein Photon mit hohem p_T im EmCal ausgelöst. Um ein solches zu erkennen, werden im EmCal die Signale von vier Photomultipliern eines 2×2 großen Feldes von Detektoreinheiten (Module im PbGl bzw. *tower* im PbSc) von einem ASIC-Chip (**Application Specified Integrated Circuit**) ausgelesen, der sich in der Elektronik des FEMs befindet, wobei ein FEM die Verarbeitung von $n_{\text{Stapel}} = 144$ Kanälen ($\hat{=}_{\text{tower}}$ im PbSc bzw. Modulen im PbGl) des Detektors übernimmt. Davon wird die analoge Summe gebildet und mit einem bestimmten Schwellwert verglichen, der im LVL1-System abgespeichert und verän-

derbar ist. Weiterhin wird die analoge Summe der vier Photomultiplier mit der von drei weiteren 2×2 großen Feldern kombiniert, um so ein 4×4 großes Feld abzudecken. Diese Summe wird dabei wieder mit Schwellwerten verglichen. Dieses Vorgehen gründet auf der Möglichkeit, dass ein Schauer nicht komplett von dem 2×2 großen Feld abgedeckt wird, so dass unter Umständen eine sehr viel größere Energie notwendig ist, um der Triggerschwelle zu genügen.

Eine Skizzierung dieses Ausleseverfahrens ist in Abbildung 3.7 gezeigt. Weiterhin ist eine Auflistung der Triggerschwellen für den Run5 in Tabelle 3.2 gegeben.

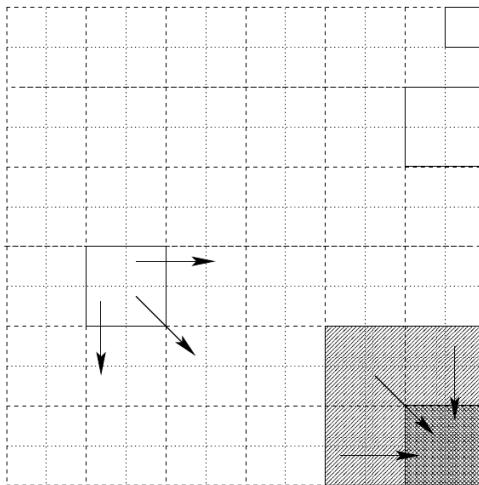


Abbildung 3.7: Skizze des Ausleseverfahrens des ERT; jedes einzelne Kästchen stellt eine Detektoreinheit dar. Das ganze abgebildete Feld wird von einem FEM verwaltet. Ein 2×2 großes Feld wird von einem ASIC-Chip ausgelesen, wobei die analoge Summe von vier Photomultipliern gebildet- und mit drei benachbarten 2×2 großen Feldern kombiniert wird, um ein 4×4 großes Feld zu erhalten. Die Summen werden mit festgelegten Schwellwerten verglichen, um eine Triggerentscheidung zu ermöglichen. [10]

LVL2-Trigger Der LVL2 (*Level 2*)-Trigger ist eingerichtet worden, um die Datenmenge weiter zu verringern, da in Au+Au-Kollisionen ein Datenstrom von $j_{\text{Au+Au}} = 224 \frac{\text{MB}}{\text{s}}$ anfallen würde, jedoch lediglich $j_{\text{max}} = 35 \frac{\text{MB}}{\text{s}}$ [4] können auf Festplatte abgespeichert werden. Aus diesem Grunde musste ein Prozess erschaffen werden, der sehr viel genauer erkennen kann, ob das Ereignis tatsächlich von physikalischer Relevanz ist. Dieser Prozess ist der LVL2-Triggeralgorithmus, welcher auf die Daten von ZDC, BBC, RICH, EMCAL, PC, TEC, MuID und DC zurückgreift. Um nun beispielsweise geladene Teilchen mit hohem p_T zu finden, wird mit den Informationen der Draht- und Driftkammern ein Biegewinkel der Bahnkurve berechnet. Je kleiner dieser Winkel, desto größer ist der Krümmungsradius und somit der Impuls des Teilchens (siehe dazu auch Abschnitt A.8). Die Triggerentscheidung findet dabei mittels sogenannter Schnitte bzw. *Cuts* statt. Dies sind gewisse Werte verschiedener Parameter, wie der zuvor beschriebene Krümmungswinkel. Diese werden nun nach Berechnungen oder Erfahrungen festgelegt, wonach der Prozessor dann mittels des LVL2-Triggeralgorithmus entscheidet.

Kapitel 4

Datenanalyse

Bisher sind die Prozesse beschrieben worden, die dazu führen, die Detektorantworten zu verarbeiten, zu digitalisieren und abzuspeichern. Für eine Analyse der Daten sind jedoch physikalische Größen wie Energie, Impuls oder Position von Bedeutung. Diese Konvertierung findet nach der Online-Datenverarbeitung statt und führt zu sogenannten DSTs (*Data Summary Table*), in denen die genannten Größen abgespeichert werden. Diese können mit einem reduzierten Satz an Variablen eines jeden Detektor zu sogenannten *microDSTs* komprimiert werden. Diese *microDSTs* beinhalten noch die Daten aller Detektoren, so dass diese in einem weiteren Schritt in sogenannte *nanoDSTs* getrennt werden können, welche lediglich die Daten gewisser Detektoren beinhalten. Die Daten dieser Analyse liegen nun in einem solchen *nanoDST* vor.

Nun unterscheiden sich die Ereignisse, die von den PHENIX-Detektoren erfasst werden. Daher ist eine Klassifizierung dieser Ereignisse anhand ihrer physikalischen Relevanz und ihrer Eigenschaften sinnvoll, welche in den folgenden Kapiteln beschrieben werden soll.

4.1 Bestimmung der Zentralität

Der Begriff der Zentralität kennzeichnet das Maß der Überlappung der beiden kollidierenden Kerne. Der Parameter, der genau dieses Maß charakterisiert ist der Stoßparameter, der die gedachte, kürzeste Verbindungsline der Zentren beider stoßenden Kerne darstellt. Die Zentralität wird für ein gegebenes System, d.h. für eine gegebene Schwerpunktsenergie und Typ von Stoßpartnern, anhand der Multiplizität von produzierten Teilchen bestimmt.

Im Glauber-Modell von Kern-Kern-Kollisionen geht man nun von einer Vervielfachung der Nukleon-Nukleon-Stößen aus, wie es bereits in Abschnitt 2.9.1 beschrieben worden ist. Im sogenannten Glauber-Monte-Carlo-Ansatz können gewisse Größen des Glauber-Modells, wie $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ und $\langle N_{\text{part}} \rangle$, durch Zufallszahlen bestimmt werden. Dazu werden einige Annahmen gemacht, wie die Geraadlinigkeit der Bahnkurven der kollidierenden Kerne oder die Unabhängigkeit der Nukleon-Nukleon-Kollisionen im Kern von vorhergehenden Kollisionen. Die Verteilung der Nukleonen im Kern wird durch Zufallszahlen gemäß einer Woods-Saxon-Kerndichte-Verteilung $\rho(r) = \rho_0 \frac{1 + \frac{wr^2}{R^2}}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$, die die Kerngeometrie beschreibt, bestimmt [35]. Daneben wird auch der Stoßparameter per Zufallszahlen gemäß der einfachen Stoßparameterverteilung $\frac{d\sigma_{\text{inel}}^{\text{A}+\text{B}}}{db} =$

$2\pi b$ gewählt. Diese Verteilung basiert auf der Annahme, dass es sich um sog. *schwarze Scheiben* handelt. Es lässt sich nach einfacher Integration über b erkennen, dass es sich um den klassischen, geometrischen Wirkungsquerschnitt handelt, bei dem der Stoßparameter die Summe der beiden Kernradien ist; $b = r_a + r_b$, dies bedeutet nichts Anderes als; $\sigma_{\text{unel}}^{\text{A}+\text{B}} \approx \sigma_{\text{geo}} = \pi^2(r_a + r_b)^2$. Im Glauber-Monte-Carlo-Ansatz wird eine Kollision zweier Nukleonen angenommen,

falls der transversale Abstand $d \leq \sqrt{\frac{\sigma_{\text{unel}}^{\text{NN}}}{\pi}}$ ist, welches mit obiger Überlegung konform geht.

In Abbildung 4.1 ist nun eine Stoßparameterverteilung mit diesen einfachen Überlegungen gezeigt, wobei diese Verteilung mittels $n_{\text{sim}} = 5 \cdot 10^5$ Zufallszahlen aufgestellt wurde.

Nun hängt die Wahrscheinlichkeit für Kern-Kern- Kollisionen mit mindestens einer unelastischen Nukleon-Nukleon- Kollision ersichtlicherweise vom Stoßparameter ab und mit ihm der Wirkungsquerschnitt für eine spezielle Zentralität. Bildet man nun das Integral der Stoßparameterverteilung über alle möglichen Stoßparameter, so erhält man den

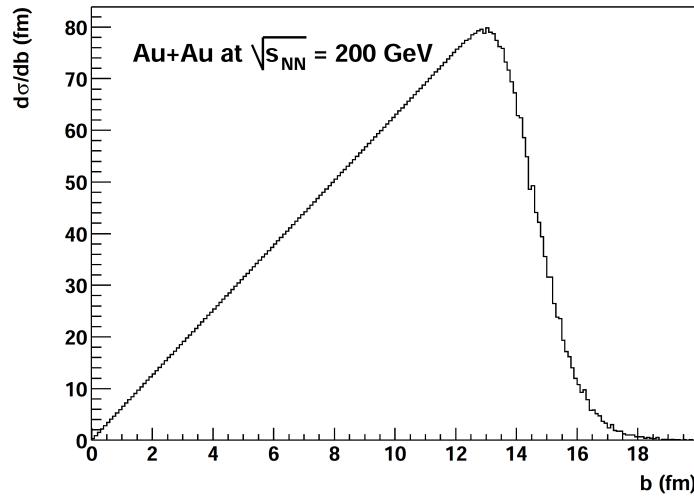


Abbildung 4.1: Stoßparameterverteilung als Beispiel für Gold-Gold-Stöße bei $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200 \text{ GeV}$, mittels $n_{\text{sim}} = 5 \cdot 10^5$ simulierten Ereignissen bestimmt. [48]

totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{unel}}^{\text{A}+\text{B}}$ unter Verlust der Information um die Zentralität. Es lassen sich jedoch auch Integrale mit bestimmten Integrationsgrenzen bilden und diese auf den totalen Wirkungsquerschnitt normieren, womit die gewünschten Zentralitätsklassen definierbar werden:

$$\text{mit } \sigma_{\text{unel}}^{\text{A}+\text{B}} = \int_0^\infty \frac{d\sigma_{\text{unel}}^{\text{A}+\text{B}}}{db} db \quad \text{und} \quad \Delta\sigma_{\text{unel}}^{\text{A}+\text{B}}|_{b_i}^{b_{i+1}} = \int_{b_i}^{b_{i+1}} \frac{d\sigma_{\text{unel}}^{\text{A}+\text{B}}}{db} db \quad (4.1)$$

$$\Rightarrow \quad Zk_i = \frac{\Delta\sigma_{\text{unel}}^{\text{A}+\text{B}}|_{b_i}^{b_{i+1}}}{\sigma_{\text{unel}}^{\text{A}+\text{B}}} \quad (4.2)$$

$\sigma_{\text{unel}}^{\text{A}+\text{B}}$:	totaler Wirkungsquerschnitt für eine Kern-Kern-Kollision mit mindestens einer unelastischen Nukleon-Nukleon-Kollision
$\Delta\sigma_{\text{unel}}^{\text{A}+\text{B}} _{b_i}^{b_{i+1}}$:	unelastischer Wirkungsquerschnitt einer gewissen Zentralitätsklasse
Zk_i :	i -te Zentralitätsklasse in den Integralgrenzen b_i und b_{i+1}

Wählt man beispielsweise die Integrationsgrenzen $(0, b_1)$, so dass die $Zk_0 = 10\%$ gilt, so stellt dies die in dieser Analyse die zentralste Klasse mit der Bezeichnung 0%...10% dar. Die nächst peripherere Klasse ist dann jene, deren Integrationsgrenzen mit dem obigen b_1 beginnt und bei einem b_2 endet, bei dem $Zk_1 = 10\%$ gilt, welche dann mit 10%...20% gekennzeichnet wird.

Bezeichnung:	$\frac{\Delta\sigma_{\text{inel}}^{\text{A}+\text{B}} _{b_i}^{b_{i+1}}}{\sigma_{\text{inel}}^{\text{A}+\text{B}}} \dots \frac{\Delta\sigma_{\text{inel}}^{\text{A}+\text{B}} _{b_{i+1}}^{b_{i+2}}}{\sigma_{\text{inel}}^{\text{A}+\text{B}}}$
Cc00	80%...88%
Cc01	70%...80%
Cc02	60%...70%
Cc03	50%...60%
Cc04	40%...50%
Cc05	30%...40%
Cc06	20%...30%
Cc07	10%...20%
Cc08	0%...10%
Minb	0%...88%

Tabelle 4.2: Auflistung der verwendeten Zentralitätsklasseneinteilung

Die genaue Klasseneinteilung mit einer weiteren gebräuchlichen Bezeichnung, wie sie in den verwendeten C++-Codes üblich sind, ist in Tabelle 4.2 gegeben. Hierbei stellt die mit *Minb* gekennzeichnete Zentralitätsklasse jene dar, die aus der Summe der anderen besteht, so dass hier die tatsächliche stoßparameterabhängige Zentralität keine Relevanz mehr besitzt. Die Größen wie $\sigma_{\text{inel}}^{\text{A}+\text{B}}$, $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ oder $\langle N_{\text{part}} \rangle$ sind experimentell nicht zugänglich. Jedoch lässt sich die Größe $\frac{dN}{dN_{\text{gel}}}$ sowohl experimentell messen, als auch durch Glauber-Rechnungen simulieren [35]. Die Messung dieser Verteilung lässt sich über die verschiedenen Detektoren des PHENIX-Experiments bewerkstelligen. Für die Zentralitätsbestimmung selbst zieht man dann das Signal des BBC heran, der in der Lage ist, geladene Teilchen zu messen. Bei zentralen Kern-Kern-Stößen erreichen mehr geladene Teilchen den BBC als im Falle peripherer Ereignisse. Mit diesem Signal und der

Verteilung $\frac{dN}{dN_{\text{gel}}}$ lässt sich, wie zuvor Integralverhältnisse bilden $\frac{\int_{\infty}^0 \frac{dN}{dN_{\text{gel}}} dN_{\text{gel}}}{\int_0^{\infty} \frac{dN}{dN_{\text{gel}}} dN_{\text{gel}}}$. Diese korrespondieren mit den im Zuge der Stoßparameterverteilung beschriebenen, wobei jedoch die Integralgrenzen anders gewählt werden müssen, da die größte Multiplizität bei kleinstem Stoßparameter zu erwarten ist. Eine Simulation findet dabei gewöhnlich über die Berechnung von $\langle N_{\text{part}} \rangle$ statt, da die Teilchenmultiplizität im System von stoßenden Goldkernen mit dieser Größe skaliert [56]. Eine beispielhafte Verteilung mit den entsprechenden Schnitten für die Zentralitätseinteilung ist in Abbildung 4.2 gegeben, wobei sowohl die Messungen durch N_{gel} als auch die Simulation durch $\langle N_{\text{part}} \rangle$ angedeutet sind ($N_{\text{gel}} \equiv N_{\text{ch}}$). Für Details der Zentralitätsbestimmung allgemein siehe [35] und im Falle der Daten dieser Analyse siehe [37].

4.2 Auswahl der Ereignisse

Wie bereits in der Beschreibung der Datenverarbeitung (Abschnitt 3.5) angedeutet, werden erst dann Ereignisse mit den entsprechenden Detektorwerten abgespeichert, falls gewisse Triggerentscheidungen vorliegen. Diese Entscheidung ist von der physikalischen Relevanz des Ereignisses abhängig, welches anhand gewisser Kriterien geschieht. Diese Kriterien anzuwenden bedeutet dabei eine Wertung des Ereignissen gemäß physikalischer Theorien oder empirischen Erkenntnissen. Man ist dem Ereignis damit gewissermaßen voreingenommen (engl.: *biased*). In der untersten Ebene ist das Maß der Selektion noch sehr gering, daher ist die Voreingenommenheit minimal, weswegen solche Ereignisse Minimum-Bias-Events oder Ereignisse genannt werden. Minimum-Bias-Ereignisse sind solche, die in beiden BBC-Detektoren (Nord- und Südseite) ein Signal in mindestens einem Photomultiplier erzeugt haben [37]. Damit liegt eine unelastische Kern-Kern-Kollision vor. Weiterhin wird ein Vertexbereich der Kollision von

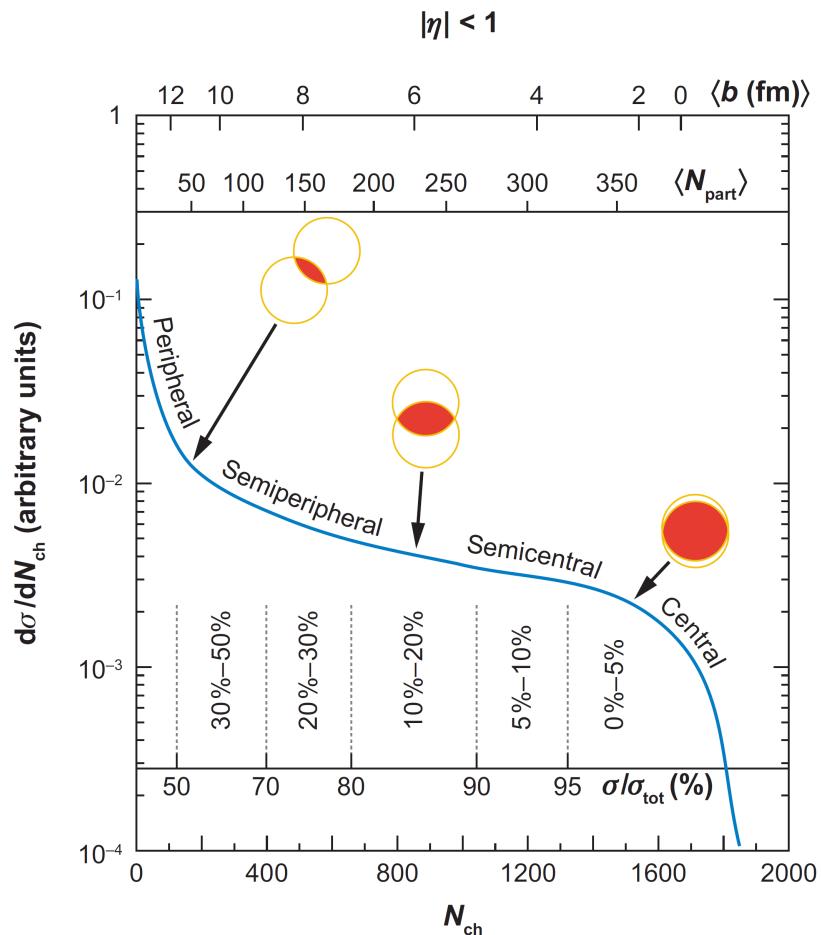


Abbildung 4.2: Auftragung des Verhältnisses $\frac{dN}{dN_{\text{gel}}} \sim \frac{d\sigma}{dN_{\text{gel}}}$, gegen N_{gel} ; über geeignete Integration der Verteilung und der Normierung auf die Gesamtfläche lassen sich die Zentralitätsklassen einteilen. Die gezeigte Verteilung stammt dabei aus einer Simulation ($N_{\text{gel}} \equiv N_{\text{ch}}$). [35]

$-30 \text{ cm} < z < 30 \text{ cm}$ ¹ gefordert, dessen Ermittlung ebenfalls mit den Daten des BBC gewährleistet werden kann. Neben den Minimum-Bias getriggerten Daten gibt es auch solche Ereignisse, die den EmCalRICH-Trigger (ERT) und den Minimum-Bias Trigger ausgelöst haben und solche, die nur den ERT ausgelöst haben. Letztere erfüllen natürlich ebenfalls die Minimum-Bias-Bedingungen, sind jedoch nicht durch den *scaledown counter* verworfen worden. Somit sind letztere zu den Ereignissen, die nur die Minimum-Bias-Triggerbedingungen erfüllt haben hinzuzuzählen, um einen kompletten Minimum-Bias-Datensatz zu erhalten.

¹Der Nullpunkt stellt den nominalen Vertex dar, der in der Mitte des Experimentes liegt.

4.3 Ausschluss von Hadronen; Cuts

Wie in der Behandlung der PHENIX-Detektoren bereits beschrieben, werden im elektromagnetischen Kalorimeter Elektronen, Positronen und Photonen detektiert, die in dem Kalorimeter elektromagnetische Schauer erzeugen. Diese Schauer haben dabei eine gewisse räumliche Ausdehnung, so dass sie sich teils über mehrerer Detektoreinheiten (Stapel bzw. *tower* des PbSc bzw. Module des PbGl) erstrecken. Aus diesem Grunde müssen die Schauer erst gefunden werden, um die physikalischen Größen wie die Energie dem Ereignis zuordnen zu können. Zu diesem Zwecke wird ein Algorithmus verwendet, der *clusteringoutine* genannt wird. Der Begriff bezieht sich dabei auf die Ansammlung (*cluster*) der Detektoreinheiten deren Signale aufsummiert werden. Der Algorithmus muss dazu Energien benachbarter Detektoreinheiten aufsummieren, die über dem Rauschen liegen. Daneben wird das lokale Maximum gefunden, indem die Energien der Detektoreinheiten miteinander- und mit einem Schwellwert verglichen werden. Mehrere Maxima führen zu einer Trennung der Ansammlung. Weiterhin werden die ersten und zweiten Momente berechnet, die zur Bestimmung der Position des Teilchen-Einschlags dienen. Der Algorithmus bestimmt danach die Gesamtenergie und die Form des Schauers. Diese Größen unterscheiden sich für die verschiedenen Teilchen, die der Detektor wahrnehmen kann. Die Kalorimeter sind für die Messung von Elektronen, Positronen und Photonen optimiert. Da sie jedoch auch auf Hadronen sensitiv sind, müssen die Signale der Hadronen so gut wie möglich verworfen werden. Dies geschieht mit Grenzwerten, die sich auf die genannten Größen der Energie und Schauerform beziehen, die sogenannten *cuts*.

Im Folgenden sollen diese *cuts* genauer beleuchtet werden, die bereits auf der Ebene der DST-Produktion angebracht werden. Eine Zusammenfassung der *cuts* mit den Bezeichnungen, wie sie in den DSTs und damit in den Computercodes üblich sind, ist in Tabelle 4.3 gegeben.

4.4 Analyse der Schauerform

Die Unterdrückung der Signale, die durch Hadronen hervorgerufen werden, geschieht bezüglich der beiden Detektortypen auf eine etwas unterschiedliche Weise. Beide Methoden sollen im Folgenden vorgestellt werden.

PbGl Im Falle des Bleiglaskalorimeters wird als Maß für die Schauerbreite die sogenannte Dispersion verwendet, welches nichts Anderes als die Varianz (genauer das Quadrat derselben) der räumlichen Koordinaten darstellt, falls die Wahrscheinlichkeitsdichte dem lokalen Energieanteil entspricht. Die Verteilung ist dabei aufgrund der Auslese der Detektoreinheiten mit einer diskreten Anzahl von Photomultipliern ebenfalls diskret. Nachstehend ist der entsprechende Ausdruck für die x -Achse des Detektors gezeigt, er gilt analog ebenfalls für die y -Achse:

$$\begin{aligned}
 p(x_i) &= \frac{E_i(x_i)}{E_{\text{ges}}} \quad \text{mit } E_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^N E_i \\
 \sigma_x^2 &= \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad \text{mit } \langle x^n \rangle = \sum_{i=1}^N x_i^n p(x_i) \\
 \Rightarrow \sigma_x^2 &\equiv D_x = \frac{\sum_{i=1}^N E_i x_i^2}{E_{\text{ges}}} - \left(\frac{\sum_{i=1}^N E_i x_i}{E_{\text{ges}}} \right)^2
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

In Folge der Modularität ist eine minimale Dispersion als Korrektur hinzuzufügen [53]:

$$D_x^{\text{korr}} = D_x - D_x^{\text{min}} \tag{4.4}$$

D_x :	Dispersion als Maß für die Breite eines Schauers
D_x^{min} :	minimale Dispersion, die auf die Modularität des Detektors zurückzuführen ist
D_x^{korr} :	um die minimale Dispersion korrigierte Dispersion
x_i :	Abstand der i -ten Detektoreinheit von der zentralen Einheit
$p(x_i)$:	ortsabhängige Wahrscheinlichkeitsdichte
$E_i(x_i)$:	detektierte Energie in einer Detektoreinheit i an der Stelle x_i
E_{ges} :	Gesamtenergie eines Treffers
N :	Anzahl der Detektoreinheiten, deren Signal zu einem Treffer gehören

Würde man nun einfach Treffer verwerfen, die eine gewisse Breite überschreiten, so würde außer Acht gelassen, dass bei Einschusswinkel von $\Theta > 8^\circ$ auch sehr viele Photonen ausgeschlossen würden, da bei schrägem Einfall Schauer auch von Photonen über mehrere Detektoreinheiten verteilt sind und das PbGl keine Auflösung in radialer Richtung (in der transversalen Ebene des PHENIX-Experimentes) ermöglicht. Nun lässt sich eine winkelabhängige Grenzdispersion festlegen, ab der die Treffer verworfen werden. Das Kriterium dazu ist in [27], dass nicht mehr als $\frac{n_{\gamma, \text{verw}}}{n_{\gamma, \text{ges}}} = 2\%$ bei $E_\gamma = 10 \text{ GeV}$ der Photonen verworfen werden sollen. Das Ergebnis ist dabei, dass $\frac{n_{\text{Hadr}, \text{verw}}}{n_{\text{Hadr}, \text{ges}}} \approx (54 \pm 3,6)\%^2$ der Hadronen verworfen werden, wobei hierbei die Winkelabhängigkeit gering ist. Die winkelabhängige Grenzdispersion lässt sich durch ein Polynom zweiten Grades ausdrücken, wobei die Koeffizienten in [27] ermittelt worden sind:

$$D_{\text{Grenz}}(\Theta) = 0,27 - 0,0145 \cdot \Theta + 0,218 \cdot 10^{-2} \Theta^2 \tag{4.5}$$

D_{Grenz} :	Grenzdispersion, entspricht der Dispersion, ab der die Treffer verworfen werden	$[D_{\text{Grenz}}] = \text{m}$
Θ :	Einschusswinkel	$[\Theta] = {}^\circ$

²Der angegebene Fehler stellt die Standardabweichung von zehn berechneten Werten für verschiedene Winkel von $\Theta_0 = 0^\circ$ bis $\Theta_9 = 20^\circ$ dar.

Die Dispersion ist dabei ebenfalls vom Polarwinkel des Detektors abhängig, wobei eine Änderung der beiden Winkel die Dispersionen in x - und y -Richtung entsprechend vergrößert oder verkleinert. Eine genauere Diskussion der Eigenschaften des PbGl und der entsprechenden Behandlung der Signale desselben ist [27] zu entnehmen.

Die Grenzbedingung für auszuschließende Treffer im Bleiglaskalorimeter lässt sich abschließend wie folgt formulieren, wobei beide Detektorachsen berücksichtigt werden [53]:

$$D_{\max}^{\text{korr}} = \max \left(D_x^{\text{korr}}, D_y^{\text{korr}} \right) > D_{\text{Grenz}} \quad (4.6)$$

PbSc Im Falle des Bleiszintillatorkalorimeter wird eine andere Größe als Maß für die Schauerbreite verwendet, die in Analogie zur Methode der Minimierung der Abstandsquadrate mit χ^2 benannt ist. Dabei wird die gemessene Energie und die Energie, die von einem elektromagnetischen Schauer erwartet wird, verglichen. Dieser erwartete Schauer wird mittels einer gewissen Parametrisierung und der Information um den Einfallsort ermittelt. Damit ist die Größe χ^2 ein Maß, wie „elektromagnetisch“ der Schauer ist, um ihn von den hadronischen Schauern zu unterscheiden. Die genannte Größe ist dabei wie folgt definiert [28]:

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(E_{\text{erw}}^i - E_{\text{gem}}^i)^2}{\sigma_i^2} \quad (4.7)$$

χ^2 :	Maß für die Schauerbreite im PbSc
E_{erw}^i :	für einen elektromagnetischen Schauer erwartete Energie in der Detektoreinheit i
E_{gem}^i :	in der Detektoreinheit i gemessene Energie
N :	Anzahl der Detektoreinheiten, die ein Signal eines Treffers liefern
σ :	Varianz der gemessenen Werte

Nun werden nur Schauer, die die Bedingung $\chi^2 < 3$ als elektromagnetische Schauer anerkannt, andere werden verworfen.

4.5 Analyse der Energie

Wie in jedem elektronischen Gerät ist auch in den FEMs der Kalorimeter ein gewisses Rauschen vorhanden, das sich in den Messsignalen manifestiert. Durch die Diskriminierung der Energie unter $E_{\text{Grenz}} = 200 \text{ MeV}$ kann das resultierende Rauschen minimiert werden.

4.6 Ausschluss von untauglichen Detektoreinheiten

Nun sind nicht alle Detektoreinheiten, wie sie in der Beschreibung des PHENIX-Experiments (Abschnitt 3) aufgezeigt sind, in der Lage, zuverlässige Daten für eine Analyse zu liefern. Einheiten, die in einer Ansammlung von Detektoreinheiten eines Schauers (*cluster*) ein Signal liefern, das zu klein ist, werden als untaugliche Einheiten ausgeschlossen. Diese Einheiten haben

Bezeichnung:	Kriterium	PbGl	PbSc
PID0	keines		
PID1	Energie; $E < E_{\text{Grenz}}$	$E_{\text{Grenz}} = 200 \text{ MeV}$	$E_{\text{Grenz}} = 200 \text{ MeV}$
PID2	Schauerform	$D_{\text{max}}^{\text{korr}} > D_{\text{Grenz}}(\Theta)$	$\chi^2 > 3$
PID3		Kombination aus PID1 und PID2	

Tabelle 4.3: Zusammenstellung der *cuts*, die zum Ausschluss von Hadronen führen sollen.

defekte Photomultiplier, die kein Signal liefern oder beständig ein Signal abgeben, unabhängig vom Strahlungseingang. Der Umstand, dass sich ein Schauer über mehrere Einheiten erstrecken kann, erzwingt auch ein Ausschließen jener Einheiten, die die untauglichen Einheiten umgeben und die sich am Rand des Detektors befinden. Weiterhin werden die Häufigkeiten der Einheiten in verschiedenen Energiebereichen betrachtet, bei der diese den Hauptbeitrag zu einem *cluster* leisten. Daneben wird deren zugehörige Standardabweichungen berechnet [28]. Falls nun eine Einheit größere Abweichungen zeigt, werden diese ebenfalls ausgeschlossen, da gerade im Falle hoher Transversalimpulse (p_T) bzw. Energien die Statistik sehr gering ist und jede einzelne Einheit, die die genannten Auffälligkeiten zeigen, das Spektrum signifikant verfälschen können.

Mit diesen Informationen lassen sich für die Sektoren des Detektors Karten dieser untauglichen Einheiten aufstellen, die für die Produktion der DSTs verwendet werden. Diese führen mit den Messungen zu Karten, die die tatsächlichen Treffer auf einen Sektor zeigen. Diese Karten im Abschnitt C.2 zu finden.

Kapitel 5

Bestimmung des Spektrums direkter Photonen

Diese Diplomarbeit hat die direkten Photonen zum Gegenstand, welche aus den Daten der elektromagnetischen Kalorimeter zu extrahieren sind. Diese Daten sind jedoch mit Beiträgen verschiedener Quellen kontaminiert, die in den Hadronen selbst und den Zerfallsphotonen derselben bestehen. Die Extraktion der direkten Photonen vollzieht sich daher in zwei noch zu differenzierenden Schritten, die da lauten:

- Bestimmung des inklusiven Photonenspektrums
- Subtraktion des Zerfallsuntergrundes

Diese Schritte stellen dabei den Kern dieser Diplomarbeit dar und werden in den folgenden Kapiteln genauer unterteilt und beleuchtet. Der Begriff *Spektrum* versteht sich dabei grundsätzlich als ein Ordnungsschema nach einer gewissen Größe, welche im Folgenden in jener des Transversalimpulses p_T bestehen soll.

5.1 Bestimmung des inklusiven Photonenspektrums

Wie der Begriff des inklusiven Photonenspektrums bereits andeutet, beinhaltet diese Größe sowohl direkte- als auch Photonen aus Hadronenzerfällen. Aus diesem Grunde schließt sich die Subtraktion des Untergrundes dieser Zerfallsphotonen an die Bestimmung des inklusiven Photonenspektrums, um das Spektrum direkter Photonen zu erhalten.

Bevor dies geschehen kann sind einige Korrekturen am Rohspektrum erforderlich. Zum Einen müssen geladene Teilchen, die ebenfalls ein Signal in den elektromagnetischen Kalorimetern erzeugen, aus dem Spektrum entfernt werden, welches durch den Faktor $1 - X_{\text{gel}}$ in Gleichung 5.1 geschieht.

Dabei sind Konversionen zu berücksichtigen, bei denen Photonen, die dem Spektrum angehören sollen, zu geladenen Teilchen konvertieren. Diese werden durch die Korrektur der geladenen Teilchen aus dem Spektrum entfernt, müssen jedoch durch den Faktor $\frac{1}{1 - W_{\text{konv}}}$ in Gleichung 5.1 wieder hinzugefügt werden.

Auch Neutronen und Antineutronen können Signale im Kalorimeter erzeugen, weswegen auch diese aus dem Spektrum zu entfernen sind, welches durch den Faktor $(1 - X_{n\bar{n}})$ in Gleichung 5.1 berücksichtigt wird.

Bevor diese recht physikalischen Korrekturen angewendet werden, ist zunächst dafür Sorge zu tragen, gewisse technische Einschränkungen der Kalorimeter auszugleichen. So deckt das Kalorimeter, wie andere Detektoren, nicht den vollen Raumwinkel ab. Auch sind einige Bereiche von der Analyse ausgeschlossen, wie es in Abschnitt 4.6 beschrieben worden ist. Beide Punkte werden zu der *Akzeptanz* zusammengefasst, die in Gleichung 5.1 mit a_γ abgekürzt ist.

Weiterhin sind Änderungen des gemessenen Spektrums gegenüber dem physikalischen Eingangsspektrum anzunehmen, die auf technische Einschränkungen des Detektors wie die Energie- und Ortsauflösung oder auf die angewendeten *cuts* in der Analyse zurückzuführen sind. Demnach wird durch eine entsprechende Korrektur das physikalische Spektrum *rekonstruiert*, weswegen diese Korrektur unter den Begriff der *Rekonstruktionseffizienz* bekannt ist. Diese Korrektur wird mit dem Faktor ε_γ in Gleichung 5.1 Rechnung getragen. Sowohl die Korrektur bezüglich der Akzeptanz, als auch jene der Rekonstruktionseffizienz werden über eine *Fast-Monte-Carlo*-Simulation bestimmt.

Nachstehend sind die gesamten Korrekturen in einem Ausdruck vereint, der das inklusive Photonenspektrum darstellt. Die Korrekturfaktoren verstehen sich als gewöhnliche, multiplikative Größen und nicht etwa als Operatoren. Dies wäre ebenfalls möglich, jedoch wären die Größen nicht in jedem Falle kommutativ, wie beispielsweise im Falle der Korrektur der geladenen Teilchen und der Neutronen bzw. Antineutronen. Hierbei versteht sich $X_{n\bar{n}}$ als Anteil der Neutronen am Spektrum der neutralen Teilchen, welches offensichtlich die Entfernung der geladenen Teilchen bereits voraussetzt.

Die Daten liegen nun als Anzahldichte bezüglich des Transversalimpulses p_T vor, worauf die Korrekturen anzuwenden sind, wobei die wesentlichen Größen abhängig vom Transversalimpuls sind, ohne dass im folgenden Ausdruck speziell darauf hingewiesen sein soll:

$$\left. \frac{dN_\gamma}{dp_T} \right|_{\text{inkl}} = \frac{1}{a_\gamma \varepsilon_\gamma (1 - W_{\text{konv}})} (1 - X_{n\bar{n}}) (1 - X_{\text{gel}}) \frac{dN_{\text{cluster}}}{dp_T} \quad (5.1)$$

$\left. \frac{dN_\gamma}{dp_T} \right _{\text{inkl}}$:	korrigiertes, inklusives Photonenspektrum
$\frac{dN_{\text{cluster}}}{dp_T}$:	unkorrigiertes Spektrum der Detektorantworten (abhängig von den angewendeten PID-Cuts)
$X_{n\bar{n}}$:	Anteil der Neutronen und Antineutronen am neutralen Spektrum
X_{gel} :	Anteil der geladenen Teilchen am unkorrigierten Spektrum
W_{konv} :	Anteil der Photonen, die vor der PC3 in ein e^+e^- -Paar konvergiert sind

Der Index *cluster* in der Größe $\frac{dN_{\text{cluster}}}{dp_T}$ deutet darauf hin, dass noch nicht entschieden ist, ob es sich tatsächlich um ein Photon handelt. Grundsätzlich ist zunächst von einem Signal in einer gewissen Anhäufung oder *cluster* von Detektoreinheiten auszugehen.

Im Folgenden sollen diese Korrekturen genauer beleuchtet werden und die entsprechenden Ergebnisse für den vorliegenden Datensatz präsentiert werden. Nach Gleichung B.20 stellt dieses Spektrum den *Yield* dar und soll im Folgenden wie nachstehend abgekürzt werden:

$$\gamma_{\text{inkl}}(p_T) := \frac{1}{N_{\text{SIK}} 2\pi p_T} \frac{d^2 N_\gamma(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{\text{inkl}} \quad (5.2)$$

5.1.1 Akzeptanz

Der Begriff der Akzeptanz bezieht sich auf die Fähigkeit des Detektors, Teilchen mit unterschiedlicher Richtung zu detektieren. Da der Detektor nicht kugelförmig um den Vertex herum positioniert ist und nicht alle Einheiten der Detektoren funktionstüchtig sind (siehe Abschnitt 4.6), kann er nur einen Teil der Teilchen aufnehmen bzw. *akzeptieren*. Um nun auf das ursprüngliche Spektrum zurückzuschliessen zu können, wird das gemessene Spektrum mit dem korrigierenden Faktor versehen, welcher analytisch das Verhältnis von akzeptiertem- zu emittiertem Spektrum darstellt:

$$a_\gamma(p_T) = \frac{f_{\text{akz}}(p_T)}{f_{\text{emit}}(p_T)} \quad (5.3)$$

$a_\gamma(p_T)$:	korrigierender Faktor bzgl. der Akzeptanz
$f_{\text{akz}}(p_T)$:	vom Detektor akzeptiertes, unkorrigiertes Spektrum
$f_{\text{emit}}(p_T)$:	emittiertes Spektrum (isotrop in ϕ , gaußverteilt in y)

Dies wird mit Hilfe einer Fast-Monte-Carlo-Simulation bewerkstelligt, welche dabei per Zufallszahlen Photonen erzeugt. Die Variable p_T ist dabei in dem Intervall $[0 \frac{\text{GeV}}{c}, 48 \frac{\text{GeV}}{c}]$ gleichverteilt gewählt, so wie der Azimuthalwinkel im Intervall $[0, 2\pi)$ und der z -Vertex im Intervall $[-30 \text{ cm}, 30 \text{ cm}]$. Lediglich die Rapidity ist gemäß einer Gaußverteilung im Intervall $[-0,45, 0,45]$ mit $\sigma_{\text{Rap}} = 3,0$ und $\langle y \rangle = 0$ simuliert worden. Im Falle des akzeptierten Spektrums f_{akz} wird der Position und der Existenz untauglicher Module Rechnung getragen wird, indem solche Teilchen, die eine dieser Einheiten treffen, schlicht nicht im Spektrum berücksichtigt werden. Dabei wird mit Hilfe der Energieinformation (über p_T bestimmt) die Position bestimmt, an der die maximale Energie deponiert wird. Diese Position ist dabei die relevante Information bezüglich des Ausschlusses eines Treffers unter einem gewissen Winkel auf das Kalorimeter. Dazu wird die Position des Treffers mittels der folgenden Parametrisierung korrigiert:

$$z_{\text{pos}}^{\text{max}} = z_{\text{pos}} + s(E, \theta) \cos \phi \quad (5.4)$$

$$y_{\text{pos}}^{\text{max}} = y_{\text{pos}} + s(E, \theta) \sin \phi \quad (5.5)$$

$r_{i,\text{pos}}^{\text{max}}$:	Position der maximalen Energiedeposition, $r_i \in \{y, z\}$ (Detektorkoordinaten)
$r_{i,\text{pos}}$:	Position an der das Teilchen auftrifft, $r_i \in \{y, z\}$ (Detektorkoordinaten)
ϕ :	Winkel zwischen Impulsvektor und z -Achse des Detektors
θ :	Einfallswinkel

Die gezeigten Koordinaten verstehen sich als Koordinaten im detektorbezogenen System. Der Faktor s ist dabei von der Energie und Einfallswinkel des Teilchens abhängig. Weiterhin unterscheidet er sich für die beiden Detektortypen (PbGl bzw. PbSc). Durch die gezeigte Korrektur können auch Treffer ausgeschlossen werden, die auf eine intakte Detektoreinheit treffen, die maximale Energie jedoch in einer untauglichen Einheit deponieren. Ein Erkennen solcher Treffer lässt sich aufgrund der fehlenden Auflösung in r -Richtung nicht verwirklichen. Eine weitere Folge dieser Energieabhängigkeit ist die Vergrößerung der Eindringtiefe des Schauers in dem Detektor bei steigender Energie. Aus diesem Grunde können Teilchen, die in einem gewissen Winkel aus das Kalorimeter treffen, am Rande des Detektors gewissermaßen herausfallen, da ihre Position der maximalen Energiedeposition außerhalb des Detektors oder in den ebenfalls als untauglich eingestuften Randmodulen stattfinden würde [66]. Daher wird erwartet, dass der Anteil der ausgeschlossenen Treffer mit zunehmender Energie bzw. p_T gesteigert wird, welches die Akzeptanz verringert.

Praktisch ist die ideale Vorstellung der Korrekturfaktors in Gleichung 5.3 mit einer solchen Simulation nicht zu realisieren. In der Simulation werden stattdessen Histogramme mit den erzeugten Photonen in den entsprechenden p_T -Intervallen aufgefüllt. Im Falle des Nenners in Gleichung 5.3 entspricht dies der Summe $Y_{\text{emit}} = \sum_{i=0}^{n_0} f(p_T^0 + \frac{i}{n_0} \Delta p_T)$ im Intervall $[p_T^0, p_T^0 + \Delta p_T]$, wobei die Auffüllung mit der lokalen Definitionsvariable $p_T = p_T^0 + \frac{i}{n_0}$ im Mittel äquidistant geschieht, aufgrund der Gleichverteilung in p_T . p_T^0 stellt dabei die Unterkante der betrachteten Histogrammkasse dar und Δp_T deren Breite. Im Falle des akzeptierten Spektrums, also dem Zähler in Gleichung 5.3, sind nicht n_0 simulierte Photonen, sondern n_{akz} anzunehmen, die nicht äquidistant auf das Intervall $[p_T^0, p_T^0 + \Delta p_T]$ verteilt werden. Dies liegt in der Energie- und damit der p_T -Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeit zum Ausschluss eines Treffers aufgrund obiger Aussagen. Somit ergibt sich die Summe der akzeptierten Photonen zu $Y_{\text{akz}} = \sum_{j=0}^{n_{\text{akz}}} f(p_T^0 + \frac{b_j}{n_0} \Delta p_T)$, wobei b_j die Verteilung der akzeptierten Treffer anzeigt. Der Korrekturfaktor der Akzeptanz in diesem Intervall ergibt sich damit offensichtlich zu $a_\gamma(p_T^0) = \frac{Y_{\text{akz}}}{Y_{\text{emit}}}$. Wäre $f(p_T)$ eine Konstante, welches Y_{akz} unabhängig von der Verteilung b_j machte, so ergäbe sich direkt $a_\gamma(p_T^0) = \frac{n_{\text{akz}}}{n_{\text{emit}}}$. Somit würde die Energieabhängigkeit der Wahrscheinlichkeit der Akzeptanz eines Treffers innerhalb des Intervalls nicht mehr berücksichtigt. Der sich daraus ergebende Effekt steigerte sich ersichtlicherweise mit zunehmender Intervallgröße Δp_T . Um dies zu vermeiden wird für $f(p_T)$ das zu erwartende Spektrum verwendet. Dieses ist zum Zeitpunkt der Analyse jedoch noch nicht bekannt. Aus diesem Grunde wird die Analyse mit einem gewissen angenommenen Spektrum durchgeführt. Mit dem resultierenden Spektrum wird die Simulation wieder durchgeführt, welches eine andere Akzeptanz (und Effizienz) zur Folge hat. Dieses Vorgehen wird in der Hoffnung wiederholt, dass der Prozess konvergiert.

Die einzige Abhängigkeit der Akzeptanz für das Spektrum ist die von dem Transversalimpuls, welche von der Korrektur der Position der maximalen Energiedeposition herrührt. Diese ist im Vergleich zu den geometrischen Verhältnissen gering, weswegen ein weitgehend konstanten Verlauf bezüglich p_T erwartet wird. Aus den einfachen geometrischen Gegebenheiten würde man ein Verhältnis von den Akzeptanzen beider Detektortypen von $V_{a_\gamma} = \frac{a_\gamma^{\text{PbSc}}}{a_\gamma^{\text{PbGl}}} \approx 3$ aufgrund des Verhältnisses der Anzahlen der Sektoren, die mit $n_{\text{Sektor}}^{\text{PbSc}} = 6$ bezüglich des PbSc und mit $n_{\text{Sektor}}^{\text{PbGl}} = 2$ im Falle des PbGl zu Buche schlagen, erwarten. Die in Abbildung 5.1 gezeigten Er-

gebnisse der Simulation zeigt mit $a_\gamma^{\text{PbGl}} \approx 0,06$ und $a_\gamma^{\text{PbSc}} \approx 0,23$, welches zu einem Verhältnis von $V_{a_\gamma} \approx 3,9$ führt, eine deutliche Abweichung von der naiven Erwartung. Dies ist weitestgehend auf die Anzahl ausgeschlossener Detektoreinheiten zurückzuführen.

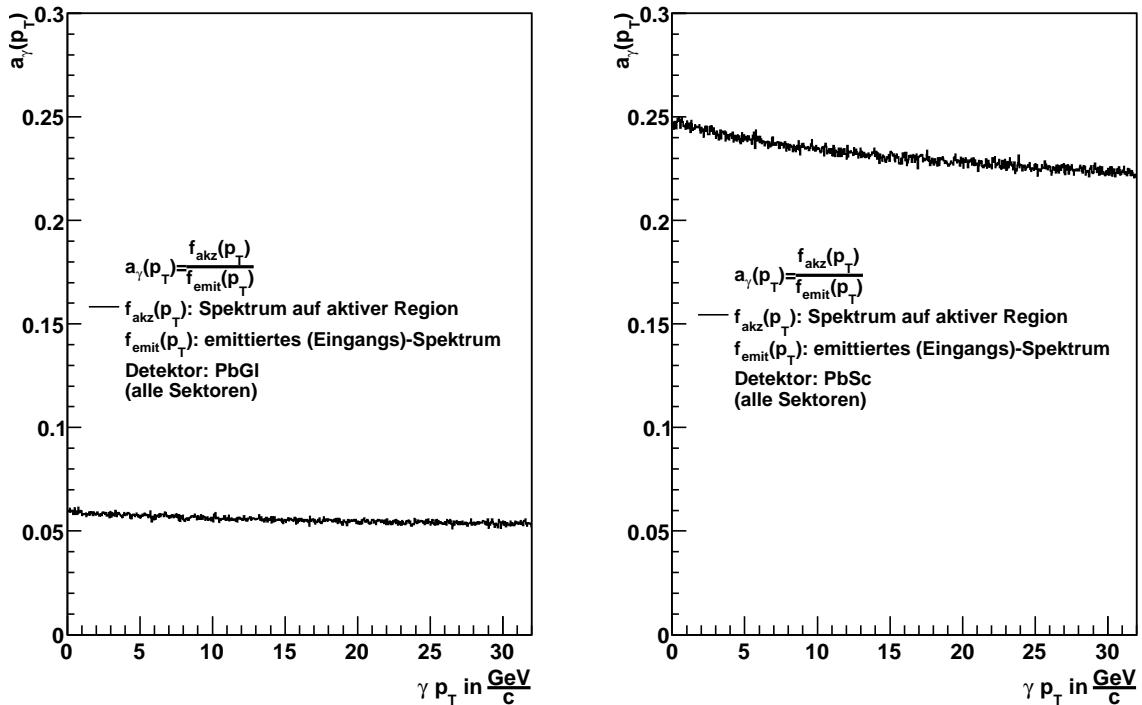


Abbildung 5.1: Ergebnis der Simulation für die Akzeptanz; zu erkennen ist ein Verhältnis von den Akzeptanzen beider Detektoren von $V = \frac{a_\gamma^{\text{PbSc}}}{a_\gamma^{\text{PbGl}}} \approx 3,9$. Der schwankende Verlauf ist auf statistische Fluktuationen zurückzuführen, die bei der Klasseneinteilung mit $n_{\text{Klassen}} = 320$ Klassen noch erkennbar ist.

5.1.2 Rekonstruktionseffizienz

Der Begriff der Rekonstruktionseffizienz bezieht sich auf das Vermögen, das eingehende Spektrum, unter Berücksichtigung der Detektoreigenschaften und *cuts* in der Analyse, korrekt zu *rekonstruieren*. Diese Eigenschaften des Detektors, sowie der angewendeten *cuts* führen zu einem gemessenen Spektrum, das sich von dem eingehenden Spektrum unterscheidet. Solche Änderungen sollen mit der Berechnung der Rekonstruktionseffizienz wieder korrigiert werden. Der entsprechende Korrekturfaktor, der in Gleichung 5.1 mit ε_γ bezeichnet worden ist, ist dabei wie folgt definiert:

$$\epsilon_\gamma(p_T) = \frac{f_{\text{var}}(p_T)}{f_{\text{emit}}(p_T)} \quad (5.6)$$

$\epsilon_\gamma(p_T)$:	Rekonstruktionseffizienz
$f_{\text{var}}(p_T)$:	durch die Energieverschmierung bzw. Verschmierung in p_T , sowie durch die Wirkungen der <i>cuts</i> hervorgerufene <i>Variation</i> des Spektrums
$f_{\text{emit}}(p_T)$:	<i>emittiertes</i> Spektrum

Die Ursachen für die angesprochene Änderung des Spektrums röhrt zum Einen von der Energieauflösung des Detektors her, aufgrund derer eine nichtverschwindende Wahrscheinlichkeit existiert, dass einem Photon mit einem gewissen Transversalimpuls im Spektrum ein anderer Transversalimpuls zugeordnet wird. Dies verändert die Position dieses Photons im Spektrum. Da dieses Spektrum steil abfällt und sehr viel mehr Photonen bei kleinem p_T in der Position verändert werden, als bei höherem p_T , bei dem die Statistik nicht derart ausgeprägt ist, wird das Spektrum verformt. Dies lässt sich anschaulich sehr einfach erkennen, wenn ein Histogramm mit diskreter Klasseneinteilung das kontinuierliche Spektrum abbilden soll. Ein entsprechender Beweis ist in Abschnitt A.10 gegeben. Da der Transversalimpuls über die Position und die Energie eines Treffers berechnet wird, kann eine falsche Lokalisierung eines Treffers durch den Detektor ebenfalls zu einer Verfälschung des Spektrums führen. Aus diesem Grunde ist auch die Ortsauflösung des Detektors zu berücksichtigen.

Weiterhin ist anzunehmen, dass Schauer im Kalorimeter überlappen, welches auf die hohe Multiplizität von Teilchen und die damit verbundene Nähe dieser Schauer zurückzuführen ist. Aufgrund dieser Überlappung können solche Schauer als ein einziger breiterer Schauer interpretiert werden, welches zu einer erhöhten Anfälligkeit auf den Ausschluß des Dispersions-Cut führt.

In dieser Analyse wird eine statistische Methode gewählt, um die Rekonstruktionseffizienz zu ermitteln. Hierbei bedient man sich einer Fast-Monte-Carlo-Simulation, die die genannten Effekte mit der Kenntnis um die Detektoreigenschaften und der Methodik der angewendeten *cuts* simuliert. Sowohl *emittiertes*, als auch *variiertes* Spektrum werden mit Zufallszahlen simuliert, wobei die Bedingungen bezüglich der z -Vertexverteilung, Rapiditätsverteilung und der Gewichtung mit dem erwarteten Spektrum dieselben sind wie im Falle der Bestimmung der Akzeptanz (p_T in $[0 \frac{\text{GeV}}{c}, 48 \frac{\text{GeV}}{c}]$ gleichverteilt, Azimuthalwinkel ϕ in $[0, 2\pi]$ gleichverteilt, Rapidity y in $[-0,45, 0,45]$ gaußverteilt mit $\sigma_{\text{Rap}} = 3,0$ und $\langle y \rangle = 0$, z -Vertex in $[-30 \text{cm}, 30 \text{cm}]$ gleichverteilt). Um die Effizienz bestimmen zu können, ist es zudem notwendig, die Energie- und Ortsauflösung des Detektors zu simulieren. Dies wird mit einer gaußförmigen Verschmierung beider Größen bewerkstelligt. Die Varianzen der Verteilungen haben dabei einen energieabhängigen und einen konstanten Anteil, wobei im Falle der Ortsauflösung weiterhin der Einfallswinkel des Teilchens zu berücksichtigen ist. Die Parametrisierungen lauten wie folgt [66]:

Energieverschmierung: $\sigma_E = E \sqrt{\frac{a_E^2}{E/\text{GeV}} + b_E^2}$ (5.7)

Ortsverschmierung: $\sigma_{x,y}^{res} = \sqrt{(\sigma_{x,y}^0)^2 + (\sigma_{x,y}^\Theta)^2}$ (5.8)

mit $\sigma_{x,y}^0 = \sqrt{\frac{a_{x,y}^2}{E/\text{GeV}} + b_{x,y}^2}$

und $\sigma_{x,y}^\Theta = c_{x,y} \sin(\Theta)$

Die Parametrisierung der Auflösungen ist bereits im Zuge der Beschreibung der Kalorimeter aufgezeigt worden (siehe dazu Abschnitt 3.3 bzw. [10]).

E :	Energie des Zufallsteilchens
σ_E :	Varianz der Gaußverteilung, die die Energieauflösung imitiert
$\sigma_{x,y}^{0,\Theta}$	Anteil der Varianz der Gaußverteilung, die die Ortsauflösung imitiert im Falle des senkrechten Einfalls (0) und im allgemeinen Fall (Θ)
Θ :	Einfallswinkel des Teilchens
$\sigma_{x,y}^{res}$:	resultierende Varianz für die Ortsauflösung
a_E :	Konstante des energieabhängigen Anteils der Varianz der Energieauflösung
b_E :	Konstante des energieunabhängigen Anteils der Varianz der Energieauflösung
$a_{x,y}$:	Konstante des energieabhängigen Anteils der Varianz der Ortsauflösung
$b_{x,y}$:	Konstante des energieunabhängigen Anteils der Varianz der Ortsauflösung

Die Konstanten sind dabei durch Teststrahlen am AGS und CERN-SPS ermittelt worden. Da jedoch die Detektoren durch den ständigen Strahlungseingang und sonstiger Umwelteinflüsse altern, müssen die Konstanten immer wieder angepasst werden. Im Falle der Konstanten der Energieauflösung, a_E und b_E , wird der π^0 -

Peak in dem invarianten Massenspektrum einer Fast-Monte-Carlo-Simulation unter Verwendung der gezeigten Parametrisierung mit dem der Messungen verglichen. Da die Masse und die Zerfallszeit des π^0 sehr genau bekannt ist, lassen sich entsprechende Anpassungen vornehmen [66]. Diese Vorgehen wird auch im Zuge der Korrektur der Energieskala (siehe Abschnitt 5.1.7) angewandt.

Die Werte für $a_{x,y}$ und $b_{x,y}$ im Falle des PbSc basieren auf jenen des PbGl und sind für die verschiedene Granularität, die die Ortsauflösung bestimmt, mit dem Verhältnis der Ausmessungen der Detektoreinheiten skaliert worden. Die Konstante $c_{x,y}$ hängt mit der Strahlungslänge der verschiedenen Detektoren zusammen, da bei schrägem Einfall des

Bezeichnung der Konstante:	Wert:	Gültigkeitsbereich:
a_E	0,08	PbGl und PbSc
b_E	0,06	PbSc
	0,095	PbGl E0
	0,075	PbGl E1
$a_{x,y}$	6,73 mm	PbGl
	8,35 mm	PbSc
$b_{x,y}$	1,61 mm	PbGl
	0,15 mm	PbSc
$c_{x,y}$	28 mm	PbGl
	20 mm	PbSc

Tabelle 5.1: Werte für die Konstanten der Varianzen der Gaußverteilungen, die die Energie- und Ortsauflösung imitieren sollen. [66][10]

Teilchens die laterale Ausdehnung des Schauers neben jener der eigentlichen Schauerbreite, ersichtlicherweise auch von dem Einfallswinkel und von der Eindringtiefe des Teilchens abhängt. Eine Zusammenfassung der Konstanten, wie sie zum Zeitpunkt dieser Analyse gewesen sind, zeigt Tabelle 5.1.

Als Nächstes wird die Wahrscheinlichkeit für sich überlappende Schauer berücksichtigt. Die Wahrscheinlichkeiten selbst sind dabei abhängig von dem angewendeten PID-Cut und der Zentralitätsklasse. Diese Wahrscheinlichkeit wird mit einer Zufallszahl z mit $0 \leq z \leq 1$ verglichen. Falls die Wahrscheinlichkeit größer oder gleich dieser Zahl ist, so wird zu der Energie des Teilchens die Energie hinzugefügt, die zufällig aus einer Verteilung gewählt wird, die auf realen Treffern auf den Detektor basiert. Dabei wird allerdings lediglich rein binär entschieden, also ob eine Überlappung gegeben ist oder nicht [28]. Dieses Vorgehen gründet u.a. auf der Tatsache, dass der Schauer selbst der Einfachheit halber nicht simuliert wird, womit man von solchen empirischen Wahrscheinlichkeiten abhängig ist. An dieser Stelle wird je nach Wahl des *cut*-Typs, die Energie (PID1-Cut), sei es jene des einzelnen Schauers oder die eines verschmolzenen, mit der Grenzenergie des Energie-Cut verglichen. Sollte die Energie darunter liegen, so wird der Treffer verworfen. Für den Dispersions-Cut muß danach entschieden werden, ob die simulierten einzelnen Treffer und jene, die verschmolzen wurden, das Dispersions-Kriterium erfüllen oder nicht. Auch hierfür wird eine empirische Wahrscheinlichkeit in Anschlag gebracht. Eine solche Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\text{sup}}^{\pi^0}$ ¹ wird ermittelt, indem trivialerweise ein Vergleich von dem π^0 -Spektrum mit- und ohne der Anwendung des Dispersions-Cuts angestellt wird. Das entsprechende Verhältnis stellt dann die Wahrscheinlichkeit dar, dass ein π^0 den Dispersions-Cut überlebt. Da nun aber die Überlebenswahrscheinlichkeit für einzelne Photonen P_{sup}^{γ} gesucht ist, muß das Ergebnis noch angepasst werden. Die Verknüpfung dieser Größen ergibt sich zu $P_{\text{sup}}^{\gamma} = \sqrt{P_{\text{sup}}^{\pi^0}}$ [66]. Diese Wahrscheinlichkeiten werden wieder mit Zufallszahlen verglichen, woraufhin der Treffer verworfen wird oder in das variierte Spektrum $f_{\text{var}}(p_T)$ eingeht.

Da das erwartete Spektrum stark abfallend ist, ist gerade in Bezug auf die Umverteilungen in die verschiedenen Klassen der Histogramme, die in der Simulation aufgestellt werden, die Gewichtung der simulierten Ereignisse mit dem zu erwartenden Spektrum von entscheidender Bedeutung. Damit ist auch die Rekonstruktionseffizienz, so wie die Akzeptanz von der Korrektur dieses Spektrums im iterativen Prozess abhängig.

In Abbildung 5.2 sind nun die Effizienzen für die beiden Kalorimeter aufgezeigt. Bei geringen p_T ist die Größe kleiner als $\varepsilon_{\gamma} = 1$ und steigt anschließend auf Werte darüber. Durch das stark abfallende Spektrum findet gerade bei geringen p_T eine große Umverteilung statt, welches zu einem zu kleinen Spektrum in diesem Bereich führt. Durch die Multiplikation mit $\frac{1}{\varepsilon_{\gamma}} > 1$ wird dieser Effekt wieder kompensiert. Bei höheren p_T muss die Umverteilung, die zu einem zu großen Spektrum geführt hat mit der Multiplikation mit $\frac{1}{\varepsilon_{\gamma}} < 1$ wieder umgekehrt werden. Der Unterschied von PbGl zu PbSc ist dabei erwartungsgemäß marginal.

5.1.3 Korrektur geladener Teilchen

Die Daten der Kalorimeter beinhalten auch Signale von geladenen Teilchen, wie Elektronen, Positronen und von geladenen Hadronen, wie es im Abschnitt 3.3 bereits beschrieben worden

¹Der Index *sup* bezieht sich auf den lateinischen Begriff *superare*, was soviel wie *überleben* bedeutet.

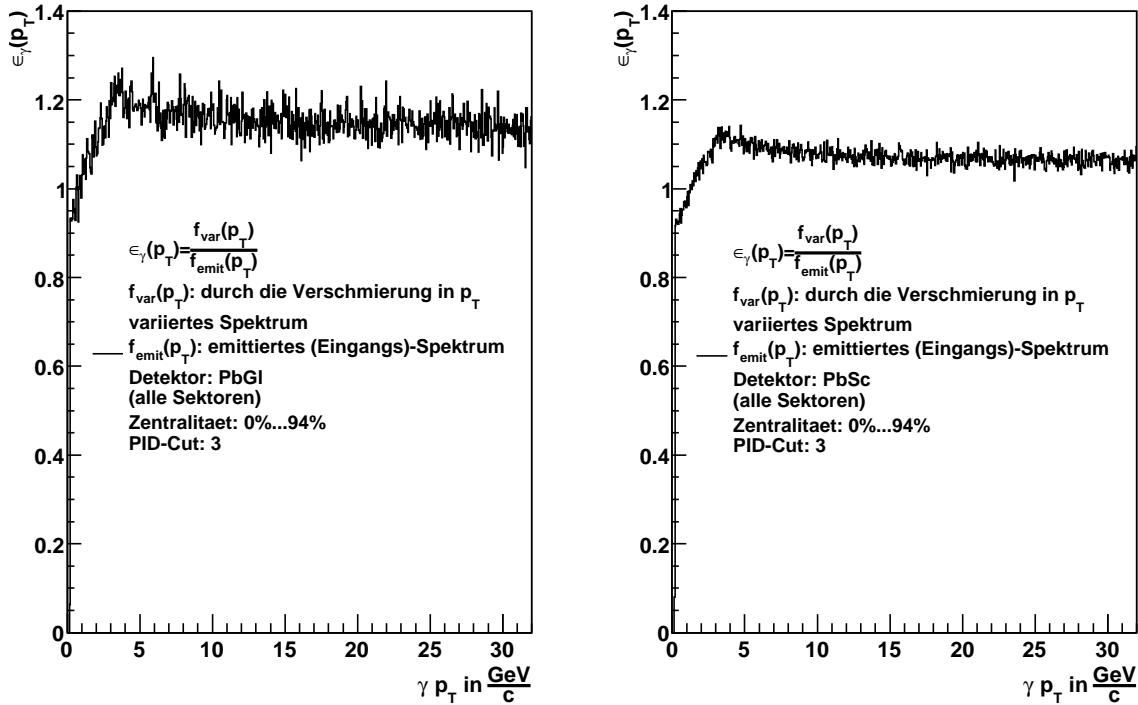


Abbildung 5.2: Diagramme der Rekonstruktionseffizienz; durch die effektive Umverteilung von Klassen hoher Statistik bei kleinen p_T zu Klassen bei höheren p_T muss ε_γ zunächst kleiner und anschließend größer sein als Null.

ist. Für die Bestimmung des inklusiven Photonenspektrums, das per Definition nur aus Photonen bestehen soll, ist es deshalb notwendig, die geladenen Teilchen aus dem Spektrum zu entfernen. Da an den Daten des Kalorimeters allein nicht zu erkennen ist, ob es sich um Photonen oder sonstige Teilchen handelt, bedient man sich ferner der Daten der Drahtkammer PC3. Die in der PC3 ermittelten Treffer geladener Teilchen werden dazu auf die Kalorimeter projiziert. Mit diesen virtuellen Treffern lassen sich nun die Entferungen zwischen den realen Treffern auf das Kalorimeter und der nächsten geladenen virtuellen Treffern berechnen.

Diese Informationen lassen sich in ein zweidimensionales Histogramm eintragen, wie es in Abbildung 5.3 zu erkennen ist. Hierbei ist auf der x -Achse der Abstand d zur nächsten geladenen Spurprojektion auf das Kalorimeter und auf der y -Achse der Transversalimpuls p_T aufgetragen. Virtuelle, auf das Kalorimeter projizierte Treffer und reale Treffer sind korreliert, so dass ein signifikanter Peak bei kleineren Abständen erwartet wird. Zu erkennen ist zudem eine stark abnehmende Statistik mit zunehmenden p_T . Dies lässt sich durch die geringe Energiedeposition der Hadronen erklären, die den Hauptanteil der geladenen Teilchen ausmachen. Hierbei ist die Tatsache, dass die Energie die Messgröße darstellt und darüber p_T berechnet wird, mit bedacht worden. Das Spektrum geladener Teilchen bei höheren p_T ist dabei von Elektronen und Positronen aus Konversionen bestimmt, da diese ihre gesamte Energie deponieren.

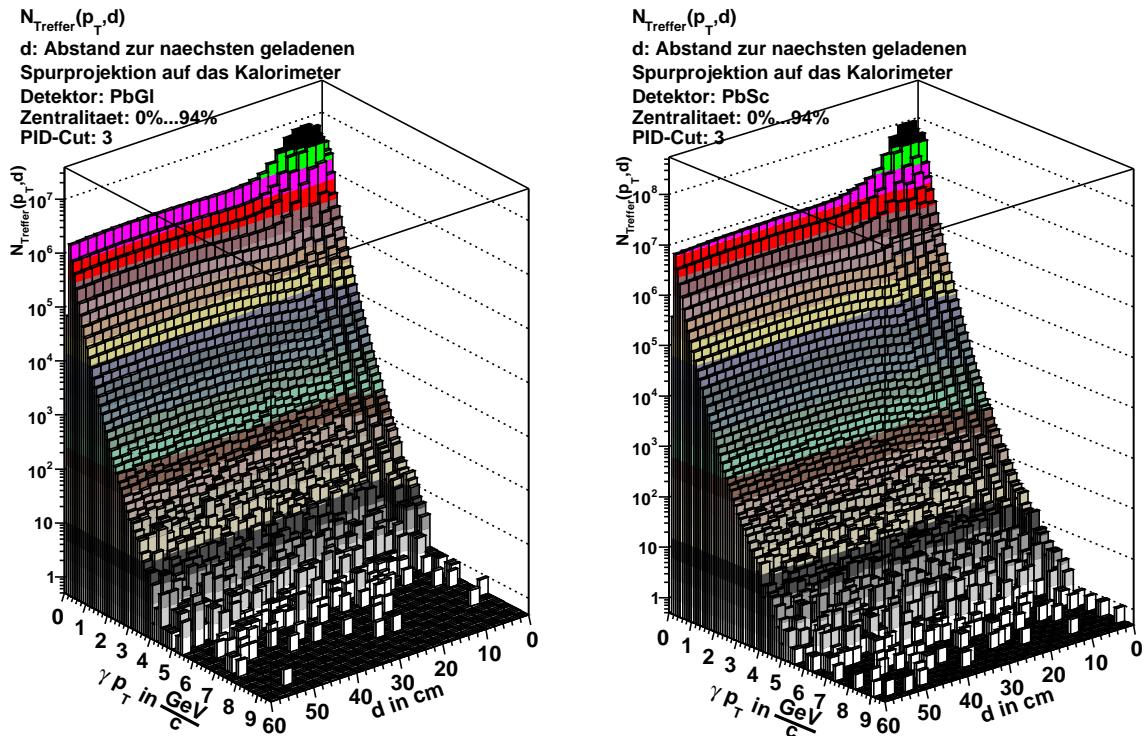


Abbildung 5.3: Auftragung der Anzahl der Treffer $N_{\text{Treffer}}(p_T, d)$ gegen den Abstand d zur nächsten geladenen Spurprojektion auf das Kalorimeter und den Transversalimpuls p_T für PbGl und PbSc; zu erkennen ist ein signifikanter Peak bei geringen Abständen und Transversalimpulsen. Offenbar korrelieren diese Projektionen mit einigen realen Treffern auf dem EmCal. Aufgrund der geringen Energiedeposition der meisten geladenen Teilchen ist der Peak zudem bei geringen Transversalimpulsen zu erwarten.

Um nun solche Peaks für die verschiedenen p_T -Intervalle zu erhalten, werden die Histogramme in dem entsprechenden Intervall auf die x -Achse (Abstand d zur nächsten geladenen Spurprojektion auf das Kalorimeter) projiziert. Die Anzahl der geladenen Teilchen ist dann das Integral unter diesem Peak. Jedoch muss zunächst der Untergrund entfernt werden. In früheren Analysen ist das sogenannte *event mixing*-Verfahren zur Anwendung, wobei unkorrelierte Ereignisse kombiniert werden. In [28] sind beispielsweise drei vorhergehende Ereignisse verwendet worden, um Kandidaten für Photonen² zu kombinieren. Diese Ereignisse sind dabei jedoch nicht beliebig, sondern nach gewissen Kriterien gewählt wie beispielsweise eine vergleichbare Zentralitätsklasse. Weiterhin dürfen diese Ereignisse nicht auf verschiedene physikalische Effekte getriggert sein, so dass lediglich Ereignisse, die nur die Minimum-Bias-Triggerbedingungen erfüllen, ausgewählt werden. Durch die fehlende Korrelation der Ereignisse wäre dieses Verfahren geeignet, den Untergrund für die geladenen Teilchen zu bestimmen.

²mit Ereignis sind die Schwerionenkollisionen gemeint

Aufgrund der Struktur der DSTs der Cu+Cu-Daten ist dieses Verfahren nicht mehr möglich, da nicht mehr alle Treffer eines vorhergehenden Ereignisses abgespeichert werden. In dieser Analyse wird der Untergrund durch ein Polynom vierter Ordnung $f_U(d) = \sum_{i=0}^4 a_i d^i$ beschrieben. Der konstante Term des Polynoms wird dabei auf $a_0 = 0$ gesetzt, weshalb das Polynom durch den Ursprung führt. Dies ist der einfachen Überlegung geschuldet, dass reale und projizierte Treffer a priori einen gewissen Abstand voneinander haben müssen, sei er auch relativ klein und weiterhin nur die Beträge der Abstände berücksichtigt werden. Um nun den Untergrund der verschiedenen p_T -Intervalle und PID-Cuts beschreiben zu können, wird eine Regression durchgeführt mit dem genannten Polynom als Testfunktion und im Bereich von $20\text{ cm} < d < 60\text{ cm}$. Der Bereich ist derart gewählt, dass der Peak umgangen wird, der die geladenen Teilchen beinhaltet. Der tatsächliche Wert von $d_{\min}^{\text{Reg}} = 20\text{ cm}$ als Beginn der Regression stellt dabei einen Erfahrungswert dar, der in früheren Analysen, wie [33], zu einer akzeptablen Beschreibung des Untergrundes geführt hat.

Die Durchführung dieses Verfahrens erfordert ein gewisses Minimum an Statistik, das mit der Wahl der Breite des p_T -Intervalls einhergeht. Dazu ist zunächst die Klasse der p_T -Achse der Histogramme, wie sie in Abbildung 5.3 gezeigt sind, gewählt worden, in der der letzte Treffer vorhanden ist und ab der zu höheren p_T keine weiteren mehr gezählt werden, welche mit k_{\max} bezeichnet sei. Im nächsten Schritt wird die, in p_T tiefer liegende Klasse k_{\min} gewählt, bei der die Summe der Treffer, also die Klasseninhalte I in den beiden genannten Klassen und jenen dazwischen mit der Statistik $s = \sum_i I_{k_i}$ mit $k_{\min} \leq k_i \leq k_{\max}$ einen signifikanten Peak ergibt. Diese Signifikanz ist dabei intuitiv gewählt und mittels der Berechnung der Varianz unterstützt worden. Durch die in Abbildung 5.3 offensichtliche, streng steigende Monotonität mit sinkendem p_T ist abzusehen, dass die nächsten Intervalle bei kleineren p_T eine deutlich kleinere Breite aufweisen. Das Mindestmaß für die Statistik ist jene intuitiv über die Signifikanz des Peaks gewählte. Die Einteilung für den Rest der Intervalle geschieht dabei mit der Festlegung des Statistik-Kriteriums automatisch.

In Abbildung 5.4 ist nun das Ergebnis für die Minb-Zentralitätsklasse mit der Funktion zur Beschreibung des Untergrundes für zwei verschiedene PID-Cuts gezeigt. Offensichtlich ist der Peak im Falle des PID3-Cuts weniger stark ausgeprägt als im Falle des Peaks des PID0-Cuts, der kein Ausschlusskriterium anlegt. Der PID3-Cut hingegen wendet den das Energie- und das Dispersionskriterium an und verwirft einige der geladenen Teilchen.

Im nächsten Schritt ist der Untergrund mit Hilfe des Polynoms vierter Ordnung abzuziehen. Übrig bleibt einziger der Peak, der im optimalen Falle lediglich die Treffer geladener Teilchen enthält. Die Treffer in den gewählten Intervallen werden aufsummiert und auf das unkorrigierte Spektrum bezogen, so dass die Größe X_{gel} in Gleichung 5.1 berechnet werden kann. Dabei ist weiterhin die Effizienz des PC3-Detektors zu berücksichtigen, welche mit $\epsilon_{\text{PC3}} = 0,9$ angenommen wird:

$$\text{analytisch: } X_{\text{gel}}(p_T) = \frac{f_{\text{gel}}(p_T)}{f_{\text{inkl}}(p_T)} \quad (5.9)$$

$$\text{praktisch: } X_{\text{gel}}(p_T^j) = \frac{\sum_i \{I_{k_i} - f_U(d_i)\}}{\epsilon_{\text{PC3}} \sum_i I_{k_i}} \text{ mit } i \in \{1, \dots, N_j\} \quad (5.10)$$

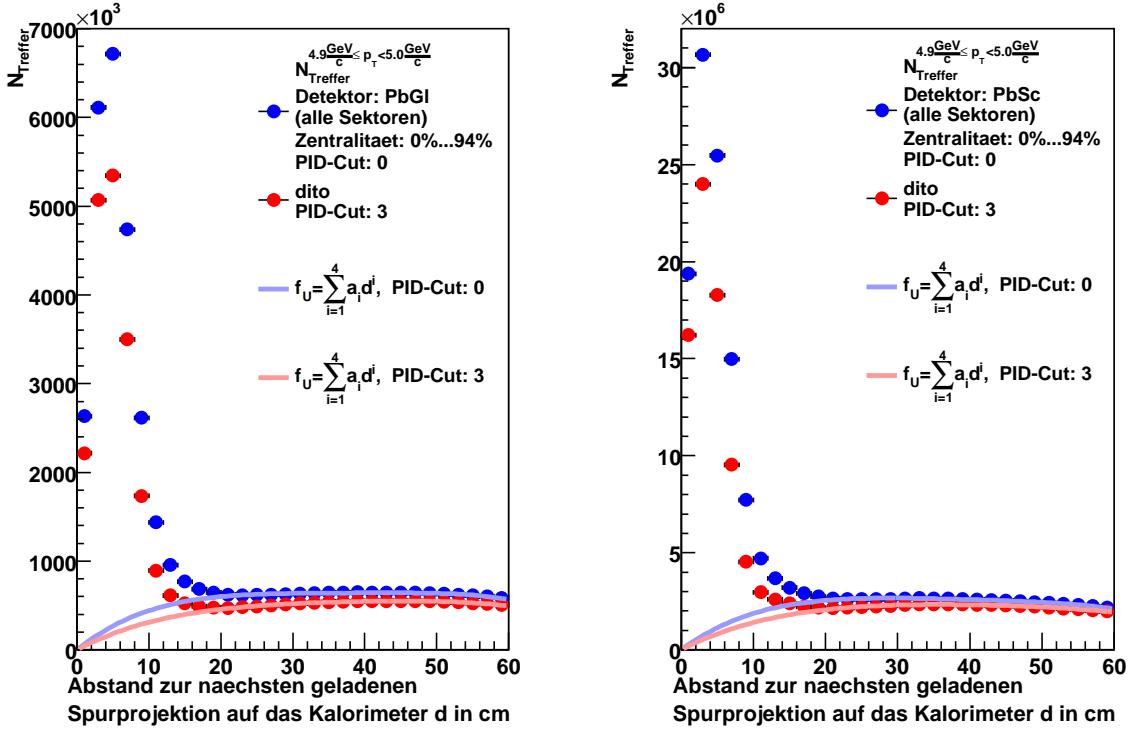


Abbildung 5.4: Darstellung des Peaks der Anzahl von Treffern N_{Treffer} im EmCal und der PC3 für den PID3-Cut und den PID0-Cut, sowie der Funktionen f_U , die den Untergrund beschreiben; zu erkennen ist die deutliche Abweichung der Peaks aufgrund der Ausschlusskriterien, die der PID3-Cut anlegt, um Treffer geladener Teilchen auszuschließen. Die gezeigten Funktionen dienen der Beschreibung des Untergrundes, der im nächsten Schritt abgezogen wird. Der Beginn des Fits der Funktion an den Untergrund ist zu $d_{\min}^{\text{Reg}} = 20\text{ cm}$ aufgrund guter Erfahrungen in früheren Analysen gewählt. Der Unterschied in der Statistik der beiden Detektortypen, der im Falle des Maximums bei $\frac{\max_{p_T}(N_{\text{Treffer}}^{\text{PbSc}})}{\max_{p_T}(N_{\text{Treffer}}^{\text{PbGl}})} \approx 4,57$ im Falle des PID0-Cut liegt, ist weitestgehend auf den Unterschied in der Akzeptanz zurückzuführen.

$X_{\text{gel}}(p_T^j)$:	Anteil geladener Teilchen am unkorrigierten Rohspektrum
p_T^j	Mitte des gemessenen an der Statistik gewählten (großen) p_T Intervalls
N_j :	Anzahl der ursprünglichen (kleinen) p_T -Intervalle Δp_T^i innerhalb
	der neuen an der Statistik gemessenen, gewählten p_T -Intervalle Δp_T^j ; $N_j = \frac{\Delta p_T^j}{\Delta p_T^i}$
$f_U(d)$:	Funktion zur Beschreibung des Untergrundes; $f_U(d) = \sum_{i=0}^4 a_i d^i$
d_i :	Mitte der jeweiligen (kleinen) Intervalle auf der d -Achse
f_{inkl} :	unkorrigiertes Spektrum, das durch geladene Teilchen kontaminiert ist
ϵ_{PC3} :	Effizienz des PC3-Detektors $\epsilon_{\text{PC3}} = 0,9$

Die zu dieser Korrektur gehörige Unsicherheit ist in der Unsicherheit der gesamten Korrektur berücksichtigt, siehe dazu Abschnitt 5.1.7. Mit X_{gel} ist nun der Anteil geladener Teilchen

am Rohspektrum $\frac{dN_{\text{cluster}}}{dp_T}$ gegeben. Gewünscht ist jedoch das Spektrum ohne diese geladenen Teilchen. Ersichtlicherweise ist der Anteil der neutralen Teilchen das Komplement von X_{gel} zu 1, so dass sich der Korrekturfaktor in Gleichung 5.1 zu $(1 - X_{\text{gel}})$ ergibt.

In Abbildung 5.5 ist nun Anteil der geladenen Teilchen X_{gel} für die beiden Detektortypen und zwei PID-Cuts zu erkennen. Bei kleinen p_T ist der Anteil höher als bei größerem p_T aufgrund der Tatsache, dass die Detektoren lediglich eine hadronische Wechselwirkungslänge den Teilchen zur Verfügung stellen. Der Unterschied der Anteile zwischen den Detektortypen lässt sich auf die unterschiedlichen Detektionsverfahren zurückführen. Das PbGl diskriminiert geladene Hadronen bereits aufgrund der Čerenkov-Schwelle, bei der die Hadronen erst dann nachgewiesen wird, falls der hadronische Schauer die lokale Lichtgeschwindigkeit überschreitet. Im PbSc ist dies nicht notwendig, weshalb der Anteil geladener Teilchen dort größer ist. Weiterhin ist die Wirkung des PID-Cuts zu erkennen, der den Anteil geladener Teilchen signifikant reduziert. Die Reduktion des PID3-Cuts beträgt $\Delta X_{\text{gel}} = X_{\text{gel}}^{\text{PID}0} - X_{\text{gel}}^{\text{PID}3} = 0,054$ im Falle des PbSc (Minb) und $\Delta X_{\text{gel}} = 0,057$ im Falle des PbGl (Minb) für $p_T \gtrsim 2 \frac{\text{GeV}}{c}$. Das Verhältnis der Anteile beider Detektoren beträgt dabei $V = \frac{X_{\text{gel}}^{\text{PbGl}}}{X_{\text{gel}}^{\text{PbSc}}} \approx 0,77$ (PID0) ebenfalls für den relevanten Bereich von $p_T \gtrsim 2 \frac{\text{GeV}}{c}$. Weiterhin ist zu erkennen, dass der Anteil im relevanten Bereich von $p_T > 2 \frac{\text{GeV}}{c}$ konstant ist.

5.1.4 Untergrund aus Neutronen und Antineutronen

Auch Neutronen können im Kalorimeter Energie deponieren. Dies geschieht bei Neutronenergien von $E_{n\bar{n}} > 1 \text{ GeV}$ über hadronische Schauer [32]. Diese Signale müssen ebenfalls aus dem Spektrum entfernt werden, um das inklusive Photonenspektrum aufzustellen zu können.

Um den Anteil der Neutronen und Antineutronen an dem neutralen Spektrum³ zu berechnen, ist es notwendig, das Spektrum der Neutronen zu bestimmen. Dazu macht man sich die Isospinsymmetrie zunutze, die in der Schwerionenkollision zu einer identischen Produktionsrate von Neutronen und Protonen führt, wobei letztere in [28] für Cu+Cu-Stöße in Run5 gemessen worden sind. Weiterhin kann angenommen werden, dass die Produktion von Teilchen und Antiteilchen identisch sind. Im Falle der Antiteilchen führt dies zu der folgenden einfachen Identität:

$$\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{\bar{n}} = \frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{\bar{p}} \quad (5.11)$$

Im Falle der Teilchen (Nicht-Antiteilchen) ist das Spektrum komplizierter zu bestimmen, da jene Teilchen aus dem Kern mit zu berücksichtigen sind. Dazu macht man sich den Umstand zu Nutze, dass alle Antiteilchen in der Kollision produziert werden und nicht im Kern vorkommen. Damit ist die Differenz der Protonenspektren von Proton und Antiproton $\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_p - \frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{\bar{p}}$ die Anzahl der Protonen, die ursprünglich im Kern bereits vorhanden waren. Um diese Anzahl für die Neutronen zu berechnen, wird diese Differenz mit dem Verhältnis der Neutronen zu Protonen $\frac{A-Z}{Z}$ multipliziert. Für das komplette Neutronenspektrum ist ersichtlicherweise die Anzahl der in der Kollision produzierten Teilchen hinzuzufügen. Wie aus obigen Aussagen

³Die geladenen Teilchen sind bereits in Abschnitt 5.1.3 entfernt worden.

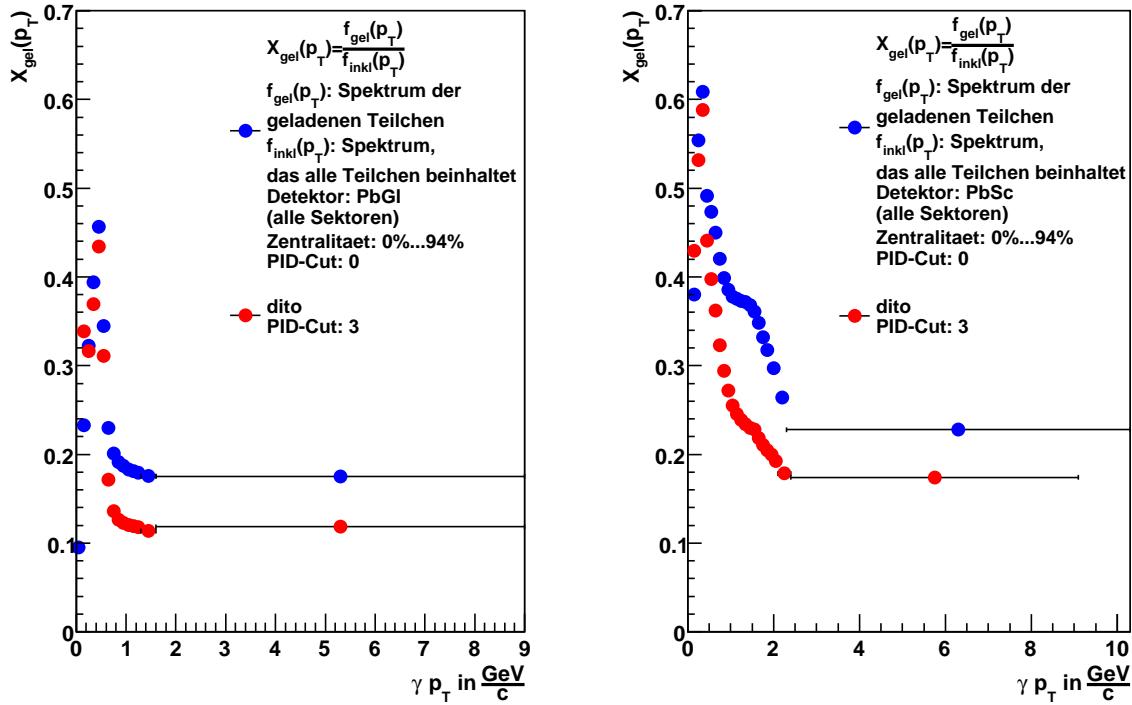


Abbildung 5.5: Darstellung des Anteils geladener Teilchen am unkorrigiertem Spektrum für das PbGl und PbSc bei den PID0- und PID3-Cuts; im PbGl ist der Anteil funktionsprinzipsbedingt geringer als im PbSc, wobei das Verhältnis $V = \frac{X_{\text{gel}}^{\text{PbGl}}}{X_{\text{gel}}^{\text{PbSc}}} \approx 0,77$ (PID0) für $p_T \gtrsim 2 \frac{\text{GeV}}{c}$ beträgt. Der PID3-Cut reduziert den Anteil um $\Delta X_{\text{gel}} = X_{\text{gel}}^{\text{PID0}} - X_{\text{gel}}^{\text{PID3}} = 0,054$ im Falle des PbSc (Minb) und $\Delta X_{\text{gel}} = 0,057$ im Falle des PbGl (Minb) für $p_T \gtrsim 2 \frac{\text{GeV}}{c}$. Die Größe $f_{\text{inkl}}(p_T)$ ist die lokale Definition des Spektrums, das auch die geladenen Teilchen beinhaltet und meint nicht etwa das inklusive Photonenspektrum.

deutlich wird, ist diese Anzahl gleich der produzierten Protonen aus der Kollision, die der Anzahl der Antiprotonen entspricht. Somit folgt für das Neutronenspektrum:

$$\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{\text{n}} = \frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{\bar{p}} + \left(\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{\text{p}} - \frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{\bar{p}} \right) \frac{A-Z}{Z} \quad (5.12)$$

$\text{n}, \bar{\text{n}}, \text{p}, \bar{\text{p}}$:	Neutronen, Antineutronen bzw. Protonen, Antineutronen
A, Z :	Masse- bzw. Kernladungszahl; für Kupfer (Cu):
$A_{\text{Cu}} = 63, 546$ [44], $Z_{\text{Cu}} = 29$	

Die Protonen- bzw. Antiprotonenspektren sind meist um den Beitrag von Zerfällen korrigiert, welches unter dem Begriff *feeddown*-Korrektur bekannt ist. Es wird dabei angenommen, dass die Protonen hauptsächlich aus Zerfällen von Λ -Hyperonen Λ und $\bar{\Lambda}$ stammen wie

$\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ mit $\frac{\Gamma_{\Lambda \rightarrow p + \pi^-}}{\Gamma_{\text{ges}}} = (63,9 \pm 0,5)\%$ [40]. Offensichtlich sind aber alle Beiträge von Neutronen und Antineutronen aus dem Spektrum zu entfernen, so dass in den Protonenspektraten die Zerfallsprotonen wieder berücksichtigt werden müssen. Dazu denkt man sich nun das Protonenspektrum zusammengesetzt aus dem Spektrum der Protonen aus den Zerfällen und jenen, die nicht aus Zerfällen stammen, so dass sich der folgenden Ansatz aufstellen lässt:

$$\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{p\bar{p}}^{\text{ges}} = \frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{p\bar{p}}^{\text{Zerfall}} + \frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{p\bar{p}}^{\text{Rest}} \quad (5.13)$$

Das mit dem Index *Rest* gekennzeichnete Spektrum ist mit dem Protonen- bzw. Antiprotonenspektrum aus Gleichung 5.11 und 5.12 zu identifizieren. Der Index dient lediglich der Abgrenzung von den Spektren aus den Hyperonenerzfällen. Die Normierung dieser Gleichung mit $\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{p\bar{p}}^{\text{ges}}$ führt zu der folgenden Gleichung:

$$1 = \delta_{p\bar{p}}^{\text{feed}}(p_T) + \frac{\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{p\bar{p}}^{\text{Rest}}}{\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{p\bar{p}}^{\text{ges}}} \quad (5.14)$$

$$\text{mit } \delta_{p\bar{p}}^{\text{feed}}(p_T) = \frac{\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{p\bar{p}}^{\text{Zerfall}}}{\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{p\bar{p}}^{\text{ges}}} \quad (5.15)$$

Die Werte für $\delta_{p\bar{p}}^{\text{feed}}(p_T)$ sind dabei der Analyse von [20] entnommen. Gewünscht ist nun das Zerfallsspektrum der Neutronen. Dies ist durch durchtriviale Umstellung der Gleichung 5.14 zum Gesamtprotonenspektrum und Einsetzen von Gleichung 5.15 zu erhalten, wenn letzteres mit dem Verzweigungsverhältnis für die Reaktionen $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$ und $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ multipliziert wird. Dies führt zu folgendem Ausdruck:

$$\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{n\bar{n}}^{\text{Zerfall}} = \left\{ \frac{\Gamma_{\Lambda \rightarrow p + \pi^-}}{\Gamma_{\Lambda \rightarrow n + \pi^0}} \right\} \frac{\delta_{p\bar{p}}^{\text{feed}}(p_T)}{1 - \delta_{p\bar{p}}^{\text{feed}}(p_T)} \frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{p\bar{p}}^{\text{Rest}} \quad (5.16)$$

$\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big _{n\bar{n}}^{\text{Zerfall}}$: Neutronen- bzw. Antineutronenspektrum aus Hyperonenerzfällen
$\delta_{p\bar{p}}^{\text{feed}}(p_T)$	<i>feeddown</i> -Korrekturfaktor $\hat{=} \text{Verhältnis}$ von den Spektren aus den Hyperonenerzfällen $\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big _{p\bar{p}}^{\text{Zerfall}}$ zu den Spektren, die alle Quellen berücksichtigen $\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big _{p\bar{p}}^{\text{ges}}$
$\frac{\Gamma_{\Lambda \rightarrow p + \pi^-}}{\Gamma_{\Lambda \rightarrow n + \pi^0}}$:	Verzweigungsverhältnis der Hyperonen-Zerfallskanäle aus $\frac{\Gamma_{\Lambda \rightarrow p + \pi^-}}{\Gamma_{\text{ges}}} = (63,9 \pm 0,5)\%$ und $\frac{\Gamma_{\Lambda \rightarrow n + \pi^0}}{\Gamma_{\text{ges}}} = (35,8 \pm 0,5)\%$ $\Rightarrow \frac{\Gamma_{\Lambda \rightarrow p + \pi^-}}{\Gamma_{\Lambda \rightarrow n + \pi^0}} = (1,785 \pm 0,029)$ [40]

Nach dem Hinzufügen des Beitrages aus Zerfällen ist das Spektrum berechnet, das vom Kollisions-Vertex emittiert wird. Dies liegt daran, dass die Protonen- bzw. Antiprotonenspektraten

aus denen die Neutronen- bzw. Antineutronenspektren, aus der Analyse hervorgehen, bereits physikalische Spektren darstellen, die dahingehend aus den Messungen korrigiert worden sind. Dieses nun berechnete Neutronen- bzw.- Antineutronenspektrum entspricht nicht dem gemessenen, sondern dem verborgenen Spektrum. Aus diesem Grunde muss auch in diesem Falle die geometrische Akzeptanz der Detektoren mit berücksichtigt werden, sowie eine Neutroneneffizienz des Detektors, so dass sich ein detektiertes Spektrum von Neutronen wie folgt ergibt:

$$\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{n\bar{n}}^{\det} = a_{n\bar{n}}(p_T) \epsilon_{n\bar{n}}(p_T) \frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big|_{n\bar{n}} \quad (5.17)$$

$$\text{mit } a_{n\bar{n}}(p_T) \equiv a_\gamma(p_T) \quad (5.18)$$

Das elektrisch neutrale Neutron kann keine Strahlung über Bremsstrahlung oder Čerenkov-Licht im Kalorimeter erzeugen. Dies gelingt lediglich über hadronische Schauer, wobei das Kalorimeter gerade einmal eine einzige hadronische Wechselwirkungslänge zur Verfügung stellt. Aus diesem Grunde ist eine nennenswerte Anzahl von Neutronen zu erwarten, die keiner Wechselwirkung im Kalorimeter unterliegen. Die Neutroneneffizienz teilt sich daher in Detektionseffizienz des Kalorimeters und der Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung:

$$\epsilon_{n\bar{n}} = \epsilon_{n\bar{n}}^{WW} \epsilon_{n\bar{n}}^{\det} \quad (5.19)$$

$\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big _{n\bar{n}}$:	physikalisches, emittiertes Spektrum
$\frac{d^2N(p_T)}{dp_T dy} \Big _{n\bar{n}}^{\det}$:	vom Detektor gemessenes Neutronen- bzw. Antineutronenspektrum
$a_{\gamma,n\bar{n}}$:	geometrische Akzeptanz $a_\gamma = a_{n\bar{n}}$
$\epsilon_{n\bar{n}}$:	Gesamt-Neutroneneffizienz des Detektors
$\epsilon_{n\bar{n}}^{WW}$:	Wechselwirkungseffizienz
$\epsilon_{n\bar{n}}^{\det}$:	Detektoreffizienz für Neutronen

Die Berechnung der Effizienzen geschieht dabei mittels zweier verschiedener Ansätze. Der eine Ansatz basiert auf einem Verfahren, das als *embedding* bekannt ist, wobei die grundlegende Idee das Verschmelzen rein simulierter und gemessener Signale ist. Dabei kann relativ exakt das Verhalten des Detektors in einer Umgebung hoher Teilchenmultiplizität ermessen werden, wodurch der Einfluss auf das Spektrum eingeschätzt werden kann. Der andere Ansatz basiert auf einer reinen Simulation mittels einer sogenannten Effizienz-Matrix, die ein Eingangsspektrum als Vektor $\vec{f}_{\text{Eing}}(p_T)$ mit einem Ausgangsspektrum, ebenfalls als Vektor $\vec{f}_{\text{Ausz}}(p_T)$ dargestellt, verknüpft. Details entnehme man [28]. Interessant zu erwähnen ist der Umstand, dass die Effizienz der Antineutronen, je nach p_T um den Faktor $10^1 \dots 10^3$ größer als die der Neutronen. Dieser Umstand gründet auf der Tatsache, dass die Antineutronen annihilieren können, so dass die Energie, die der zweifachen Ruhemasse des Neutrons entspricht, im Detektor deponiert werden kann. Die Größe $X_{n\bar{n}}$ in Gleichung 5.1 berechnet sich nun ersichtlicherweise zu:

$$X_{n\bar{n}} = \frac{\frac{d^2N}{dp_T dy} \Big|_{n\bar{n}}^{\det} + \frac{d^2N}{dp_T dy} \Big|_{\bar{n}}^{\det}}{\frac{d^2N}{dp_T dy} \Big|_{\text{neutral}}} \quad (5.20)$$

Das mit *neutral* indizierte Spektrum ist jenes Rohspektrum nach Abzug der geladenen Teilchen, welches in Abschnitt 5.1.3 beschrieben worden ist. $X_{n\bar{n}}$ stellt den Anteil von Neutronen und Antineutronen am neutralen Spektrum dar. Das Spektrum ohne diese Teilchen berechnet sich dann mit dem Faktor, der das Komplement von $X_{n\bar{n}}$ zu 1 darstellt, so dass der Korrekturfaktor $(1 - X_{n\bar{n}})$ in Gleichung 5.1 zu berücksichtigen ist. In Abbildung 5.6 ist der Anteil der hier verwendeten Korrektur für beide Detektoren und zweier PID-Cuts gezeigt. Zu erkennen ist eine deutliche Reduktion des Anteils durch den angewendeten PID-Cut teilweise mit dem Faktor $V = \frac{X_{n\bar{n}}^{\text{PbGl}, \text{PID}0}(1 \frac{\text{GeV}}{c})}{X_{n\bar{n}}^{\text{PbGl}, \text{PID}2}(1 \frac{\text{GeV}}{c})} = 4$. Der Unterschied zwischen den Detektoren ist dabei marginal, jedoch ist der Anteil im Falle des PbSc etwas höher.

Die hier verwendete Korrektur wurde nicht speziell für diese Daten durchgeführt, sondern aufgrund ihrer geringen Größe von der Analyse von Cu+Cu-Stößen bei $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200 \text{ GeV}$ in [33] übernommen.

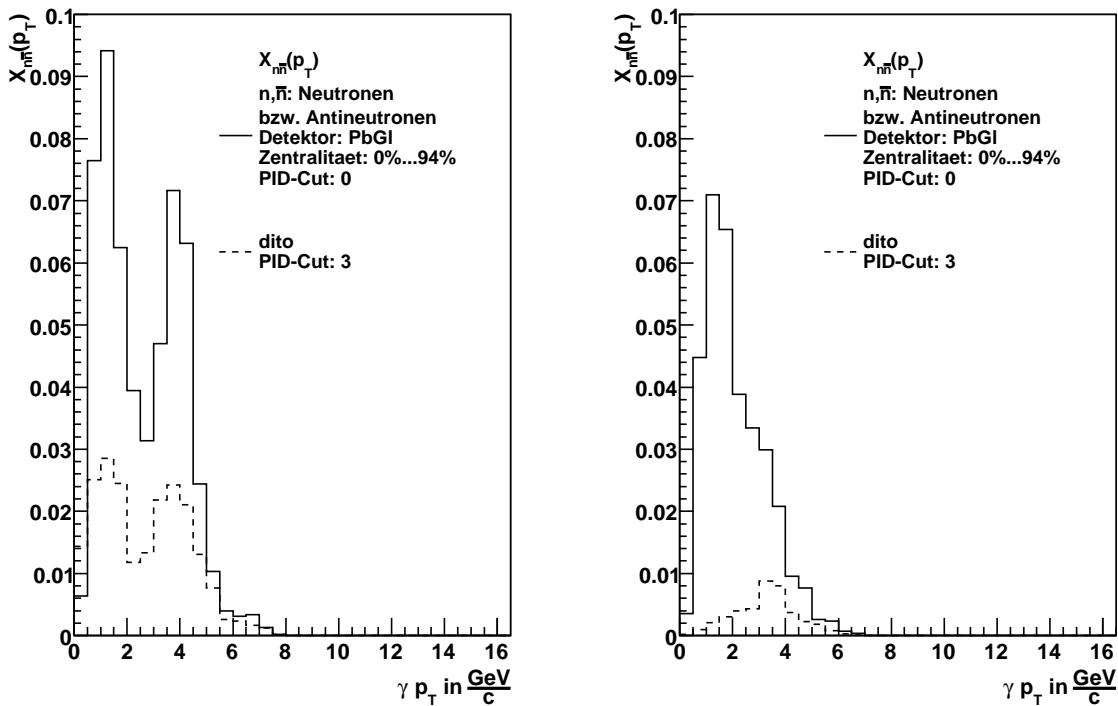


Abbildung 5.6: Anteil der Neutronen bzw. Antineutronen am neutralen Spektrum; der angewendete PID-Cut reduziert den Anteil z.B. mit dem Faktor $V = \frac{X_{n\bar{n}}^{\text{PbGl}, \text{PID}0}(1 \frac{\text{GeV}}{c})}{X_{n\bar{n}}^{\text{PbGl}, \text{PID}2}(1 \frac{\text{GeV}}{c})} = 4$. Der Anteil der Neutronen bzw. Antineutronen am neutralen Spektrum ist im PbSc etwas erhöht, wobei der Unterschied letztenendes marginal ist.

5.1.5 Korrektur konvergierter Photonen

Im Zuge der Beschreibung eines elektromagnetischen Schauers in Abschnitt 3.3 ist bereits auf die Konversion von Photonen in e^+e^- -Paare hingewiesen worden. Die Energieschwelle für diesen Vorgang ist ersichtlicherweise die Ruheenergie der beiden Teilchen, die sich damit zu $E \stackrel{!}{\geq} 2m_E = 1,02199 \text{ MeV}$ ergibt. Photonen, die nun in ein e^+e^- -Paar konvergieren, sind im inklusiven Photonenspektrum zu berücksichtigen. Falls diese Konversion jedoch vor dem PC3-Detektor stattgefunden haben sollte, so werden die resultierenden Teilchen unter Umständen als geladene Teilchen im PC3-Detektor erfasst und durch die Korrektur geladener Teilchen aus dem Spektrum entfernt. Durch einen weiteren Korrekturfaktor sollen sie wieder dem inklusiven Photonenspektrum hinzugefügt werden. Es muss hierbei unterschieden werden, an welcher Stelle die Konversion stattfindet. Im Falle einer Konversion innerhalb des Magnetfeldes führt dies zu einer Trennung der Elektronen und Positronen aufgrund ihrer unterschiedlichen Ladungen. Findet die Konversion dagegen außerhalb des Magnetfeldes statt (in radialer Richtung ab dem RICH), so können die beiden Teilchen aufgrund des geringen Öffnungswinkels im Kalorimeter nicht voneinander getrennt wahrgenommen werden (siehe auch Abschnitt 5.2.2), sie können dennoch vom PC3-Detektor als geladene Teilchen erkannt werden. Somit besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass die beiden Teilchen als geladene Teilchen in beiden Fällen erkannt und aus dem Spektrum aufgrund der Korrektur geladener Teilchen entfernt werden.

Um diese Effekte abschätzen zu können muss die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass eine Konversion stattfindet. Dazu bedient man sich der mittleren freien Weglänge, nach der, per Definition im Mittel eine Umwandlung eines Photons in ein e^+e^- -Paar stattfindet. Die Paarbildung kann dabei nur in Anwesenheit eines dritten Stoßpartners stattfinden, so dass sie von der Dichte der Atome in einem Medium n und dem entsprechenden Wirkungsquerschnitt $\sigma_{e^+e^-}$ abhängig ist. Mit dem Wirkungsquerschnitt der Paarbildung $\sigma_{e^+e^-} = \frac{7}{9} \frac{M_a}{N_a} \frac{1}{X_0}$, der Massendichte ρ , der molaren Masse M_a und der Avogadro-Konstante N_a lässt sich nach trivialen Umformungen die folgende Gleichung aufstellen [32]:

$$\lambda_{e^+e^-} = \frac{1}{n\sigma_{e^+e^-}} = \frac{9}{7} \frac{X_0}{\rho} =: \frac{9}{7} x_0 \quad (5.21)$$

$\lambda_{e^+e^-}, n_{e^+e^-}$:	mittlere freie Weglänge für eine Paarbildung
X_0, x_0 :	Strahlungslängen ohne- bzw. mit Berücksichtigung der Massendichte
n :	Teilchenzahldichte der Targetatome

Ersichtlicherweise ist dann im Mittel die Wahrscheinlichkeit beim Durchlaufen einer Wegstrecke $\frac{\Delta x}{N}$ im Medium die Wahrscheinlichkeit für eine Paarbildung mit $w_{\text{konv}} = \frac{\Delta x}{N\lambda_{e^+e^-}}$ zu berechnen, wobei N die Anzahl von kleinen Schritten darstellt, nach denen die Wegstrecke Δx erreicht wird. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Konversion nicht stattfindet beträgt dann $w'_{\text{konv}} = 1 - \frac{\Delta x}{N\lambda_{e^+e^-}}$. Die kleinen Schritte $\frac{\Delta x}{N}$ lassen sich aneinanderreihen, so dass unter der Annahme, dass die einzelnen Wahrscheinlichkeiten voneinander unabhängig sind, die Gesamtwahrscheinlichkeit, dass keine Paarbildung nach einer Wegstrecke von Δx stattfindet, als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten berechnen lässt. Der anschließende Grenzübergang für unendlich viele kleine Schritte ist dann naheliegend:

$$W'_{\text{konv}}(\Delta x) = \prod_{i=1}^N \left(1 - \frac{\Delta x}{N\lambda_{e^+e^-}}\right) = \left(1 - \frac{\Delta x}{N\lambda_{e^+e^-}}\right)^N \xrightarrow{N \rightarrow \infty} e^{-\frac{\Delta x}{\lambda_{e^+e^-}}} \quad (5.22)$$

Nun ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine Konversion nach einer Wegstrecke von Δx stattfindet, berechnet. Die Wahrscheinlichkeit, dass dies doch passiert ist dann $W_{\text{konv}} = 1 - W'_{\text{konv}} = 1 - e^{-\frac{\Delta x}{\lambda_{e^+e^-}}}$. Mit Gleichung 5.21 folgt der Ausdruck $W_{\text{konv}}(\Delta x) = 1 - e^{-\frac{7}{9}\frac{\Delta x}{x_0}}$. Die Wegstrecke und die Strahlungslängen richten sich nach den Detektoren, die von den Teilchen durchlaufen werden. Somit lässt sich der Exponent wie folgt ersetzen: $-\frac{7}{9}\frac{\Delta x}{x_0} = -\frac{7}{9}\sum_i \frac{\delta x_i}{x_0^i}$. Daraus folgt nun der endgültige Ausdruck für die Konversionswahrscheinlichkeit:

$$W_{\text{konv}}(\Delta x) = 1 - e^{-\frac{7}{9}\sum_i \frac{\delta x_i}{x_0^i}} \quad \text{mit} \quad \sum_i \frac{\delta x_i}{x_0^i} = \frac{\Delta x}{x_0} \quad (5.23)$$

Die einzelnen Glieder $\frac{\delta x_i}{x_0^i}$ sind dabei spezifisch für die einzelnen Detektoren, die für eine Wechselwirkung in Frage kommen.

$W_{\text{konv}}(\Delta x), W'_{\text{konv}}(\Delta x)$:	Wahrscheinlichkeit dass eine bzw. dass keine Konversion nach einer Wegstrecke von Δx stattfindet
N :	Anzahl der durchlaufenden, kleinen Wegstrecken durch das Medium
δx_i :	im Detektor i durchlaufende Wegstrecke
x_0^i :	Strahlungslänge des Detektors i

Da es nun der PC3-Detektor ist, der dafür verantwortlich ist, dass nach Anwendung der Korrektur geladener Teilchen dem Spektrum Photonen fehlen, müssen alle Materialien zwischen Kollisionsvertex und PC3-Detektor für die Konversionswahrscheinlichkeit berücksichtigt werden. Eine spätere Konversion vor oder innerhalb der Kalorimeter müssen dabei nicht berücksichtigt werden, da aufgrund des kleinen Öffnungswinkels die Teilchen nicht voneinander getrennt werden können. Weiterhin ist innerhalb des Kalorimeters die Konversion Teil der Schauerbildung, die zur Detektion sowohl von Positronen und Elektronen, als auch von Photonen notwendig ist. Die einzelnen Beiträge der Detektorkomponenten, die die Konversion ermöglichen, also die Beiträge zum Exponenten in Gleichung 5.23 $\frac{\delta x_i}{x_0^i}$, sind in Tabelle 5.2 gezeigt. Die Werte sind dabei [21] entnommen. Innerhalb des PC3-Detektors können ebenfalls Konversionen stattfinden, weswegen auch hier ein Beitrag zu berücksichtigen ist. Dieser wird grob mit der Hälfte des Nennbeitrages abgeschätzt. Aus der Summe der einzelnen Beiträge ist der Exponent bestimmt, woraus sich nach Gleichung 5.23 die Gesamtkonversionswahrscheinlichkeit berechnen lässt. Da die Konversionskorrektur zwischen den Sektoren der Kalorimeter unterscheidet, wird das Ergebnis gemittelt.

Da der Faktor W_{konv} der Wahrscheinlichkeit entspricht, dass eine Konversion stattfindet, ist es ersichtlich, dass das Produkt dieser Wahrscheinlichkeit mit der Teilchenmultiplizität bzw. des inklusiven Spektrums $\gamma_{\text{inkl}}(p_T) = \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_Y}{dp_T dy} \Big|_{\text{inkl}}$ die Anzahl bzw. das Spektrum der konvergierten Photonen ergibt. Umgekehrt ergibt das Produkt des Faktors $W'_{\text{konv}} = 1 - W_{\text{konv}}$, also die

Gegenstand:	$\frac{\delta x_i}{x_0^i} \Big _{\text{PbSc:}}$						$\frac{\delta x_i}{x_0^i} \Big _{\text{PbGl:}}$	
	W0	W1	W2	W3	E2	E3	E0	E1
Strahlrohr, Luft, DC	1,3%	1,3%	1,3%	1,3%	1,3%	1,3%	1,3%	1,3%
PC1	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%
RICH	2,1%	2,1%	2,1%	2,1%	2,1%	2,1%	2,1%	2,1%
PC2, Luft	2,7%	2,7%	2,7%	2,7%				
TEC, TRD					6,4%	6,4%	6,4%	6,4%
Aerogel		20%						
$\frac{1}{2}\text{PC3}$	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%
$\sum_i \frac{\delta x_i}{x_0^i}:$	8,5%	28,5%	8,5%	8,5%	12,2%	12,2%	12,2%	12,2%
$W = 1 - e^{-\frac{7}{9} \sum_i \frac{\delta x_i}{x_0^i}}:$	6,4%	19,9%	6,4%	6,4%	9,1%	9,1%	9,1%	9,1%
$\langle W \rangle:$				9,6%				9,1%

Tabelle 5.2: Auflistung der einzelnen Beiträge zur Größe $\frac{\delta x_i}{x_0^i}$ von den Detektorkomponenten aus [21]; im Falle des PC3-Detektors, dessen Detektion von entscheidender Bedeutung ist, wird die Hälfte des Materials berücksichtigt. Die Lücken in der Liste sind auf die fehlende Existenz der entsprechenden Komponente in dem angegebenen Bereich zurückzuführen, wie es in Abbildung 3.2 zu erkennen ist.

Wahrscheinlichkeit, dass keine Konversion stattfindet, mit der Teilchenmultiplizität bzw. dem inklusiven Spektrum, die Anzahl bzw. das Spektrum der nicht konvergierten Photonen. Dieses Spektrum ist nun jenes, das man ohne die Konversionskorrektur vorliegen hat; $\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_\gamma}{dp_T dy} \Big|_{\text{konv}} = (1 - W_{\text{konv}}) \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_\gamma}{dp_T dy} \Big|_{\text{inkl}}$. Umgestellt zu dem gewünschten inklusiven Photonenspektrum erkennt man den Korrekturfaktor, wie er in Gleichung 5.1 gezeigt ist. Dieser Faktor kann dabei ersichtlicherweise auch als Anteil der nicht konvergierten Photonen an allen Photonen interpretiert werden:

$$\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_\gamma}{dp_T dy} \Big|_{\text{inkl}} = \frac{1}{(1 - W_{\text{konv}})} \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_\gamma}{dp_T dy} \Big|_{\text{konv}}$$

$$1 - W_{\text{konv}} = \frac{\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_\gamma}{dp_T dy} \Big|_{\text{konv}}}{\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_\gamma}{dp_T dy} \Big|_{\text{inkl}}} \quad (5.24)$$

$\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_\gamma}{dp_T dy} \Big _{\text{inkl}}:$	Photonenspektrum, das auch alle zunächst in e^+e^- -Paare konvergierten Photonen beinhaltet
$\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N_\gamma}{dp_T dy} \Big _{\text{konv}}:$	korrigiertes Photonenspektrum, dem lediglich die zunächst in e^+e^- -Paare konvergierten Photonen fehlen
$1 - W_{\text{konv}}:$	Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon nicht in ein e^+e^- -Paar konvergiert oder Anteil der nicht konvergierten Photonen an allen Photonen

5.1.6 Binshift-Korrektur

Die Einordnung der Treffer in ein Histogramm mit diskreter Klasseneinteilung bringt nun die Problematik mit sich, ein physikalisches, kontinuierliches Spektrum nicht exakt abbilden zu können. Die Abweichung des Histogramms von dem physikalischen Spektrum ist dabei abhängig von der Feinheit der Klasseneinteilung und weiterhin von dem Steigungsverlauf innerhalb der Histogrammkasse des Spektrums, welche im vorliegenden Falle nicht unerheblich ist. Falls die Klasseneinteilung fein ist, welches einer kleinen Klassenbreite Δp_T gleichkommt, so ist die Abweichung von dem realen Spektrum gering. Mit zunehmender Klassenbreite wird die Abweichung hingegen größer. Die einzelnen Klassen des Histogramms k_i werden durch die Statistik des realen Spektrums in dem Intervall, das durch die Klassengrenzen gebildet wird, aufgefüllt. Diese Statistik, bzw. eine zu dieser proportionalen Größe⁴, entspricht dabei ersichtlicherweise dem Integral $I_{k_i} = \int_{p_T^i}^{p_T^i + \Delta p_T} f(p_T) dp_T$, falls die Funktion dem *Yield* $\frac{dN_\gamma}{dp}$ (siehe Abschnitt B.3) proportional ist und p_T^i die untere Kante der lokalen Klasse k_i ist. Dieses Auffüllen führt zu einer Gleichverteilung innerhalb der Klasse des Histogramms, wobei das Integral zu $I_{k_i} = f(p_T^i) \Delta p_T$ vereinfacht wird. Der Wert von p_T^i ist dabei im Intervall $p_T^i \in [p_T^i, p_T^i + \Delta p_T]$ zu finden. Die Position dieses p_T^i bzw. der Wert des Spektrums an dieser Stelle, der dem tatsächlichen Datenpunkt entsprechen soll, kann über das Verhältnis $V^i = \frac{\int_{p_T^i}^{p_T^i + \Delta p_T} f(p_T) dp_T}{f(p_T^i) \Delta p_T}$ definiert werden. Dieses Verhältnis ist in dieser Form offensichtlich $V^i = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}$. Da jedoch im Allgemeinen der Datenpunkt mit der Mitte der Klassen zusammenfallen soll, welches mit dem Nenner $f(p_T^i + \frac{1}{2} \Delta p_T) \Delta p_T$ einhergeht, weicht das Verhältnis von $V^i = 1$ ab, falls $\frac{\partial^2 f(p_T)}{\partial p_T^2} \neq 0$ gilt, da im Falle einer Geraden dieses Verhältnis, unabhängig von der Steigung $V^i = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}$ wäre (Beweis über Einsetzen trivial). Von diesem Sachverhalt stammt auch die Bezeichnung dieser Korrektur, da „physikalischen“ Klassen (*bins*), quasi versetzt (*shifted*) werden.

Nun gibt es zwei Möglichkeiten dieses Problem zu lösen; zum Einen kann der Datenpunkt tatsächlich in p_T -Richtung derart verschoben werden, so dass $V^i = 1$ gelte. Dies hätte zur Folge, dass die Datenpunkte auf der p_T -Achse nicht mehr äquidistant wären. Zur Realisierung könnte beispielsweise durch die Umformung $p_T^i = f^{-1} \left(\frac{1}{\Delta p_T} \int_{p_T^i}^{p_T^i + \Delta p_T} f(p_T) dp_T \right)$ geschehen, wobei jedoch die Bildung der Umkehrfunktion im Allgemeinen schwierig ist. Praktikabler wäre hingegen ein einfacher Algorithmus, der p_T^i aktiv variiert, so dass $V^i = 1$ wird. Zum Anderen gibt es die hier verwendete Möglichkeit, die Datenpunkte in vertikaler, also in y -Richtung zu verschieben, wobei der Datenpunkt in der Mitte der Klasse bliebe. Dazu nutzt man das obige Verhältnis als Korrekturfaktor, der dann wie folgt lautet:

$$B^i = \frac{\int_{p_T^i}^{p_T^i + \Delta p_T} f(p_T) dp_T}{f(p_T^i + \frac{1}{2} \Delta p_T) \Delta p_T} \quad (5.25)$$

Zur Durchführung dieser Korrektur ist es erforderlich das physikalische, kontinuierliche

⁴Es kommen die Größen $dy = 0,9$, p_T und 2π hinzu, sind aber innerhalb der Klasse konstant. (für p_T wird die Klassenmitte gewählt.)

Spektrum korrekt darzustellen. Als Form dieses Spektrums wird eine zusammengesetzte Funktion gewählt, die bei kleinen p_T einer sogenannten *Hagedorn*-Funktion und bei höheren p_T einem Potenzgesetz folgt. Die Verbindung wird durch eine Funktion beschrieben, die einem *Woods-Saxon*-Potential ähnelt. Die gesamte Funktion ist dabei wie folgt definiert:

$$f(p_T) = a(p_T) b_0 \left[\frac{b_1}{b_1 + p_T} \right]^{b_2} + [1 - a(p_T)] b_3 \left[\frac{1}{p_T} \right]^{b_4} \quad (5.26)$$

$$\text{mit } a(p_T) = \frac{1}{1 + e^{\frac{p_T - p_T^0}{p_T^1}}} \quad (5.27)$$

$f_{\text{Hag}}(p_T) = b_0 \left[\frac{b_1}{b_1 + p_T} \right]^{b_2}$: Hagedorn-Funktion
$f_{\text{Pot}}(p_T) = b_3 \left[\frac{1}{p_T} \right]^{b_4}$: Potenzgesetz
$\frac{1}{a(p_T)} = 1 + e^{-\frac{p_T - p_T^0}{p_T^1}}$: Woods-Saxon-Funktion (das Inverse davon)
b_i :	: freie Parameter, die im Regressionsalgorithmus variiert werden $i \in \{0, \dots, 4\}$
$p_T^{0,1}$:	: freie Parameter, die im Regressionsalgorithmus nicht variiert werden
B^i	: Binshift-Korrekturfaktor der Histogrammkategorie k_i
$p_T^{i,j}$: Transversalimpuls in der Histogrammkategorie k_i
p_T^i	: untere Kante der Kategorie
p_T^j	: Position an der $V^i = 1$ gilt

Für den Regressionsalgorithmus stehen $b_i, i \in \{0, \dots, 4\}$ als freie Parameter zur Verfügung, wobei die Parameter $p_T^{0,1}$ zwar frei wählbar sind aber im Regressionsalgorithmus nicht variiert werden. Die gezeigte Funktion wird auch in der Berechnung der Akzeptanz und Effizienz verwendet. Im Zuge des zugeordneten, iterativen Prozesses wird diese Funktion geändert, so dass sich die Binshift-Korrektur ebenfalls ändert. Dabei wird sie aufgrund fehlender Konvergenz nur ein Mal je Iterationsschritt angewendet.

5.1.7 Unsicherheiten

Im Bezug auf die Sicherheit der Werte muss zum einen die Anzahl der Messungen in den verschiedenen Histogrammklassen berücksichtigt werden, da sich aus einzelnen Ereignissen keine sicheren allgemeinen Aussagen extrahieren lassen. Somit ist die Statistik in einer Histogrammkategorie bestimend für die Sicherheit des entsprechenden Datenpunktes, welchem somit ein statistischer Fehler oder Unsicherheit zugeordnet wird. Diese Unsicherheit wird durch die positive Wurzel aus der Varianz σ^2 , welche mit dem Begriff der Standardabweichung belegt ist, berechnet. Die Definition der Varianz ist $\sigma^2 = \langle (y - \langle y \rangle)^2 \rangle = \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2$ mit der Definition $\langle y \rangle = \sum_i x_i p(x_i)$, wobei p_{x_i} die Wahrscheinlichkeitsdichte im Falle einer diskreten Verteilung darstellt. Die Standardabweichung, die im Falle einer Summenvariable $y = \sum_{i=0}^N y_i$ dem Ausdruck $\sigma_y^{\text{stat}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ folgt, geht für $N \rightarrow 0$ gegen $\sigma_y = 0$ (*Gesetz der großen Zahl* [41]), wobei σ die Standardabweichung einer jeden gleichgearteten Messung darstellt. Demnach sollte eine hohe Statistik vorhanden sein, um ein sicheres Ergebnis zu erhalten, welches in den Bereichen

hoher p_T nicht mehr gegeben ist, womit die Unsicherheit mit p_T steigt.

Desweiteren sind verschiedene systematische Unsicherheiten zu berücksichtigen, die im Folgenden ein Wenig genauer betrachtet werden sollen.

Globale Energieskala Das elektronische Signal, das ein Detektor weitergibt, muss zunächst in die auch hier gebräuchlichen physikalischen Größen umgerechnet werden, wofür die Antwortfunktion des Detektors bekannt sein muss. Zusätzlich ist der Einfluss der endlichen Energieauflösung im Zusammenspiel mit dem stark abfallenden Spektrum, welches bereits in Abschnitt 5.1.2 beschrieben worden ist, in der Datenanalyse zu berücksichtigen. Dies geschieht im Zuge der Energiekalibrierung des Detektors, welche im Falle des Kalorimeters mittels des Peaks der Invarianten Masse des π^0 -Teilchens geschieht. Dies ist daher ein sinnvolles Vorgehen, da die Invariante Masse und die Lebensdauer, die die Breite des Peaks bestimmt, aus Präzisionsmessungen verschiedener Arbeitsgruppen mit $m_{\pi^0} = (134,9766 \pm 0,0006) \frac{\text{MeV}}{c^2}$ bzw. $\tau_{\pi^0} = (8,4 \pm 0,6) \cdot 10^{-17} \text{ s}$ [40] recht genau bekannt sind. Für die Berechnung der Unsicherheit bezüglich der Energieskala macht man sich den Umstand zu Nutze, dass die Lage des π^0 -Peaks im Invarianten Massenspektrum direkt von der Energiekalibrierung beeinflusst wird. Dies geschieht durch die Energieverschmierung der Zufallsteilchen in der Fast-Monte-Carlo-Simulation nach Gleichung 5.7. Dabei werden die Parameter durch Vergleich der Peak-Breiten der Simulation mit denen des Analyseergebnisses bestimmt. Wenn die Peakbreite einmal korrekt reproduziert ist, so wird die Peak-Lage in der Simulation als die Korrekte angesehen. Dieses Verfahren besitzt eine endliche Genauigkeit. Die zugehörige Unsicherheit ist zu $\frac{\sigma_{\text{PbGl}}}{E} = 2,0\%$ im Falle des PbGl und $\frac{\sigma_{\text{PbSc}}}{E} = 1,6\%$ im Falle des PbSc bestimmt worden [28]. Für das Spektrum bedeutet das nun eine konstante Unsicherheit der Position der Datenpunkten auf der p_T -Achse. Für die Unsicherheit des Wertes des Spektrums bedeutet dies aufgrund des stark abfallenden Verhaltens eine deutliche Abhängigkeit von p_T . Um das Spektrum zu beschreiben, bedient man sich des analytischen Ausdrucks, der durch Gleichung 5.26 gegeben ist. Mit Hilfe dieser kann der Fehler abgeschätzt werden, indem die Differenz der Integrale in den Klassengrenzen im verschobenen und unverschobenen Fall gebildet wird:

$$\frac{\sigma_{\text{ES}}(p_T^0)}{\gamma_{\text{inkl}}(p_T^0)} = \left| \frac{\int_{(p_T^0 - \Delta p_T/2)(1 + \frac{\sigma_E}{E})}^{(p_T^0 + \Delta p_T/2)(1 + \frac{\sigma_E}{E})} f(p_T) dp_T - \int_{p_T^0 - \Delta p_T/2}^{p_T^0 + \Delta p_T/2} f(p_T) dp_T}{\int_{(p_T^0 - \Delta p_T/2)(1 + \frac{\sigma_E}{E})}^{(p_T^0 + \Delta p_T/2)(1 + \frac{\sigma_E}{E})} f(p_T) dp_T} \right| \quad (5.28)$$

$\gamma_{\text{inkl}}(p_T)$:	inklusives Photonenspektrum
σ_{ES} :	Unsicherheit des Spektrums, die auf die Unsicherheit der Energieskala zurückzuführen ist
$\frac{\sigma_E}{E}$:	relative Unsicherheit der Energieskala mit:
	$\frac{\sigma_E}{E} \text{ PbGl} = 2.0\%$
	$\frac{\sigma_E}{E} \text{ PbSc} = 1.6\%$
p_T^0 :	Zentrum einer jeden Histogrammkategorie
Δp_T :	Klassenbreite

Rekonstruktionseffizienz Die Abschätzung der Unsicherheit, die auf die Korrektur der Rekonstruktionseffizienz zurückzuführen ist, muss zwei Ursachen berücksichtigen. Zum Einen ist es die Energieverschmierung, der eine Unsicherheit anhaftet. Diese kann ermittelt werden, indem die Energieverschmierung gemäß Gleichung 5.7 um einen gewissen Betrag des konstanten Terms b_E erweitert wird, so dass eine deutliche Abweichung zwischen der Breite des π^0 -Peaks aus der Messung und der Simulation beobachtet werden kann. Aus der Analyse neutraler Pionen in Run02 bei Au+Au-Stößen ist eine solche zusätzliche Verschmierung von $\Delta b_E = 2\%$ ermittelt worden, um dieses Kriterium zu erfüllen [66]. Um nun die resultierende Unsicherheit für diese Analyse zu ermitteln, wird die Simulation mit der um $\pm \Delta b_E$ variierten Energieverschmierung durchgeführt und mit dem ursprünglichen Ergebnis verglichen, so dass die Unsicherheit wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$\frac{\sigma_{\epsilon}^{\sigma_E}}{\gamma_{\text{inkl}}(p_T)} \approx V_{\epsilon} := \frac{\epsilon_{\gamma}^{\pm \Delta b_E}}{\epsilon_{\gamma}^{\text{norm}}} \quad (5.29)$$

Die entsprechenden Verhältnisse sind in Abbildung 5.7 zu sehen. Entsprechend der größten Abweichung von dem Normverhältnis wird die Unsicherheit im Falle des PbGl zu $\frac{\sigma_{\epsilon}^{\sigma_E}}{\gamma_{\text{inkl}}(p_T)}|_{\text{PbGl}} = 0,09$ und im Falle des PbSc zu $\frac{\sigma_{\epsilon}^{\sigma_E}}{\gamma_{\text{inkl}}(p_T)}|_{\text{PbSc}} = 0,07$ abgeschätzt.

Zum Anderen muß die Unsicherheit der PID-Cuts berücksichtigt werden, die ebenfalls in der Effizienzberechnung simuliert werden. Hierzu werden die Spektren der verschiedenen PID-Cuts ins Verhältnis gesetzt:

$$\frac{\sigma_{\epsilon}^{\sigma_{\text{PID}}}}{\gamma_{\text{inkl}}(p_T)} \approx V_{\text{PID}} := \frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PID}0}(p_T)}{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PID}3}(p_T)} \quad (5.30)$$

σ_{ϵ} :	Unsicherheit des Spektrums, das auf die Korrektur der Rekonstruktionseffizienz zurückzuführen ist
$\sigma_{\epsilon}^{\sigma_E}$:	Unsicherheit der Effizienz, die auf die Energieverschmierung zurückzuführen ist
$\sigma_{\epsilon}^{\sigma_{\text{PID}}}$:	Unsicherheit der Effizienz, die auf die Simulation der PID-Cuts zurückzuführen ist
$\epsilon_{\gamma}^{\pm \Delta b_E}$:	Effizienz, die mit dem zusätzlichen Beitrag Δb_E in der Energieverschmierung simuliert worden ist.
$\epsilon_{\gamma}^{\text{norm}}$:	Effizienz, die mit den normalen Werten der Energieverschmierung simuliert worden ist
b_E :	Konstanter Term der Energieverschmierung in der Simulation der Detektorauflösung gemäß Gleichung 5.7
Δb_E :	zusätzlicher Beitrag zu b_E , um die signifikante Abweichung der π^0 -Peakbreiten zu erreichen
$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PID}X}(p_T)$:	gemessenes, korrigiertes Spektrum unter Anwendung des mit X indizierten PID-Cuts in Bezug auf die Messdaten und die Simulation der Rekonstruktionseffizienz

Dieses Vorgehen gründet auf der Überlegung, dass, falls die Korrektur der Rekonstruktionseffizienz auf ein Spektrum angewendet wird, das denselben Prozess der PID-Cuts durchlaufen hat, das physikalische Spektrum rekonstruiert sein sollte. Dies gilt gleichermaßen für alle PID-Cuts, weswegen die naive Erwartung für das Verhältnis zweier rekonstruierter, physikalischer Spektren verschiedener PID-Cuts $V_{\text{PID}} = \frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PID}0}(p_T)}{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PID}3}(p_T)} = 1$ wäre. Abweichungen von diesem Verhältnis

geben dann ersichtlicherweise eine Abschätzung für die Unsicherheit dieser Quelle.

In Abbildung 5.8 ist das genannte Verhältnis abgebildet. Die Abweichungen bewegen sich ungefähr innerhalb eines Bereiches von $\Delta V_{\text{PID}} \approx 0,1$ um $V_{\text{PID}} = 1$, welches ebenfalls mit den Abweichungen in den anderen Zentralitätsklassen vereinbar ist. Es sei an dieser Stelle jedoch darauf hingewiesen, dass es sich um eine grobe Abschätzung handelt, weswegen ein Wert für alle Zentralitätsklassen gewählt wird.

Die Gesamtunsicherheit bezüglich der Rekonstruktionseffizienz ergibt sich durch pythagorisches Aufsummieren, da die beiden Komponenten im Fehlerraum senkrecht aufeinander stehen; $\sigma_{\varepsilon} = \sqrt{(\sigma_{\varepsilon}^{\text{norm}})^2 + (\sigma_{\varepsilon}^{\text{PID}})^2}$. Um der Forderung gerecht zu werden, dass es sich um 1σ -Unsicherheiten handelt, wird diese Unsicherheit mit dem Faktor $f = 0,683$ multipliziert. Die resultierende Unsicherheit ist Tabelle 5.3 zu entnehmen.

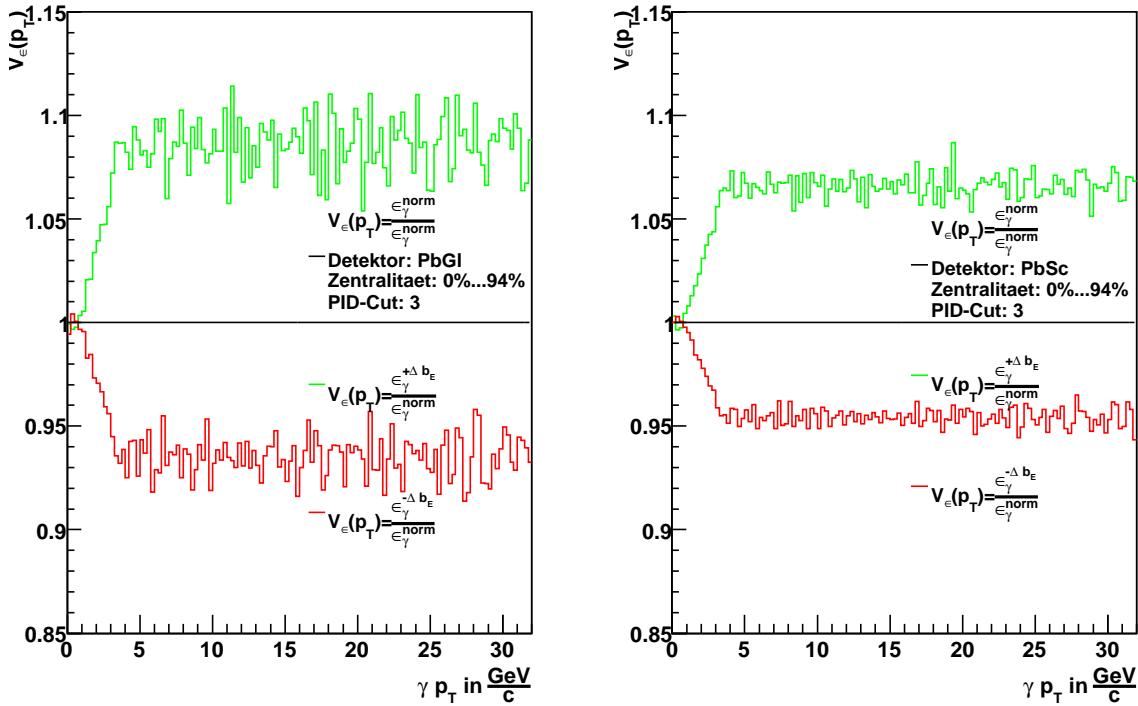


Abbildung 5.7: Darstellung der Verhältnisse von den um $\pm \Delta b_E$ variierten Effizienzen zu der ursprünglichen $V_{\varepsilon} := \frac{\varepsilon_{\gamma}^{\pm \Delta b_E}}{\varepsilon_{\gamma}^{\text{norm}}}$; zu erkennen ist eine gewisser Unterschied zwischen dem PbGl und dem PbSc. Hierbei wird die Unsicherheit zu der größten Abweichung von dem Normverhältnis abgeschätzt, welches im Falle des PbGl einem Wert von $\Delta V_{\varepsilon} \approx 0,09$ und im Falle des PSc von $\Delta V_{\varepsilon} \approx 0,07$ entspricht.

Sonstige Neben den zuvor diskutierten Unsicherheiten sind weitere zu berücksichtigen wie die der Korrekturen der geladenen Teilchen, sowie der Neutronen/Antineutronen. Diese Un-

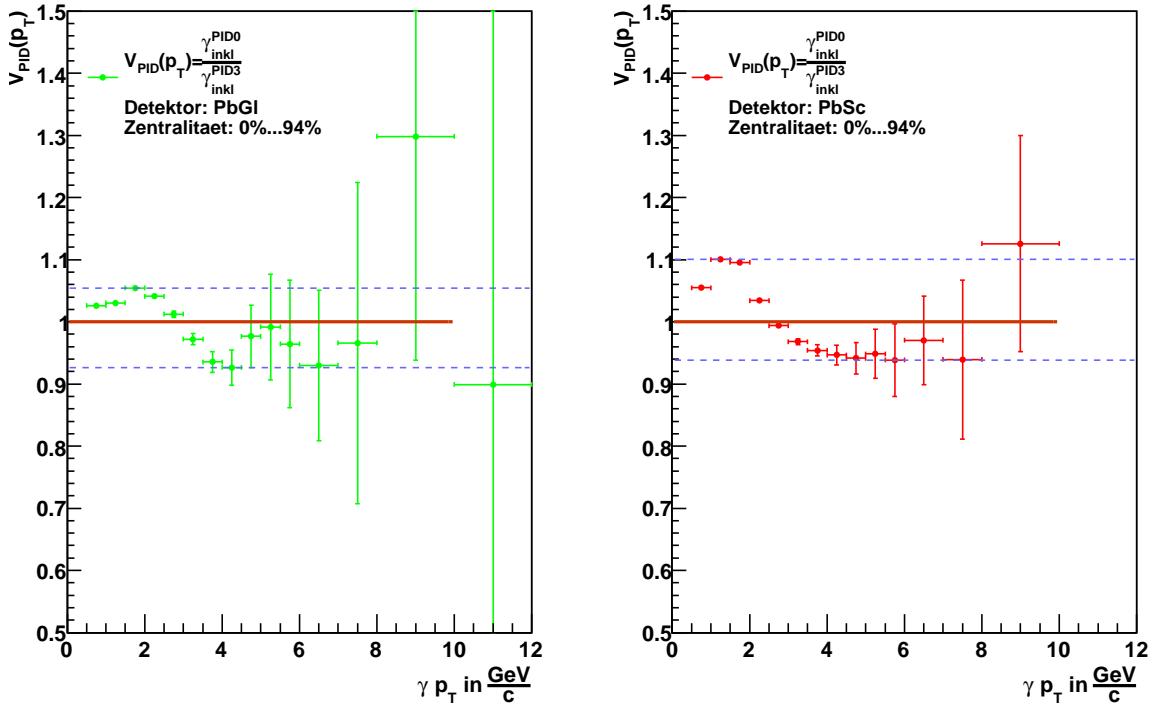


Abbildung 5.8: Auftragung des Verhältnisses $V_{\text{PID}} = \frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PID0}}(p_T)}{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PID3}}(p_T)}$ gegen p_T im Falle der Minb-Zentralitätsklasse; die Abweichungen bewegen sich innerhalb der eingezeichneten Schranken und sind mit einer abgeschätzten Unsicherheit von $\Delta V_{\text{PID}} \approx 0,1$ verträglich, welches ebenfalls mit den anderen Zentralitätsklassen konform geht.

sicherheiten sind entsprechend der Größe der Korrektur gewählt, wobei jene der Korrektur der geladenen Teilchen beispielsweise auf die Güte der Regression, die zur Beschreibung des Untergrundes führt, zurückzuführen ist. Weiterhin ist die Unsicherheit der Effizienz des PC3-Detektors mit zu berücksichtigen. Die gesamte systematische Unsicherheit der Korrektur der geladenen Teilchen wird somit grob zu $\frac{\sigma_{X_{\text{gel}}}}{X_{\text{gel}}} = 0,15$ abgeschätzt. Im Falle der deutlich kleineren Korrektur der Neutronen/Antineutronen müssen die Annahmen, die in Abschnitt 5.1.4 beschrieben sind, mit in Betracht gezogen werden. Dadurch wird die Unsicherheit deutlich größer und wird grob zu $\frac{\sigma_{X_{\text{n}n}}}{X_{\text{n}n}} = 0,4$ abgeschätzt [33]. Die Unsicherheiten bezüglich Neutronen/Antineutronen und der geladenen Teilchen sind Fehler relativ zur Korrektur. Da diese von p_T abhängig sind, sind auch die relativen Unsicherheiten bezüglich des inklusiven Photonenpektrums p_T -abhängig. Daneben wirkt sich durch den Bezug zur Korrektur auch die Abhängigkeit vom PID-Cut und von der Zentralität auf die relative Unsicherheit des inklusiven Photonenpektrums aus. Eine genauere Angabe ist Tabelle 5.3 gegeben. Weiterhin sind Unsicherheiten bezüglich der Akzeptanz und der Konversion anzunehmen. Die Unsicherheit der Konversionskorrektur ist zu $\sigma_{\text{konv}} = 0,02$ abgeschätzt, die der Akzeptanz pauschal zu $\sigma_{a_\gamma} = 0,029$ [28].

Quelle der Unsicherheit bzw. Größe	Detektor:	relative Unsicherheit bezüglich des inklusiven Photonenspektrums $\gamma_{\text{inkl}}(p_T)$ im entsprechenden Gültigkeitsbereich:		
		$(2 \frac{\text{GeV}}{c}, 4 \frac{\text{GeV}}{c}]$	$(4 \frac{\text{GeV}}{c}, 6 \frac{\text{GeV}}{c}]$	$(6 \frac{\text{GeV}}{c}, 15 \frac{\text{GeV}}{c}]$
Rekonstruktions- effizienz $\frac{\sigma_{e\gamma}}{\gamma_{\text{inkl}}}$	PbSc:	0,083	0,083	0,083
	PbGl:	0,092	0,092	0,092
Akzeptanz $\frac{\sigma_{a\gamma}}{\gamma_{\text{inkl}}}$	PbSc:	0,029	0,029	0,029
	PbGl:	0,029	0,029	0,029
Globale Energieskala $\frac{\sigma_{\text{ES}}}{\gamma_{\text{inkl}}}$	PbSc:	0,118	0,136	0,136
	PbGl:	0,15	0,173	0,173
Konversions- korrektur $\frac{\sigma_{\text{konv}}}{\gamma_{\text{inkl}}}$	PbSc:	0,02	0,02	0,02
	PbGl:	0,02	0,02	0,02
geladene Teilchen $\frac{\sigma_{X_{\text{gel}}}}{\gamma_{\text{inkl}}}$	PbSc:	0,033	0,033	0,033
	PbGl:	0,019	0,019	0,019
Neutronen/ Antineutronen $\frac{\sigma_{X_{n\bar{n}}}}{\gamma_{\text{inkl}}}$	PbSc:	$1,845 \cdot 10^{-3}$	$5,842 \cdot 10^{-4}$	$7,965 \cdot 10^{-6}$
	PbGl:	$5,31 \cdot 10^{-3}$	$3,12 \cdot 10^{-3}$	$4,9 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 5.3: Auflistung der systematischen, relativen Unsicherheiten bezüglich des inklusiven Photonenspektrums von verschiedenen Quellen $\frac{\sigma_{\text{Quelle}}}{\gamma_{\text{inkl}}}$; die p_T -abhängigen Unsicherheiten sind dabei über die Zentralitäten und über den angegebenen p_T -Bereich gemittelt, wobei dies im Falle des PID3-Cuts durchgeführt worden ist.

5.1.8 Inklusive Photonenspektren

Durch Anwendung der Korrekturen, wie sie in diesem Abschnitt (5.1) beschrieben worden sind, sollte das inklusive Photonenspektrum vorliegen. Dies soll im Folgenden nach den Kalorimetertypen unterschieden und weiterhin bezüglich beider Typen als kombiniertes Spektrum präsentiert werden.

PbGl- und PbSc-Spektren isoliert In Abbildung 5.9 sind nun die inklusiven Spektren des PbGl bzw. des PbSc für die vorhandenen Zentralitätsklassen bei Anwendung des PID3-Cuts gezeigt. Da die Zentralitätsklassen mit der Anzahl der Nukleonen, die an den Stoßprozessen teilnehmen, sowie mit der Anzahl derselben, also $\langle N_{\text{part}} \rangle$ bzw. $\langle N_{\text{coll}} \rangle$, korreliert sind, sind die *Yields* auf der y -Achse versetzt. Dieser Effekt ist jedoch nicht derart groß, dass sich die einzelnen Klassen isoliert betrachten ließen, so dass sie jeweils um einen konstanten Faktor skaliert worden sind. Weiterhin sind die Datenpunkte für die verschiedenen Zentralitätsklassen um einen gewissen Betrag auf der p_T -Achse verschoben, so dass sich die Unsicherheiten isoliert betrachten lassen. Die Spektren zeigen das bereits angedeutete, stark abfallende Verhalten. Die damit verbundene Steigerung der statistischen Unsicherheit ist in den deutlichen Vergrößerung der Fehlerbalken zu erkennen, wobei die logarithmische Skala diese scheinbar vergrößert.

So würde das untere Ende einer Unsicherheit, die in den negativen Bereich vorstößt gar nicht gezeigt werden, da die logarithmische Skala wegen $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln x) = -\infty$ nicht fähig ist, die Null darzustellen. Auf den ersten Blick ergeben sich keine größeren Unterschiede zwischen den Kalorimetertypen.

Ein genauerer Vergleich liefert die Verhältnisbildung der inklusiven Photonenspektren beider Kalorimeter von $V_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}} = \frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}}{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}}$, wie es in Abbildung 5.10 gezeigt ist. Hierbei erkennt man eine gewisse Abweichung von der einfachen Erwartung von $V_{\text{inkl}} = 1$, die sich grob in dem Mittelwert⁵ von $\left\langle V_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}} \right\rangle \approx 0,928$ (Minb, PID2) bzw. $\left\langle V_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}} \right\rangle \approx 0,93$ (Minb PID3) manifestiert. Dies bedeutet, dass der *Yield* des PbGl systematisch größer als der des PbSc ist, wobei die Verhältnisse aufgrund der Größe ihrer Unsicherheiten auch mit der naiven Erwartung verträglich sind. Die Abweichung der Datenpunkte von dieser Erwartung ist dabei nicht von der Größe früherer Analysen, wie z.B. [33] mit $\left\langle V_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}} \right\rangle \approx 0,82$ (Minb PID2). Die Ursache für eine generelle Abweichung ist Gegenstand aktueller Untersuchungen und damit noch nicht geklärt.

Der Unterschied der inklusiven Spektren zu der oben zitierten, früheren Analyse bei $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200 \text{ GeV}$ mit einem Faktor von $r \sim 10^2$ (Minb, PbGl, PbSc) bei geringen p_T ist dabei sehr deutlich. Dieses Verhalten ist dabei mit der langläufigen Beobachtung verträglich, dass die Schwerpunktsenergie die Teilchenmultiplizität steigert [11]. Bei gegebener Gesamtenergie des Systems wird dann die Energie bzw. Impuls jedes einzelnen Teilchen nicht mehr beliebig gesteigert. Da nun im Ausdruck für γ_{inkl} die Anzahl der Teilchen als Größe auftritt, nimmt der *Yield* daher mit $\sqrt{s_{\text{NN}}}$ zu.

Kombinierte Spektren Mit den beiden Kalorimetertypen, die in Abschnitt 3.3 beschrieben sind, stehen zwei recht unabhängige Technologien zur Verfügung, um die physikalischen Observablen zu messen. Dadurch ist eine gewisse Überprüfung der Ergebnisse möglich, um systemimmanente Abweichungen von den tatsächlichen physikalischen Werten auszuschließen. Das Fehlen von nennenswerten Abweichungen der Kalorimetertypen macht solche immanenten Fehler unplausibel, wenngleich auch nicht *a priori* ausgeschlossen. Aus diesem Grunde lassen sich die Spektren der Kalorimeter kombinieren, um die statistische Sicherheit zu verbessern, welche durch $\Delta y = 0,7$ und $\Delta\phi = 180^\circ$, also eine geringe Akzeptanz der Detektoren, recht begrenzt ist. Die Akzeptanz beider Kalorimeter ist dabei jedoch sehr unterschiedlich, so dass eine gleichgewichtige Mittelung der Spektren nicht in Frage kommt. Stattdessen werden die einzelnen Datenpunkte nach ihrer Sicherheit gewichtet, worin sich die angesprochene Akzeptanz als statistische Unsicherheit manifestiert.

Demnach wird als Maß für die Sicherheit das multiplikativ Inverse der Unsicherheit herangezogen, so dass der folgende Ansatz für die Werte unternommen werden kann:

⁵Die Mittelung ist nach der Methode der Gewichtung mit dem Inversen der Unsicherheiten durchgeführt worden, wie sie unter „kombinierte Spektren“ (Abschnitt 5.1.8 weiter unten) beschrieben ist.

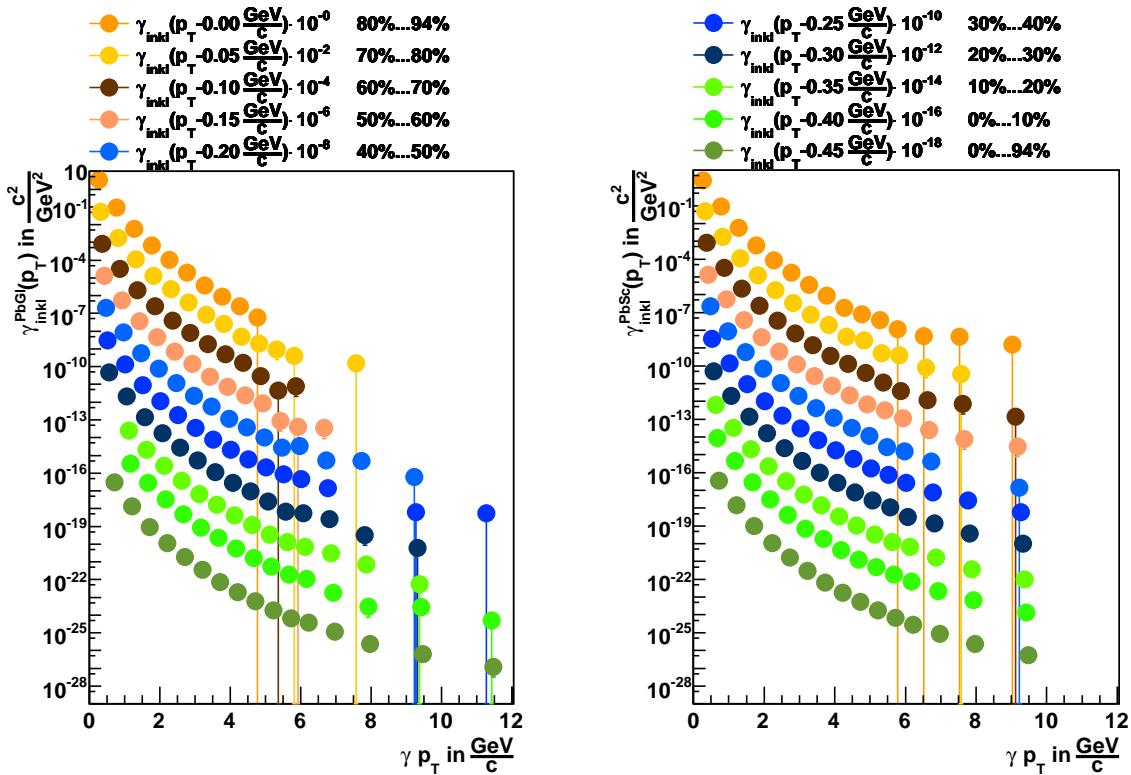


Abbildung 5.9: Auftragung der Inklusiven Spektren aller berücksichtigten Zentralitätsklassen der beiden Kalorimetertypen unter Anwendung des PID3-Cuts

$$\langle f(p_T) \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{n_{\text{det}}} g^i(\sigma(p_T)) f^i(p_T)}{\sum_{i=1}^{n_{\text{det}}} g^i(\sigma(p_T))} \quad (5.31)$$

$$\text{mit} \quad g^i(\sigma(p_T)) = \frac{1}{\sigma_i^2(p_T)} \quad (5.32)$$

$$\text{und} \quad \sigma_i^2(p_T) = \sum_{j=n_{\text{min}}}^{n_{\text{max}}} \sigma_{i,j}^2(p_T) \quad (5.33)$$

$\langle f(p_T) \rangle$:	gemitteltes Spektrum
n_{det} :	Anzahl der Detektortypen; PbGl und PbSc $\Rightarrow n_{\text{det}} = 2$
i, j :	Laufindex, die über die Kalorimetertypen im Falle von i und die einzelnen, unkorrelierten Unsicherheiten im Falle von j laufen
$n_{\text{min,max}}$:	Idezes der einzelnen unkorrelierten Unsicherheiten, die berücksichtigt werden sollen
$f^i(p_T)$:	einzelne, zu kombinierende Spektren; hier: $i \in \{1, n_{\text{det}}\}$ mit $n_{\text{det}} = 2$, $i = 1$: Spektrum des PbGl, $i = 2$: Spektrum des PbSc
$g^i(\sigma(p_T))$:	Gewichtungsfaktor, von der Unsicherheit der Datenpunkte, bei verschiedenen p_T abhängig
$\sigma_{i,j}(p_T)$:	Unsicherheit des Typs j des Detektors i

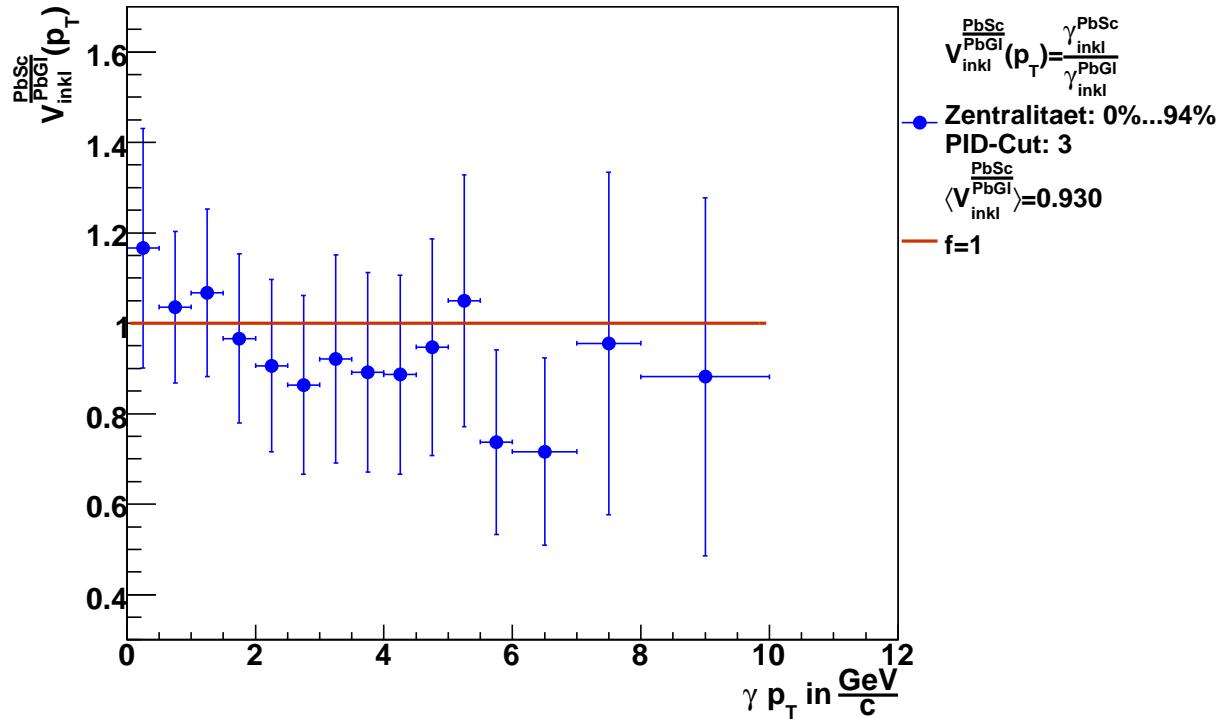


Abbildung 5.10: Auftragung des Verhältnisses der inklusiven Photonenspektren von PbSc zu PbGl $V_{\text{inkl}}^{\frac{\text{PbSc}}{\text{PbGl}}} = \frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}}{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}}$ für die Minb-Zentralitätsklasse und dem PID3-Cut; zu erkennen ist eine geringe Abweichung von der naiven Erwartung von $V_{\text{inkl}}^{\frac{\text{PbSc}}{\text{PbGl}}} = 1$. Ein Maß dafür kann der mit den inversen Unsicherheiten gewichtete Mittelwert geben, der im gezeigten Falle $\left\langle V_{\text{inkl}}^{\frac{\text{PbSc}}{\text{PbGl}}} \right\rangle = 0,93$ beträgt und damit von früheren Analysen wie [33] mit $\left\langle V_{\text{inkl}}^{\frac{\text{PbSc}}{\text{PbGl}}} \right\rangle \approx 0,82$ nennenswert abweicht.

Der Index i läuft über die verschiedenen Datenpunkte bei gleichem p_T , also über die Kalorimetertypen. Die verwendeten Unsicherheiten $\sigma(p_T)$ sind dabei, wie Gleichung 5.33 erkennen lässt, aus den einzelnen unkorrelierten Unsicherheiten zusammengesetzt, welchen mit dem Index j Rechnung getragen wird. Unkorrelierte Unsicherheiten bestehen a priori aus den statistischen Unsicherheiten. Auch die systematischen Unsicherheiten sind aufgrund der unterschiedlichen Detektionsmechanismen ebenfalls weitestgehend unkorreliert. Unsicherheiten, die für beide Kalorimeter gleich sind kürzen sich bei der Mittelung heraus, wodurch die Spektren arithmetisch gemittelt würden.

Die Mittelung der einzelnen Unsicherheiten über die Detektortypen lässt sich analog zu der Berechnung des Spektrums durchführen:

$$\langle \sigma_j^2(p_T) \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{n_{\text{det}}} g^i \sigma_{i,j}^2}{n_{\text{det}} \sum_{i=1}^{n_{\text{det}}} g^i} \quad (5.34)$$

Die Gewichtungsfaktoren enthalten dabei wie zuvor alle verwendeten, unkorrelierten Unsicherheiten. Summiert man nun weiterhin über alle diese Unsicherheiten, so erhält man das Ergebnis, das auch aus der Fehlerfortpflanzung von Gleichung 5.31 erwarten würde. Ein kleiner Beweis dieser Aussage ist in Abschnitt A.11 gegeben.

Die gezeigte Behandlung der Mittelung oder Kombination der Spektren wird ebenfalls für die direkten Photonenspektren in Abschnitt 5.2.4 verwendet.

Das kombinierte Spektrum der inklusiven Photonen ist nun in Abbildung 5.11 gezeigt, wobei keine nennenswerten Abweichungen von den separaten Spektren zu erkennen sind. Dies liegt u.a. daran, dass die absoluten Unsicherheiten, die erwartungsgemäß abnehmen sollten, durch die logarithmische Skala verzerrt dargestellt werden.

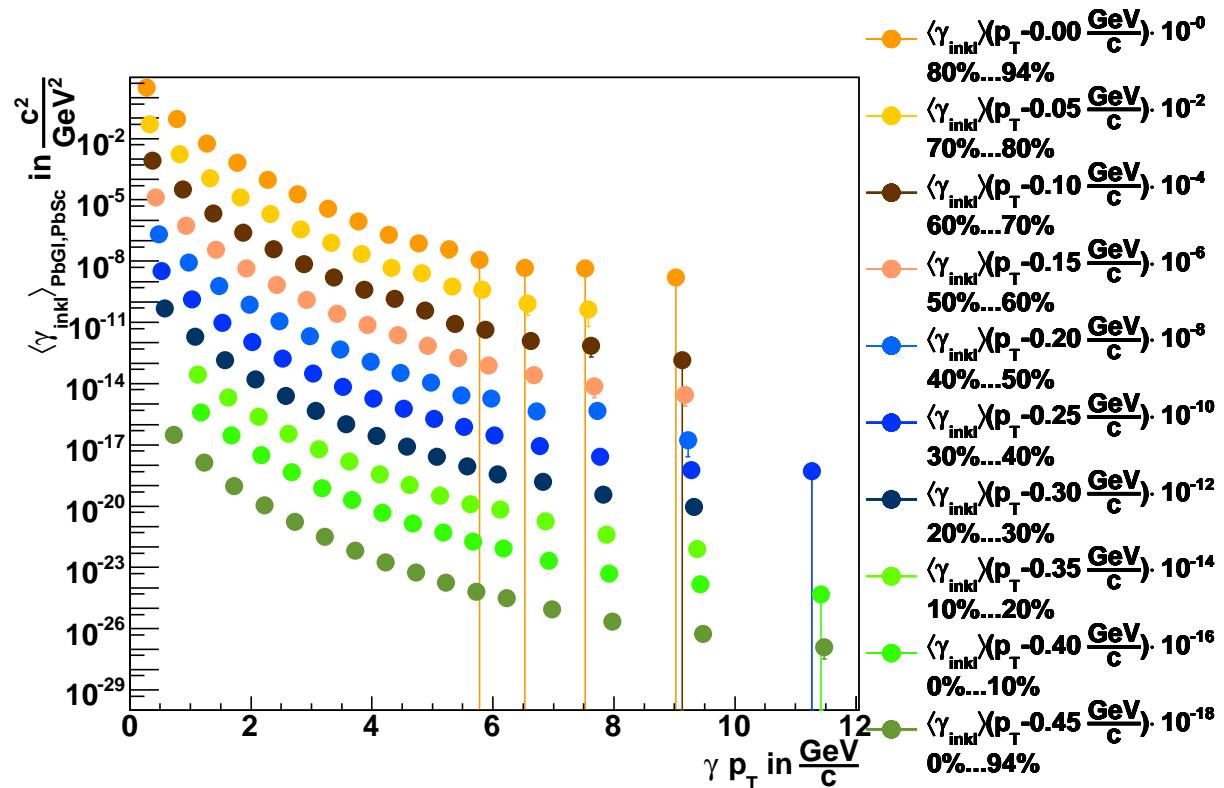


Abbildung 5.11: Auftragung der kombinierten, inklusiven Photonenspektren aller verwendeten Zentralitätsklassen für den PID3-Cut

5.2 Extraktion des Spektrums direkter Photonen

An dieser Stelle sind die Spektren derart korrigiert, dass sie lediglich die Photonen beinhalten. Der wesentliche Schritt zur Bestimmung des direkten Photonenspektrums ist damit die Reduktion um den Zerfallsuntergrund, da die direkten Photonen per Definition all jene Photonen sind, die nicht aus Zerfällen stammen. Dazu wird zunächst dieser Untergrund berechnet und später mit verschiedener Verhältnisbildungen subtrahiert.

5.2.1 Berechnung des Zerfallsuntergrundes

Da die Zerfallsphotonen nicht isoliert gemessen werden können, müssen sie in einer Fast-Monte-Carlo-Simulation bestimmt werden. Dazu sind zunächst die Hauptquellen der Zerfallsphotonen zu bestimmen. Diese Quellen sind die π^0 , η , ω , η' und K_s^0 und sind in Tabelle 5.4 aufgezeigt, wobei ca. 80% der gesamten Zerfallsphotonen durch den Zerfall des neutralen Pions π^0 zustande kommt. Dabei sind sekundäre Zerfälle von Teilchen in π^0 nicht speziell zu berücksichtigen, da die π^0 -Analyse diese bereits beinhaltet. Eine Ausnahme bildet dabei das K_s^0 , das mit einer relativ langen mittleren Lebenszeit von $\tau = (0,8953 \pm 0,0005) \cdot 10^{-10}$ s [40] und einer relativistischen Zeitdilatation (hier: $\gamma \approx 33,23$) ist es diesem Teilchen möglich, sich mit einem Zerfall in die beiden π^0 weit entfernt vom Kollisionsvertex der π^0 -Analyse zu entziehen. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist abhängig vom Transversalimpuls und ist in [28] mit folgendem Ausdruck abgeschätzt, welcher in dieser Analyse übernommen wurde:

$$p_{\text{FMC}} = 0,012 \cdot p_T - 0,065 \quad (5.35)$$

Für die Simulation macht man sich das m_T -Skalenverhalten der Teilchenproduktion zu Nutze, wie es bereits in Abschnitt 2.8 angedeutet ist. Mit dem Begriff des m_T -Skalenverhalten ist die empirische Erkenntnis verbunden, dass die verschiedenen produzierten Teilchen ein in der Form sehr ähnliches Spektrum aufweisen und sich im Wesentlichen lediglich jeweils um einen konstanten Faktor unterscheiden, falls sie in Abhängigkeit von der transversalen Masse (siehe auch Abschnitt B.2) aufgetragen werden [65]. Mit dieser Information lässt sich der lorentzinvariante Wirkungsquerschnitt wie folgt ansetzen:

$$E \frac{d^3 \sigma(m_T)}{d\vec{p}} \Big|_h = A_h f^\vee(m_T) \quad (5.36)$$

$E \frac{d^3 \sigma(m_T)}{d\vec{p}} \Big _h$:	lorentzinvarianter Wirkungsquerschnitt für das Hadron h
A_h :	für ein Hadron h spezifischer Proportionalitätsfaktor
$f^\vee(m_T)$:	für alle Hadronen gemeinsame spektrale Form
m_T :	transversale Masse (zur Herleitung siehe Abschnitt B.2)

Nimmt man diese Erkenntnis als Grundlage für die Simulation, muss lediglich noch das Spektrum einer einzigen Teilchensorte bekannt sein, welches aufgrund seiner Häufigkeit in dem des neutralen Pions π^0 besteht. Die Umrechnung zu dem gewünschten Wirkungsquerschnitt eines

beliebigen Hadrons h ist dann durch Umstellen zu der Funktion, die allen produzierten Hadronen gemeinsam ist, trivial:

$$f^\forall(m_T) = \frac{1}{A_{\pi^0}} E \frac{d^3\sigma(m_T)}{d\vec{p}} \Big|_{\pi^0} = \frac{1}{A_h} E \frac{d^3\sigma(m_T)}{d\vec{p}} \Big|_h$$

$$\Leftrightarrow E \frac{d^3\sigma(m_T)}{d\vec{p}} \Big|_h = \frac{A_h}{A_{\pi^0}} E \frac{d^3\sigma(m_T)}{d\vec{p}} \Big|_{\pi^0} \quad (5.37)$$

$$\text{mit} \quad \frac{A_h}{A_{\pi^0}} := R_{\frac{h}{\pi^0}} \quad (5.38)$$

Für die Herleitung des Ausdrucks, der in der Simulation unverzichtbar ist, an dieser Stelle jedoch keinen Mehrwert erbringt, siehe Abschnitt A.12.

Eine Verwendung der simulierten Spektren setzt weiterhin die Kenntnis der Faktoren $R_{\frac{h}{\pi^0}}$ voraus, die [5] entnommen und in Tabelle 5.4 gezeigt sind. Die spektrale Form, die hier als Grundlage dient, ist der Analyse von π^0 in Cu+Cu-Stößen bei $\sqrt{s_{NN}} = 62,4 \text{ GeV}$ entnommen [18].

Die Beiträge der einzelnen Zerfallsquellen sind in Abbildung 5.14 in Form des Verhältnisses $\frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}}{\pi^0}$ gezeigt, dessen Vorteile in Abschnitt 5.2.3 beschrieben sind. Gemäß Gleichung 5.35 nimmt der Anteil der nicht in der π^0 -Analyse berücksichtigten K_s^0 mit steigendem Transversalimpuls zu, so dass der Untergrundbeitrag des K_s^0 zunimmt.

5.2.2 Korrektur verschmelzender Schauer

In der Diskussion der Rekonstruktionseffizienz ist bereits auf den Effekt hingewiesen, dass verschiedene Schauer überlappen können und miteinander verschmelzen (*merge*), welches nichts anderes bedeutet, dass die *cluster-routine* zwei Maxima von den Schauern nicht mehr als solche zu erkennen vermag. Der Grund hierfür ist der Öffnungswinkel der Zerfallsphotonen im Laborsystem, der von der Hadronenmasse und dem Impuls abhängt. Dieser lässt sich unter der Voraussetzung einer Reaktion vom Typ $h \rightarrow \gamma + \gamma$ wie folgt berechnen (Herleitung siehe A.13):

$$\Theta = \arccos \left\{ 1 - \frac{m_h^2 c^4}{2 E_\gamma^a E_\gamma^b} \right\} \quad (5.39)$$

Θ :	Öffnungswinkel zwischen den beiden Zerfallsphotonen
m_h :	Masse des Hadrons h
$E_\gamma^{a,b}$:	Energie der Photonen a bzw. b

In Abbildung 5.12 ist diese Funktion beispielhaft für den Fall $E_\gamma^a = E_\gamma^b$ gezeigt. Die Obergrenze beträgt $\phi_{\max} = \pi$, falls das Hadron ruht und zerfällt. Bei immer höher werdender kinetischer Energie des Hadrons wird der Öffnungswinkel kleiner, so dass im Kalorimetermaterial Schauer mit einer endlichen Breite überlappen können. Weiterhin ist zu erkennen, dass der

Zerfallsphotonenquelle h :	relevante Zerfallskanäle:	Anteil am Gesamt-Phasenraum $\frac{\Gamma_i}{\Gamma_{\text{ges}}}$:	spektrale Skalierungsfaktoren $R_{\frac{h}{\pi^0}}$:
π^0	$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$	$(98,798 \pm 0,032)\%$	$1,0 \pm 0,0$
	$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$	$(1,198 \pm 0,032)\%$	
η	$\eta \rightarrow \gamma + \gamma$	$(39,31 \pm 0,20)\%$	$0,48 \pm 0,03$
	$\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \gamma$	$(4,60 \pm 0,16)\%$	
	$\eta \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$	$(6,8 \pm 0,8) \cdot 10^{-3}$	
	$\eta \rightarrow \pi^0 + \gamma + \gamma$	$(4,4 \pm 1,5) \cdot 10^{-4}$	
	$\eta \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \gamma$	$(3,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-4}$	
ω	$\omega \rightarrow \pi^0 + \gamma$	$(8,92 \pm 0,24)\%$	$1,0 \pm 0,5$
	$\omega \rightarrow \eta + \gamma$	$(4,6 \pm 0,4) \cdot 10^{-4}$	
η'	$\eta' \rightarrow \rho^0 + \gamma$	$(29,4 \pm 0,9)\%$	$0,25 \pm 0,13$
	$\eta' \rightarrow \omega + \gamma$	$(3,02 \pm 0,31)\%$	
	$\eta' \rightarrow \gamma + \gamma$	$(2,1 \pm 0,12)\%$	
	$\eta' \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \gamma$	$(1,03 \pm 0,26) \cdot 10^{-4}$	
K_s^0	$K_s^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$	$(30,69 \pm 0,05)\%$	$1,0 \pm 0,0$

Tabelle 5.4: Hauptquellen für die Zerfallsphotonen für die Fast-MC-Simulation mit den m_T -Skalierungsfaktoren; der Skalierungswert für das K_s^0 von $R_{\frac{K_s^0}{\pi^0}} = 1,0$ stellt eine Obergrenze dar. Die Korrektur erfolgt über Gleichung 5.35. [40][5]

Öffnungswinkel bei größerer Hadronenmasse auch größer ist. Aus diesem Grunde ist es lediglich notwendig, eine Korrektur für π^0 durchzuführen und nicht etwa im Falle des $V_m = \frac{m_\eta}{m_{\pi^0}} = \frac{547,853 \frac{\text{MeV}}{c^2}}{134,9766 \frac{\text{MeV}}{c^2}} = 4,06$ -fach so schweren η -Mesons, welches ebenfalls einen signifikanten Anteil am Zerfallsuntergrund ausmacht. Im Falle des η wird der Effekt der Schauerverschmelzung für den Bereich $p_T < 16 \frac{\text{GeV}}{c}$ als irrelevant betrachtet [66]. Im Falle der Betrachtung des Schwerpunktssystems des Hadrons ist der einzige mögliche Winkel $\Theta = \pi$, da hier kein effektiver Impuls des Hadrons existiert, daher müssen die Impulse der Zerfallsphotonen exakt entgegengesetzt sein, um die Impulserhaltung zu gewährleisten.

Die Separationswahrscheinlichkeit der π^0 -Zerfallsphotonen ist in einer Fast-Monte-Carlo Simulation bestimmt worden, die das π^0 -Spektrum, die Geometrie des Kalorimeters und die Parametrisierung der Schauer, die aus der Analyse von Teststrahlen ermittelt worden sind, berücksichtigt. Wie in Abschnitt 3.3 bereits beschrieben, beträgt die Ausdehnung einer PbSc-Einheit $l_{x,y}^{\text{PbSc}} = 5,535 \text{ cm}$, die einer PbGl-Einheit $l_{x,y}^{\text{PbGl}} = 4 \text{ cm}$. Demnach ist die Granularität des PbGl feiner, so dass Schauer besser voneinander getrennt werden können. Dies führt zu einer Separationswahrscheinlichkeit von $p \approx 1$ bei Transversalimpulsen von $p_T \lesssim 15 \frac{\text{GeV}}{c}$ im Falle des PbGl, wogegen der PbSc diese Eigenschaft bis $p_T \lesssim 10 \frac{\text{GeV}}{c}$ bietet. Dieses Verhalten lässt sich in Abbildung 5.13 erkennen. In dieser Analyse stößt das Spektrum in einen Bereich von $p_T \approx 10 \frac{\text{GeV}}{c}$ mit einer gewissen statistischen Sicherheit vor, so dass der Effekt für diese Analyse keine wesentliche Relevanz besitzt.

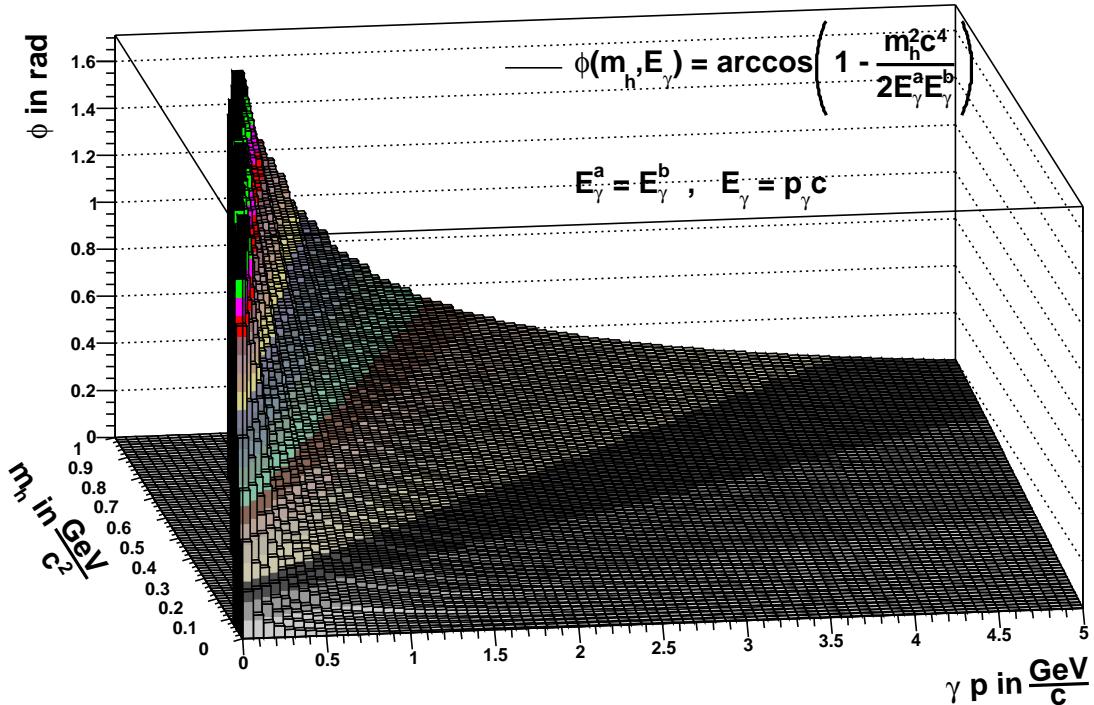


Abbildung 5.12: Auftragung des Öffnungswinkels zwischen zwei Zerfallsphotonen mit gleicher Energie $E_\gamma^a = E_\gamma^b$; der Winkel nimmt bei gegebener Hadronenmasse m_h mit steigender Energie der Photonen, in denen sich die Gesamtenergie des Hadrons manifestiert $E = \sqrt{p_h^2 c^2 + m_h^2 c^4} = E_\gamma^a + E_\gamma^b$, ab. Der ausgesparte Bereich ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass im Falle eines Hadrons mit der Masse m_h ein Mindestimpuls von $p_\gamma = \frac{1}{2c} m_h c^2$ für den gezeigten Fall folgt.

Ein Schauer, der von zwei Zerfallsphotonen hervorgerufen wird ist ersichtlicherweise ausgedehnter als jener, der von einem einzigen erzeugt wird. Aus diesem Grunde werden verschmolzene Schauer recht effektiv durch den PID2-Cut, also jener, der die Schauerform als Ausschlusskriterium anwendet, verworfen. Dies kann ebenfalls in einer durch eine Fast-Monte-Carlo-Simulation bestimmt werden. Dieser Effekt wird signifikant für $p_T \gtrsim 8 \frac{\text{GeV}}{c}$ im Falle des PbSc und $p_T \gtrsim 12 \frac{\text{GeV}}{c}$ im Falle des PbGl [66].

In der Simulation wird zwischen π^0 , deren beide Zerfallsphotonen das EmCal treffen und π^0 , bei den nur eines trifft unterschieden. Lediglich jene, bei denen beide Photonen den Detektor erreichen, werden mit der Separationswahrscheinlichkeit multipliziert, um das Verschmelzen zu simulieren. Anschließend werden beide Zerfallsereignisse wieder aufsummiert, um den gesamten Zerfallsuntergrund zu erhalten.

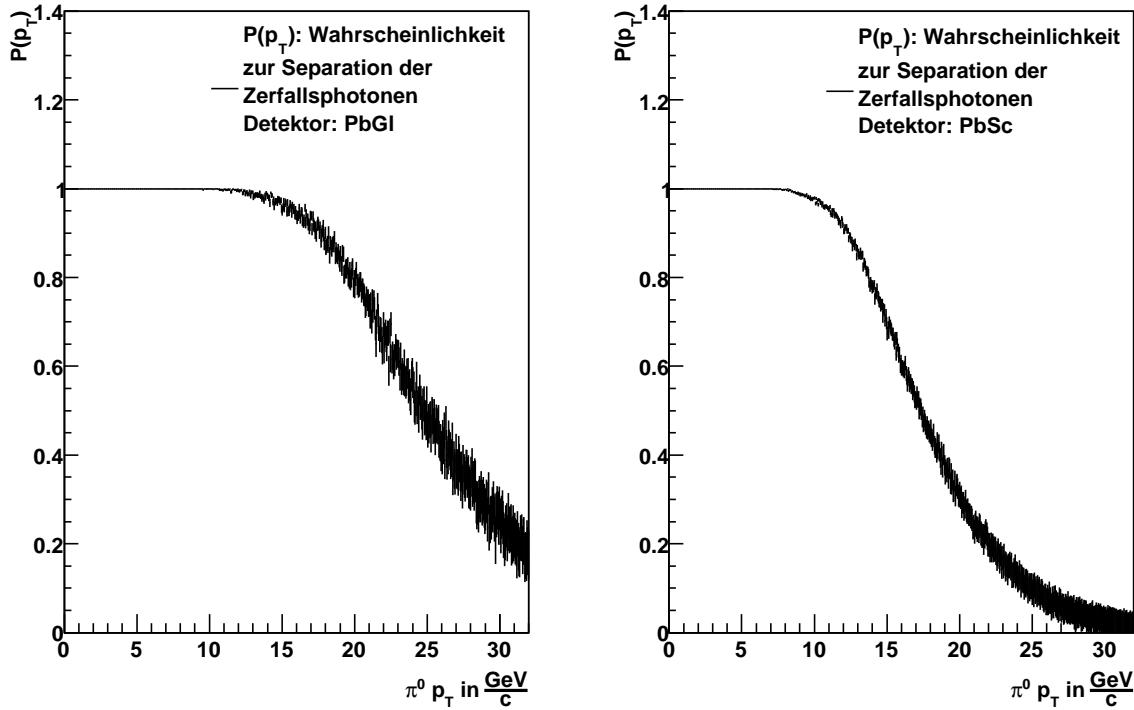


Abbildung 5.13: Darstellung der simulierten Separationswahrscheinlichkeit der Zerfallsphotonen von π^0 ; die Wahrscheinlichkeit, Zerfallsphotonen auch bei höheren Transversalimpulsen $p_T \gtrsim 10 \frac{\text{GeV}}{c}$ trennen zu können, ist beim PbGl aufgrund der feineren Granularität stärker ausgeprägt.

5.2.3 Berechnung des Signals direkter Photonen

In Gleichung 2.31 ist bereits der einfache Zusammenhang angedeutet, der den Abzug des Zerfallsuntergrundes von dem inklusiven Photonenspektrum beschreibt, welches per Definition zu dem direkten Photonenspektrum führt. Daneben lassen sich jedoch Verhältnisse bilden, die gewisse Vorteile mit sich bringen, welche im Folgenden genauer beschrieben werden sollen.

Das Verhältnis $\frac{\gamma_{\text{inkl}}}{\pi^0}$

Die Gleichung 2.31 kann dahingehend erweitert werden, so dass die einzelnen Terme aus den Verhältnissen der inklusiven Photonenspektren zu den Pion-Spektren $r := \frac{\gamma_{\text{inkl}}}{\pi^0}$ bestehen. Der Vorteil einer solchen Verhältnisbildung ist der Umstand, dass sich einige systematische Unsicherheiten herausheben. Dieser Effekt betrifft die folgenden Unsicherheiten im angegebenen Maße [28]:

- Globale Energieskala: Diese Unsicherheit kürzt sich vollständig heraus, da es sich um eine allgemeine Unsicherheit handelt, die auch im Falle des π^0 -Spektrum gegeben ist.

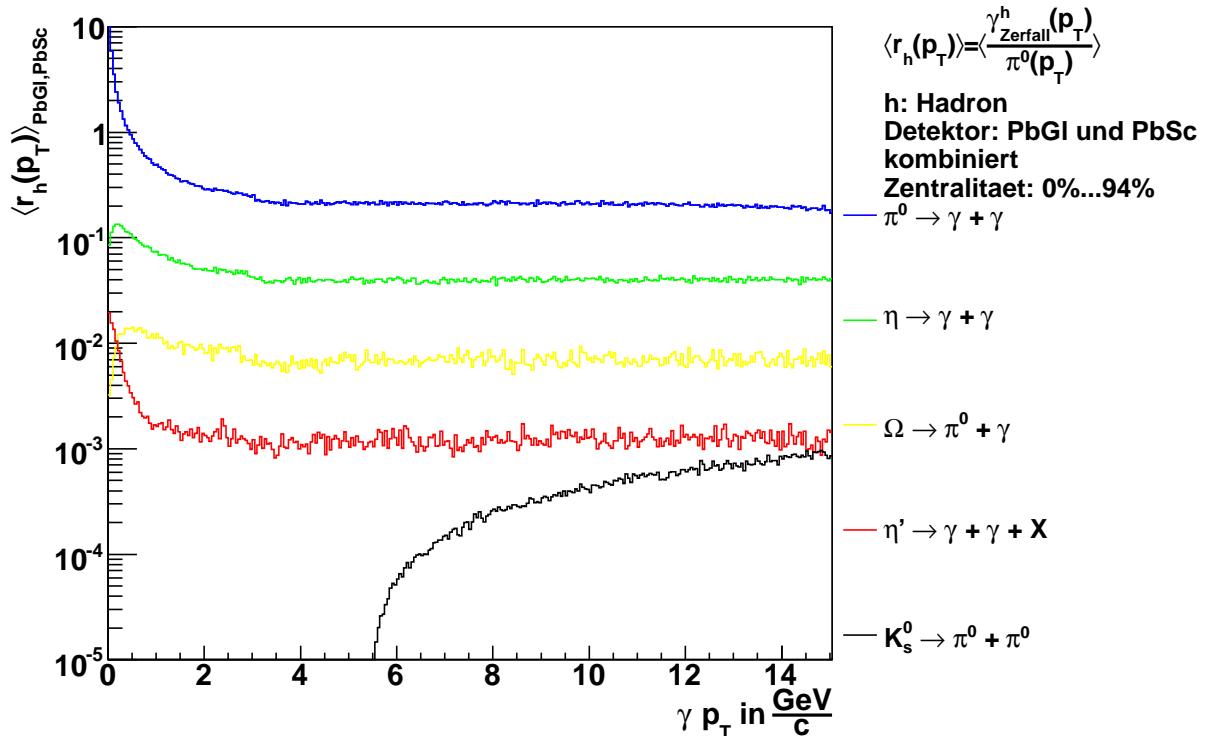


Abbildung 5.14: Beiträge der verschiedenen Zerfallskanäle zu dem Untergrundspektrum in Form des Verhältnisses $\frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}}{\pi^0}$; durch die Wahrscheinlichkeit dass die Zerfalls- π^0 nicht als solche erkannt und in der π^0 -Analyse berücksichtigt werden, nimmt der Beitrag der K_s^0 mit p_T zu (siehe Gleichung 5.35). Durch die m_T -Skalierung ist ein weitestgehend konstantes Verhältnis zu erwarten. Abweichungen ergeben sich bei hohen p_T durch die Verschmelzung der Schauer, durch Energieschwellen, die zur Erzeugung notwendig sind und durch die angewendete Akzeptanzkorrektur.

- Rekonstruktionseffizienz: Es findet eine teilweise Kürzung statt, da die Effizienz, die sich auf einzelne Photonen im Falle der in dieser Analyse diskutierten Rekonstruktionseffizienz bezieht, auch einen Einfluss auf die Rekonstruktionseffizienz des Zwei-Photonen-Zerfalls-Ereignisses der π^0 hat.
- Konversion: Hier findet eine teilweise Kürzung der Unsicherheit aus obigem Grund statt.

Mit diesem Vorteil ausgestattet ergibt sich Gleichung 2.31 zu:

$$\begin{aligned}
 \gamma_{\text{dir}}(p_T) &= \gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}(p_T) - \gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}(p_T) \quad \left| \cdot \frac{1}{\pi^0} \right. \\
 \Leftrightarrow \frac{\gamma_{\text{dir}}(p_T)}{\pi^0} &= \frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}(p_T)}{\pi^0} - \frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}(p_T)}{\pi^0} \\
 \Leftrightarrow \gamma_{\text{dir}}(p_T) &= \left\{ \frac{\frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi^0} - \frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}}{\pi^0}}{\frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi^0}} \right\} \gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}} \\
 \text{mit } \pi^0 = \pi_{\text{sim}}^0 \approx \pi_{\text{gem}}^0 &\Rightarrow \gamma_{\text{dir}}(p_T) = \left\{ \frac{\frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi_{\text{gem}}^0} - \frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}}{\pi_{\text{sim}}^0}}{\frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi_{\text{gem}}^0}} \right\} \gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}} \quad (5.40)
 \end{aligned}$$

Die Annahme $\pi_{\text{sim}}^0 \approx \pi_{\text{gem}}^0$ ist aus dem Grunde gerechtfertigt, da für die Simulation des π^0 -Spektrums eine Regression des gemessenen π^0 -Spektrums durchgeführt wurde, wobei die Datenpunkte der entsprechende Funktion den gemessenen Datenpunkten im Idealfall entsprechen.

$\gamma_{\text{dir}}(p_T)$:	direktes Photonenspektrum
$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}(p_T)$:	gemessenes, inklusives Photonenspektrum
$\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}(p_T)$:	simuliertes Spektrum der Zerfallsphotonen
$\pi_{\text{gem,sim}}^0$:	gemessenes bzw. simuliertes Spektrum der π^0 mit $\pi_{\text{sim}}^0 \approx \pi_{\text{gem}}^0$

Der beschriebene Vorteil der Verhältnisbildung wird bedauerlicherweise damit erkauft, dass ein Verhältnis linear im Zähler, jedoch hyperbolisches Verhalten im Nenner zeigt. Das bedeutet, dass im Falle kleiner Werte des normierenden π^0 -Spektrums die Auswirkung auf das Verhältnis überproportional groß sein kann. Tatsächlich ist im Falle kleiner Werte des π^0 -Spektrum das γ -Spektrum ebenfalls sehr klein, jedoch können sich Fluktuationen des π^0 -Spektrums im genannten Sinne auswirken. Um dem nun entgegenzuwirken wird eine Regression für das π^0 -Spektrum durchgeführt, welche eine Glättung solcher Fluktuationen zur Folge hat.

Geht man davon aus, dass es direkte Photonen gibt, so erwartet man einen Anstieg des gemessenen Spektrums über das simulierte Zerfallsspektrum; $\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}(p_T) - \gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}(p_T) > 0$. Diese Erwartung ist in Abbildung 5.15 zu erkennen, in der die simulierten und gemessenen Verhältnisse für die Minb-Zentralitätsklasse und für die Fälle mit- und ohne dem angefitteten π^0 -Spektrum gezeigt sind, wobei die Beiträge von PbGl und PbSc kombiniert sind. Ein signifikanter Anstieg ist dabei erst bei $p_T \gtrsim 4 \frac{\text{GeV}}{c}$ gegeben, welches mit den theoretischen Modellen verträglich ist, die die direkten Photonen, genauer die prompten Photonen, den harten Streuprozessen eben in diesen p_T -Bereichen zuordnen. Die Unsicherheiten sind dabei bedauerlicherweise ebenfalls verträglich mit einem gemessenen Verhältnis unter dem simulierten, welches als unphysikalisch zu bewerten wäre, da die Zerfallsphotonen, aller Erfahrung der Kern- und Teilchenphysik nach, in der simulierten Quantität auftreten.

Im Falle des Verhältnisses, bei dem das π^0 -Spektrum einer Regression unterzogen worden ist, sind die statistischen Unsicherheiten zunächst verloren. Der verwendete Regressionsalgorithmus basiert auf der *Methode der Minimierung der Abstandsquadrate*, wobei die Datenpunkte mit dem multiplikativ Inversen der statistischen Unsicherheiten gewichtet sind. Dieser

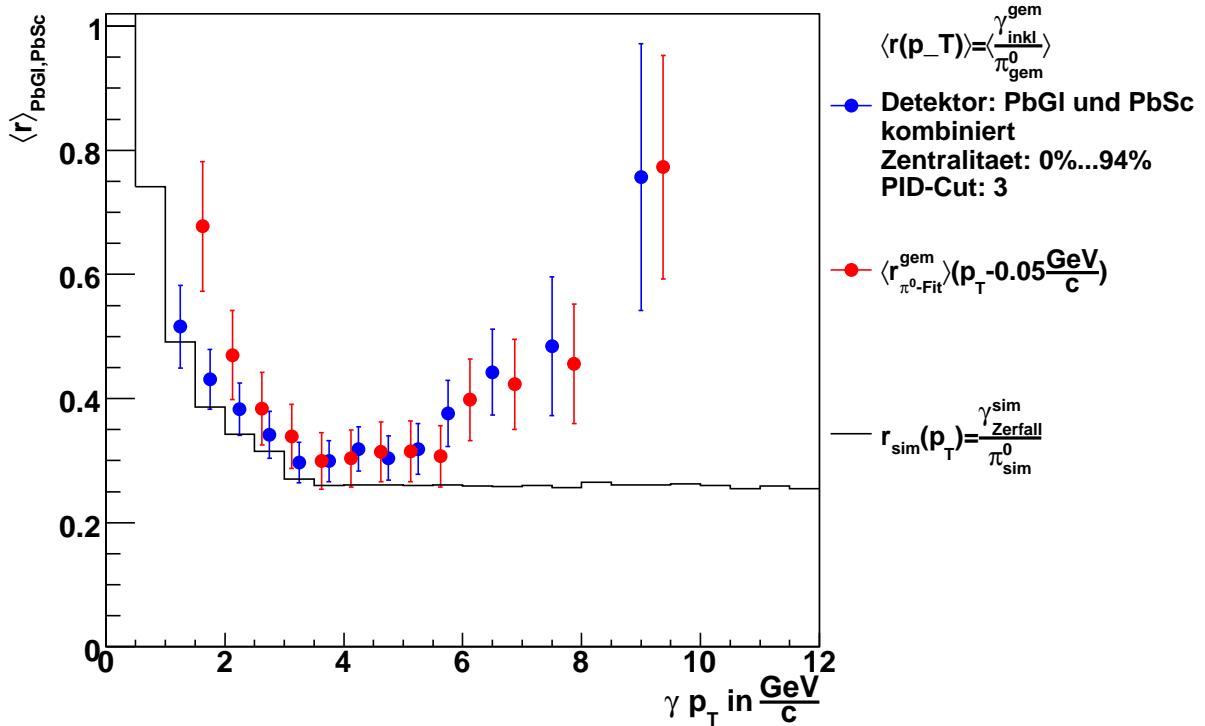


Abbildung 5.15: Auftragung der kombinierten Verhältnisse $\langle r \rangle = \left\langle \frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi_0^{\text{0}}} \right\rangle$ und $\langle r \rangle = \left\langle \frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}}{\pi_0^{\text{sim}}} \right\rangle$ gegen p_T für die beiden Fälle mit- und ohne den Fit an das π^0 -Spektrum für die Minb-Zentralitätsklasse; ab ca. $p_T \gtrsim 4 \frac{\text{GeV}}{c}$ ist eine signifikante Überhöhung des gemessenen Verhältnisses über jenes des simulierten Zerfallsuntergrundes erkennbar. Dies zeigt die Existenz von direkten Photonen aus harten Streuprozessen an, wie es aus den theoretischen Modellen zu erwarten ist. Die Unsicherheiten sind auch verträglich mit einem gemessenen Verhältnis unter dem simulierten, welches jedoch als unphysikalisch zu bewerten ist.

Algorithmus liefert ebenfalls die resultierenden Unsicherheiten der Parameter $\vec{a} = (a_1, \dots, a_n)$, also die Einträge der Hauptdiagonalen der Fehlermatrix $\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} s_{a_1}^2 & \cdots & s_{a_1 a_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{a_n a_1} & \cdots & s_{a_n}^2 \end{pmatrix}$ der Funktion, die

zur Beschreibung des Spektrums dient, wobei $s_{a_i}^2$ die Varianzen und $s_{a_i j}$ mit $i \neq j$ die Kovarianzen darstellen. Letztere werden vom Regressionsalgorithmus nicht übergeben. Da nun nicht davon ausgegangen werden kann, dass die Parameter unabhängig voneinander sind, kann eine

Rechnung über den sonst üblichen Ausdruck $s_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\partial f}{\partial a_i} s_{a_i} \right\}^2 + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} \frac{\partial f}{\partial a_i} \frac{\partial f}{\partial a_j} s_{a_i a_j}}$ nicht vollzogen werden. Als Alternative bietet sich eine Methode an, wie sie in [66] beschrieben worden ist. Dabei wird zunächst die Regression des π^0 -Spektrums durchgeführt, welches die Parameter

der zugrundeliegenden Funktion und deren Unsicherheiten liefert. Dann werden weitere Regressionen durchgeführt, bei denen jeweils ein Parameter mit seiner Unsicherheit aus der ersten Regression in beide Richtungen verändert wird. Der so maximal variierte Parameter wird dabei fixiert, so dass er selbst im Regressionsalgorithmus nicht mehr variiert wird. Daneben wird ein Histogramm definiert, dessen Klasseninhalte immer dann geändert werden, wenn die Abweichung der jeweiligen Regression von der ursprünglichen größer ist als die letzte. Somit erhält man eine Einhüllende der variierten Regressionen und damit eine Größtabsschätzung der systematischen Unsicherheiten der Regression. Die Funktion, die im Regressionsalgorithmus als Testfunktion verwendet wurde, weicht dabei von Gleichung 5.26 deutlich ab. Es hat sich jedoch gezeigt, dass die hier verwendete Form das π^0 -Spektrum bei höheren p_T besser beschreibt. Die Funktion ist dabei wie folgt definiert:

$$f(p_T) = b_0 e^{\frac{-2b_1}{b_2} \sqrt{\ln \left[1 + \left(\frac{p_T}{b_1} \right)^2 \right]}} \quad (5.41)$$

Die Funktion 5.41 ist dabei über drei Parameter bestimmt, somit werden $n_{\text{Fit}} = n_{\text{Vorzeichen}} n_{\text{Par}} = 2 \cdot 3 = 6$ weitere Regressionen durchgeführt.

In Abbildung 5.16 ist nun ein Beispiel für das Ergebnis dieser Rechnung gezeigt, wobei das Verhältnis der verschiedenen Regressionen mit den variierten Parametern zu der ursprünglichen Regression gezeigt ist. Hierbei ist zu erkennen, dass die statistischen Unsicherheiten, die mit dieser Methode reproduziert werden sollen, bei großen p_T zunehmen, wie es bei der geringeren Anzahl von Ereignissen in dieser Region zu erwarten ist. Weiterhin sind die Unterschiede zwischen PbGl und PbSc ebenfalls auf die unterschiedliche Statistik in den beiden Kalorimetern zurückzuführen, wobei das PbGl aufgrund der geringeren Akzeptanz weniger Photonen misst und somit die damit verbundene Unsicherheit ebenfalls größer ausfällt. Interessant ist das Verhalten der Verhältnisse im Bereich $p_T \lesssim 3,5 \frac{\text{GeV}}{c}$, in dem offensichtliche zwei Punkten in p_T existieren, bei denen keine Abhängigkeit von den Parametern zu sein scheint. Dies ist sicherlich als Nachteil dieser Berechnung anzusehen, denn physikalisch ist dieses Verhalten nicht einzusehen, da die Statistik dem Spektrum folgt, dass ein streng monoton Verhalten aufweist. Da nun jedoch der Bereich höherer p_T der physikalisch relevantere ist, ist dieses Verfahren dennoch geeignet.

Das Doppelverhältnis $\frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi_{\text{gem}}^0} / \frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}}{\pi_{\text{sim}}^0}$

Die Indikation direkter Photonen kann neben dem gezeigten Vergleich der gemessenen und simulierten Verhältnisse $r = \frac{\gamma}{\pi^0}$ auch über das Verhältnis dieser Verhältnisse stattfinden, welches damit wie folgt exakt definiert ist:

$$R_\gamma(p_T) := \frac{\frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi_{\text{gem}}^0}}{\frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}}{\pi_{\text{sim}}^0}} \quad (5.42)$$

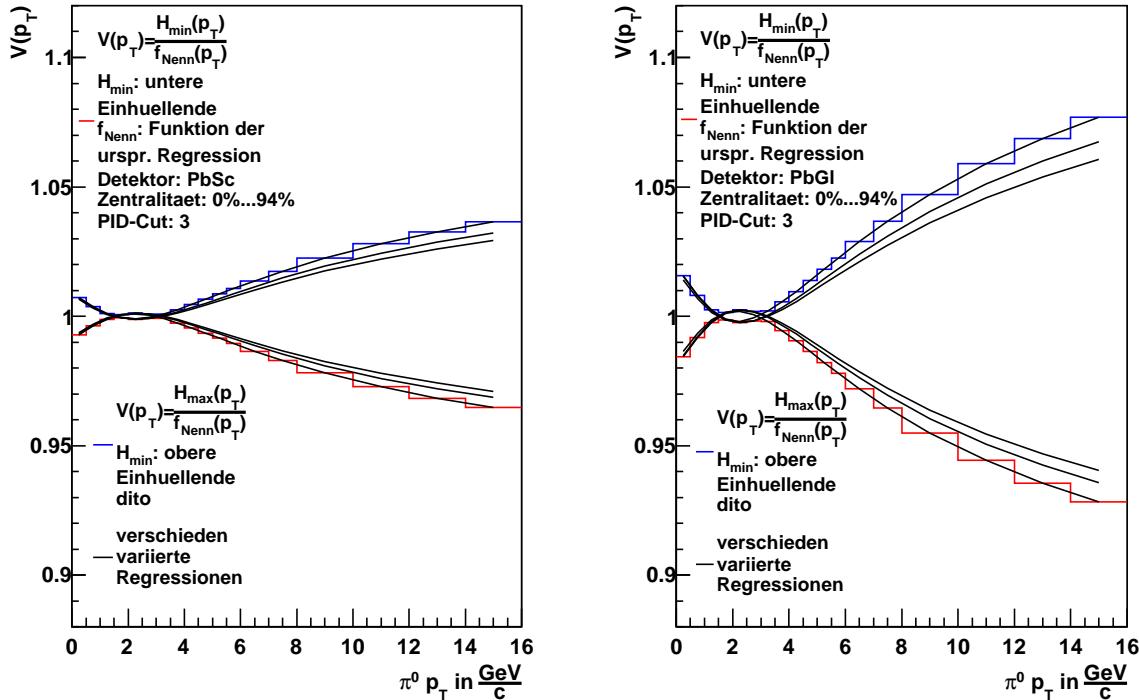


Abbildung 5.16: Darstellung der resultierenden, statistischen Unsicherheiten der Regression der π^0 -Spektren für die Minb-Zentralitätsklasse und den PID3-Cut; zu erkennen ist eine deutliche Zunahme der Größe der Unsicherheiten im Bereich $p_T \gtrsim 3,5 \frac{\text{GeV}}{c}$, wie es aufgrund der Statistik zu erwarten ist. Dies lässt sich ebenfalls bei der Betrachtung der unterschiedlichen Kalorimeter beobachten, bei denen das PbGl eine deutlich geringere Akzeptanz und damit eine geringere Statistik aufzuweisen hat. Bei geringeren p_T ist das Verhalten der Methodik allerdings unphysikalisch aufgrund der strengen Monotonie des Spektrums und damit der Statistik.

Direkte Photonen werden mit Hilfe dieses Doppelverhältnisses ersichtlicherweise durch einen Anstieg über $R_\gamma = 1$ angezeigt.

In Abbildung 5.17 ist nun das Doppelverhältnis für die beiden Fälle des angefitteten π^0 -Spektrums und des Fehlens einer Regression für die Minb-Zentralitätsklasse gezeigt. Wie in der zuvor gezeigten Darstellung ist auch hier der Anstieg für $p_T \gtrsim 2 \frac{\text{GeV}}{c}$ zu erkennen. In den peripheren Stößen sind einige Datenpunkte unterhalb des physikalischen Minimums von $R_\gamma = 1$. Dies ist auf die geringere Statistik in dieser Stoßgeometrie zurückzuführen, woraus nun die Unmöglichkeit folgt, mit diesem Verhältnis ein signifikantes Signal direkter Photonen zu extrahieren, weshalb das entsprechende Verhältnis hier nicht gezeigt werden soll.

5.2.4 Spektren direkter Photonen

Für die tatsächliche Berechnung des Spektrums direkter Photonen bedient man sich des Doppelverhältnisses, das in der Betrachtung der Gleichung 5.40 implizit vorhanden ist. Damit folgt

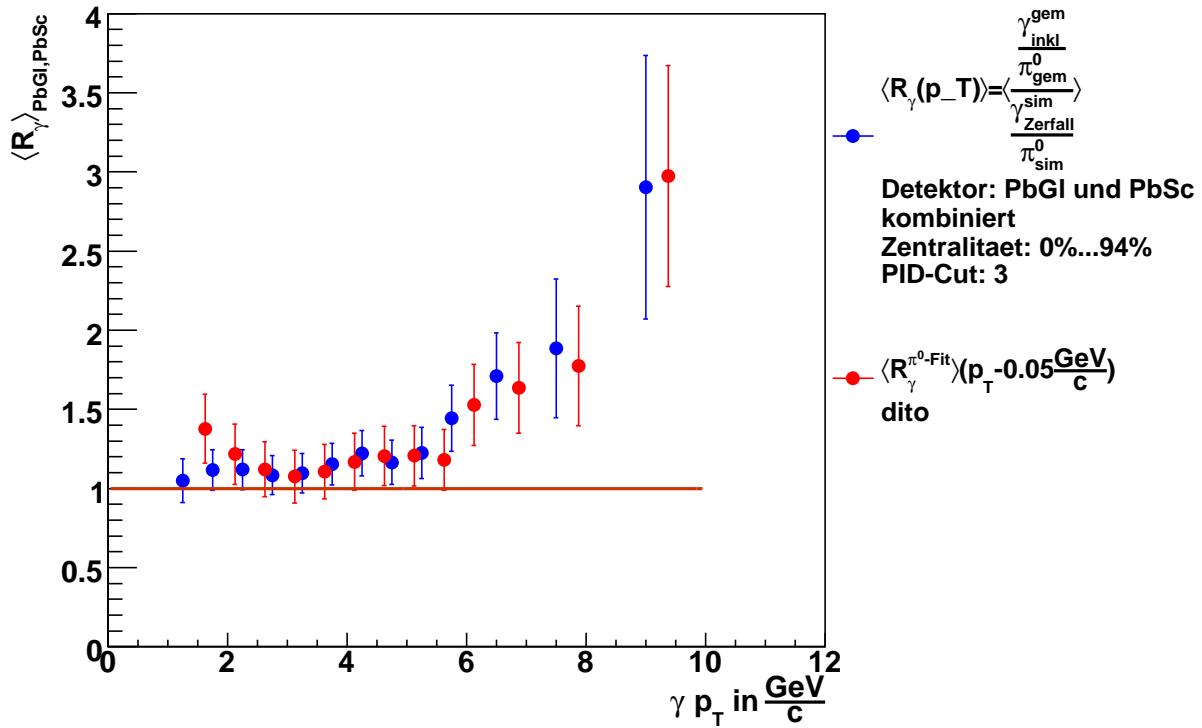


Abbildung 5.17: Auftragung des Doppelverhältnisses $R_\gamma = \frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi_{\text{gem}}^0} / \frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}}{\pi_{\text{sim}}^0}$ gegen p_T für die beiden Fälle mit- und ohne den Fit an das π^0 -Spektrum und für die Minib-Zentralitätsklasse; die direkten Photonen sind durch den Anstieg des Verhältnisses über $R_\gamma = 1$ bei $p_T \gtrsim 2 \frac{\text{GeV}}{c}$ zu erkennen.

die folgende, triviale Berechnung:

$$\gamma_{\text{dir}}(p_T) = \left\{ \frac{\frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi_{\text{gem}}^0} - \frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}}{\pi_{\text{sim}}^0}}{\frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi_{\text{gem}}^0}} \right\} \gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}$$

$$\text{mit } R_\gamma(p_T) := \frac{\frac{\gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}}}{\pi_{\text{gem}}^0}}{\frac{\gamma_{\text{Zerfall}}^{\text{sim}}}{\pi_{\text{sim}}^0}} \Rightarrow \gamma_{\text{dir}}(p_T) = \left(1 - \frac{1}{R_\gamma} \right) \gamma_{\text{inkl}}^{\text{gem}} \quad (5.43)$$

In Abbildung 5.18 und 5.19 sind die Spektren direkter Photonen für die beiden Kalorimeter getrennt und in Abbildung 5.20 sind die kombinierten Spektren gezeigt. Hierbei sind in beiden Fällen die Verhältnisse mit den angefitteten π^0 -Spektren verwendet. Bezüglich der Berechnung der kombinierten Spektren, sowie bezüglich der Verschiebung und Skalierung dieser, gilt das Genannte aus Abschnitt 5.1.8. Zu erkennen sind, insbesondere im Falle periphererer Zentralitäten, einige Lücken, die durch ein Doppelverhältnis von $R_\gamma < 1$ zustande gekommen sind. Solche

sind auf das Datenmaterial zurückzuführen, das in dem entsprechenden p_T -Bereich eine zu geringe Statistik aufweist, so dass bedauerlicherweise kein signifikantes Signal direkter Photonen zu extrahieren ist. Datenpunkte im Bereich $p_T < 3 \frac{\text{GeV}}{c}$ sind aufgrund ihrer fehlenden Relevanz ohnehin nicht aufgeführt.

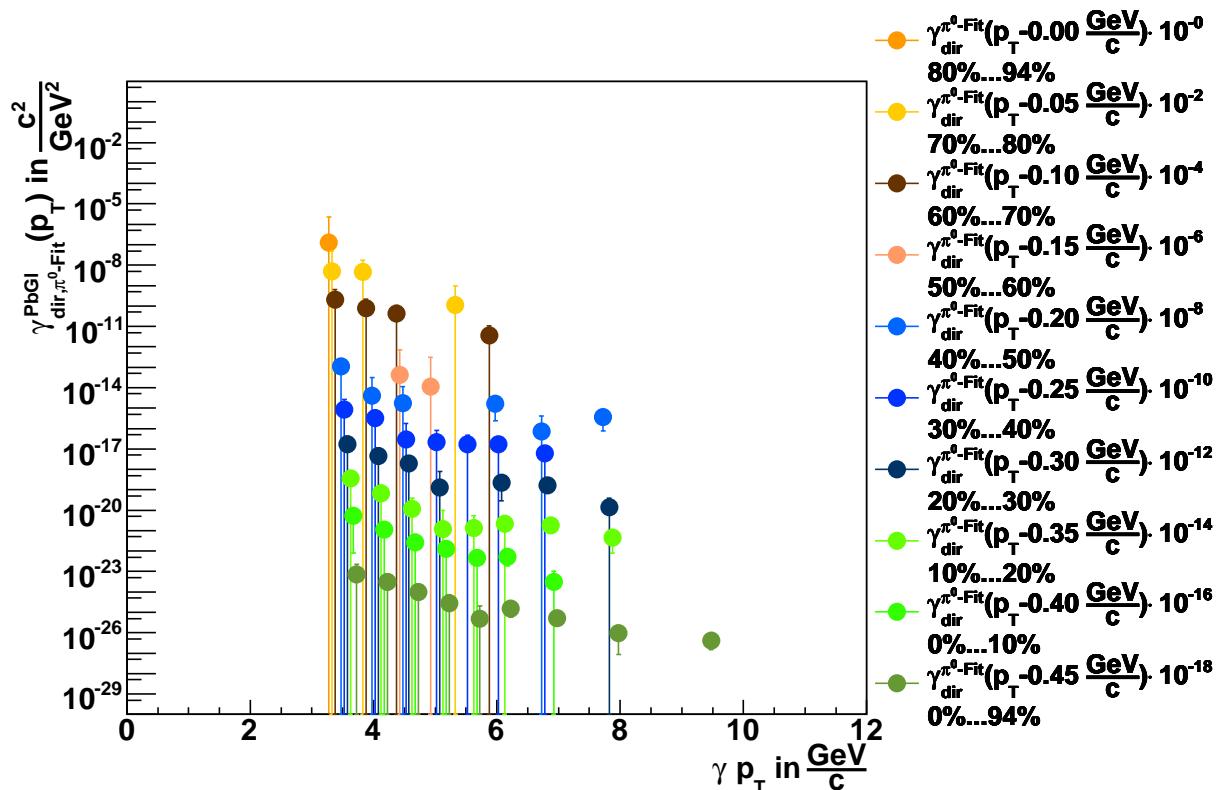


Abbildung 5.18: Darstellung des Spektrums direkter Photonen für das PbGl im Falle des PID3-Cut und der Minb-Zentralitätsklasse; die offensichtlichen Diskontinuitäten durch fehlende Datenpunkte sind auf eine geringe Statistik des Datenmaterials im Falle peripherer Zentralitäten zurückzuführen. Daraus folgt ein Doppelverhältnis von $R_\gamma < 1$, so dass keine direkten Photonen anzunehmen sind.

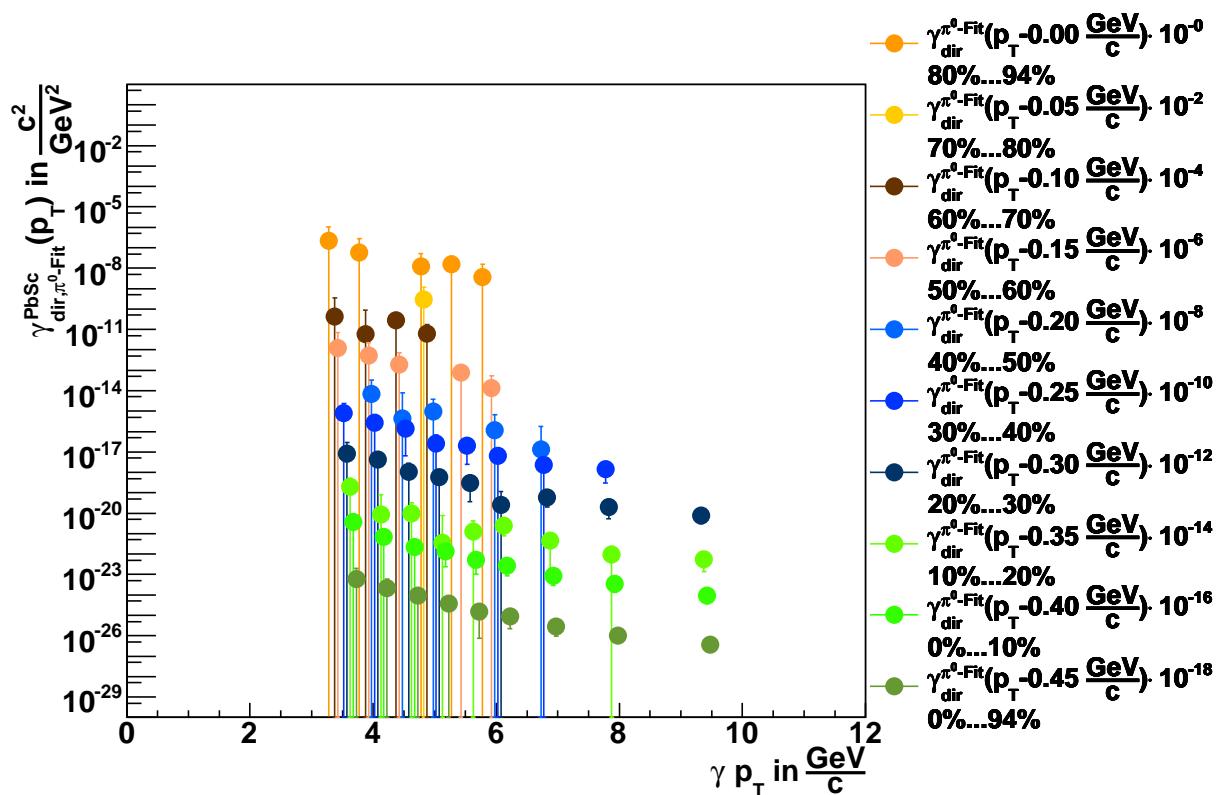


Abbildung 5.19: Darstellung des Spektrums direkter Photonen für das PbSc im Falle des PID3-Cut und der Minb-Zentralitätsklasse; die offensichtlichen Diskontinuitäten, die hier überraschenderweise ein größeres Ausmaß besitze als beim PbGl, sind durch fehlende Datenpunkte sind auf eine geringe Statistik des Datenmaterials im Falle peripherer Zentralitäten zurückzuführen. Daraus folgt ein Doppelverhältnis von $R_\gamma < 1$, so dass keine direkten Photonen anzunehmen sind.

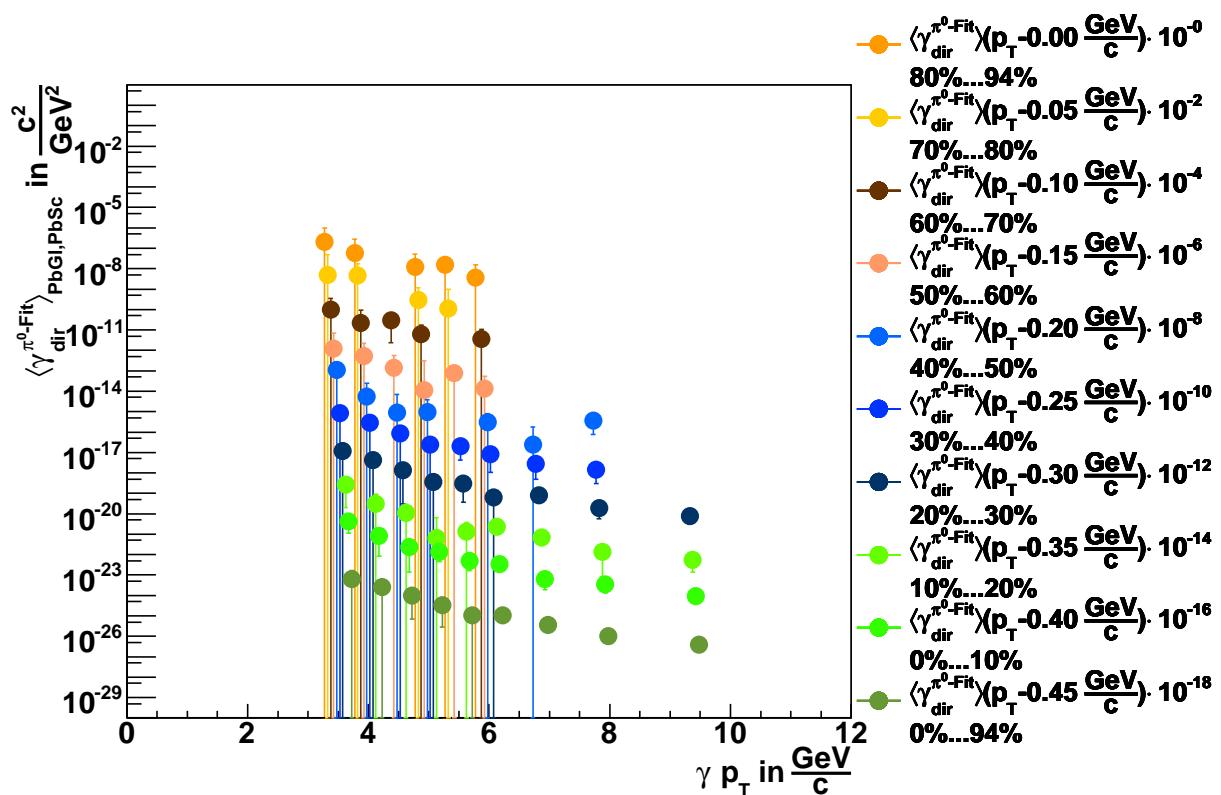


Abbildung 5.20: Darstellung des Spektrums direkter Photonen über das PbG1 und PbSc
mittelt im Falle des PID3-Cut und der Minb-Zentralitätsklasse; die bei den isolierten Spektren
Lücken wegen fehlender Datenpunkte sind hier aufgrund gegenseitiger Ergänzung weniger häu-
fig.

Kapitel 6

Vergleich und Einordnung der Ergebnisse

Nach der Analyse der Daten, wie sie im vorhergehenden Kapitel beschrieben worden ist, müssen die Ergebnisse in den wissenschaftlichen Kontext gestellt werden. Dieser kann in Ergebnissen anderer Analysen ähnlicher Systeme oder in theoretischen Rechnungen bestehen.

In dem vorliegenden System von ultrarelativistischen Stößen von Kupferkernen bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 62,4 \text{ GeV}$ standen bis zum Zeitpunkt des Endes der Durchführung dieser Analyse keine vergleichbaren Analysen der direkten Photonen zur Verfügung, welches ebenfalls für die Analyse direkter Photonen in Protonstößen gilt, die für die Bildung des nuklearen Modifikationsfaktors vonnöten sind. Stattdessen sind jedoch Rechnungen mit Hilfe der QCD-Störungstheorie (pQCD) für Protonenkollisionen bei der gewünschten Schwerpunktsenergie durchgeführt worden. Da die relevanten direkten Photonen in den harten Streuprozessen bei $p_T > 2 \frac{\text{GeV}}{c}$ produziert werden und die QCD-Störungstheorie in diesem Bereich gültig ist, können diese Rechnungen grundsätzlich mit dieser Analyse verglichen werden. Dabei ist das Spektrum der binären Nukleon-Nukleon-Kollision, das durch eine Referenz aus Proton-Proton-Kollisionen repräsentiert wird¹, mit der mittleren Anzahl der unelastischen Nukleon-Nukleon-Kollisionen $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ multipliziert. Der so erfolgte Vergleich dient dabei der Überprüfung genau dieser einfachen Skalierung, die impliziert, dass ein Stoß eines Atomkerns im Wesentlichen eine Vervielfachung der binären Nukleon-Nukleon-Kollisionen darstellt. Die Werte für $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ werden analytisch mit Hilfe von Glauber-Rechnungen, wie sie in Abschnitt 2.9.1 angedeutet worden sind, ermittelt. In diesem Falle sind sie durch eine Glauber-Monte-Carlo-Simulation ermittelt, welche in [46] durchgeführt worden ist, dessen Werte hier übernommen wurden (Auflistung siehe Abschnitt C.1). Die Einteilung der Zentralitätsklassen ist dabei jedoch von jener, die in Tabelle 4.2 gezeigt ist, abweichend, so dass ein Vergleich nun lediglich in der neuen, größeren Einteilung, die in Tabelle 6.2 gezeigt ist, durchgeführt werden kann. Die Werte der pQCD-Rechnungen sind dabei [60] entnommen, wobei diese sich auf die Größe $E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}}$ beziehen, also den tatsächlichen, lorentzinvarianten Wirkungsquerschnitt, wie er in Abschnitt B.3 genauer beleuchtet ist. Gewünscht ist hier jedoch die Größe $E \frac{d^3N}{d\vec{p}} = c \frac{1}{N_{\text{SIK}} 2\pi p_T} \frac{d^2N}{dp_T dy}$, die mit $E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} = E \frac{d^3N}{d\vec{p}} \sigma_{\text{unel}}$ (Gleichung B.22) und der Beziehung zwischen Kernüberlappfunktion T_{CuCu} , der mittleren Anzahl von Nukleon-Nukleon Stößen $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ und dem Gesamtwirkungsquerschnitt für diese Kollisionen $T_{\text{CuCu}} \sigma_{\text{unel}} = \langle N_{\text{coll}} \rangle$ (Gleichung

¹Die Referenz aus Proton-Proton-Kollisionen soll im Folgenden mit *Protonenreferenz* bezeichnet werden.

2.13) einfach mit den gegebenen Werten aus Tabelle 6.2 berechnet werden kann. Der Wirkungsquerschnitt ergibt sich dabei zu $\sigma_{\text{inel}} \approx 35,71 \text{ mb}$. Da das Photonenspektrum aus Protonstößen ohnehin mit $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ multipliziert wird, ergibt sich die Möglichkeit, nur noch die Kernüberlappfunktion auf die gegebenen Werte dieses Spektrums anzuwenden $\langle N_{\text{coll}} \rangle c \frac{1}{N_{\text{SIK}} 2\pi p_{\text{T}}} \frac{d^2 N}{dp_{\text{T}} dy} = \langle N_{\text{coll}} \rangle E \frac{d^3 N}{d\vec{p}} = T_{\text{CuCu}} \sigma_{\text{inel}} \frac{1}{\sigma_{\text{inel}}} E \frac{d^3 \sigma}{d\vec{p}} = T_{\text{CuCu}} E \frac{d^3 \sigma}{d\vec{p}}$.

Das mit $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ skalierte Spektrum kann einem direkten Vergleich mit dem direkten Photonenspektrum, das aus dieser Analyse hervorgegangen ist, dienen, wie er in Abbildung 6.1 gezeigt ist. Die dazugehörigen pQCD-Rechnung ist mit drei verschiedenen Massenskalen ($\mu_0 = p_{\text{T}}$, $\mu_1 = 2p_{\text{T}}$, $\mu_2 = \frac{1}{2}p_{\text{T}}$) durchgeführt worden. Zu erkennen ist eine deutliche Abweichung im Bereich $p_{\text{T}} \lesssim 3 \frac{\text{GeV}}{c}$ je nach Massenskala. Darüber ist die Übereinstimmung besser und innerhalb der Unsicherheiten, wobei der Vergleich bereits bei $p_{\text{T}} \approx 9 \frac{\text{GeV}}{c}$ aufgrund fehlender Datenpunkte an seine Grenzen stößt. Die einzelnen Rechnungen haftet dabei ebenfalls eine Unsicherheit an, die aus der systematischen Unsicherheit der Kernüberlappfunktion hervorgegangen ist. Weiterhin können die Rechnungen der verschiedenen Massenskalen selbst eine Einhüllende um die Nenn-Massenskala bilden und somit als Unsicherheit der pQCD-Rechnungen interpretiert werden. Die gezeigten Spektren und Modifikationsfaktoren sind im Folgenden ausnahmslos mit den entsprechenden Verhältnissen unter Verwendung des angefitteten π^0 -Spektrums angefertigt worden.

Die größte Relevanz der mit $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ skalierten Referenz aus p+p-Kollisionen ist jedoch die Norm zur Bildung des nuklearen Modifikationsfaktors $R_{\text{CuCu}}(p_{\text{T}})$, wie er in Gleichung 2.28 definiert ist. Zum Vergleich der teilweisen Messung dieses Faktors sind auch theoretische Rechnungen direkt für den nuklearen Modifikationsfaktor durchgeführt worden, die verschiedene Effekte berücksichtigen, die zu erwarten sind. Diese Effekte sind zum Einen die Effekte des Anfangszustandes, die sogenannten *initial state effects*. Diese bestehen in dem *Cronin*-Effekt, dem *shadowing* und dem *anti-shadowing*, die die Partonverteilungen in dem Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt (Gleichung 2.25) gegenüber der Protonenreferenz ändern. Durch diese Effekte ist schon im Anfangszustand eine Abweichung des nuklearen Modifikationsfaktors von $R_{\text{CuCu}} = 1$ zu erwarten, da in Gleichung 2.25 die Fragmentationsfunktion im Falle der direkten Photonen die δ -Distribution darstellt und daher ein Unterschied zwischen Ionen- und Nukleonenkollisionen zunächst lediglich auf die Partonverteilungen zurückzuführen ist. Daneben sind Beiträge zum direkten Photonenspektrum, die mediuminduzierten Effekten entspringen oder von diesen unterdrückt werden, anzunehmen. Wie in Abschnitt 2.11 beschrieben, können direkte Photonen als Bremsstrahlung entstehen, wenn ein Parton das Medium durchläuft. Dadurch ist eine Erhöhung der Produktion direkter Photonen zu erwarten, wohingegen eine Verminderung durch die Unterdrückung der Jets zu erwarten ist, da im Fragmentationsprozess ebenfalls Photonen produziert werden. Das Jet-Quenching, das in Abschnitt 2.10.2 beschrieben ist, wird minimal durch kalte Kernmaterie beeinflusst. Sowohl Beiträge von der Bremsstrahlung, bei dem der LPM-Effekt mit berücksichtigt werden muß, als auch die Unterdrückung der Fragmentationsphotonen durch die kalte Kernmaterie sind in diesen Rechnungen mit einbezogen worden. Für Details siehe [61].

In den Abbildungen 6.2, 6.3 und 6.4 sind die Nuklearen Modifikationsfaktoren der kombinierten Spektren, und der Spektren der einzelnen Kalorimeter, sowie der theoretischen Rechnungen, die [61] entnommen worden sind, unter Berücksichtigung verschiedener Effekte ge-

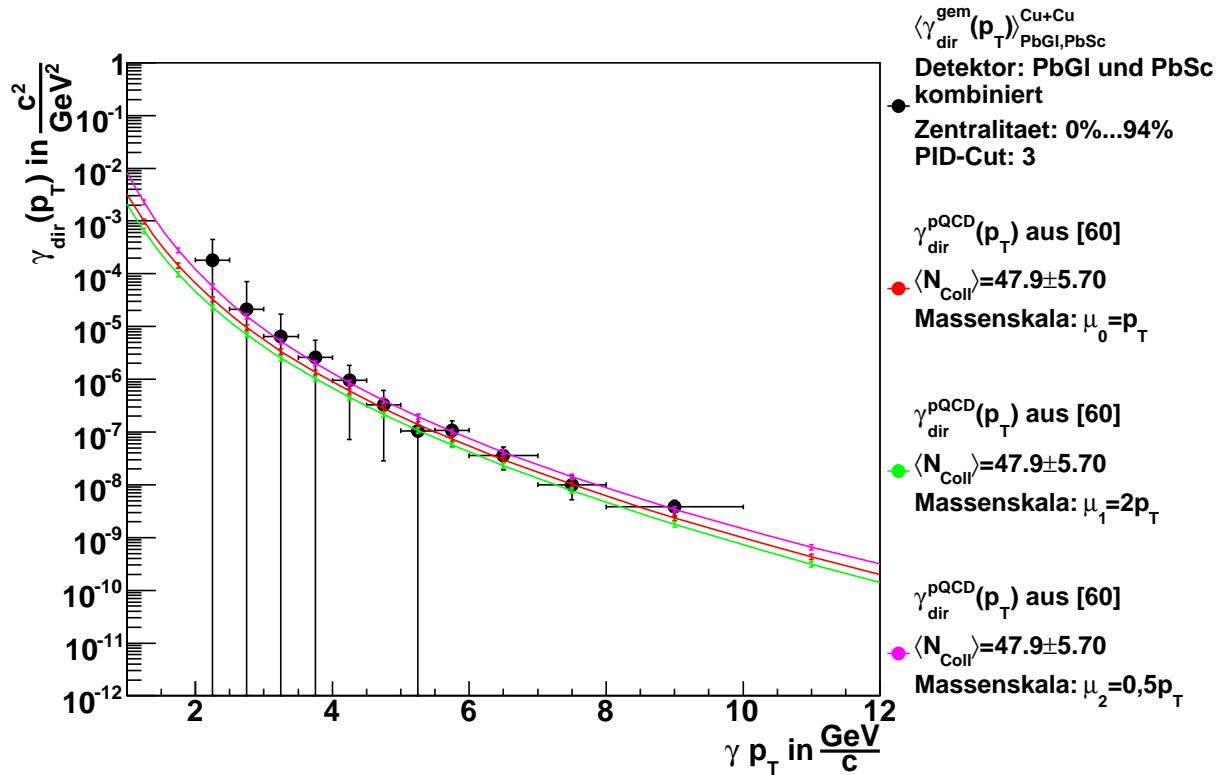


Abbildung 6.1: Vergleich zwischen skalierten pQCD-Rechnungen bezüglich direkter Photonen aus Protonenkollisionen und dem gemessenen Spektrum direkter Photonen (PbGl und PbSc kombiniert) für die Minb-Zentralitätsklasse und dem PID3-Cut; im Bereich $p_T \lesssim 3 \frac{\text{GeV}}{c}$ ist die Abweichung sehr deutlich und verringert sich mit zunehmenden p_T je nach dem mit welcher Massenskala verglichen wird.

zeigt. Auch hier ist im Bereich $p_T \lesssim 3 \frac{\text{GeV}}{c}$ eine sehr deutliche Abweichung von der naiven Erwartung von $R_{\text{CuCu}} = 1$ zu erkennen. Ein Teil dieser Abweichung kann offenbar mit den zu erwartenden physikalischen Effekten, wie dem *Cronin*-Effekt, verbunden mit dem *shadowing*, erklärt werden. Im Falle höherer p_T sind die Datenpunkte im Bereich dieser Rechnungen. Es sei an dieser Stelle ein weiteres Mal darauf hingewiesen, dass der Bezug des nuklearen Modifikationsfaktors der gemessenen Spektren ebenfalls theoretische Rechnungen (pQCD) darstellen, wobei drei verschiedene Massenskalen verwendet worden sind. Dadurch wird die systematische Unsicherheit dieser Rechnung abgeschätzt, welche durch die grauen Linien angedeutet ist. Im Bereich $p_T \gtrsim 4 \frac{\text{GeV}}{c}$ sind die Datenpunkte mit diesen Rechnungen weitgehend verträglich. Unter der Berücksichtigung aller Unsicherheiten ist dies auch im Bereich $p_T \lesssim 4 \frac{\text{GeV}}{c}$ der Fall. Über den betrachteten p_T -Bereich ist die Übereinstimmung im Falle des PbSc offenbar am besten, wobei auch ein gewisser kontinuierlicher Verlauf zu erkennen ist, im Gegensatz zum PbGl. Der Faktor der kombinierten Spektren leidet dabei unter der massiven Fluktuation der Datenpunkte des PbGl. Die theoretische Rechnung, die magentafarben gekennzeichnet ist, weicht dabei jedoch selbst von den anderen Rechnungen deutlich ab, wodurch sie recht unplausibel erscheint.

Bezeichnung:	$\frac{\Delta\sigma_{\text{unel}}^{A+B} _{b_i}^{b_{i+1}}}{\sigma_{\text{unel}}^{A+B}} \dots \frac{\Delta\sigma_{\text{unel}}^{A+B} _{b_{i+1}}^{b_{i+2}}}$:	$\langle N_{\text{coll}} \rangle:$	T_{CuCu} in $\frac{1}{\text{mb}}$
Cc012	60%...88%	$5,5 \pm 0,8$	$0,15 \pm 0,02$
Cc03	50%...60%	$15,0 \pm 1,7$	$0,42 \pm 0,04$
Cc04	40%...50%	$26,2 \pm 3,5$	$0,74 \pm 0,09$
Cc05	30%...40%	$42,6 \pm 5,4$	$1,20 \pm 0,14$
Cc06	20%...30%	$67,8 \pm 8,4$	$1,90 \pm 0,22$
Cc07	10%...20%	$105,5 \pm 12,2$	$2,96 \pm 0,31$
Cc08	0%...10%	$152,3 \pm 17,6$	$4,28 \pm 0,44$
Minb	0%...88%	$47,9 \pm 5,7$	$1,35 \pm 0,15$

Tabelle 6.2: Auflistung der in den Glauber-Monte-Carlo-Simulation zu Grunde liegenden Zentralitätsklasseneinteilung, sowie der Werte für $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ und T_{CuCu} mit deren systematischen Unsicherheiten; die internen Bezeichnungen sind aufgrund der Vergleichbarkeit der Klasseneinteilungen derart gewählt. Die Klasse Cc012 stellt dabei eine Zusammenfassung der alten Klassen Cc00, Cc01 und Cc02 der gemessenen Daten dar. [46]

Weiterhin kann ein Vergleich zu den Teilchen angestellt werden, bei denen durch das Jet-Quenching eine signifikante Unterdrückung des nuklearen Modifikationsfaktors zu erwarten ist. In Abbildung 6.5 sind für die zentralste Klasse die nuklearen Modifikationsfaktoren der Messung direkter Photonen mit den entsprechenden theoretischen Rechnungen gezeigt und zusätzlich jener der neutralen Pionen ebenfalls aus dem System von Stößen von Kupferkernen bei $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 62,4 \text{ GeV}$ und $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200 \text{ GeV}$ [47]. Die Messungen stammen von dem PbSc, da dieser durch die geringeren Fluktuationen der Datenpunkte aufgrund der höheren Statistik das bessere Ergebnis geliefert hat und das kombinierte Ergebnis von dem PbGl deutlich verändert wird.

Zu erkennen ist nun, dass der Faktor im Falle der Pionen mit $R_{\text{CuCu}} \approx 0,7$ deutlich unterdrückt ist, auch wenn diese Unterdrückung nicht derart stark ausfällt, wie es in Stößen von Goldkernen bei derselben Energie der Fall ist (siehe 2.8). Im Falle der größeren Schwerpunktsenergie ist mit $R_{\text{CuCu}} \approx 0,6$ die Unterdrückung ein wenig deutlicher. Die Abweichungen dieser Daten von $R_{\text{CuCu}} = 1$ von den Mesonen und den direkten Photonen sind dabei entgegengesetzt, wobei im letzteren Falle die meisten Datenpunkte oberhalb dieser Erwartung liegen.

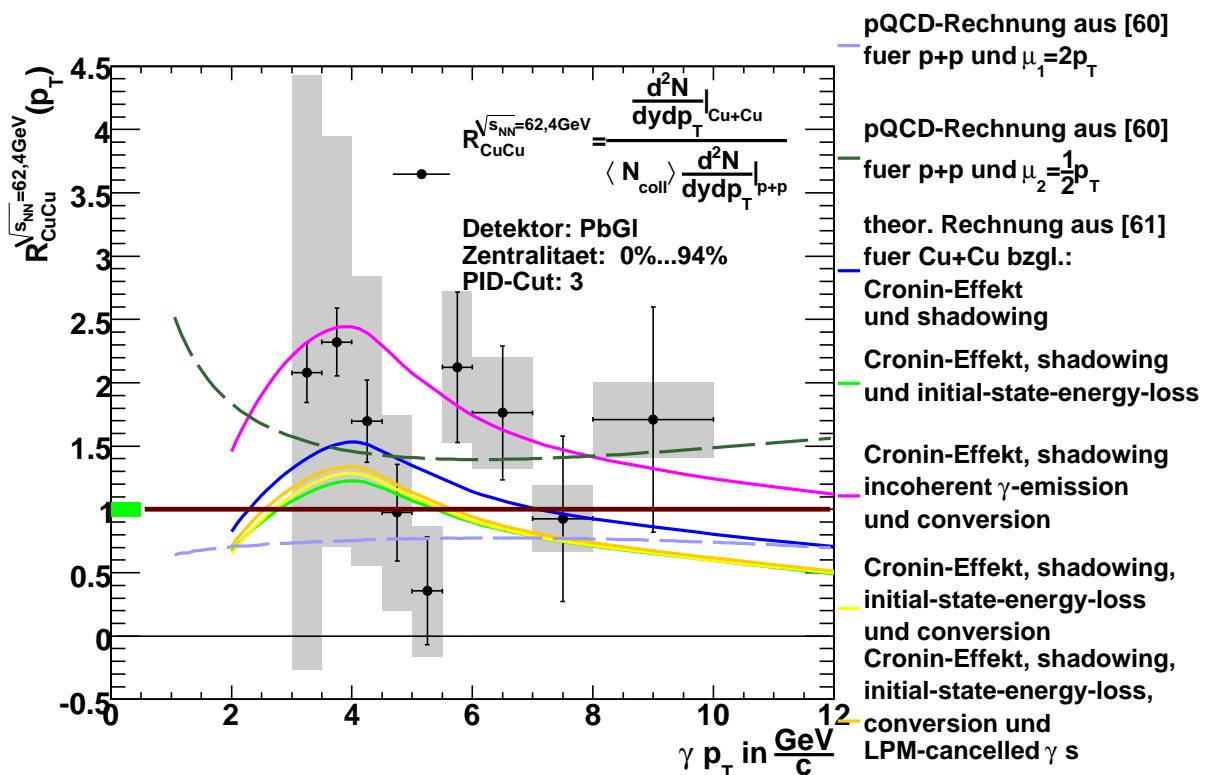


Abbildung 6.2: Vergleich des nuklearen Modifikationsfaktors bezüglich des gemessenen Spektrums des PbGl im Falle der Minb-Zentralitätsklasse, des PID3-Cut und der theoretischen Rechnungen, die verschiedene Effekte berücksichtigen; die Datenpunkte sind innerhalb der Unsicherheiten mit verschiedenen Rechnungen verträglich, die bereits eine gewisse Abweichung von der naiven Erwartung von $R_{CuCu} = 1$ erklären können. Die Streuung der Datenpunkte ist dabei erheblich, so dass dieser Messung nur bedingt eine physikalische Aussage auch eingedenk der Unsicherheiten zugeordnet werden kann. Die grau eingefärbten Linien zeigen die Abweichung, die sich bereits aus den unterschiedlichen Massenskalen ergeben, die für die pQCD-Rechnungen verwendet worden sind, die den Nenner des nuklearen Modifikationsfaktors bestimmen.

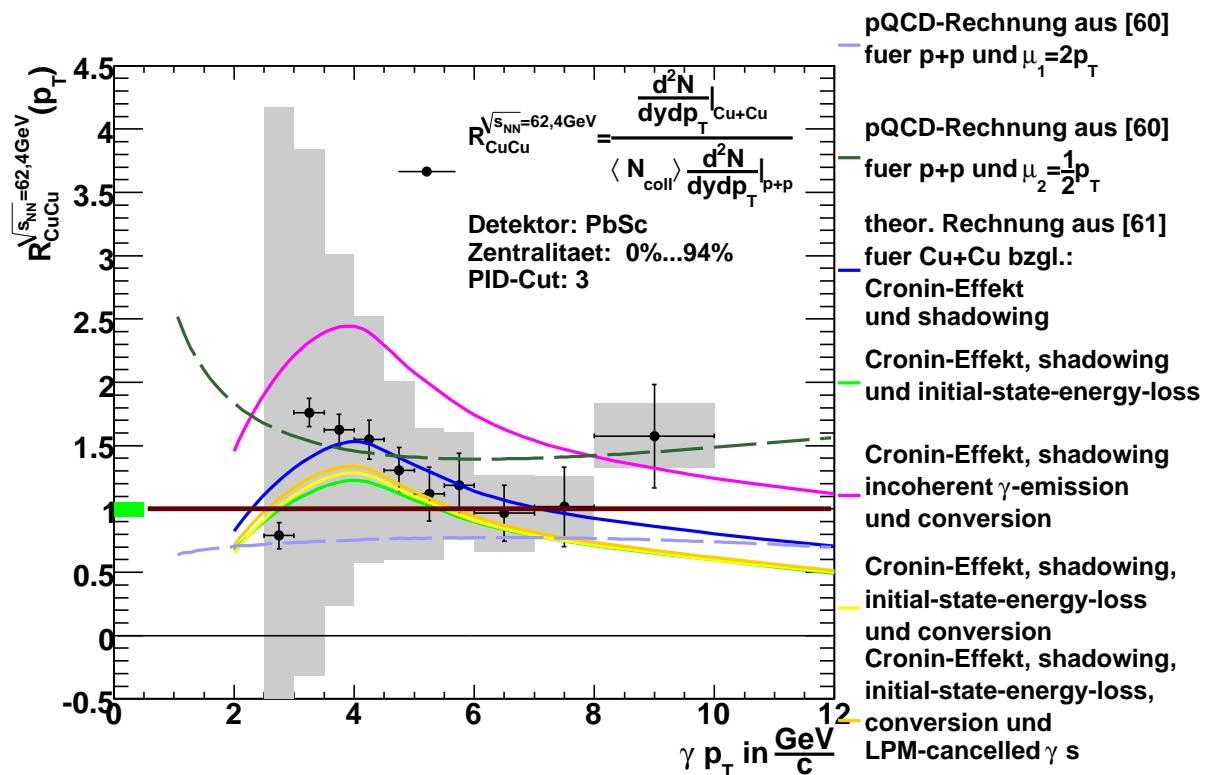


Abbildung 6.3: Vergleich des nuklearen Modifikationsfaktors bezüglich des gemessenen Spektrums des PbSc im Falle der Minb-Zentralitätsklasse, des PID3-Cut und der theoretischen Rechnungen, die verschiedene Effekte berücksichtigen; die Datenpunkte sind innerhalb der Unsicherheiten mit verschiedenen Rechnungen verträglich, die bereits eine gewisse Abweichung von der naiven Erwartung von $R_{CuCu} = 1$ erklären können. Die grau eingefärbten Linien zeigen die Abweichung, die sich bereits aus den unterschiedlichen Massenskalen ergeben, die für die pQCD-Rechnungen verwendet worden sind, die den Nenner des nuklearen Modifikationsfaktors bestimmen.

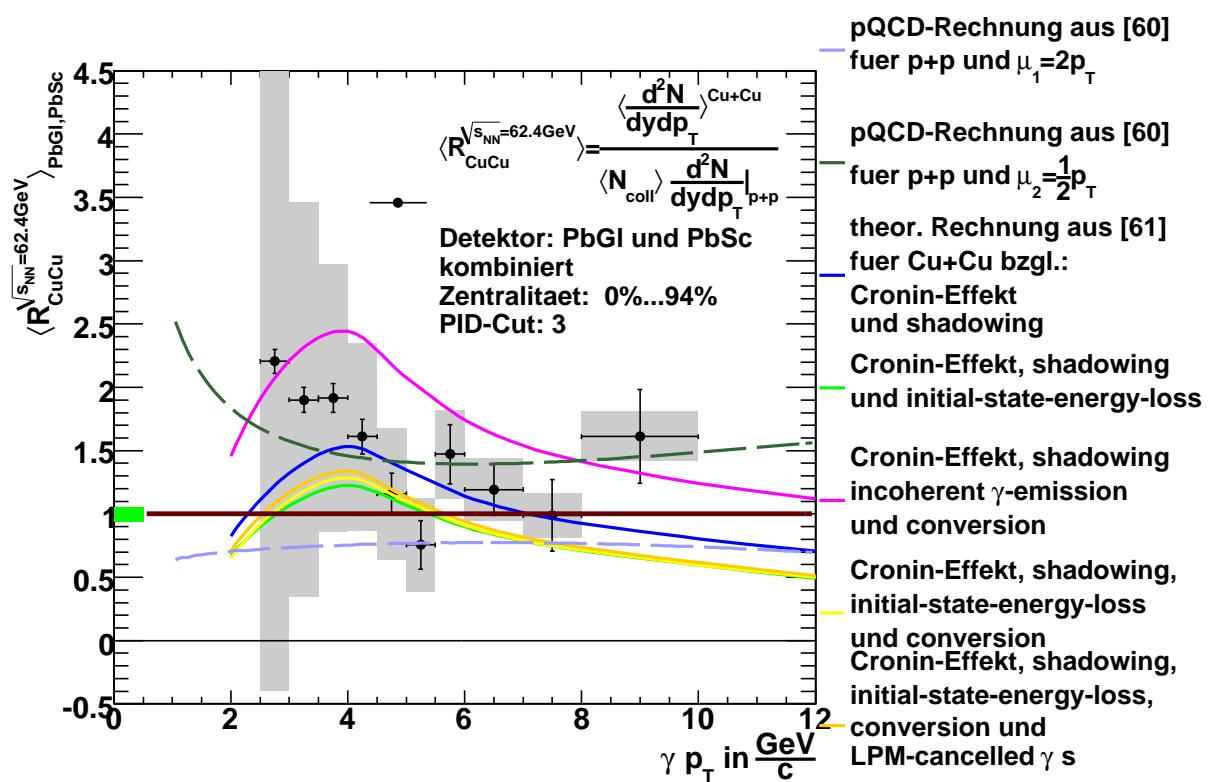


Abbildung 6.4: Vergleich des nuklearen Modifikationsfaktors bezüglich der gemessenen, kombinierten Spektren der Minb-Zentralitätsklasse, des PID3-Cut und der theoretischen Rechnungen, die verschiedene Effekte berücksichtigen; die Datenpunkte sind innerhalb der Unsicherheiten mit verschiedenen Rechnungen verträglich, die bereits eine gewisse Abweichung von der naiven Erwartung von $R_{CuCu} = 1$ erklären können. Die grau eingefärbten Linien zeigen die Abweichung, die sich bereits aus den unterschiedlichen Massenskalen ergeben, die für die pQCD-Rechnungen verwendet worden sind, die den Nenner des nuklearen Modifikationsfaktors bestimmen.

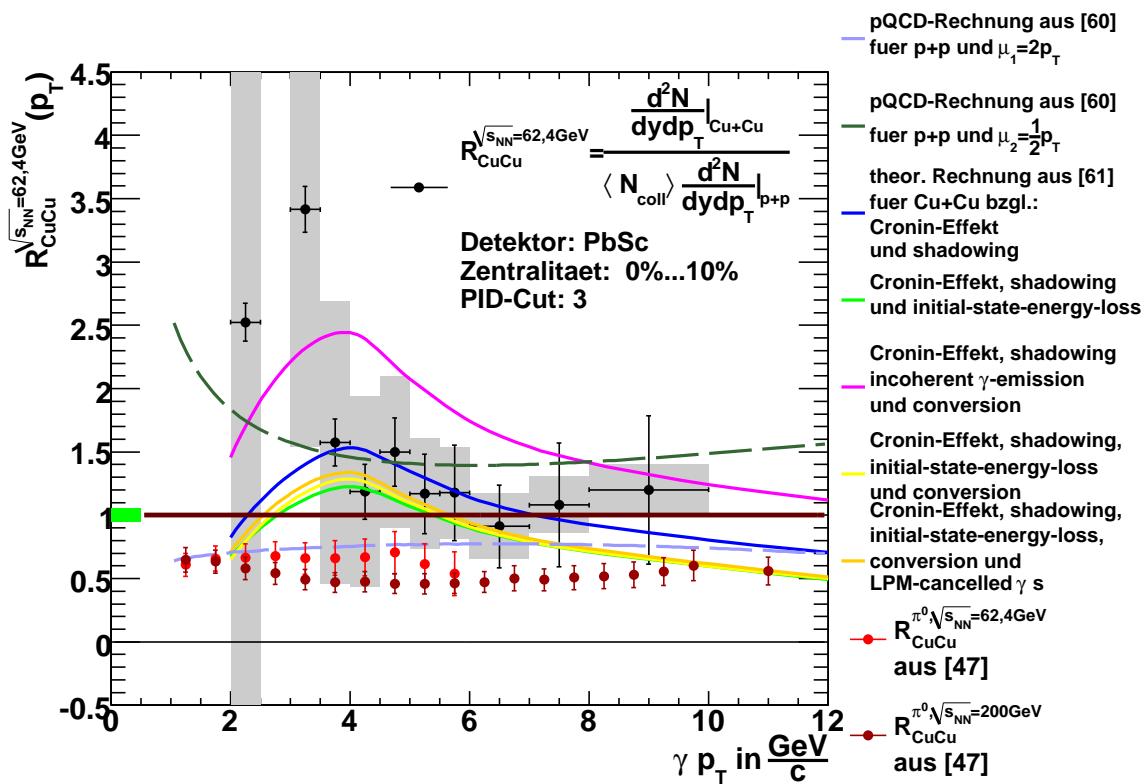


Abbildung 6.5: Vergleich der Nuklearen Modifikationsfaktoren der direkten Photonen aus Messungen mit dem PbSc mit dem Faktor der neutralen Pionen bei $\sqrt{s_{NN}} = 62,4\text{ GeV}$ und $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{ GeV}$ für die zentralste Klasse [47]; im Falle der direkten Photonen ist die Messung innerhalb der Unsicherheiten mit dem von den theoretischen Rechnungen erwartete Verlauf verträglich. Die π^0 -Spektren sind mit $R_{CuCu} \approx 0,7$ ($\sqrt{s_{NN}} = 62,4\text{ GeV}$) und $R_{CuCu} \approx 0,6$ ($\sqrt{s_{NN}} = 200\text{ GeV}$) deutlich abweichend. Die Abweichungen sind dabei erwartungsgemäß in den entgegengesetzten Richtungen gegeben.

Kapitel 7

Zusammenfassung

7.1 Physikalische Motivation

Die hier durchgeführte Analyse hat direkte Photonen zum Gegenstand, welche sich per Definition von den Photonen aus Hadronenzerfällen unterscheiden. Ein wesentlicher Beitrag zu dem Spektrum direkter Photonen stammt aus den harten Parton-Parton-Stößen in der Frühphase des Stoßes der Ionen, die in diesem Falle in Kupferkernen bestehen. Damit propagieren sie durch die Reaktionszone, die verschiedene Phasen durchlaufen kann. Von besonderem Interesse ist die Phase des Quark-Gluon-Plasma (QGP), das möglicherweise im vorliegendem System von Kupferstößen bei $\sqrt{s_{NN}} = 62,4 \text{ GeV}$ entsteht. In dieser Phase sind die Quarks und Gluonen aufgrund der hohen Energiedichte und der damit verbundenen großen Impulsüberträge asymptotisch frei (siehe Abbildung 2.2), welches sich in dem Begriff des Plasma niederschlägt. Die vorherrschende Wechselwirkung ist dabei die starke Wechselwirkung, welche Photonen als rein elektromagnetisch wechselwirkende Austauschbosonen nicht beeinflussen sollte. Somit dienen die direkten Photonen als Sonde für die Reaktionszone mit der sich beispielsweise das Skalierungsverhalten der Teilchenproduktion in den harten Streuprozessen untersuchen lässt. Mit der Bildung des nuklearen Modifikationsfaktors lässt sich die einfache Vervielfachung der direkten Photonen in Ionenstößen mit der Anzahl der binären Nukleon-Nukleon-Kollisionen, repräsentiert durch ein Protonenreferenzspektrum, überprüfen. Weiterhin werden direkte Photonen in dem Prozess der Propagation des hochenergetischen Partons, das den harten Streuprozessen in der Frühphase des Ionenstoßes unterlag, als Bremsstrahlungsphotonen und im anschließenden Fragmentationsprozess, aus denen die Teilchen-Jets hervorgehen, produziert. Damit lassen sich Aussagen über das durchlaufende Medium treffen. Daneben lassen sich Effekte des Anfangszustände der Ionen untersuchen, die die Partonverteilungen ändern und damit ebenfalls Einfluss auf den Endzustand haben, untersuchen.

7.2 Datenanalyse

Bevor die in Abschnitt 7.1 angesprochenen Möglichkeiten ausgeschöpft werden können, ist die Extraktion der Spektren direkter Photonen notwendig, welche die wesentliche Arbeit dieser Datenanalyse darstellt. Dazu ist es notwendig gewesen, zunächst gewisse Korrekturen auf die

Rohspektren anzuwenden, um die Einschränkungen des Detektors, wie dessen Akzeptanz oder Energieauflösung, zu kompensieren. Weiterhin mussten die geladenen Teilchen aus dem Spektrum entfernt werden, wobei diese Korrektur aufgrund konvergierender Photonen selbst eine Korrektur durch Abschätzung der Wahrscheinlichkeit zur Konversion erfahren mußte. Daneben sind ebenfalls Neutronen und Antineutronen aus dem Spektrum entfernt worden. Das so erhaltene Spektrum wird *inklusives Photonenspektrum* genannt, da es zwar nur Photonen beinhaltet, jedoch auch solche, die aus Teilchenzerfällen stammen und somit per Definition nicht zu den direkten Photonen gehören.

Als Nächstes sind damit diese Zerfallsphotonen aus dem Spektrum zu entfernen gewesen, welches mittels einer Simulation dieser Zerfälle und anschließender Subtraktion über die Bildung gewisser Verhältnisse geschehen ist. Mit dem somit erhaltenen direkten Photonenspektrum konnten die gewünschten Vergleiche mit einer Protonenreferenz und verschiedener theoretischer Modelle angestellt werden. Die Protonenreferenz stammen aus Rechnungen der QCD-Störungstheorie, wobei die Skalierung der Protonenreferenz auf die Verhältnisse von Kupfer mittels Werte einer Glauber-Monte-Carlo-Simulation erfolgt ist.

7.3 Fazit

Innerhalb der Unsicherheiten sind die Messungen mit den Vorhersagen aus der Theorie im relevanten p_T -Bereich im Wesentlichen verträglich und oberhalb von $R_{\text{CuCu}} = 1$. Die π^0 -Spektren sind hingegen erwartungsgemäß nennenswert unterdrückt. Die genannte Skalierung mit $\langle N_{\text{coll}} \rangle$ ist mit dem Ergebnis dieser Analyse verträglich. Es sollte jedoch bedacht werden, dass die Unsicherheiten von recht großem Umfang sind und nur relativ wenige Datenpunkte vorhanden sind. Aufgrund dessen besitzen die Ergebnisse dieser Analyse jedoch lediglich eine bedingte Aussagekraft.

Anhang A

Allgemeine Ergänzungen

A.1 Abschätzung der Kraft zw. Quark und Antiquark bei großen Abständen

Zur Abschätzung der Kraft zwischen Quark und Antiquark bei großen Abständen betrachte man das zugehörige Potential:

$$V(r) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha_s(q^2)\hbar c}{r} + kr \quad (\text{A.1})$$

Dabei ist die Kraft bekanntlich der negative Gradient des Potentials; $\vec{F} = -\vec{\nabla}V(r)$, wobei in diesem Falle der Nabla-Operator in Kugelkoordinaten ausgedrückt werden sollte. Da jedoch allein eine Abhängigkeit von r zu erkennen ist, genügt der Radialteil des Operators $\vec{\nabla} = \vec{e}_r \frac{\partial}{\partial r}$, somit erhält man sofort für große Abstände:

$$\begin{aligned} -\vec{\nabla}V(r) &= - \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{4\pi}{3} \frac{\alpha_s(q^2)\hbar c}{r} \right) + k \right] \vec{e}_r \\ \xrightarrow{r \text{ gross}} \quad -\vec{\nabla}V(r) &= -k\vec{e}_r = \vec{F} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

r :	Abstand zwischen den Quarks
$\alpha_s(Q^2)$:	Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung
k :	Saitenspannung (<i>string tension</i>) zwischen q und \bar{q} \cong Kraft zwischen q und \bar{q} , $k \approx \frac{1\text{GeV}}{\text{fm}}$ [42]
\hbar :	Planck'sches Wirkungsquantum; $\hbar = 1,054571628 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ [40]
\vec{e}_r :	Einheitsvektor in radiale Richtung

Die Konstante k hat einen Wert von $k \approx \frac{1\text{GeV}}{\text{fm}}$ oder $k \approx \frac{10^9 \cdot 1,602176487 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{10^{-15} \text{ m}} = \frac{1,602176487 \cdot 10^5 \text{ J}}{\text{m}} = 1,602176487 \cdot 10^2 \text{ kN}$, dies entspräche an der Erdoberfläche einer Gewichtskraft, die eine Masse von $m = \frac{F}{g} = \frac{1,602176487 \cdot 10^2 \text{ kN}}{9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 16,34 \text{ t}$ erzeugt.

A.2 Abschätzung der Verknüpfung von Impulsübertrag und Abstand von Teilchen

Der Umstand, dass Impulsübertrag und kleine Abstände der Quarks zumindest qualitativ gleichbedeutend sind, lässt sich anhand der Heisenberg'schen Unschärferelation veranschaulichen. Letztere lautet im eindimensionalen Fall:

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \Leftrightarrow \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \frac{1}{\Delta p} \quad (\text{A.3})$$

Δp :	Unschärfe des Impulses bzw. Impulsübertrag zwischen den Quarks
Δx :	Unschärfe des Ortes bzw. Abstand der Quarks
\hbar :	Planck'sches Wirkungsquantum
	$\hbar = 1,054571628 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ [40]

Man erkennt an Gleichung A.3, dass die Abstandsunschärfe mit steigendem Impulsübertrag abnehmen kann, welches auch als eine steigende Ortsauflösung interpretiert werden kann.

A.3 Abschätzung der Kerndichte

Zur Abschätzung der Dichte der Kernmaterie wird die folgende Parametrisierung für den Radius eines Atomkerns verwendet:

$$r_{\text{Kern}} \approx 1,2 \text{ fm} \sqrt[3]{A} \quad \text{mit } A = Z + N \quad (\text{A.4})$$

Mit der Ruheenergie des Protons $m_0^p c^2 = E_0^p = (938,27203 \pm 0,00008) \text{ MeV}$ und des Neutrons $m_0^n = E_0^n = (939,56536 \pm 0,00008) \text{ MeV}$ [40] folgt z.B. für einen Kupferkern mit $Z = 29, A = 63,546$ (Isotopengemisch) [44]:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{Kern}} &= \frac{m_{\text{Kern}}}{V_{\text{Kern}}} \\ \Rightarrow \rho_{\text{Kern}} &= \frac{(A - Z)E_0^n + ZE_0^p}{c^2 \frac{4}{3} \pi r_{\text{Kern}}^3} \\ \Rightarrow \rho_{\text{Kern}} &= \frac{(63,546 - 29) \cdot 939,56536 \text{ MeV} + 29 \cdot 938,27203 \text{ MeV}}{c^2 \frac{4}{3} \pi (1,2 \text{ fm})^3 63,546} \\ &= 129,72 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3} = 2,3125 \cdot 10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Diese Rechnung ist ebenfalls für andere Kerne durchführbar.

A :	Kernmassenzahl
Z :	Kernladungszahl, bzw. Anzahl der Protonen im Kern
N :	Anzahl der Neutronen im Kern
r_{Kern} :	Kernradius
V_{Kern} :	Kernvolumen
m_{Kern} :	Kernmasse
$m_0^{\text{p,n}}, E_0^{\text{p,n}}$:	Masse bzw. Ruheenergie der Protonen bzw. Neutronen

A.4 Abschätzung der Energiedichte im QGP

Zur Abschätzung der Energiedichte in einem abgeschlossenen Raum, dem *bag*, bedient man sich der Methoden der Thermodynamik. Hierbei muss zwischen Bosonen (ganzzahliger Spin) und Fermionen (halbzahliger Spin) unterschieden werden. Im Falle des QGP kommen beide Teilchentypen in Form der Quarks, die die Fermionen repräsentieren und der Gluonen, die ihrerseits die Bosonen repräsentieren, vor. Für die weitere Berechnung wird ein Statistisches Ensemble als Grundlage herangezogen. Dies ermöglicht eine leichte Berechnung der relevanten Größen wie der Energiedichte und Druck im *confinement*. Die wichtigste Größe der Thermodynamik, aus der dann alle anderen Größen durch partielle Ableiten folgen, ist bekanntermaßen die Zustandssumme \mathcal{Z} . Für das Großkanonische Ensemble für die beiden Teilchentypen lauten die Zustandssummen wie folgt [41]:

$$\mathcal{Z}_{\text{Boson}}(T, V, \mu) = \Pi_{\lambda} \frac{1}{1 - e^{-\frac{\varepsilon_{\lambda} - \mu}{k_B T}}} \quad \text{bzw.} \quad \mathcal{Z}_{\text{Fermion}}(T, V, \mu) = \Pi_{\lambda} \left(1 + e^{-\frac{\varepsilon_{\lambda} - \mu}{k_B T}} \right) \quad (\text{A.6})$$

Für das Großkanonische Potential folgt daraus:

$$\Omega_{\text{Boson}}(T, V, \mu) = k_B T \sum_{\lambda} \ln \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon_{\lambda} - \mu}{k_B T}} \right) \quad (\text{A.7})$$

$$\text{bzw.} \quad \Omega_{\text{Fermion}}(T, V, \mu) = -k_B T \sum_{\lambda} \ln \left(1 + e^{-\frac{\varepsilon_{\lambda} - \mu}{k_B T}} \right) \quad (\text{A.8})$$

Zur Vereinfachung wird ein verschwindendes chemisches Potential angenommen ($\mu = 0$), so dass das Großkanonische Potential der Freien Energie entspricht; $\Omega(T, V, \mu) = F(T, V, N)$. Im Folgenden soll nun diese thermodynamische Größe für Bosonen, also hier Gluonen berechnet werden. Die Rechnung für die Fermionen, also hier die Quarks kann analog durchgeführt werden.

Nimmt man nun an, dass die diskreten Energiezustände nahe beieinanderliegen, lässt sich die Summe als Integral ausdrücken; $\sum_{\lambda} \rightarrow \frac{(2\pi)^3}{V} \int d\vec{k}$. Die Integrationsvariable sei der Wellenvektor \vec{k} mit der Verknüpfung zum Impuls $\vec{p} = \hbar \vec{k}$. Die Energie des Gluons folgt der Einstein'schen Gleichung für ein masseloses Teilchen $\varepsilon = \sqrt{\vec{p}^2 c^2} = \sqrt{\hbar^2 c^2 \vec{k}^2}$. Für die Berechnung des Integrals bieten sich die Kugelkoordinaten und eine weitere, triviale Variablentransformation an, so dass nun die folgende Form des Integrals bei Berücksichtigung der korrekten Normierung, zu lösen ist:

$$F(T, V, N) = -g \frac{(k_B T)^4}{(\hbar c)^3} \frac{4\pi V}{(2\pi)^3} \underbrace{\int_0^{\infty} x^2 \ln(1 - e^{-x}) dx}_{=:I} \quad \text{mit} \quad x = \frac{\hbar c k}{k_B T} \quad (\text{A.9})$$

$T, V, N:$	Temperatur T , Volumen V und Anzahl der Teilchen N des Systems
$N:$	Anzahl der Teilchen in dem System
$S:$	Entropie
$\lambda:$	Wert der Quantenzahlen
$g_{q,g}:$	Anzahl der Freiheitsgrade für Quarks q und Gluonen g
$k_B:$	Boltzmann-Konstante; $k_B = 1,3806504 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ [40]
ϵ_λ	Energie eines Teilchens des Systems
$F:$	Freie Energie (Fundamentalrelation)
$\Omega:$	Großkanonisches Potential
$\mathcal{L}:$	Zustandssumme

Der Logarithmus lässt sich dabei entwickeln [41]; $\ln(1 - e^{-x}) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(e^{-x})^n}{n}$, so dass für den Ausdruck des Integrals I folgt:

$$I = - \int_0^{\infty} x^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(e^{-x})^n}{n} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \int_0^{\infty} x^2 e^{-nx} dx \quad (\text{A.10})$$

Letzteres Integral lässt sich durch zweimalige partielle Integration lösen:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x^2 e^{-nx} dx &= -\frac{x^2}{n} e^{-xn} \Big|_0^{\infty} - \frac{2x}{n^2} e^{-xn} \Big|_0^{\infty} + \frac{2}{n^2} \int_0^{\infty} e^{-xn} dx = \frac{2}{n^3} \\ \Rightarrow I &= -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \stackrel{[41]}{=} -\frac{\pi^4}{45} \\ \Rightarrow F &= -gV \frac{k_B^4}{\hbar^3 c^3} \frac{\pi^2}{90} T^4 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Das Thermodynamische Potential der Freien Energie hängt mit der Inneren Energie U und der Entropie S wie folgt zusammen:

$$F(T, V, N) = U(S, V, N) - TS \quad (\text{A.12})$$

$$\text{mit } dF = \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial V} dV + \frac{\partial F}{\partial N} dN = -SdT - pdV + \mu dN \quad (\text{A.13})$$

Da T, V und N die freien Variablen sind, folgt die Entropie aus der partiellen Ableitung von F nach der Temperatur $S = -\frac{\partial F}{\partial T}$, woraus sich nun die Energie bzw. die Energiedichte berechnen lässt:

$$\begin{aligned} S &= -\frac{\partial F}{\partial T} = 4gV \frac{k_B^4}{\hbar^3 c^3} \frac{\pi^2}{90} T^3 \\ \Rightarrow \epsilon_g &= \frac{U}{V} = \frac{1}{V} \left(U + T \frac{\partial F}{\partial T} \right) = g_g \frac{k_B^4}{\hbar^3 c^3} \frac{\pi^2}{30} T^4 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

In der Hochenergiephysik ist es üblich, gewisse Naturkonstanten wie c , k_B und \hbar zu Eins zu setzen ($c = \hbar = k_B = 1$), woraus ein vereinfachter Ausdruck folgt:

$$\Rightarrow \epsilon_g = \frac{U}{V} = g_g \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad (\text{A.15})$$

Für die Quarks folgt ein ähnliches Ergebnis, falls man annimmt, dass die Quarks nahezu masselos sind:

$$\epsilon_q = g_q \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad (\text{A.16})$$

Die Unterschiede zwischen Gluonen und Quarks bestehen nun in dem Faktor $\frac{7}{8}$, der dem Unterschied zwischen Fermi-Dirac- bzw. der Bose-Einstein-Statistik (für Fermionen bzw. Bosonen) entspringt. Weiterhin sind die Anzahlen der Freiheitsgrade für beide Teilchentypen verschieden und setzen sich wie folgt zusammen:

$$g_g = n_{\text{Farbe}} \cdot n_{\text{Polarisation}} = 8 \cdot 2 = 16 \quad (\text{A.17})$$

$$g_q = g_q + g_{\bar{q}} = 2 \cdot n_{\text{Farbe}} \cdot n_{\text{Sorte}} \cdot n_{\text{Spin}} = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 24 \quad (\text{A.18})$$

Die Gesamtenergiedichte ist nun ersichtlicherweise die Summe aus beiden gerade gezeigten Größen:

$$\epsilon_{\text{QGP}} = \left(g_g + \frac{7}{8} (g_q + g_{\bar{q}}) \right) \frac{\pi^2}{30} T^4 = 37 \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad (\text{A.19})$$

Der Druck im System ist mittels partieller Ableitung der Freien Energie nach dem Volumen zu berechnen:

$$p = - \frac{\partial F}{\partial V} = -g \frac{\pi^2}{90} T^4 = \frac{1}{3} \epsilon_g \quad (\text{A.20})$$

In der Quantentheorie ist selbst dem niedrigsten Zustand eine Energie ungleich Null zugeordnet, somit ist auch dem QCD-Vakuum eine Energie zuzuschreiben, welches mit einer Konstanten B , der Bag-Konstante, geschehen soll. Damit ergibt sich für die gesamte Energiedichte und den Druck:

$$\epsilon_{\text{QGP}}^{\text{ges}} = 37 \frac{\pi^2}{30} T^4 + B \quad \text{und} \quad p_{\text{QGP}}^{\text{ges}} = 37 \frac{\pi^2}{90} T^4 - B \quad (\text{A.21})$$

$\epsilon_{\text{QGP}}^{\text{ges}}$:	Energiedichte des QGP unter Berücksichtigung des QCD-Vakuums
$p_{\text{QGP}}^{\text{ges}}$:	Druck innerhalb des QGP unter Berücksichtigung des QCD-Vakuums
B :	bag-Konstante $\hat{=}$ Energiedichte des QCD-Vakuums; $B = 57,5 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$ [17]

Nun ist der Druck und die Energiedichte des QGP bekannt und setzt sich aus den Größen von den Quarks (Fermionen) und Gluonen (Bosonen) zusammen. Man kann sich den Zustand kurz vor dem QGP als Gas vorstellen, bei dem thermisch erzeugte Hadronen, vornehmlich Pionen entstehen, die den Raum zwischen den Nukleonen der normalen Kernmaterie ausfüllen. Bei weiterer Erhitzung oder Kompression überlappen die Wellenfunktionen der Nukleonen und der Pionen, so dass im weiteren Verlauf das QGP entsteht. Demnach besteht die Materie vor dem QGP aus Pionen, die den Bosonen zugehörig sind. Der Druck dieses Gases ist bereits zuvor im Zuge der Gluonen (ebenfalls Bosonen) berechnet worden, wobei lediglich der Freiheitsgrad anders gewählt werden muss. Im Falle der Pionen müssen lediglich die drei Sorten der Pionen (π^0, π^+, π^-) berücksichtigt werden:

$$\begin{aligned} p_\pi &= g \frac{\pi^2}{90} T^4 \quad \text{mit } g = 3 \\ \Rightarrow \quad p_\pi &= \frac{\pi^2}{30} T^4 \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Ein sehr anschauliches Kriterium für einen Phasenübergang, ist nun ersichtlicherweise die Gleichheit der Drücke von dem Pionengas und dem QGP, so dass folgt: (Um einen Wert zu erhalten, werden die entsprechenden Naturkonstanten wieder im Ausdruck aufgeführt)

$$\begin{aligned} p_\pi &= \frac{k_B^4}{\hbar^3 c^3} \frac{\pi^2}{30} T_c^4 = p_{\text{QGP}}^{\text{ges}} = \frac{k_B^4}{\hbar^3 c^3} 37 \frac{\pi^2}{90} T_c^4 - B \\ \Rightarrow \quad T_c &= \frac{1}{k_B} \sqrt[4]{\frac{90 \hbar^3 c^3}{34 \pi^2} B} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Mit dem Wert der Konstante $B = 57,5 \frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$ [17], folgt mit Gleichung A.23 für den Phasenübergang eine kritische Temperatur von $T_c \approx 1,2 \cdot 10^{12} \text{ K} \approx 104 \frac{\text{MeV}}{k_B}$.

A.5 Verknüpfung von Geschwindigkeit und der Schwerpunktssenergie eines Teilchens

Um die Geschwindigkeit eines Teilchens aus der Schwerpunktssenergie zu extrahieren, betrachtet man die Größe s , welche eine der sogenannten Mandelstam-Variablen repräsentiert, die als eine günstige Eigenschaft die Lorentzinvianranz besitzen. Die Größe s ist dabei wie folgt definiert:

$$s = (P_a + P_b)^2 \quad (\text{A.24})$$

$$\text{mit } P_{a,b} = (P_{a,b}^0, P_{a,b}^1, P_{a,b}^2, P_{a,b}^3) = (E_{a,b}, \vec{p}_{a,b}) \quad (\text{A.25})$$

$$\text{und } E_{a,b} = \sqrt{p_{a,b}^2 c^2 + m_{a,b}^2 c^4} \quad (\text{A.26})$$

s :	Mandelstam-Variable → Quadrat der Energie
$P_{a,b}$:	Viererimpuls der Teilchen a bzw. b mit den Komponenten $P_{a,b}^i$ $i \in \{0, 1, 2, 3\}$
$\vec{p}_{a,b}$:	Dreierimpuls der Teilchen a bzw. b
$E_{a,b}$:	Energie der Teilchen a bzw. b
$m_{a,b}$:	Ruhemasse der Teilchen a bzw. b

Das gezeigte Quadrat entspricht dabei nicht dem gewöhnlichen mathematischem Quadrierung, sondern stellt eine abkürzende Schreibweise für das Lorentzprodukt dar, um sich den metrischen Tensor zu ersparen. Das Produkt ist dabei wie folgt definiert:

$$s = (P_a + P_b)^2 = (E_a + E_b)^2 - (\vec{p}_a + \vec{p}_b)^2 \quad (\text{A.27})$$

Man begibt sich nun in das Schwerpunktssystem (*center of mass system, cms*), das durch $\sum_i \vec{p}_i = \vec{0}$ definiert ist, daraus folgt in diesem Falle, dass sich die Dreierimpulse genau herausheben $\vec{p}_a = -\vec{p}_b$. In diesem einfachen Beispiel stoßen nun zwei Kupferkerne aufeinander, so dass auch die Ruhemassen beider Kerne gleich sind, so dass nun gilt:

$$\sqrt{s} = E_a + E_b = 2E \quad (\text{A.28})$$

Man wählt nun für den Dreierimpulses die Form:

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}(\vec{r}) \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{A.29})$$

Mit einigen trivialen Umformungen folgt für die Geschwindigkeit:

$$\begin{aligned} \frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \frac{4m^2c^4}{s}} \\ \text{hier: } \frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \frac{4 \left(29 \cdot 938,27203 \frac{\text{MeV}}{c^2} + (63,546 - 29) \cdot 939,56536 \frac{\text{MeV}}{c^2} \right)^2 c^4}{(63,546 \cdot 62,4 \text{GeV})^2}} \\ &= 99,954\% \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

In dieser Rechnung wurde die Masse eines Nukleons anhand des Kupferkerns gemittelt. Die Masse des Kupferkerns berücksichtigt dabei das natürliche Isotopengemisch.

Mit diesem Ergebnis lässt sich durch simples Einsetzen der Lorentzfaktor bestimmen; $\gamma = 33,228$.

γ :	Lorentz-Faktor; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
\vec{v} :	Geschwindigkeit des Teilchens
$m_{p,n}$:	Masse des Protons; $m_p = (938,27203 \pm 0,00008) \frac{\text{MeV}}{c^2}$ [40] bzw. des Neutrons; $m_n = (939,56536 \pm 0,00008) \frac{\text{MeV}}{c^2}$ [40]

A.6 Modifikation der Fragmentationsfunktion durch ein Medium

Um die Modifikation der Fragmentationsfunktion, die das von den Parton durchlaufende Medium, erzwingt, zu berechnen, müssen zunächst einige Größen definiert werden. Sei dabei ε der Anteil der deponierten Energie des Partons an der ursprünglichen Partonenergie E_c . Dann ist $(1 - \varepsilon)E_c$ übriggebliebene Energie des Partons c . Sei ferner z' der Impulsanteil des Partons nach Durchlaufen des Mediums am Impuls des Hadrons h , dann ist (unter der Annahme $p_c c \approx E_c$) $z' = \frac{E_h}{(1-\varepsilon)E_c} = \frac{z}{1-\varepsilon}$ mit $z = \frac{E_h}{E_c}$. Die Fragmentationsfunktion ist nun die Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten eines Hadrons h im Impulsanteilsintervall $[z, z + dz]$. Dies entspricht der Anzahl von Hadronen des Typs h pro Impulsanteilsdifferenz dz . Somit kann man diese Größe umschreiben und direkt auf das modifizierte Anteilsintervall beziehen:

$$D_c^h(z) = \frac{dn}{dz} \xrightarrow{z \rightarrow z'} D_c^h(z') = \frac{dn}{dz'} = \frac{dn}{dz} \frac{dz}{dz'} \quad (\text{A.31})$$

Mit $\frac{dz'}{dz} = \frac{1}{1-\varepsilon}$ gilt für das ursprüngliche Anteilsintervall:

$$\frac{dn}{dz} = \frac{1}{1-\varepsilon} D_c^h(z') \quad (\text{A.32})$$

Nun muss noch die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\varepsilon)$ für einen festen Energieverlust ε im Medium berücksichtigt werden, wobei der ganze Ausdruck über den gesamten möglichen Energieintervall integriert werden muß:

$$D_c^{h, \text{Medium}}(z) = \int_0^1 p(\varepsilon) \frac{1}{1-\varepsilon} D_c^h\left(\frac{z}{1-\varepsilon}\right) d\varepsilon \quad (\text{A.33})$$

$D_c^{h, \text{Medium}}$:	mediummodifizierte Fragmentationsfunktion
z, z' :	Impulsanteil des Partons p am Hadron h , ohne und mit Energieverlust
$p(\varepsilon)$:	Wahrscheinlichkeit für einen Energieverlust ε pro Energieverlustintervall
ε :	Energieverlust des Partons im Medium

A.7 Bestimmung der Invarianten Masse

Um die Invariante Masse (invariant unter Lorentz-Transformation) zu bestimmen bedient man sich des Lorentzskalars des Viererimpulses, das wie folgt definiert ist:

$$P^2 = \left(\frac{E}{\vec{p}c} \right)^2 = E^2 - \vec{p}^2 c^2 \quad (\text{A.34})$$

Mit der relativistischen Beziehung zwischen Impuls, Masse und Energie $E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$ folgt aus Gleichung A.34:

$$E^2 - \vec{p}^2 c^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4 \quad (\text{A.35})$$

$$\Rightarrow P^2 = E^2 - \vec{p}^2 c^2 = m_0^2 c^4 \quad (\text{A.36})$$

P :	Viererimpuls $P = (E, \vec{p}c)$
\vec{p} :	(Dreier)-Impuls $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$
m_0 :	Ruhemasse des Teilchens

Mit Gleichung A.36 lässt sich nun aus dem Viererimpuls die Masse ableiten. Dieses Vorgehen ist ebenfalls mit der Summe verschiedener Teilchen möglich $(\sum_{i=1}^N P_i)^2 = M^2 c^4$, wobei die resultierende Invariante Masse des Teilchensystems der Masse entspricht, falls nur ein einziges Teilchen behandelt würde. Diese Masse entspricht der Gesamtenergie des Schwerpunktssystems der N Teilchen. Möchte man nun die Invariante Masse eines Teilchen experimentell bestimmen, so stehen einem meist die Energie E und der Impuls \vec{p} als Messgröße direkt oder indirekt zur Verfügung, so dass Gleichung A.36 Verwendung findet.

A.8 Teilchenidentifikation durch Impulsbestimmung und Ablenkung eines geladenen Teilchens im Magnetfeld

Im Magnetfeld unterliegen die Teilchen der Lorentzkraft, die klassisch bekanntermaßen über die folgende Gleichung berechnet wird:

$$\vec{F} = \int \rho(\vec{r}) (\vec{v}(\vec{r}) \times \vec{B}) d\vec{r} \quad (\text{A.37})$$

\vec{F} :	Lorentzkraft
$\rho(\vec{r})$:	Ladungsdichte
$\vec{v}(\vec{r})$:	Geschwindigkeit des Teilchens
\vec{B} :	äußeres Magnetfeld

In dem vorliegenden Falle des PHENIX-Experimentes bieten sich nun die Zylinderkoordinaten an, wobei das Magnetfeld entlang der z -Achse ausgerichtet und konstant ist. Weiterhin wird hier von einem punktförmigen Teilchen ausgegangen, weswegen für die Ladungsdichte die Delta-distribution verwendet werden soll. Daneben lassen sich mit den elementaren Umformungen der Zylinderkoordinaten, die zu ebenen Polarkoordinaten werden, falls die z -Komponente nicht mehr berücksichtigt wird, die Geschwindigkeit und Beschleunigung in diesen Koordinaten elegant darstellen:

$$\vec{v}(\vec{r}) \times \vec{B} = \begin{pmatrix} v_x(\vec{r}) \\ v_y(\vec{r}) \\ v_z(\vec{r}) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_y(\vec{r}) B_z \\ -v_x(\vec{r}) B_z \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Zykos}} \dot{r} B_z \vec{e}_\varphi - r \dot{\varphi} B_z \vec{e}_r \quad (\text{A.38})$$

$$\vec{F} = \int \rho(\vec{r}) (\vec{v}(\vec{r}) \times \vec{B}) d\vec{r} \quad \text{mit} \quad \rho(\vec{r}) = Q \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \quad (\text{A.39})$$

$$\Rightarrow \vec{F} = Q \begin{pmatrix} v_y(\vec{r}_0) B_z \\ -v_x(\vec{r}_0) B_z \\ 0 \end{pmatrix} = Q (\dot{r} B_z \vec{e}_\varphi - r \dot{\varphi} B_z \vec{e}_r) \quad (\text{A.40})$$

\vec{e}_r :	Einheitsvektor in radialer Richtung
\vec{e}_ϕ :	Einheitsvektor in azimuthaler Richtung
r :	Betrag des Radius in der transversalen Ebene $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$

Allgemein gilt für die Kraft mit dem Newton'schen Axiom mit den ebenen Polarkoordinaten:

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} = m(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\vec{e}_\phi \quad (\text{A.41})$$

$$\Rightarrow m\ddot{\vec{r}} = m(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\vec{e}_r + m(r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\vec{e}_\phi = Q\dot{r}B_z\vec{e}_\phi - Qr\dot{\phi}B_z\vec{e}_r \quad (\text{A.42})$$

Nun gelten bei der Bewegung des Teilchen in der transversalen Ebene ähnliche Gesetzmäßigkeiten wie im Zentralpotential, weswegen hier der Drehimpuls als Erhaltungsgröße angenommen wird. Dies bedeutet, dass kein Drehmoment anliegt. Mit $\dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\phi}\vec{e}_\phi$ gilt dann:

$$\vec{M} = \frac{d}{dt}\vec{L} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\dot{\vec{r}}) = \frac{d}{dt}\{r\vec{e}_r \times (m\dot{r}\vec{e}_r + mr\dot{\phi}\vec{e}_\phi)\} \quad (\text{A.43})$$

Berücksichtigt man weiterhin die trivialen Relationen $\vec{e}_r \times \vec{e}_r = \vec{0}$ und $\vec{e}_r \times \vec{e}_\phi = \vec{e}_z$, so folgt für das Drehmoment:

$$\vec{M} = \frac{d}{dt}(mr^2\dot{\phi}\vec{e}_z) = (2mr\dot{r}\dot{\phi} + mr^2\ddot{\phi})\vec{e}_z \stackrel{!}{=} \vec{0} \quad (\text{A.44})$$

$$\Rightarrow 2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi} = 0 \quad (\text{A.45})$$

Vergleicht man nun diese Relation mit Gleichung A.42, so erkennt man, dass der Azimuthalanteil herausfällt. Da dies auf beiden Seiten der Gleichung der Fall sein muss (\vec{e}_ϕ, \vec{e}_r bilden eine orthogonale Basis), folgt ebenfalls die Relation $\dot{r}B_z = 0$, dies bedeutet, da B_z ohnehin konstant ist, dass der Betrag des Radius zeitlich konstant ist ($r = \text{const}$). Eine weitere Folgerung daraus ist, dass offenbar $\ddot{r} = 0$ gilt, womit für Gleichung A.42 folgt:

$$m\dot{\phi} = QB_z \quad (\text{A.46})$$

Mit dem Ausdruck für die Geschwindigkeit und mit der Erkenntnis $\ddot{r} = 0$ ist die folgende Definition naheliegend:

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\phi}\vec{e}_\phi \stackrel{\dot{r}=0}{=} r\dot{\phi}\vec{e}_\phi \quad (\text{A.47})$$

$$\Rightarrow v := r\dot{\phi} \quad (\text{A.48})$$

$$\Leftrightarrow \dot{\phi} = \frac{v}{r} \quad (\text{A.49})$$

Daraus folgt nun trivialerweise die bekannte Relation [32]:

$$mv = QrB_z \quad (\text{A.50})$$

Nun ist gezeigt, dass eine Punktladung der Masse m im konstanten Magnetfeld eine Kreisbahn in der transversalen Ebene mit konstantem Radius vollführt. Wobei der Koordinatenursprung mit dem Zentrum der Kreisbewegung zusammenfällt und nicht der Strahlachse des Experimentes entspricht. Mit der relativistisch korrigierten Form der Gleichung A.50; $mv = \frac{Qr}{\gamma} B_z$ [32] und der Darstellung des Impulses; $p = m\gamma v$ ist der Ausdruck für den Impuls quasi gegeben. Mit der relativistischen Masse-Impuls-Energie-Beziehung $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2}$ kann die Masse daraus mittels trivialer Umformungen berechnet werden:

$$p = QrB_z \quad (A.51)$$

$$m = \frac{1}{c^2} \sqrt{E^2 - (QrB_z c)^2} \quad (A.52)$$

Misst man nun den Krümmungsradius, so lässt sich der Impuls des Teilchens bestimmen. Wird zusätzlich die Energie des Teilchens in einem Kalorimeter gemessen, wird die Masse zugänglich, welche recht charakteristisch für eine Teilchensorte ist. Somit besteht die Möglichkeit der Teilchenidentifikation.

A.9 Berechnung der Schwelle, an der Čerenkovlicht erzeugt wird

Čerenkovlicht wird erzeugt, falls sich ein geladenes Teilchen mit einer Geschwindigkeit bewegt, die größer als die lokale Lichtgeschwindigkeit ist. Letztere ist mit dem Brechungsindex des Mediums über die folgende Beziehung verknüpft:

$$c' = \frac{c_0}{n} \quad (A.53)$$

Aus dem Kriterium zu Erzeugung von Čerenkovlicht folgt die Berechnung der Schwelle für diesen Prozess:

$$v \geq c' \quad \xrightarrow{\text{Schwelle}} \quad \beta = \frac{v}{c'} = \frac{vn}{c_0} \stackrel{!}{=} 1 \quad (A.54)$$

Mit der Definition des Lorentz-Faktors $\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}}$ und einigen trivialen Umformungen folgt:

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}} \Leftrightarrow v = c_0 \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \\ \frac{vn}{c_0} &\stackrel{!}{=} 1 = n \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma_{\text{Schwell}}^2}} \\ \Rightarrow \quad \gamma_{\text{Schwell}} &= \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1}{n^2}}} \end{aligned} \quad (A.55)$$

Mit der Verknüpfung des Impulses und der Geschwindigkeit mit der Teilchenmasse (Gleichung B.7, Herleitung siehe Abschnitt B.2) $v = \sqrt{\frac{p^2}{m_0^2 + \frac{p^2}{c_0^2}}}$ und einigen trivialen Umformungen folgt:

$$\frac{vn}{c_0} = 1 = \frac{n}{c_0} \sqrt{\frac{p_{\text{Schwell}}^2}{m_0^2 + \frac{p_{\text{Schwell}}^2}{c_0^2}}} \Rightarrow p_{\text{Schwell}} = m_0 c_0 \sqrt{\frac{1}{n^2 - 1}} \quad (\text{A.56})$$

p_{Schwell} :	Schwellimpuls, ab der Čerenkovlicht erzeugt wird
n :	Brechungsindex des Mediums
c' :	lokale Lichtgeschwindigkeit
v :	Geschwindigkeit eines geladenen Teilchens
γ	Lorentz-Faktor
m_0 :	Ruhemasse des Teilchens
c_0 :	Vakuumlichtgeschwindigkeit $c_0 = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A.10 Beweis der effektiven Umverteilung in den Histogrammklassen durch die Detektor-Energieauflösung

Um die effektive Umverteilung der Treffer in den N Histogrammklassen zu zeigen, nehme man realistischerweise an, dass die Statistik in einer Histogrammkasse proportional zum Spektrum $f(p_T)$ an der Stelle der Mitte der Klasse $p_T^0 + \frac{1}{2}\Delta p_T$ und konstant für die Breite Δp_T derselben sei, also $f(p_T) = \text{konst}$ für $p_T^0 \leq p_T < p_T^0 + \Delta p_T$. Sei ferner die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung für die Einteilung in eine Klasse $p^{a(p_T)}(p_T)$ mit dem Index $a(p_T)$, der das Maximum der Verteilung anzeigt. Diese Verteilung soll in erster Näherung gaußförmig aber auf jeden Fall symmetrisch sein. Aufgrund der Gleichverteilung innerhalb einer Klasse, lässt sich dieselbe in n Unterintervalle einteilen und gleichmäßig auffüllen, wobei $p_T = p_T^0 + \frac{i}{n}\Delta p_T$ die neue, diskret abgestufte Definitionsvariable darstellen soll für die „große“ Klasse j und die „kleinen“ Klasse i . Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung habe dabei jeweils ihr Maximum in der Mitte des Intervalls in dem das Teilchen eingefüllt wird, also; $a(p_T) = p_T^0 + \frac{i + \frac{1}{2}}{n}\Delta p_T$. Die tatsächliche Wahrscheinlichkeit zur Einfüllung in diese „kleinen“ Klasse ist dann $P(p_T^0 + \frac{i}{n}\Delta p_T) = \int_{p_T^0 + \frac{i}{n}\Delta p_T}^{p_T^0 + \frac{i+1}{n}\Delta p_T} p^{a(p_T)}(p_T) dp_T$. Damit ist die Anzahl der Treffer in dem Intervall $[p_T^0 + \frac{i}{n}\Delta p_T, p_T^0 + \frac{i+1}{n}\Delta p_T]$ wie folgt zu berechnen:

$$\frac{1}{n} f(p_T^0) P(p_T^0 + \frac{i}{n}\Delta p_T) \quad \text{mit } P(p_T^0 + \frac{i}{n}\Delta p_T) = \int_{p_T^0 + \frac{i}{n}\Delta p_T}^{p_T^0 + \frac{i+1}{n}\Delta p_T} p^{a(p_T)}(p_T) dp_T \quad (\text{A.57})$$

$$\text{und } p(a) \text{ maximal mit } a(p_T) = p_T^0 + \frac{i + \frac{1}{2}}{n}\Delta p_T$$

$f(p_T)$:	erwartetes Spektrum, also Trefferdichte bzgl. des Intervalls $[p_T^0, p_T^0 + \Delta p_T]$
$p^{a(p_T)}(p_T)$:	Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung für einen Treffer mit $p(a)$ maximal
$a(p_T)$:	jeweilige Stelle, an der die Verteilung $p(p_T)$ maximal wird, also die Mitte der „kleinen“ Klasse; $a(p_T) = p_T^0 + \frac{i+\frac{1}{2}}{n} \Delta p_T$
p_T :	Definitionsvariable, die mit $p_T = p_T^j + \frac{i}{n} \Delta p_T$ für die lokalen Verhältnisse definiert ist, wobei j der Index der „großen“ Klasse ist
$P(p_T^0 + \frac{i}{n} \Delta p_T)$:	Wahrscheinlichkeit für das Einfüllen eines Treffers in das Intervall $[p_T^0 + \frac{i}{n} \Delta p_T, p_T^0 + \frac{i+1}{n} \Delta p_T]$ mit $P(p_T^0 + \frac{i}{n} \Delta p_T) = \int_{p_T^0 + \frac{i}{n} \Delta p_T}^{p_T^0 + \frac{i+1}{n} \Delta p_T} p^{a(p_T)}(p_T) dp_T$
n :	Anzahl der Treffer in einer Histogrammkategorie (Bin)
Δp_T :	Klassenbreite
p_T^0 :	untere Kante der betrachteten „großen“ Klasse

Nun ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Treffers außerhalb des Intervalls $[p_T^0, p_T^0 + \Delta p_T]$ ebenfalls $\neq 0$. Selbst wenn die Verteilung relativ scharf gepeakt sein sollte, wird es Ausläufer an der diskreten Klassengrenze geben, die in das benachbarte Intervall hineinreichen, welches auch über $\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} f(p_T^0) P(p_T^0 + \frac{i}{n} \Delta p_T) < f(p_T^0)$ ausgedrückt werden kann. Die Anzahl von Treffern im nächsten Teilintervall $[p_T^0 + \frac{n}{n} \Delta p_T, p_T^0 + \frac{n+1}{n} \Delta p_T]$ oder $[p_T^1, p_T^1 + \frac{1}{n} \Delta p_T]$ beträgt ersichtlicherweise:

$$\frac{1}{n} f(p_T^0) P(p_T^0 + \frac{n}{n} \Delta p_T) \quad (A.58)$$

Da auch in dem der neuen Klasse die Verteilung in dem letzten Intervall der vorhergehenden Klassen $\neq 0$ ist, werden auch von der neuen Klasse Treffer in die vorhergehende Klasse verteilt. Durch die strenge Monotonität des Spektrums gilt: $f(p_T^0) > f(p_T^1)$ für $p_T^1 > p_T^0$. Man betrachte nun das letzte Teilintervall der ersten Klasse und das erste Teilintervall der neuen Klasse, die mit der Statistik der jeweiligen „großen“ Klassen befüllt werden:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} f(p_T^0) P(p_T^0 + \frac{n}{n} \Delta p_T) & \text{ letztes Teilintervall der ersten Klasse } j = 0 \\ \frac{1}{n} f(p_T^1) P(p_T^1 + \frac{1}{n} \Delta p_T) & \text{ erstes Teilintervall der nächsten Klasse } j = 1 \\ \xrightarrow{f(p_T^0) > f(p_T^1)} \frac{1}{n} f(p_T^0) P(p_T^0 + \frac{n}{n} \Delta p_T) - \frac{1}{n} f(p_T^1) P(p_T^1 + \frac{1}{n} \Delta p_T) & > 0 \end{aligned} \quad (A.59)$$

Durch letzteren Ausdruck der die Monotonität des Spektrums und die Identität der Verteilungen für alle Intervalle impliziert, wird nun die effektive Umverteilung von der Klasse hoher Statistik zu jener mit einer niedrigeren Statistik deutlich. \square

A.11 Beweis der Möglichkeit der Berechnungen der resultierenden Unsicherheiten der kombinierten Spektren über eine Gewichtung der Unsicherheiten beider Spektren

Die Behauptung ist nun, dass die Berechnung der Unsicherheiten der kombinierten Spektren über die Gewichtung der Unsicherheiten, wie es in Gleichung 5.34 gezeigt ist, möglich ist. Dazu ist zu zeigen, dass dieser Ausdruck mit dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz identifiziert werden kann. Dies lässt sich einfach bewerkstelligen, indem die Mittelung über die gesamten Unsicherheiten, also der Summe über die einzelnen Fehlerquellen, berechnet wird. Dies bedeutet nun das Einsetzen des Ausdrucks $\sigma_i^2(p_T) = \sum_{j=n_{\min}}^{n_{\max}} \sigma_{i,j}^2(p_T)$ (Gleichung 5.33) in $\langle \sigma_j^2(p_T) \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i \sigma_{i,j}^2}{n_{\det} \sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i}$ (Gleichung 5.34 und damit die Behauptung), so dass folgt:

$$\begin{aligned}
 \left\langle \sum_{j=n_{\min}}^{n_{\max}} \sigma_j^2(p_T) \right\rangle &= \frac{\sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i \sum_{j=n_{\min}}^{n_{\max}} \sigma_{i,j}^2}{n_{\det} \sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i} \\
 \text{mit } \sigma_i^2(p_T) &= \sum_{j=n_{\min}}^{n_{\max}} \sigma_{i,j}^2(p_T) \quad \text{Gleichung 5.33} \\
 \text{und } g^i(p_T) &= \frac{1}{\sigma_i^2(p_T)} \quad \text{Gleichung 5.32} \\
 \Rightarrow \left\langle \sum_{j=n_{\min}}^{n_{\max}} \sigma_j^2(p_T) \right\rangle &= \frac{\sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i \frac{1}{g^i}}{n_{\det} \sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i} \\
 &= \frac{n_{\det}}{n_{\det} \sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i} \tag{A.60}
 \end{aligned}$$

Mit Gleichung A.60 ist nun die resultierende Unsicherheit der kombinierten Spektren für die verschiedenen Fehlerquellen über den Ausdruck 5.34, der die Behauptung verkörpert, gegeben. Weiterhin ist für die Beweisführung der Ausdruck mit dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz für die kombinierten Spektren, die durch die Gleichung 5.31 gegeben sind, zu bilden:

$$\begin{aligned}
 \left\langle \sum_{j=n_{\min}}^{n_{\max}} \sigma_j^2(p_T) \right\rangle &= \sum_{k=1}^{n_{\det}} \left(\frac{\partial \langle f \rangle}{\partial f^k} \sigma_k \right)^2 = \sum_{k=1}^{n_{\det}} \left(\frac{\partial}{\partial f^k} \left[\frac{\sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i f^i}{\sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i} \right] \sigma_k \right)^2 \\
 &= \sum_{k=1}^{n_{\det}} \left(\frac{g^k \sigma_k}{\sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i} \right)^2 \\
 \text{mit } g^i(p_T) &= \frac{1}{\sigma_i^2(p_T)} \quad \text{Gleichung 5.32} \\
 \Rightarrow \left\langle \sum_{j=n_{\min}}^{n_{\max}} \sigma_j^2(p_T) \right\rangle &= \frac{1}{(\sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i)^2} \sum_{k=1}^{n_{\det}} \left(\frac{1}{\sigma_k} \right)^2 = \frac{1}{(\sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i)^2} \sum_{k=1}^{n_{\det}} g^k \\
 &= \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_{\det}} g^i} \tag{A.61}
 \end{aligned}$$

Aus der offensichtlichen Gleichheit der Gleichungen A.60 und A.61 folgt die Behauptung. \square

$\langle f(p_T) \rangle$:	gemitteltes Spektrum
n_{det} :	Anzahl der Detektortypen; PbGl und PbSc $\Rightarrow n_{\text{det}} = 2$
i, j :	Laufindizes, die über die Kalorimetertypen im Falle von i und die einzelnen, unkorrelierten Unsicherheiten im Falle von j laufen
$n_{\text{min,max}}$:	Idezes der einzelnen unkorrelierten Unsicherheiten, die berücksichtigt werden sollen
$f^i(p_T)$:	einzelne, zu kombinierende Spektren; hier: $i \in \{1, n_{\text{det}}\}$ mit $n_{\text{det}} = 2$, $i = 1$: Spektrum des PbGl, $i = 2$: Spektrum des PbSc
$g^i(\sigma(p_T))$:	Gewichtungsfaktor, von der Unsicherheit der Datenpunkte, bei verschiedenen p_T abhängig
$\sigma_{i,j}(p_T)$:	Unsicherheit des Typs j des Detektors i

A.12 Herleitung des für die Fast-MC-Simulation relevanten Ausdruckes zur Nutzung des m_T -Skalenverhaltens

Um den Ausdruck herzuleiten, der in der Fast-Monte-Carlo-Simulation verwendet wird, sei der Ausgangspunkt aus Abschnitt 5.2.1 wiederholt. Über triviale Umformungen ist aus der Erfahrung der ähnlichen spektralen Formen für die relevanten Hadronen, also dem m_T -Skalenverhalten, die Gleichung 5.37 hergeleitet worden, die wie folgt lautet:

$$E \frac{d^3\sigma(m_T)}{d\vec{p}} \Big|_h = \frac{A_h}{A_{\pi^0}} E \frac{d^3\sigma(m_T)}{d\vec{p}} \Big|_{\pi^0} \quad \text{Gleichung 5.37}$$

$$\text{mit} \quad \frac{A_h}{A_{\pi^0}} := R_{\frac{h}{\pi^0}} \quad \text{Gleichung 5.38}$$

$E \frac{d^3\sigma(m_T)}{d\vec{p}} \Big _h$:	lorentzinvarianter Wirkungsquerschnitt für das Hadron h
A_h :	für ein Hadron h spezifischer Proportionalitätsfaktor
m_T :	transversale Masse (zur Herleitung siehe Abschnitt B.2)

Im Falle der gezeigten Relationen ist m_T die freie Variable und ist dabei über $m_T^2 = m_0^2 + p_T^2$ (siehe Abschnitt B.2) mit dem Transversalimpuls p_T verknüpft. Daraus folgt für die Gleichung 5.37 die Relation $m_T^{\pi^0} = m_T^h \Leftrightarrow m_{\pi^0}^2 + p_{T,\pi^0}^2 = m_h^2 + p_{T,h}^2$. Da nun die Ruhemasse in der Gleichung vorhanden ist, ist die Transformation zu p_T als freie Variable, wie es in der Simulation der Fall ist, wie folgt zu bewerkstelligen: Zunächst muss das Phasenraumvolumen \vec{p} transformiert werden, so dass die gebräuchlichen Variablen p_T und m_T verwendet werden können. Man verwendet dazu die Gleichung $E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} = c \frac{1}{p_T} \frac{d^3\sigma}{dp_T dy d\varphi}$ (Gleichung B.14 aus Abschnitt B.3) und nimmt die Unabhängigkeit von $d\varphi$ und dy ¹, sowie der Proportionalität des Wirkungsquerschnittes σ mit der Multiplizität N , also $N = \sigma L \Delta t$ (siehe Gleichung B.17 aus Abschnitt B.3) an. Weiterhin gilt mit trivialen Ableitungen $m_T dm_T = p_T^h dp_T^h$ für ein beliebiges Hadron h . Somit folgt aus Gleichung 5.37:

¹Im hier messtechnisch zugänglichen Rapiditätsintervall von $dy = 0,7$ ist die Teilchenmultiplizität annähernd konstant.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{p_T^h} \frac{dN_h(m_T)}{dp_T} &= R_{\frac{h}{\pi^0}} \frac{1}{p_T^{\pi^0}} \frac{dN_{\pi^0}(m_T)}{dp_T} \\
\Rightarrow \frac{dN_h \left(\sqrt{m_h^2 + p_{T,h}^2} \right)}{dp_T} &= R_{\frac{h}{\pi^0}} \frac{p_T^h}{p_T^{\pi^0}} \frac{dN_{\pi^0} \left(\sqrt{m_{\pi^0}^2 + p_{T,\pi^0}^2} \right)}{dp_T} \\
\text{mit } m_{\pi^0}^2 + p_{T,\pi^0}^2 = m_h^2 + p_{T,h}^2 &\Leftrightarrow p_T^{\pi^0} = \sqrt{m_h^2 + p_{T,h}^2 - m_{\pi^0}^2} = \sqrt{m_T^2 - m_{\pi^0}^2} \\
\Rightarrow \frac{dN_h \left(\sqrt{m_h^2 + p_{T,h}^2} \right)}{dp_T} &= \\
= R_{\frac{h}{\pi^0}} \frac{p_T^h}{\sqrt{m_h^2 + p_{T,h}^2 - m_{\pi^0}^2}} &\frac{dN_{\pi^0} \left(\sqrt{m_{\pi^0}^2 + m_h^2 + p_{T,h}^2 - m_{\pi^0}^2} \right)}{dp_T} \\
= R_{\frac{h}{\pi^0}} \frac{p_T^h}{\sqrt{m_h^2 + p_{T,h}^2 - m_{\pi^0}^2}} &\frac{dN_{\pi^0} \left(\sqrt{m_h^2 + p_{T,h}^2} \right)}{dp_T} \tag{A.62}
\end{aligned}$$

Für die Simulation eines beliebigen Hadrons h ist nun p_T^h die gleichverteilte freie Variable. Im Argument der rechten Seite von Gleichung A.62 steht wegen $m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$ noch immer die transversale Masse, wobei in der Simulation das bekannte π^0 -Spektrum verwendet wird, das den Pionen-Transversalimpuls $p_T^{\pi^0}$ als Argument erwartet. Somit wird diesem Spektrum die über die freie Variable p_T^h berechnete Größe $p_T^{\pi^0} = \sqrt{m_h^2 + p_{T,h}^2 - m_{\pi^0}^2} = \sqrt{m_T^2 - m_{\pi^0}^2}$ übergeben. Da das Spektrum von m_T abhängt, diese Größe selbst jedoch vom p_T abhängig ist ($m_T = m_T(p_T)$), ist auch das Spektrum implizit vom Transversalimpuls abhängig.

A.13 Verknüpfung zwischen Invarianter Masse eines Teilchens mit der Energie und dem Winkel zwischen den Zerfallsphotonen

Um den Zusammenhang zwischen der Invarianten Masse eines Teilchens mit den Parametern, wie die Energie und dem Winkel zwischen den Zerfallsphotonen, zu veranschaulichen, müssen der Einfachheit halber einige Annahmen gemacht werden. Zum Einen wird davon ausgegangen, dass das Teilchen h , sei es beispielsweise ein π^0 , in zwei Photonen zerfällt. Mit dieser Annahme lässt sich das Lorentzquadrat der Vierervektoren bilden, wobei der folgenden Ansatz aufgrund der Energie- und Impulserhaltung aufgestellt werden kann:

$$P_h^2 = (P_\gamma^a + P_\gamma^b)^2 = \left\{ \left(\frac{E_\gamma^a}{\bar{p}_\gamma^a c} \right) + \left(\frac{E_\gamma^b}{\bar{p}_\gamma^b c} \right) \right\}^2 \tag{A.63}$$

Mit Gleichung A.36 folgt aus P_h^2 die Invariante Masse des Teilchens. Mit $E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$ und der Ruhemasse der Photonen $m_0^\gamma = 0$ folgt die Identität von Energie und Impuls; $E_\gamma = p_\gamma c$. Mit diesen Zusammenhängen ergibt sich durch triviale Umformungen:

$$m_h^2 c^4 = 2p_\gamma^a p_\gamma^b c^2 (1 - \cos \Theta) = 2E_\gamma^a E_\gamma^b (1 - \cos \Theta) \quad (\text{A.64})$$

P_h, m_h :	Vierervektor bzw. Invariante Masse des Hadrons h
$P_\gamma^{a,b}, E_\gamma^{a,b}, \vec{p}_\gamma^{a,b}$:	Vierervektoren, Energie und Impuls der Zerfallsphotonen a und b
Θ :	Winkel zwischen den Impulsvektoren der Zerfallsphotonen

Mit Gleichung A.64 lässt sich beispielsweise der Winkel Θ berechnen, wobei weiterhin angenommen werden soll, dass die Photonenenergien gleich sein sollen; $E_\gamma^a = E_\gamma^b =: E_\gamma$:

$$\Theta = \arccos \left\{ 1 - \frac{m_h^2 c^4}{2E_\gamma^2} \right\} \quad (\text{A.65})$$

An Gleichung A.65 ist zu erkennen, dass mit steigender Photonenenergie der Winkel kleiner wird und mit größer werdenden Invarianten Masse des Hadrons der Winkel zunimmt. Hat nun ein bestimmtes Hadron viel kinetische Energie, manifestiert sich diese in einer großen Photonenenergie, weshalb nun der Öffnungswinkel bei steigendem Hadronenimpuls verkleinert wird.

Anhang B

Kinetische Variablen, Wirkungsquerschnitt

B.1 Rapidität

Die Größe der Rapidität stellt eine Art Geschwindigkeitsmaß in Richtung der z -Achse dar und ist wie folgt definiert ($c = 1$):

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_L}{E - p_L} \right) \quad (\text{B.1})$$

mit $p^2 = p_T^2 + p_L^2$ und $p_T = \sin(\theta)p$ $p_L = \cos(\theta)p$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + \cos(\theta)p}{E - \cos(\theta)p} \right) \quad (\text{B.2})$$

Häufig übertrifft der Impuls die Masse deutlich; $p \gg m$, weswegen sich $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ zu $E \approx pc$ vereinfacht, woraus nun folgt:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \cos(\theta)}{1 - \cos(\theta)} \right) \quad (\text{B.3})$$

Mit Hilfe eines der Additionstheoreme $\cos(\theta) = \cos^2(\frac{\theta}{2}) - \sin^2(\frac{\theta}{2}) = 2\cos^2(\frac{\theta}{2}) - 1$ oder $\cos(\theta) = \sin^2(\frac{\theta}{2}) - \cos^2(\frac{\theta}{2}) = 1 - 2\sin^2(\frac{\theta}{2})$ folgt:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2\cos^2(\frac{\theta}{2})}{2\sin^2(\frac{\theta}{2})} \right) \\ \Leftrightarrow y &= -\frac{1}{2} \ln \left(\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) =: \eta \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

y :	Rapidität
η :	Pseudorapidität
E :	relativistische Gesamtenergie des Teilchens
$\vec{p}_{L,T}$:	longitudinaler- bzw. transversaler Impuls

Diese neue Größe wird ersichtlicherweise Pseudorapidität genannt. Für die Extremfälle $\theta = 90^\circ$ und $\theta = 0^\circ$ gilt für die Pseudorapidität $\eta(90^\circ) = 0$ und $\lim_{\theta \rightarrow 0} \eta = \infty$, welches die anschauliche Bedeutung des Geschwindigkeitsmaßes in z -Richtung verdeutlicht.

Die Rapidität ist bedauerlicherweise nicht lorentzinvariant, besitzt unter Lorentztransformation jedoch eine einfache Eigenschaft:

$$y = y' + y_{S'} \quad (\text{B.5})$$

y :	Rapidität im Inertialsystem S
y' :	Rapidität im Inertialsystem S'
$y_{S'}$:	Rapidität des Inertialsystems S' , die in S gemessen wird

B.2 Transversale Masse

Die transversale Masse lässt sich anschaulich über die transversale Energie herleiten. Die transversale Energie ist jene senkrecht zur Strahlachse und hängt daher ersichtlicherweise von der Geschwindigkeit in transversaler Richtung ab, wobei die Ruhemasse des Teilchens natürlich konstant bleibt:

$$E_T = m_T c^2 \quad m_T = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_T^2}{c^2}}} \quad (\text{B.6})$$

Die transversale Geschwindigkeit und der entsprechende Impuls hängen mit dem folgenden Ausdruck zusammen:

$$\begin{aligned} \vec{p}_T &= m_0 \gamma \vec{v}_T \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_T^2}{c^2}}} \\ \Rightarrow \quad v_T &= \sqrt{\frac{p_T^2}{m_0^2 + \frac{p_T^2}{c^2}}} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Einsetzen ergibt:

$$\begin{aligned} m_T c^2 &= \sqrt{m_0^2 c^4 + p_T^2 c^2} \\ \Rightarrow \quad m_T^2 &= m_0^2 + \frac{p_T^2}{c^2} \\ \text{bzw. mit } c = 1 &\Rightarrow m_T^2 = m_0^2 + p_T^2 \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

E_T, m_T, v_T, p_T :	transversale Energie, Masse, Geschwindigkeit, Impuls (senkrecht zur Strahlachse, meist die z -Achse in Zylinderkoordinaten)
m_0 :	Ruhemasse

B.3 Lorentzinvarianter Wirkungsquerschnitt

Der lorentzinvariante Wirkungsquerschnitt $E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}^3}$ kann mittels der Zylinderkoordinaten umgeformt werden:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Zykos}} \vec{r} = \begin{pmatrix} \rho \cos \varphi \\ \rho \sin \varphi \\ z \end{pmatrix} \text{ mit } \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{B.9})$$

In diesem Falle ist die Transformation analog zu dem Impuls durchzuführen, wobei sich die Unterscheidung zwischen longitudinalem \vec{p}_L - und transversalem \vec{p}_T Impuls anbietet:

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} \\ \xrightarrow{\text{Zykos}} \vec{p} &= \begin{pmatrix} p_T \cos \varphi \\ p_T \sin \varphi \\ p_L \end{pmatrix} \text{ mit } p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

x, y, z bzw. p_x, p_y, p_z : kartesische Koordinaten im Orts- und Impulsraum
 ρ, φ, z bzw. p_T, φ, p_L : Zylinderkoordinaten im Orts- und Impulsraum

Der Übergang des Phasenraumelementes $d\vec{p} = dp_x dp_y dp_z$ in die neuen Koordinaten p_T, p_L, φ ist die Multiplikation der Funktionaldeterminante erforderlich:

$$D = \det \begin{pmatrix} \frac{\partial p_1}{\partial p_T} & \frac{\partial p_1}{\partial \varphi} & \frac{\partial p_1}{\partial p_L} \\ \frac{\partial p_2}{\partial p_T} & \frac{\partial p_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial p_2}{\partial p_L} \\ \frac{\partial p_3}{\partial p_T} & \frac{\partial p_3}{\partial \varphi} & \frac{\partial p_3}{\partial p_L} \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} \cos \varphi & -p_T \sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & p_T \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = p_T \quad (\text{B.11})$$

$$\Rightarrow d\vec{p} = p_T dp_T dp_L d\varphi \quad (\text{B.12})$$

Damit gilt für den lorentzinvarianten Wirkungsquerschnitt die folgende Transformation:

$$E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}^3} = E \frac{1}{p_T} \frac{d^3\sigma}{dp_T dp_L d\varphi} \quad (\text{B.13})$$

σ : gesamter Wirkungsquerschnitt für eine gewisse Reaktion
 \vec{p} : 3er-Impuls
 E : relativistische Energie-Impuls-Beziehung

Nun lässt sich die Rapidität elementar nach p_L ableiten, woraus die Beziehung $\frac{dy}{dp_L} = \frac{c}{E}$ folgt, welche zur Ablösung des Differentials dp_T durch dy führt:

$$E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} = c \frac{1}{p_T} \frac{d^3\sigma}{dp_T dy d\varphi} \quad (B.14)$$

Geht man von der Unabhängigkeit des invarianten Wirkungsquerschnitts von dem Azimuthalwinkel φ aus, lässt sich die Gleichung trivialerweise integrieren:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} d\varphi &= c \int_0^{2\pi} \frac{1}{p_T} \frac{d^3\sigma}{dp_T dy d\varphi} d\varphi \quad \Leftrightarrow \quad 2\pi E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} = c \frac{1}{p_T} \frac{d^2\sigma}{dp_T dy} \\ \Leftrightarrow \quad \boxed{E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} = c \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2\sigma}{dp_T dy}} \end{aligned} \quad (B.15)$$

Dieser Ausdruck lässt sich weiter umformen, indem die einfache Relation zwischen Wirkungsquerschnitt und einfallender Teilchenstromdichte verwendet wird:

$$\dot{N} = \sigma L \quad (B.16)$$

\dot{N} :	Anzahl der Ereignissen, die von dem Wirkungsquerschnitt beschrieben werden	$[\dot{N}] = \frac{1}{s}$
σ :	Wirkungsquerschnitt	$[\sigma] = \text{cm}^2$
L :	Luminosität (einfallende Teilchenstromdichte)	$[L] = \frac{1}{\text{cm}^2 \text{s}}$

Die Größe L beschreibt dabei den einfallenden Teilchenstromdichte und wird in der Beschleunigertechnik *Luminosität* genannt. Diese Größe multipliziert mit dem Wirkungsquerschnitt ergibt eine Anzahl von Ereignissen pro Zeiteinheit. Die Art der Ereignisse ist davon abhängig, welchen Prozess der Wirkungsquerschnitt beschreibt. Beschreibt dieser beispielsweise die Produktion von einer bestimmten Sorte Teilchen wie π^0 , so ergibt sich dieser Ausdruck zu einem \dot{N} , das die Anzahl produzierter π^0 pro Zeiteinheit meint. Ist eine gewisse Strahlzeit gegeben und sowohl Wirkungsquerschnitt als auch die Luminosität nicht von dieser Strahlzeit abhängig (wovon ersichtlicherweise ausgegangen werden kann), so ergibt sich:

$$\int_0^{t_0} \dot{N} dt = \int_0^{t_0} \sigma L dt \quad \Leftrightarrow \quad N = \sigma L \Delta t \quad (B.17)$$

Da nun die Luminosität ersichtlicherweise nicht von den Impulsen der produzierten Teilchen abhängig ist, lässt sich die Gleichung $E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} = c \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2\sigma}{dp_T dy}$ von rechts mit L multiplizieren und über die Zeit integrieren, woraus nun folgt:

$$\int_0^{t_0} E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} L dt = \int_0^{t_0} c \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2\sigma}{dp_T dy} L dt \quad (B.18)$$

$$\Leftrightarrow \quad E \frac{d^3N}{d\vec{p}} = c \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2N}{dp_T dy} \quad (B.19)$$

Das N in dieser Gleichung meint nun die Anzahl bestimmter produzierter Teilchen. Weiterhin wird diese Größe häufig auf die Anzahl der Schwerionenkollisionen normiert, was die Unabhängigkeit dieser Größe von der Strahlzeit zur Folge hat. Letztere beeinflusst dann lediglich noch die Sicherheit der Statistik, welche von entscheidender Bedeutung für die Interpretation der Messergebnisse ist. Der folgende Ausdruck, für den der Einfachheit halber keine neue Größe definiert wird, meint nun den differentiellen Wirkungsquerschnitt pro unelastischer Kern-Kern-Kollision, womit man nun einen Mittelwert gebildet hat;

$$E \frac{d^3N}{d\vec{p}} = c \frac{1}{N_{SIK} 2\pi p_T} \frac{d^2N}{dp_T dy} =: Yield \quad (B.20)$$

N_{SIK} : Anzahl der Schwerionenkollisionen

Definiert man einen totalen Wirkungsquerschnitt σ_{ges} , der mit der Anzahl der unelastischen Kern-Kern-Kollisionen über die Relation B.17, also $N_{SIK} = \sigma_{unel} L \Delta t$, verknüpft ist, lässt sich die Größe des *Yields* mit dem ursprünglichen, invarianten, differentiellen Wirkungsquerschnitt $E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}^3}$ mit Hilfe des Zwischenschrittes B.18 wie folgt verknüpfen:

$$\begin{aligned} \int_0^{t_0} E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} L dt &= E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} L \Delta t = E \frac{d^3N}{d\vec{p}^3} \\ \text{mit } N_{SIK} = \sigma_{unel} L \Delta t &\Leftrightarrow L \Delta t = \frac{N_{SIK}}{\sigma_{unel}} \\ \Rightarrow E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} \frac{N_{SIK}}{\sigma_{unel}} &= E \frac{d^3N}{d\vec{p}} \\ \Rightarrow E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} &= E \frac{d^3N}{d\vec{p}} \frac{\sigma_{unel}}{N_{SIK}} \end{aligned} \quad (B.21)$$

σ_{unel} : Gesamtwirkungsquerschnitt für unelastische Kern-Kern-Stöße

Die Anzahl der Schwerionenstöße lässt sich wieder in den Ausdruck $E \frac{d^3N}{d\vec{p}^3}$ integrieren, ohne dass an dieser Stelle eine neue Größe definiert werden soll (wie zuvor in Gleichung B.20), so dass nun folgt:

$$E \frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} = E \frac{d^3N}{d\vec{p}} \sigma_{unel} \quad (B.22)$$

Anhang C

Allgemeines Datenmaterial

C.1 N_{part} -, N_{coll} - und T_{AB} -Werte

Zentralität:	N_{part} :	$\sigma_{N_{\text{part}}}^{\text{sys}}$:	N_{coll} :	$\sigma_{N_{\text{coll}}}^{\text{sys}}$:	T_{AB} in $\frac{1}{\text{mb}}$:	$\sigma_{T_{\text{AB}}}^{\text{sys}}$ in $\frac{1}{\text{mb}}$:
0%...10%	93,3	2,6	152,3	17,6	4,28	0,44
10%...20%	71,1	2,4	105,5	12,2	2,96	0,31
20%...30%	51,3	2,0	67,8	8,4	1,9	0,22
30%...40%	36,2	1,8	42,6	5,4	1,20	0,14
40%...50%	24,9	1,5	26,2	3,5	0,74	0,09
50%...60%	16,1	0,9	15,0	1,7	0,42	0,04
60%...88%	7,0	0,7	5,5	0,8	0,15	0,02

Tabelle C.1: Auflistung der Werte für die Anzahl der unelastischen Nukleon-Nukleon-Sröße in einer Schwerionenkollision N_{coll} und die dazugehörige Werte der Kernüberlappfunktion T_{AB} [46]

C.2 Karte untauglicher Module, Trefferkarte

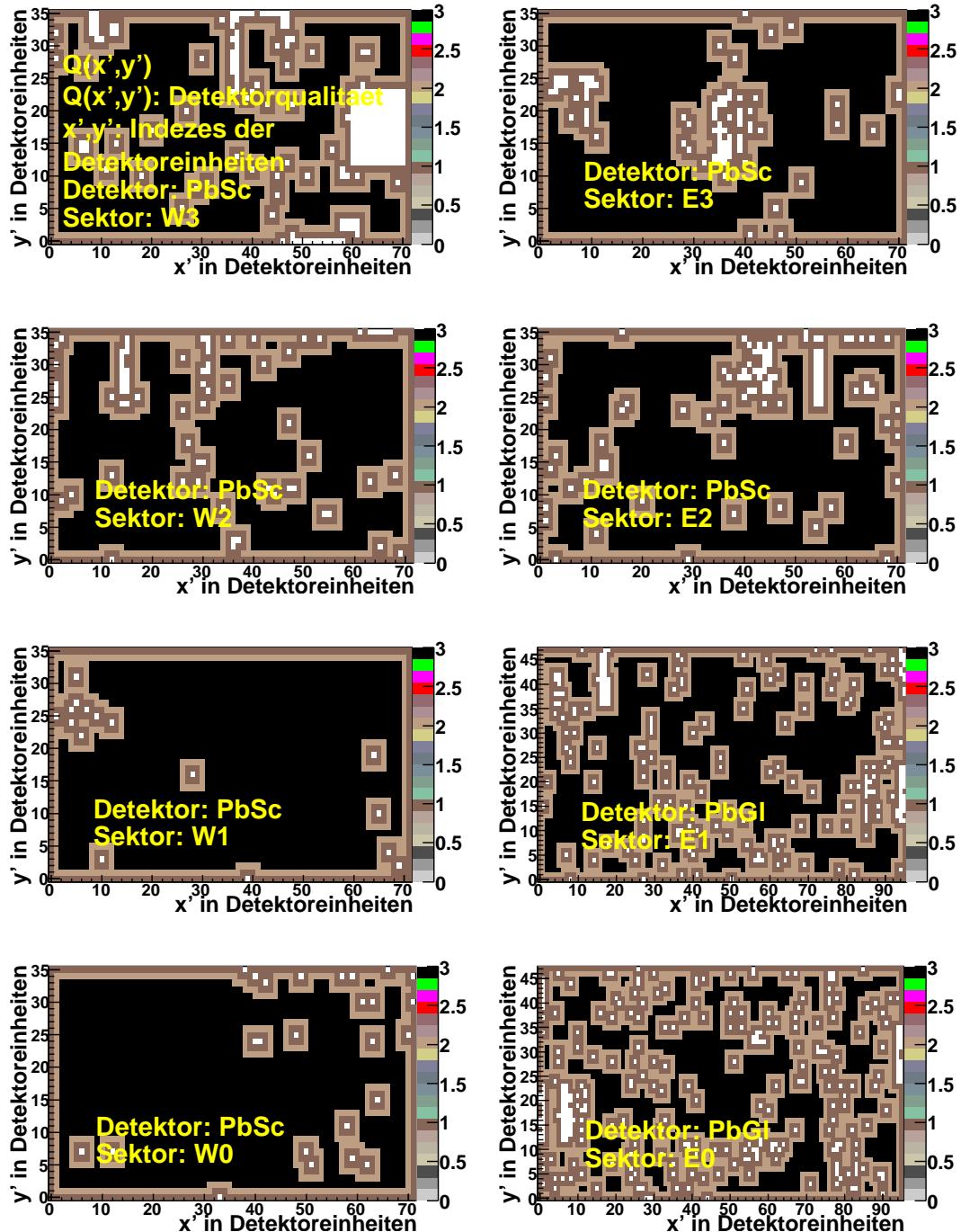


Abbildung C.1: Karte der untauglichen Module; die Qualität der Detektoreinheiten ist dabei abgestuft. Die Einheiten, die die untauglichen umringen, sind in der Qualität höher eingestuft, werden dennoch von der Analyse ausgeschlossen. Lediglich solche mit einer Qualität von $Q \geq 2$ werden berücksichtigt.

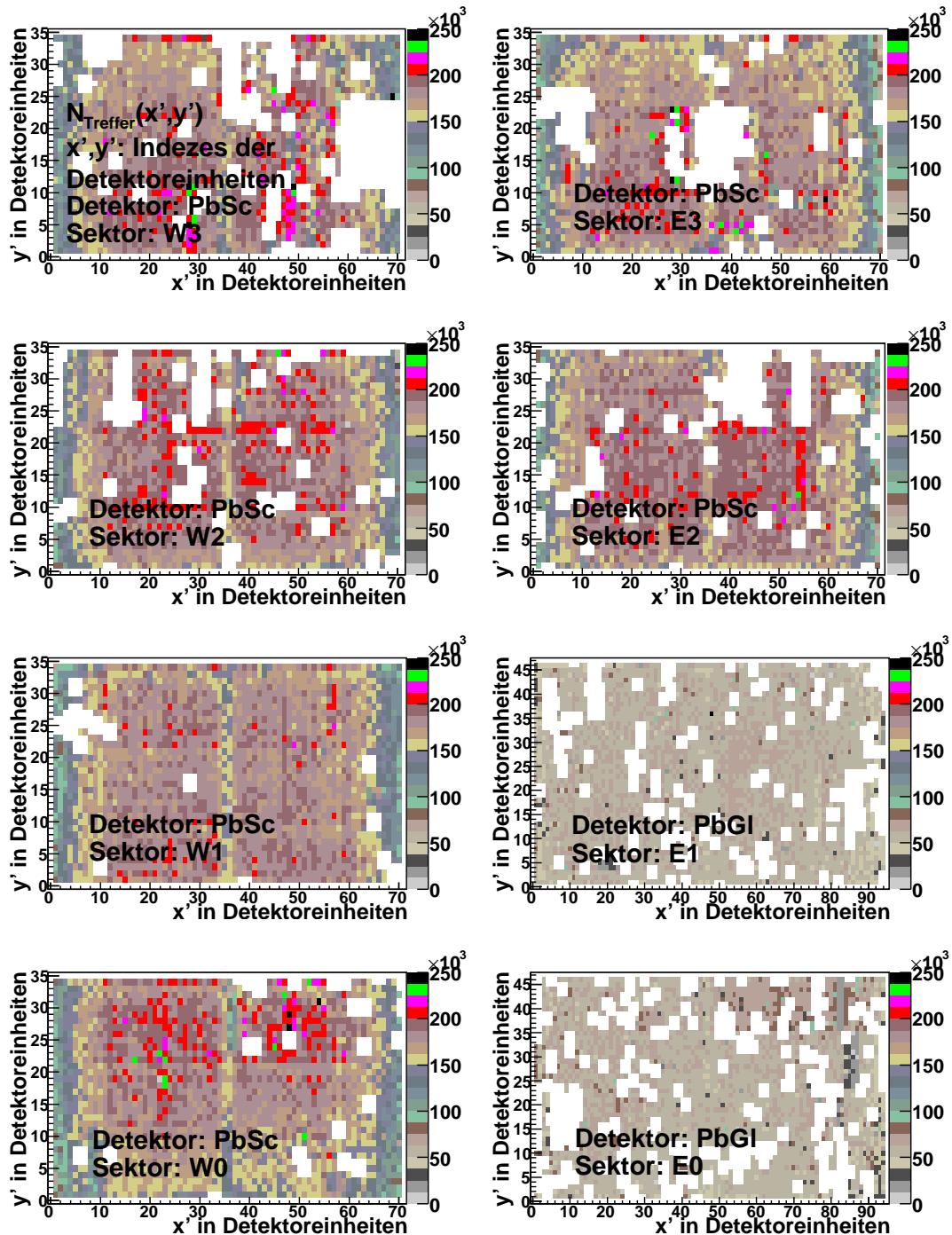


Abbildung C.2: Konturdarstellung der Trefferkarte eines Sektors des PbGl und des PbSc; die Koordinaten entsprechen dabei den Indizes der kleinsten Detektoreinheiten (Module beim PbGl und Stapel bzw. *tower* beim PbSc). Die Anzahlen der Treffer sind dabei von weiss und grau bis hellgrün farblich skaliert. Die weißen Bereiche sind jene Detektoreinheiten, die von der Analyse ausgeschlossen sind. Die Treffer erfüllen dabei das Kriterium, eine Energie von $E > 200\text{ MeV}$ zu besitzen.

C.3 Analysierte Runs

162032	162033	162034	162036
162038	162042	162046	162047
162051	162056	162058	162059
162068	162074	162075	162079
162087	162092	162136	162138
162140	162142	162299	162301
162302	162303	162307	162316
162318	162319	162320	162321
162362	162363	162364	162409
162410	162411	162412	162413
162461	162462	162463	162465
162468	162543	162544	162575
162576	162577	162578	162579
162581	162606	162608	162609
162610	162656	162657	162659
162660	162663	162746	163019
163044	163045	163046	163048
163049	163089	163090	163091
163092	163093	163094	163096
163172	163173	163174	163175
163176	163178	163187	163188
163189	163190	163191	163192
163259	163426	163427	163430
163431	163442	163444	163449
163450	163452	163454	163456
163458	163459	163460	163463

Tabelle C.2: Tabelle der in dieser Analyse verwendeten Runs, die für alle Sektoren Gültigkeit besitzt

C.4 Datenwerte der Spektren

C.4.1 Inklusive Photonen

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	3,48402	0,00226732	0,366286
0,75	0,0919164	0,000175755	0,0101604
1,25	0,00567726	$3,58596 \cdot 10^{-5}$	0,000733139
1,75	0,000674849	$1,06797 \cdot 10^{-5}$	$9,83242 \cdot 10^{-5}$
2,25	0,000102928	$3,72625 \cdot 10^{-6}$	$1,62841 \cdot 10^{-5}$
2,75	$2,03951 \cdot 10^{-5}$	$1,50355 \cdot 10^{-6}$	$3,47331 \cdot 10^{-6}$
3,25	$3,78677 \cdot 10^{-6}$	$5,58328 \cdot 10^{-7}$	$7,89082 \cdot 10^{-7}$
3,75	$8,60639 \cdot 10^{-7}$	$2,48445 \cdot 10^{-7}$	$1,81695 \cdot 10^{-7}$
4,25	$2,61202 \cdot 10^{-7}$	$1,30601 \cdot 10^{-7}$	$5,48297 \cdot 10^{-8}$
4,75	$6,07617 \cdot 10^{-8}$	$6,07617 \cdot 10^{-8}$	$1,2739 \cdot 10^{-8}$

Tabelle C.3: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbGl im Falle der Zentralität 80%...94% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	5,16392	0,00237871	0,564181
0,75	0,172699	0,000216186	0,0189388
1,25	0,0111356	$4,50455 \cdot 10^{-5}$	0,00142562
1,75	0,00134878	$1,35129 \cdot 10^{-5}$	0,00019574
2,25	0,000226155	$4,92925 \cdot 10^{-6}$	$3,5874 \cdot 10^{-5}$
2,75	$3,97846 \cdot 10^{-5}$	$1,87131 \cdot 10^{-6}$	$6,78293 \cdot 10^{-6}$
3,25	$8,3237 \cdot 10^{-6}$	$7,44495 \cdot 10^{-7}$	$1,62401 \cdot 10^{-6}$
3,75	$2,52289 \cdot 10^{-6}$	$3,89291 \cdot 10^{-7}$	$4,96959 \cdot 10^{-7}$
4,25	$4,93484 \cdot 10^{-7}$	$1,64495 \cdot 10^{-7}$	$9,69405 \cdot 10^{-8}$
4,75	$2,00554 \cdot 10^{-7}$	$1,00277 \cdot 10^{-7}$	$3,93896 \cdot 10^{-8}$
5,25	$9,17302 \cdot 10^{-8}$	$6,4863 \cdot 10^{-8}$	$1,80161 \cdot 10^{-8}$
5,75	$4,16406 \cdot 10^{-8}$	$4,16406 \cdot 10^{-8}$	$8,17832 \cdot 10^{-9}$
7,5	$1,58165 \cdot 10^{-8}$	$1,58165 \cdot 10^{-8}$	$3,10639 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.4: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbGl im Falle der Zentralität 70%...80% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	8,6002	0,00310566	0,976223
0,75	0,313088	0,000293213	0,0341922
1,25	0,0203978	$6,07245 \cdot 10^{-5}$	0,00259543
1,75	0,00259801	$1,87941 \cdot 10^{-5}$	0,00037423
2,25	0,000401248	$6,49629 \cdot 10^{-6}$	$6,31138 \cdot 10^{-5}$
2,75	$8,15788 \cdot 10^{-5}$	$2,62748 \cdot 10^{-6}$	$1,38097 \cdot 10^{-5}$
3,25	$1,79816 \cdot 10^{-5}$	$1,11303 \cdot 10^{-6}$	$3,59211 \cdot 10^{-6}$
3,75	$4,94991 \cdot 10^{-6}$	$5,36894 \cdot 10^{-7}$	$1,00247 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,69311 \cdot 10^{-6}$	$2,99303 \cdot 10^{-7}$	$3,41619 \cdot 10^{-7}$
4,75	$2,90087 \cdot 10^{-7}$	$1,18427 \cdot 10^{-7}$	$5,85122 \cdot 10^{-8}$
5,25	$4,44722 \cdot 10^{-8}$	$4,44722 \cdot 10^{-8}$	$8,9699 \cdot 10^{-9}$
5,75	$8,08742 \cdot 10^{-8}$	$5,71867 \cdot 10^{-8}$	$1,63123 \cdot 10^{-8}$

Tabelle C.5: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbGl im Falle der Zentralität 60%...70% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	13,0537	0,00373932	1,52067
0,75	0,532462	0,000383566	0,058054
1,25	0,0358305	$8,09564 \cdot 10^{-5}$	0,004541
1,75	0,00446378	$2,44603 \cdot 10^{-5}$	0,000642111
2,25	0,00071299	$8,71251 \cdot 10^{-6}$	0,000112067
2,75	0,000141995	$3,52245 \cdot 10^{-6}$	$2,38188 \cdot 10^{-5}$
3,25	$2,65424 \cdot 10^{-5}$	$1,32546 \cdot 10^{-6}$	$5,18715 \cdot 10^{-6}$
3,75	$7,12584 \cdot 10^{-6}$	$6,39919 \cdot 10^{-7}$	$1,42669 \cdot 10^{-6}$
4,25	$2,47797 \cdot 10^{-6}$	$3,61448 \cdot 10^{-7}$	$4,94882 \cdot 10^{-7}$
4,75	$8,67893 \cdot 10^{-7}$	$2,04564 \cdot 10^{-7}$	$1,73281 \cdot 10^{-7}$
5,25	$8,87849 \cdot 10^{-8}$	$6,27804 \cdot 10^{-8}$	$1,7726 \cdot 10^{-8}$
5,75	$4,04495 \cdot 10^{-8}$	$4,04495 \cdot 10^{-8}$	$8,07571 \cdot 10^{-9}$
6,5	$3,42749 \cdot 10^{-8}$	$2,4236 \cdot 10^{-8}$	$6,84295 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.6: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbGl im Falle der Zentralität 50%...60% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	20,7252	0,00477538	2,46236
0,75	0,861694	0,000489456	0,0937594
1,25	0,0582086	0,000102894	0,00735488
1,75	0,00744601	$3,18508 \cdot 10^{-5}$	0,00106691
2,25	0,0012015	$1,13143 \cdot 10^{-5}$	0,000188547
2,75	0,000230576	$4,44486 \cdot 10^{-6}$	$3,91219 \cdot 10^{-5}$
3,25	$5,4586 \cdot 10^{-5}$	$1,95074 \cdot 10^{-6}$	$1,0735 \cdot 10^{-5}$
3,75	$1,17177 \cdot 10^{-5}$	$8,32743 \cdot 10^{-7}$	$2,32467 \cdot 10^{-6}$
4,25	$3,66783 \cdot 10^{-6}$	$4,4479 \cdot 10^{-7}$	$7,25334 \cdot 10^{-7}$
4,75	$1,03866 \cdot 10^{-6}$	$2,26654 \cdot 10^{-7}$	$2,05291 \cdot 10^{-7}$
5,25	$2,72283 \cdot 10^{-7}$	$1,11159 \cdot 10^{-7}$	$5,38125 \cdot 10^{-8}$
5,75	$3,29767 \cdot 10^{-7}$	$1,1659 \cdot 10^{-7}$	$6,51691 \cdot 10^{-8}$
6,5	$5,34296 \cdot 10^{-8}$	$3,08476 \cdot 10^{-8}$	$1,05588 \cdot 10^{-8}$
7,5	$4,71189 \cdot 10^{-8}$	$2,72041 \cdot 10^{-8}$	$9,31167 \cdot 10^{-9}$
9	$6,03475 \cdot 10^{-9}$	$6,03475 \cdot 10^{-9}$	$1,19259 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.7: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbGl im Falle der Zentralität 40%...50% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	30,7626	0,00579461	3,70554
0,75	1,33158	0,000609411	0,145019
1,25	0,0910192	0,000128703	0,0115116
1,75	0,0114154	$3,92324 \cdot 10^{-5}$	0,00164328
2,25	0,00181324	$1,37751 \cdot 10^{-5}$	0,000286887
2,75	0,000348916	$5,41687 \cdot 10^{-6}$	$5,95243 \cdot 10^{-5}$
3,25	$7,57678 \cdot 10^{-5}$	$2,29179 \cdot 10^{-6}$	$1,42381 \cdot 10^{-5}$
3,75	$2,06994 \cdot 10^{-5}$	$1,11604 \cdot 10^{-6}$	$3,91556 \cdot 10^{-6}$
4,25	$5,84559 \cdot 10^{-6}$	$5,65114 \cdot 10^{-7}$	$1,10427 \cdot 10^{-6}$
4,75	$2,10493 \cdot 10^{-6}$	$3,24798 \cdot 10^{-7}$	$3,97462 \cdot 10^{-7}$
5,25	$8,77727 \cdot 10^{-7}$	$2,01364 \cdot 10^{-7}$	$1,65704 \cdot 10^{-7}$
5,75	$4,60605 \cdot 10^{-7}$	$1,38878 \cdot 10^{-7}$	$8,69534 \cdot 10^{-8}$
6,5	$1,44622 \cdot 10^{-7}$	$5,11316 \cdot 10^{-8}$	$2,73016 \cdot 10^{-8}$
9	$6,13755 \cdot 10^{-9}$	$6,13755 \cdot 10^{-9}$	$1,15864 \cdot 10^{-9}$
11	$5,32922 \cdot 10^{-9}$	$5,32922 \cdot 10^{-9}$	$1,00604 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.8: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbGl im Falle der Zentralität 30%...40% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	46,3303	0,00722408	5,6274
0,75	2,02919	0,000759654	0,220593
1,25	0,137828	0,000158859	0,0174224
1,75	0,0171668	$4,81669 \cdot 10^{-5}$	0,00247165
2,25	0,00272096	$1,69488 \cdot 10^{-5}$	0,000430373
2,75	0,000528049	$6,68577 \cdot 10^{-6}$	$9,13191 \cdot 10^{-5}$
3,25	0,00011183	$2,77246 \cdot 10^{-6}$	$2,15192 \cdot 10^{-5}$
3,75	$2,84168 \cdot 10^{-5}$	$1,30523 \cdot 10^{-6}$	$5,40647 \cdot 10^{-6}$
4,25	$9,15797 \cdot 10^{-6}$	$7,08665 \cdot 10^{-7}$	$1,73728 \cdot 10^{-6}$
4,75	$2,46729 \cdot 10^{-6}$	$3,5247 \cdot 10^{-7}$	$4,67662 \cdot 10^{-7}$
5,25	$6,9424 \cdot 10^{-7}$	$1,79252 \cdot 10^{-7}$	$1,31561 \cdot 10^{-7}$
5,75	$5,48593 \cdot 10^{-7}$	$1,52152 \cdot 10^{-7}$	$1,03949 \cdot 10^{-7}$
6,5	$2,54533 \cdot 10^{-7}$	$6,80267 \cdot 10^{-8}$	$4,8229 \cdot 10^{-8}$
7,5	$3,20855 \cdot 10^{-8}$	$2,26879 \cdot 10^{-8}$	$6,07955 \cdot 10^{-9}$
9	$6,1529 \cdot 10^{-9}$	$6,1529 \cdot 10^{-9}$	$1,16585 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.9: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbGl im Falle der Zentralität 20%...30% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,75	2,45908	0,000760845	0,25379
1,25	0,210199	0,000200081	0,0245975
1,75	0,0251461	$5,84024 \cdot 10^{-5}$	0,00361815
2,25	0,0037031	$1,92209 \cdot 10^{-5}$	0,000654576
2,75	0,000679689	$7,22992 \cdot 10^{-6}$	0,000113597
3,25	0,000170199	$3,55664 \cdot 10^{-6}$	$2,90181 \cdot 10^{-5}$
3,75	$4,0925 \cdot 10^{-5}$	$1,54242 \cdot 10^{-6}$	$8,7605 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,15442 \cdot 10^{-5}$	$7,54666 \cdot 10^{-7}$	$2,50861 \cdot 10^{-6}$
4,75	$3,47746 \cdot 10^{-6}$	$3,96293 \cdot 10^{-7}$	$7,55674 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,33458 \cdot 10^{-6}$	$2,35923 \cdot 10^{-7}$	$2,89939 \cdot 10^{-7}$
5,75	$6,84982 \cdot 10^{-7}$	$1,61452 \cdot 10^{-7}$	$1,48787 \cdot 10^{-7}$
6,5	$3,09982 \cdot 10^{-7}$	$7,11147 \cdot 10^{-8}$	$6,73317 \cdot 10^{-8}$
7,5	$7,25319 \cdot 10^{-8}$	$3,24373 \cdot 10^{-8}$	$1,57546 \cdot 10^{-8}$
9	$5,47926 \cdot 10^{-9}$	$5,47926 \cdot 10^{-9}$	$1,19015 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.10: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbGl im Falle der Zentralität 10%...20% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,75	3,46137	0,00090519	0,35785
1,25	0,291549	0,000235426	0,0342681
1,75	0,0338498	$6,7244 \cdot 10^{-5}$	0,00491163
2,25	0,00491578	$2,20074 \cdot 10^{-5}$	0,000879268
2,75	0,000851258	$7,97136 \cdot 10^{-6}$	0,000145098
3,25	0,000226208	$4,07269 \cdot 10^{-6}$	$3,78018 \cdot 10^{-5}$
3,75	$5,51731 \cdot 10^{-5}$	$1,80243 \cdot 10^{-6}$	$1,15381 \cdot 10^{-5}$
4,25	$1,58435 \cdot 10^{-5}$	$8,92682 \cdot 10^{-7}$	$3,36429 \cdot 10^{-6}$
4,75	$5,54963 \cdot 10^{-6}$	$5,04512 \cdot 10^{-7}$	$1,17844 \cdot 10^{-6}$
5,25	$1,95139 \cdot 10^{-6}$	$2,87717 \cdot 10^{-7}$	$4,14219 \cdot 10^{-7}$
5,75	$1,0911 \cdot 10^{-6}$	$2,06199 \cdot 10^{-7}$	$2,31565 \cdot 10^{-7}$
6,5	$1,83073 \cdot 10^{-7}$	$5,51985 \cdot 10^{-8}$	$3,88534 \cdot 10^{-8}$
7,5	$2,95442 \cdot 10^{-8}$	$2,08909 \cdot 10^{-8}$	$6,27008 \cdot 10^{-9}$
9	$2,79655 \cdot 10^{-8}$	$1,25065 \cdot 10^{-8}$	$5,93502 \cdot 10^{-9}$
11	$4,92861 \cdot 10^{-9}$	$4,92861 \cdot 10^{-9}$	$1,04598 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.11: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbGl im Falle der Zentralität 0%...10% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	30,3046	0,00189491	3,65314
0,75	1,37016	0,000206427	0,149308
1,25	0,0925012	$4,31049 \cdot 10^{-5}$	0,0117339
1,75	0,011419	$1,30005 \cdot 10^{-5}$	0,00165108
2,25	0,00181391	$4,61076 \cdot 10^{-6}$	0,000288902
2,75	0,000347557	$1,81808 \cdot 10^{-6}$	$6,04909 \cdot 10^{-5}$
3,25	$7,0515 \cdot 10^{-5}$	$7,15566 \cdot 10^{-7}$	$1,34551 \cdot 10^{-5}$
3,75	$1,93969 \cdot 10^{-5}$	$3,58956 \cdot 10^{-7}$	$3,65787 \cdot 10^{-6}$
4,25	$5,99057 \cdot 10^{-6}$	$1,9107 \cdot 10^{-7}$	$1,12701 \cdot 10^{-6}$
4,75	$1,90714 \cdot 10^{-6}$	$1,03582 \cdot 10^{-7}$	$3,58539 \cdot 10^{-7}$
5,25	$6,38335 \cdot 10^{-7}$	$5,75568 \cdot 10^{-8}$	$1,19974 \cdot 10^{-7}$
5,75	$3,87063 \cdot 10^{-7}$	$4,27439 \cdot 10^{-8}$	$7,27392 \cdot 10^{-8}$
6,5	$1,16461 \cdot 10^{-7}$	$1,54256 \cdot 10^{-8}$	$2,18859 \cdot 10^{-8}$
7,5	$2,34795 \cdot 10^{-8}$	$6,51205 \cdot 10^{-9}$	$4,41235 \cdot 10^{-9}$
9	$6,27304 \cdot 10^{-9}$	$2,09101 \cdot 10^{-9}$	$1,17885 \cdot 10^{-9}$
11	$1,2111 \cdot 10^{-9}$	$8,56376 \cdot 10^{-10}$	$2,27594 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.12: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbGl im Falle der Zentralität 0%...94% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	2,64757	0,000811514	0,523019
0,75	0,0919889	$7,92508 \cdot 10^{-5}$	0,0109288
1,25	0,00576061	$1,67019 \cdot 10^{-5}$	0,00069166
1,75	0,000610786	$4,7091 \cdot 10^{-6}$	$7,92092 \cdot 10^{-5}$
2,25	$8,8529 \cdot 10^{-5}$	$1,59674 \cdot 10^{-6}$	$1,22659 \cdot 10^{-5}$
2,75	$1,7553 \cdot 10^{-5}$	$6,48777 \cdot 10^{-7}$	$2,58089 \cdot 10^{-6}$
3,25	$3,63513 \cdot 10^{-6}$	$2,65119 \cdot 10^{-7}$	$6,34381 \cdot 10^{-7}$
3,75	$8,80907 \cdot 10^{-7}$	$1,19876 \cdot 10^{-7}$	$1,55712 \cdot 10^{-7}$
4,25	$1,78948 \cdot 10^{-7}$	$5,16579 \cdot 10^{-8}$	$3,14697 \cdot 10^{-8}$
4,75	$8,08277 \cdot 10^{-8}$	$3,29978 \cdot 10^{-8}$	$1,42095 \cdot 10^{-8}$
5,25	$3,73073 \cdot 10^{-8}$	$2,15394 \cdot 10^{-8}$	$6,55852 \cdot 10^{-9}$
5,75	$1,14531 \cdot 10^{-8}$	$1,14531 \cdot 10^{-8}$	$2,01342 \cdot 10^{-9}$
6,5	$4,78119 \cdot 10^{-9}$	$4,78119 \cdot 10^{-9}$	$8,40521 \cdot 10^{-10}$
7,5	$4,2906 \cdot 10^{-9}$	$4,2906 \cdot 10^{-9}$	$7,54276 \cdot 10^{-10}$
9	$1,59223 \cdot 10^{-9}$	$1,59223 \cdot 10^{-9}$	$2,7991 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.13: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbSc im Falle der Zentralität 80%...94% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	4,857	0,000988988	0,95647
0,75	0,175779	$9,89959 \cdot 10^{-5}$	0,0209011
1,25	0,0114771	$2,1221 \cdot 10^{-5}$	0,00136973
1,75	0,00126406	$6,10873 \cdot 10^{-6}$	0,000162731
2,25	0,000181963	$2,05914 \cdot 10^{-6}$	$2,51784 \cdot 10^{-5}$
2,75	$3,36594 \cdot 10^{-5}$	$8,04614 \cdot 10^{-7}$	$4,94044 \cdot 10^{-6}$
3,25	$7,68844 \cdot 10^{-6}$	$3,49474 \cdot 10^{-7}$	$1,26522 \cdot 10^{-6}$
3,75	$2,04952 \cdot 10^{-6}$	$1,67903 \cdot 10^{-7}$	$3,40362 \cdot 10^{-7}$
4,25	$4,50607 \cdot 10^{-7}$	$7,51011 \cdot 10^{-8}$	$7,4651 \cdot 10^{-8}$
4,75	$2,70359 \cdot 10^{-7}$	$5,51867 \cdot 10^{-8}$	$4,47837 \cdot 10^{-8}$
5,25	$5,18298 \cdot 10^{-8}$	$2,3179 \cdot 10^{-8}$	$8,58533 \cdot 10^{-9}$
5,75	$3,82202 \cdot 10^{-8}$	$1,91101 \cdot 10^{-8}$	$6,33098 \cdot 10^{-9}$
6,5	$8,04821 \cdot 10^{-9}$	$5,69094 \cdot 10^{-9}$	$1,33314 \cdot 10^{-9}$
7,5	$3,59515 \cdot 10^{-9}$	$3,59515 \cdot 10^{-9}$	$5,95518 \cdot 10^{-10}$
15	$9,37023 \cdot 10^{-10}$	$9,37023 \cdot 10^{-10}$	$1,55213 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.14: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbSc im Falle der Zentralität 70%...80% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	8,30195	0,00127908	1,62952
0,75	0,31613	0,000133028	0,0374677
1,25	0,0212503	$2,89169 \cdot 10^{-5}$	0,00252559
1,75	0,00244053	$8,59503 \cdot 10^{-6}$	0,000309608
2,25	0,000359889	$2,92883 \cdot 10^{-6}$	$4,90979 \cdot 10^{-5}$
2,75	$6,79426 \cdot 10^{-5}$	$1,15573 \cdot 10^{-6}$	$9,84804 \cdot 10^{-6}$
3,25	$1,41981 \cdot 10^{-5}$	$4,75387 \cdot 10^{-7}$	$2,37229 \cdot 10^{-6}$
3,75	$3,57929 \cdot 10^{-6}$	$2,22406 \cdot 10^{-7}$	$6,05985 \cdot 10^{-7}$
4,25	$1,31011 \cdot 10^{-6}$	$1,28467 \cdot 10^{-7}$	$2,21055 \cdot 10^{-7}$
4,75	$4,08683 \cdot 10^{-7}$	$6,81138 \cdot 10^{-8}$	$6,89428 \cdot 10^{-8}$
5,25	$1,1494 \cdot 10^{-7}$	$3,46556 \cdot 10^{-8}$	$1,93896 \cdot 10^{-8}$
5,75	$3,84632 \cdot 10^{-8}$	$1,92316 \cdot 10^{-8}$	$6,48849 \cdot 10^{-9}$
6,5	$1,21912 \cdot 10^{-8}$	$7,03861 \cdot 10^{-9}$	$2,05658 \cdot 10^{-9}$
7,5	$7,25267 \cdot 10^{-9}$	$5,12841 \cdot 10^{-9}$	$1,22348 \cdot 10^{-9}$
9	$1,37611 \cdot 10^{-9}$	$1,37611 \cdot 10^{-9}$	$2,32141 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.15: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbSc im Falle der Zentralität 60%...70% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	13,7104	0,00164349	2,68186
0,75	0,53543	0,000173444	0,0635659
1,25	0,0364864	$3,77993 \cdot 10^{-5}$	0,00435387
1,75	0,00416475	$1,10847 \cdot 10^{-5}$	0,000534283
2,25	0,000628898	$3,89509 \cdot 10^{-6}$	$8,55069 \cdot 10^{-5}$
2,75	0,000123084	$1,58401 \cdot 10^{-6}$	$1,75434 \cdot 10^{-5}$
3,25	$2,72857 \cdot 10^{-5}$	$6,77292 \cdot 10^{-7}$	$4,43999 \cdot 10^{-6}$
3,75	$7,45805 \cdot 10^{-6}$	$3,27688 \cdot 10^{-7}$	$1,24136 \cdot 10^{-6}$
4,25	$2,2532 \cdot 10^{-6}$	$1,71805 \cdot 10^{-7}$	$3,74211 \cdot 10^{-7}$
4,75	$6,72166 \cdot 10^{-7}$	$8,90306 \cdot 10^{-8}$	$1,11616 \cdot 10^{-7}$
5,25	$3,25954 \cdot 10^{-7}$	$5,95108 \cdot 10^{-8}$	$5,41259 \cdot 10^{-8}$
5,75	$1,1002 \cdot 10^{-7}$	$3,31722 \cdot 10^{-8}$	$1,82691 \cdot 10^{-8}$
6,5	$2,53284 \cdot 10^{-8}$	$1,03403 \cdot 10^{-8}$	$4,20586 \cdot 10^{-9}$
7,5	$7,53576 \cdot 10^{-9}$	$5,32859 \cdot 10^{-9}$	$1,25134 \cdot 10^{-9}$
9	$2,86336 \cdot 10^{-9}$	$2,0247 \cdot 10^{-9}$	$4,7547 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.16: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbSc im Falle der Zentralität 50%...60% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	22,0582	0,00210551	4,30544
0,75	0,873284	0,000222977	0,10375
1,25	0,0611032	$4,94889 \cdot 10^{-5}$	0,00720819
1,75	0,00702568	$1,45768 \cdot 10^{-5}$	0,000892165
2,25	0,00106641	$5,13183 \cdot 10^{-6}$	0,000144147
2,75	0,000200897	$2,0194 \cdot 10^{-6}$	$2,89898 \cdot 10^{-5}$
3,25	$4,19374 \cdot 10^{-5}$	$8,32281 \cdot 10^{-7}$	$6,8783 \cdot 10^{-6}$
3,75	$1,17311 \cdot 10^{-5}$	$4,10168 \cdot 10^{-7}$	$1,94063 \cdot 10^{-6}$
4,25	$3,29037 \cdot 10^{-6}$	$2,07686 \cdot 10^{-7}$	$5,42714 \cdot 10^{-7}$
4,75	$1,16958 \cdot 10^{-6}$	$1,17547 \cdot 10^{-7}$	$1,92878 \cdot 10^{-7}$
5,25	$2,71661 \cdot 10^{-7}$	$5,43322 \cdot 10^{-8}$	$4,47998 \cdot 10^{-8}$
5,75	$1,60202 \cdot 10^{-7}$	$4,00506 \cdot 10^{-8}$	$2,6419 \cdot 10^{-8}$
6,5	$4,22044 \cdot 10^{-8}$	$1,33462 \cdot 10^{-8}$	$6,95994 \cdot 10^{-9}$
9	$1,42657 \cdot 10^{-9}$	$1,42657 \cdot 10^{-9}$	$2,35256 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.17: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbSc im Falle der Zentralität 40%...50% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	33,733	0,00261865	6,56212
0,75	1,34404	0,000276478	0,159962
1,25	0,0938468	$6,0911 \cdot 10^{-5}$	0,0111174
1,75	0,0106473	$1,77302 \cdot 10^{-5}$	0,00136373
2,25	0,00158589	$6,12462 \cdot 10^{-6}$	0,000217755
2,75	0,000299856	$2,44783 \cdot 10^{-6}$	$4,34431 \cdot 10^{-5}$
3,25	$6,81569 \cdot 10^{-5}$	$1,06691 \cdot 10^{-6}$	$1,07362 \cdot 10^{-5}$
3,75	$1,81005 \cdot 10^{-5}$	$5,14228 \cdot 10^{-7}$	$2,86892 \cdot 10^{-6}$
4,25	$5,82628 \cdot 10^{-6}$	$2,78391 \cdot 10^{-7}$	$9,22417 \cdot 10^{-7}$
4,75	$1,72446 \cdot 10^{-6}$	$1,43705 \cdot 10^{-7}$	$2,73003 \cdot 10^{-7}$
5,25	$7,28516 \cdot 10^{-7}$	$8,96742 \cdot 10^{-8}$	$1,15332 \cdot 10^{-7}$
5,75	$2,64581 \cdot 10^{-7}$	$5,18887 \cdot 10^{-8}$	$4,18861 \cdot 10^{-8}$
6,5	$7,74902 \cdot 10^{-8}$	$1,82646 \cdot 10^{-8}$	$1,22675 \cdot 10^{-8}$
7,5	$2,68637 \cdot 10^{-8}$	$1,01535 \cdot 10^{-8}$	$4,25281 \cdot 10^{-9}$
9	$5,84186 \cdot 10^{-9}$	$2,92093 \cdot 10^{-9}$	$9,24829 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.18: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbSc im Falle der Zentralität 30%...40% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	49,6891	0,00318639	9,62547
0,75	2,00677	0,000337976	0,239435
1,25	0,140233	$7,4271 \cdot 10^{-5}$	0,0166405
1,75	0,015954	$2,16521 \cdot 10^{-5}$	0,00204447
2,25	0,0024063	$7,6222 \cdot 10^{-6}$	0,000327903
2,75	0,000451101	$3,0048 \cdot 10^{-6}$	$6,60416 \cdot 10^{-5}$
3,25	$9,57901 \cdot 10^{-5}$	$1,2539 \cdot 10^{-6}$	$1,53954 \cdot 10^{-5}$
3,75	$2,68719 \cdot 10^{-5}$	$6,26284 \cdot 10^{-7}$	$4,27623 \cdot 10^{-6}$
4,25	$7,68615 \cdot 10^{-6}$	$3,20534 \cdot 10^{-7}$	$1,21999 \cdot 10^{-6}$
4,75	$2,76004 \cdot 10^{-6}$	$1,82388 \cdot 10^{-7}$	$4,38039 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,07908 \cdot 10^{-6}$	$1,09564 \cdot 10^{-7}$	$1,71257 \cdot 10^{-7}$
5,75	$3,28183 \cdot 10^{-7}$	$5,80151 \cdot 10^{-8}$	$5,20843 \cdot 10^{-8}$
6,5	$1,43404 \cdot 10^{-7}$	$2,49634 \cdot 10^{-8}$	$2,27589 \cdot 10^{-8}$
7,5	$3,87907 \cdot 10^{-8}$	$1,22667 \cdot 10^{-8}$	$6,15626 \cdot 10^{-9}$
9	$1,03566 \cdot 10^{-8}$	$3,91443 \cdot 10^{-9}$	$1,64364 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.19: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbSc im Falle der Zentralität 20%...30% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	64,1223	0,00343022	12,3425
0,75	3,18745	0,000443969	0,37036
1,25	0,211829	$9,2776 \cdot 10^{-5}$	0,0237891
1,75	0,0232005	$2,6165 \cdot 10^{-5}$	0,00296288
2,25	0,00327264	$8,6821 \cdot 10^{-6}$	0,000490429
2,75	0,000563441	$3,17141 \cdot 10^{-6}$	$8,07111 \cdot 10^{-5}$
3,25	0,000144483	$1,58888 \cdot 10^{-6}$	$2,08793 \cdot 10^{-5}$
3,75	$3,33238 \cdot 10^{-5}$	$6,83646 \cdot 10^{-7}$	$5,89495 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,04724 \cdot 10^{-5}$	$3,592 \cdot 10^{-7}$	$1,87905 \cdot 10^{-6}$
4,75	$3,15814 \cdot 10^{-6}$	$1,87401 \cdot 10^{-7}$	$5,66968 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,24489 \cdot 10^{-6}$	$1,13171 \cdot 10^{-7}$	$2,23492 \cdot 10^{-7}$
5,75	$6,7886 \cdot 10^{-7}$	$8,05659 \cdot 10^{-8}$	$1,21874 \cdot 10^{-7}$
6,5	$1,65168 \cdot 10^{-7}$	$2,5795 \cdot 10^{-8}$	$2,96521 \cdot 10^{-8}$
7,5	$3,61849 \cdot 10^{-8}$	$1,14427 \cdot 10^{-8}$	$6,49613 \cdot 10^{-9}$
9	$9,55113 \cdot 10^{-9}$	$3,60999 \cdot 10^{-9}$	$1,71468 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.20: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbSc im Falle der Zentralität 10%...20% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	90,8484	0,00414027	17,3247
0,75	4,44699	0,00052417	0,520636
1,25	0,290387	0,000108042	0,0327068
1,75	0,0306382	$2,96091 \cdot 10^{-5}$	0,00396166
2,25	0,004348	$9,94477 \cdot 10^{-6}$	0,000657322
2,75	0,000714598	$3,51584 \cdot 10^{-6}$	0,000104233
3,25	0,000185583	$1,78793 \cdot 10^{-6}$	$2,64038 \cdot 10^{-5}$
3,75	$4,40715 \cdot 10^{-5}$	$7,88374 \cdot 10^{-7}$	$7,64209 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,30178 \cdot 10^{-5}$	$4,01547 \cdot 10^{-7}$	$2,28995 \cdot 10^{-6}$
4,75	$4,87226 \cdot 10^{-6}$	$2,33607 \cdot 10^{-7}$	$8,57536 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,78525 \cdot 10^{-6}$	$1,36124 \cdot 10^{-7}$	$3,14214 \cdot 10^{-7}$
5,75	$7,66099 \cdot 10^{-7}$	$8,56524 \cdot 10^{-8}$	$1,34836 \cdot 10^{-7}$
6,5	$2,23642 \cdot 10^{-7}$	$3,01558 \cdot 10^{-8}$	$3,93617 \cdot 10^{-8}$
7,5	$6,59055 \cdot 10^{-8}$	$1,55341 \cdot 10^{-8}$	$1,15996 \cdot 10^{-8}$
9	$1,38035 \cdot 10^{-8}$	$4,36503 \cdot 10^{-9}$	$2,42946 \cdot 10^{-9}$
13	$1,083 \cdot 10^{-9}$	$1,083 \cdot 10^{-9}$	$1,90612 \cdot 10^{-10}$
15	$9,66972 \cdot 10^{-10}$	$9,66972 \cdot 10^{-10}$	$1,70191 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.21: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbSc im Falle der Zentralität 0%...10% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{inkl}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{inkl}}}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	35,3346	0,00091347	6,81447
0,75	1,41945	$9,62647 \cdot 10^{-5}$	0,169677
1,25	0,0987294	$2,11535 \cdot 10^{-5}$	0,0117268
1,75	0,0110351	$6,09846 \cdot 10^{-6}$	0,00141851
2,25	0,00164341	$2,1302 \cdot 10^{-6}$	0,00022538
2,75	0,000300191	$8,25336 \cdot 10^{-7}$	$4,42919 \cdot 10^{-5}$
3,25	$6,49458 \cdot 10^{-5}$	$3,48718 \cdot 10^{-7}$	$1,03817 \cdot 10^{-5}$
3,75	$1,72912 \cdot 10^{-5}$	$1,69726 \cdot 10^{-7}$	$2,73556 \cdot 10^{-6}$
4,25	$5,31033 \cdot 10^{-6}$	$8,99024 \cdot 10^{-8}$	$8,38429 \cdot 10^{-7}$
4,75	$1,80684 \cdot 10^{-6}$	$4,9845 \cdot 10^{-8}$	$2,85252 \cdot 10^{-7}$
5,25	$6,70112 \cdot 10^{-7}$	$2,91078 \cdot 10^{-8}$	$1,05792 \cdot 10^{-7}$
5,75	$2,85332 \cdot 10^{-7}$	$1,82292 \cdot 10^{-8}$	$4,50459 \cdot 10^{-8}$
6,5	$8,34132 \cdot 10^{-8}$	$6,4164 \cdot 10^{-9}$	$1,31685 \cdot 10^{-8}$
7,5	$2,24321 \cdot 10^{-8}$	$3,14112 \cdot 10^{-9}$	$3,54138 \cdot 10^{-9}$
9	$5,53033 \cdot 10^{-9}$	$9,62707 \cdot 10^{-10}$	$8,73081 \cdot 10^{-10}$
13	$1,28899 \cdot 10^{-10}$	$1,28899 \cdot 10^{-10}$	$2,03494 \cdot 10^{-11}$
15	$2,29306 \cdot 10^{-10}$	$1,62144 \cdot 10^{-10}$	$3,62008 \cdot 10^{-11}$

Tabelle C.22: Tabelle für die Werte der inklusiven Spektren γ_{inkl} des PbSc im Falle der Zentralität 0%...94% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	3,20876	0,00172467	0,417862
0,75	0,09195	0,000131027	0,0105167
1,25	0,0057214	$2,57858 \cdot 10^{-5}$	0,000711174
1,75	0,000635874	$6,92335 \cdot 10^{-6}$	$8,66948 \cdot 10^{-5}$
2,25	$9,36281 \cdot 10^{-5}$	$2,29102 \cdot 10^{-6}$	$1,36888 \cdot 10^{-5}$
2,75	$1,84933 \cdot 10^{-5}$	$9,08432 \cdot 10^{-7}$	$2,87613 \cdot 10^{-6}$
3,25	$3,68607 \cdot 10^{-6}$	$3,61104 \cdot 10^{-7}$	$6,86354 \cdot 10^{-7}$
3,75	$8,75038 \cdot 10^{-7}$	$1,57743 \cdot 10^{-7}$	$1,63236 \cdot 10^{-7}$
4,25	$1,91635 \cdot 10^{-7}$	$6,15667 \cdot 10^{-8}$	$3,50728 \cdot 10^{-8}$
4,75	$7,57936 \cdot 10^{-8}$	$4,21946 \cdot 10^{-8}$	$1,38406 \cdot 10^{-8}$
5,25	$3,73073 \cdot 10^{-8}$	$2,15394 \cdot 10^{-8}$	$6,55852 \cdot 10^{-9}$
5,75	$1,14531 \cdot 10^{-8}$	$1,14531 \cdot 10^{-8}$	$2,01342 \cdot 10^{-9}$
6,5	$4,78119 \cdot 10^{-9}$	$4,78119 \cdot 10^{-9}$	$8,40521 \cdot 10^{-10}$
7,5	$4,2906 \cdot 10^{-9}$	$4,2906 \cdot 10^{-9}$	$7,54276 \cdot 10^{-10}$
9	$1,59223 \cdot 10^{-9}$	$1,59223 \cdot 10^{-9}$	$2,7991 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.23: Tabelle für die Werte der kombinierten, inklusiven Spektren $\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 80%...94% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl, PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	5,0847	0,00200488	0,665441
0,75	0,174088	0,000163871	0,0198236
1,25	0,0113133	$3,28398 \cdot 10^{-5}$	0,00139655
1,75	0,00129862	$9,02263 \cdot 10^{-6}$	0,000176195
2,25	0,000196431	$2,89676 \cdot 10^{-6}$	$2,86798 \cdot 10^{-5}$
2,75	$3,57176 \cdot 10^{-5}$	$1,13143 \cdot 10^{-6}$	$5,55955 \cdot 10^{-6}$
3,25	$7,91114 \cdot 10^{-6}$	$4,81596 \cdot 10^{-7}$	$1,391 \cdot 10^{-6}$
3,75	$2,17519 \cdot 10^{-6}$	$2,19996 \cdot 10^{-7}$	$3,81935 \cdot 10^{-7}$
4,25	$4,60692 \cdot 10^{-7}$	$9,48432 \cdot 10^{-8}$	$7,98941 \cdot 10^{-8}$
4,75	$2,49192 \cdot 10^{-7}$	$7,32228 \cdot 10^{-8}$	$4,31481 \cdot 10^{-8}$
5,25	$5,657 \cdot 10^{-8}$	$2,70455 \cdot 10^{-8}$	$9,70573 \cdot 10^{-9}$
5,75	$3,88485 \cdot 10^{-8}$	$2,29927 \cdot 10^{-8}$	$6,67035 \cdot 10^{-9}$
6,5	$8,04821 \cdot 10^{-9}$	$5,69094 \cdot 10^{-9}$	$1,33314 \cdot 10^{-9}$
7,5	$4,18944 \cdot 10^{-9}$	$4,18944 \cdot 10^{-9}$	$7,17616 \cdot 10^{-10}$
15	$9,37023 \cdot 10^{-10}$	$9,37023 \cdot 10^{-10}$	$1,55213 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.24: Tabelle für die Werte der kombinierten, inklusiven Spektren $\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl, PbSc}}$ im Falle der Zentralität 70%...80% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	8,52143	0,00261123	1,14877
0,75	0,314471	0,000220814	0,0356806
1,25	0,0208358	$4,47279 \cdot 10^{-5}$	0,00255955
1,75	0,00250446	$1,2594 \cdot 10^{-5}$	0,000335839
2,25	0,000375414	$4,18988 \cdot 10^{-6}$	$5,43591 \cdot 10^{-5}$
2,75	$7,24731 \cdot 10^{-5}$	$1,59872 \cdot 10^{-6}$	$1,11642 \cdot 10^{-5}$
3,25	$1,53057 \cdot 10^{-5}$	$6,39796 \cdot 10^{-7}$	$2,72939 \cdot 10^{-6}$
3,75	$3,9133 \cdot 10^{-6}$	$2,8734 \cdot 10^{-7}$	$7,02605 \cdot 10^{-7}$
4,25	$1,40227 \cdot 10^{-6}$	$1,64066 \cdot 10^{-7}$	$2,50067 \cdot 10^{-7}$
4,75	$3,67182 \cdot 10^{-7}$	$9,22375 \cdot 10^{-8}$	$6,52928 \cdot 10^{-8}$
5,25	$8,43706 \cdot 10^{-8}$	$5,10036 \cdot 10^{-8}$	$1,48695 \cdot 10^{-8}$
5,75	$4,28882 \cdot 10^{-8}$	$2,23708 \cdot 10^{-8}$	$7,51347 \cdot 10^{-9}$
6,5	$1,21912 \cdot 10^{-8}$	$7,03861 \cdot 10^{-9}$	$2,05658 \cdot 10^{-9}$
7,5	$7,25267 \cdot 10^{-9}$	$5,12841 \cdot 10^{-9}$	$1,22348 \cdot 10^{-9}$
9	$1,37611 \cdot 10^{-9}$	$1,37611 \cdot 10^{-9}$	$2,32141 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.25: Tabelle für die Werte der kombinierten, inklusiven Spektren $\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 60%...70% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	13,2135	0,00324956	1,80318
0,75	0,533812	0,000288299	0,0605607
1,25	0,0361723	$5,8668 \cdot 10^{-5}$	0,00444349
1,75	0,00428701	$1,63497 \cdot 10^{-5}$	0,000578369
2,25	0,000659762	$5,54552 \cdot 10^{-6}$	$9,52555 \cdot 10^{-5}$
2,75	0,000129677	$2,20852 \cdot 10^{-6}$	$1,97311 \cdot 10^{-5}$
3,25	$2,69787 \cdot 10^{-5}$	$9,49554 \cdot 10^{-7}$	$4,74861 \cdot 10^{-6}$
3,75	$7,32427 \cdot 10^{-6}$	$4,57088 \cdot 10^{-7}$	$1,31599 \cdot 10^{-6}$
4,25	$2,32311 \cdot 10^{-6}$	$2,27439 \cdot 10^{-7}$	$4,11745 \cdot 10^{-7}$
4,75	$7,15413 \cdot 10^{-7}$	$1,1108 \cdot 10^{-7}$	$1,25241 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,82876 \cdot 10^{-7}$	$9,12572 \cdot 10^{-8}$	$3,21668 \cdot 10^{-8}$
5,75	$7,81992 \cdot 10^{-8}$	$4,8561 \cdot 10^{-8}$	$1,36068 \cdot 10^{-8}$
6,5	$2,67975 \cdot 10^{-8}$	$1,22552 \cdot 10^{-8}$	$4,63891 \cdot 10^{-9}$
7,5	$7,53576 \cdot 10^{-9}$	$5,32859 \cdot 10^{-9}$	$1,25134 \cdot 10^{-9}$
9	$2,86336 \cdot 10^{-9}$	$2,0247 \cdot 10^{-9}$	$4,7547 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.26: Tabelle für die Werte der kombinierten, inklusiven Spektren $\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 50%...60% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	21,0538	0,00415075	2,91663
0,75	0,866905	0,000370557	0,0982508
1,25	0,0596852	$7,63444 \cdot 10^{-5}$	0,00728005
1,75	0,00719858	$2,14584 \cdot 10^{-5}$	0,000964047
2,25	0,00111617	$7,26433 \cdot 10^{-6}$	0,000160501
2,75	0,000211363	$2,8122 \cdot 10^{-6}$	$3,25628 \cdot 10^{-5}$
3,25	$4,55721 \cdot 10^{-5}$	$1,11252 \cdot 10^{-6}$	$7,98658 \cdot 10^{-6}$
3,75	$1,17259 \cdot 10^{-5}$	$5,76008 \cdot 10^{-7}$	$2,09124 \cdot 10^{-6}$
4,25	$3,41043 \cdot 10^{-6}$	$2,78342 \cdot 10^{-7}$	$6,00801 \cdot 10^{-7}$
4,75	$1,12337 \cdot 10^{-6}$	$1,5958 \cdot 10^{-7}$	$1,97259 \cdot 10^{-7}$
5,25	$2,71814 \cdot 10^{-7}$	$6,82513 \cdot 10^{-8}$	$4,70112 \cdot 10^{-8}$
5,75	$1,79581 \cdot 10^{-7}$	$4,70207 \cdot 10^{-8}$	$3,08477 \cdot 10^{-8}$
6,5	$4,41765 \cdot 10^{-8}$	$1,59964 \cdot 10^{-8}$	$7,59219 \cdot 10^{-9}$
7,5	$4,71189 \cdot 10^{-8}$	$2,72041 \cdot 10^{-8}$	$9,31167 \cdot 10^{-9}$
9	$1,66782 \cdot 10^{-9}$	$1,66782 \cdot 10^{-9}$	$2,85374 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.27: Tabelle für die Werte der kombinierten, inklusiven Spektren $\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 40%...50% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	31,4808	0,00508704	4,39619
0,75	1,3372	0,000459994	0,15176
1,25	0,0924823	$9,41646 \cdot 10^{-5}$	0,0113076
1,75	0,0109605	$2,61687 \cdot 10^{-5}$	0,00147771
2,25	0,00166891	$8,72156 \cdot 10^{-6}$	0,000243001
2,75	0,00031685	$3,39451 \cdot 10^{-6}$	$4,90134 \cdot 10^{-5}$
3,25	$7,08881 \cdot 10^{-5}$	$1,4809 \cdot 10^{-6}$	$1,19929 \cdot 10^{-5}$
3,75	$1,89811 \cdot 10^{-5}$	$7,03286 \cdot 10^{-7}$	$3,22355 \cdot 10^{-6}$
4,25	$5,83355 \cdot 10^{-6}$	$3,8606 \cdot 10^{-7}$	$9,90847 \cdot 10^{-7}$
4,75	$1,82544 \cdot 10^{-6}$	$1,86501 \cdot 10^{-7}$	$3,06033 \cdot 10^{-7}$
5,25	$7,64159 \cdot 10^{-7}$	$1,1347 \cdot 10^{-7}$	$1,27365 \cdot 10^{-7}$
5,75	$2,92436 \cdot 10^{-7}$	$6,1731 \cdot 10^{-8}$	$4,829 \cdot 10^{-8}$
6,5	$8,59446 \cdot 10^{-8}$	$2,15329 \cdot 10^{-8}$	$1,41609 \cdot 10^{-8}$
7,5	$2,68637 \cdot 10^{-8}$	$1,01535 \cdot 10^{-8}$	$4,25281 \cdot 10^{-9}$
9	$5,89921 \cdot 10^{-9}$	$3,52169 \cdot 10^{-9}$	$9,70177 \cdot 10^{-10}$
11	$5,32922 \cdot 10^{-9}$	$5,32922 \cdot 10^{-9}$	$1,00604 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.28: Tabelle für die Werte der kombinierten, inklusiven Spektren $\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 30%...40% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	47,1859	0,00625408	6,64584
0,75	2,0189	0,00056491	0,229244
1,25	0,139086	0,000114997	0,0170135
1,75	0,0164466	$3,19982 \cdot 10^{-5}$	0,00221798
2,25	0,00252179	$1,08218 \cdot 10^{-5}$	0,000365515
2,75	0,000477468	$4,16215 \cdot 10^{-6}$	$7,47034 \cdot 10^{-5}$
3,25	0,000101185	$1,72277 \cdot 10^{-6}$	$1,74552 \cdot 10^{-5}$
3,75	$2,74535 \cdot 10^{-5}$	$8,73695 \cdot 10^{-7}$	$4,70176 \cdot 10^{-6}$
4,25	$8,1443 \cdot 10^{-6}$	$4,30095 \cdot 10^{-7}$	$1,38101 \cdot 10^{-6}$
4,75	$2,64402 \cdot 10^{-6}$	$2,55172 \cdot 10^{-7}$	$4,49779 \cdot 10^{-7}$
5,25	$9,03845 \cdot 10^{-7}$	$1,56249 \cdot 10^{-7}$	$1,53181 \cdot 10^{-7}$
5,75	$3,61649 \cdot 10^{-7}$	$6,94536 \cdot 10^{-8}$	$5,99591 \cdot 10^{-8}$
6,5	$1,5907 \cdot 10^{-7}$	$2,97801 \cdot 10^{-8}$	$2,63495 \cdot 10^{-8}$
7,5	$3,7084 \cdot 10^{-8}$	$1,54165 \cdot 10^{-8}$	$6,13674 \cdot 10^{-9}$
9	$9,03294 \cdot 10^{-9}$	$5,18339 \cdot 10^{-9}$	$1,49319 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.29: Tabelle für die Werte der kombinierten, inklusiven Spektren $\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 20%...30% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,75	2,69182	0,000686535	0,291037
1,25	0,211041	0,000144844	0,0241798
1,75	0,0239814	$3,85455 \cdot 10^{-5}$	0,00322588
2,25	0,00342735	$1,22183 \cdot 10^{-5}$	0,000549424
2,75	0,000602373	$4,40095 \cdot 10^{-6}$	$9,1725 \cdot 10^{-5}$
3,25	0,000153203	$2,19902 \cdot 10^{-6}$	$2,36389 \cdot 10^{-5}$
3,75	$3,5665 \cdot 10^{-5}$	$9,20325 \cdot 10^{-7}$	$6,77755 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,08452 \cdot 10^{-5}$	$4,89194 \cdot 10^{-7}$	$2,09802 \cdot 10^{-6}$
4,75	$3,26311 \cdot 10^{-6}$	$2,52223 \cdot 10^{-7}$	$6,29004 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,27269 \cdot 10^{-6}$	$1,4957 \cdot 10^{-7}$	$2,44087 \cdot 10^{-7}$
5,75	$6,80739 \cdot 10^{-7}$	$1,05237 \cdot 10^{-7}$	$1,30133 \cdot 10^{-7}$
6,5	$1,85256 \cdot 10^{-7}$	$3,08142 \cdot 10^{-8}$	$3,48787 \cdot 10^{-8}$
7,5	$4,04555 \cdot 10^{-8}$	$1,34158 \cdot 10^{-8}$	$7,58398 \cdot 10^{-9}$
9	$8,17937 \cdot 10^{-9}$	$4,80554 \cdot 10^{-9}$	$1,53797 \cdot 10^{-9}$

Tabelle C.30: Tabelle für die Werte der kombinierten, inklusiven Spektren $\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 10%...20% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl, PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,75	3,7776	0,00081379	0,41008
1,25	0,290941	0,000168638	0,033451
1,75	0,031904	$4,36595 \cdot 10^{-5}$	0,00433606
2,25	0,00455151	$1,39824 \cdot 10^{-5}$	0,000736872
2,75	0,000761058	$4,8943 \cdot 10^{-6}$	0,000118126
3,25	0,000198842	$2,45884 \cdot 10^{-6}$	$3,01238 \cdot 10^{-5}$
3,75	$4,74248 \cdot 10^{-5}$	$1,06009 \cdot 10^{-6}$	$8,81894 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,38896 \cdot 10^{-5}$	$5,37694 \cdot 10^{-7}$	$2,62139 \cdot 10^{-6}$
4,75	$5,09217 \cdot 10^{-6}$	$3,15176 \cdot 10^{-7}$	$9,61718 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,83767 \cdot 10^{-6}$	$1,81403 \cdot 10^{-7}$	$3,4577 \cdot 10^{-7}$
5,75	$8,34267 \cdot 10^{-7}$	$1,06779 \cdot 10^{-7}$	$1,55125 \cdot 10^{-7}$
6,5	$2,09423 \cdot 10^{-7}$	$4,04722 \cdot 10^{-8}$	$3,91836 \cdot 10^{-8}$
7,5	$4,98573 \cdot 10^{-8}$	$2,21246 \cdot 10^{-8}$	$9,2474 \cdot 10^{-9}$
9	$1,54352 \cdot 10^{-8}$	$5,11398 \cdot 10^{-9}$	$2,83336 \cdot 10^{-9}$
11	$4,92861 \cdot 10^{-9}$	$4,92861 \cdot 10^{-9}$	$1,04598 \cdot 10^{-9}$
13	$1,083 \cdot 10^{-9}$	$1,083 \cdot 10^{-9}$	$1,90612 \cdot 10^{-10}$
15	$9,66972 \cdot 10^{-10}$	$9,66972 \cdot 10^{-10}$	$1,70191 \cdot 10^{-10}$

Tabelle C.31: Tabelle für die Werte der kombinierten, inklusiven Spektren $\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl, PbSc}}$ im Falle der Zentralität 0%...10% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl, PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{stat}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle}^{\text{sys}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
0,25	31,4275	0,00170781	4,35885
0,75	1,39167	0,000159356	0,158197
1,25	0,0956172	$3,25145 \cdot 10^{-5}$	0,0117303
1,75	0,0111981	$8,9745 \cdot 10^{-6}$	0,00151727
2,25	0,00170791	$3,01865 \cdot 10^{-6}$	0,000249411
2,75	0,000316716	$1,14499 \cdot 10^{-6}$	$4,99435 \cdot 10^{-5}$
3,25	$6,70219 \cdot 10^{-5}$	$4,79248 \cdot 10^{-7}$	$1,15274 \cdot 10^{-5}$
3,75	$1,80437 \cdot 10^{-5}$	$2,33147 \cdot 10^{-7}$	$3,06516 \cdot 10^{-6}$
4,25	$5,55005 \cdot 10^{-6}$	$1,23231 \cdot 10^{-7}$	$9,40125 \cdot 10^{-7}$
4,75	$1,84453 \cdot 10^{-6}$	$6,94105 \cdot 10^{-8}$	$3,12793 \cdot 10^{-7}$
5,25	$6,57251 \cdot 10^{-7}$	$4,09799 \cdot 10^{-8}$	$1,11532 \cdot 10^{-7}$
5,75	$3,10674 \cdot 10^{-7}$	$2,34504 \cdot 10^{-8}$	$5,19446 \cdot 10^{-8}$
6,5	$9,10259 \cdot 10^{-8}$	$8,16636 \cdot 10^{-9}$	$1,51766 \cdot 10^{-8}$
7,5	$2,27106 \cdot 10^{-8}$	$4,00926 \cdot 10^{-9}$	$3,77294 \cdot 10^{-9}$
9	$5,6987 \cdot 10^{-9}$	$1,19775 \cdot 10^{-9}$	$9,42395 \cdot 10^{-10}$
11	$1,2111 \cdot 10^{-9}$	$8,56376 \cdot 10^{-10}$	$2,27594 \cdot 10^{-10}$
13	$1,28899 \cdot 10^{-10}$	$1,28899 \cdot 10^{-10}$	$2,03494 \cdot 10^{-11}$
15	$2,29306 \cdot 10^{-10}$	$1,62144 \cdot 10^{-10}$	$3,62008 \cdot 10^{-11}$

Tabelle C.32: Tabelle für die Werte der kombinierten, inklusiven Spektren $\langle \gamma_{\text{inkl}} \rangle_{\text{PbGl, PbSc}}$ im Falle der Zentralität 0%...94% und des PID3-Cut

C.4.2 Direkte Photonen

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,00271847		0,0053442
1,75	0,000216061		0,000555826
2,25	$1,31727 \cdot 10^{-5}$		$8,49166 \cdot 10^{-5}$
2,75	$1,37656 \cdot 10^{-6}$		$1,82509 \cdot 10^{-5}$
3,25	$1,26383 \cdot 10^{-7}$		$3,59435 \cdot 10^{-6}$

Tabelle C.33: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbGl im Falle der Zentralität 80%...94% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	$7,42626 \cdot 10^{-5}$		0,0143186
2,25	$2,16882 \cdot 10^{-5}$		0,000189552
2,75	$4,03565 \cdot 10^{-6}$		$3,39819 \cdot 10^{-5}$
3,25	$4,91571 \cdot 10^{-7}$		$7,40727 \cdot 10^{-6}$
3,75	$4,51593 \cdot 10^{-7}$		$2,08492 \cdot 10^{-6}$
5,25	$1,10185 \cdot 10^{-8}$		$1,43536 \cdot 10^{-7}$

Tabelle C.34: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbGl im Falle der Zentralität 70%...80% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0128588	0,0101841	
1,75	0,00118629	0,00112542	
2,25	$8,83158 \cdot 10^{-5}$		0,000240406
2,75	$7,87187 \cdot 10^{-6}$		$3,53377 \cdot 10^{-5}$
3,25	$2,06167 \cdot 10^{-6}$		$7,0604 \cdot 10^{-6}$
3,75	$7,63105 \cdot 10^{-7}$		$2,38515 \cdot 10^{-6}$
4,25	$4,23762 \cdot 10^{-7}$		$1,00994 \cdot 10^{-6}$
5,75	$3,5661 \cdot 10^{-8}$		$1,12337 \cdot 10^{-7}$

Tabelle C.35: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbGl im Falle der Zentralität 60%...70% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,00455439		0,0166671
1,75	0,000439393		0,0017441
2,25	$5,6224 \cdot 10^{-5}$		0,000265835
2,75	$1,64493 \cdot 10^{-5}$		$5,33635 \cdot 10^{-5}$
4,25	$4,18736 \cdot 10^{-8}$		$1,10762 \cdot 10^{-6}$
4,75	$1,10496 \cdot 10^{-8}$		$4,82064 \cdot 10^{-7}$

Tabelle C.36: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbGl im Falle der Zentralität 50%...60% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0140012		0,0231247
1,75	0,00129643		0,00281437
2,25	0,00014442		0,000447193
2,75	$2,33866 \cdot 10^{-5}$		$8,61625 \cdot 10^{-5}$
3,25	$1,09901 \cdot 10^{-5}$		$2,05966 \cdot 10^{-5}$
3,75	$4,04089 \cdot 10^{-7}$		$4,57251 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,69258 \cdot 10^{-7}$		$1,55015 \cdot 10^{-6}$
5,75	$1,63265 \cdot 10^{-7}$	$1,39485 \cdot 10^{-7}$	
6,5	$7,13198 \cdot 10^{-9}$		$5,58672 \cdot 10^{-8}$
7,5	$3,67332 \cdot 10^{-8}$	$2,93175 \cdot 10^{-8}$	

Tabelle C.37: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbGl im Falle der Zentralität 40%...50% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0198536		0,0357163
1,75	0,00187271		0,00429945
2,25	0,000184974		0,000675153
2,75	$2,3966 \cdot 10^{-5}$		$0,000130258$
3,25	$8,6135 \cdot 10^{-6}$		$2,84923 \cdot 10^{-5}$
3,75	$3,16477 \cdot 10^{-6}$		$7,92155 \cdot 10^{-6}$
4,25	$2,96697 \cdot 10^{-7}$		$2,37037 \cdot 10^{-6}$
4,75	$2,20809 \cdot 10^{-7}$		$9,55598 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,73947 \cdot 10^{-7}$		$4,71236 \cdot 10^{-7}$
5,75	$1,73193 \cdot 10^{-7}$		$2,89088 \cdot 10^{-7}$
6,5	$6,09981 \cdot 10^{-8}$		$1,01729 \cdot 10^{-7}$

Tabelle C.38: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbGl im Falle der Zentralität 30%...40% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0344514	0,0325565	
1,75	0,00294196		0,00645938
2,25	0,000309401		0,00101283
2,75	$6,50928 \cdot 10^{-5}$		$0,000196928$
3,25	$1,72295 \cdot 10^{-5}$		$4,19244 \cdot 10^{-5}$
3,75	$4,42706 \cdot 10^{-6}$		$1,07959 \cdot 10^{-5}$
4,25	$1,91069 \cdot 10^{-6}$		$3,60919 \cdot 10^{-6}$
4,75	$1,29608 \cdot 10^{-7}$		$1,09804 \cdot 10^{-6}$
5,75	$2,2863 \cdot 10^{-7}$	$1,99215 \cdot 10^{-7}$	
6,5	$1,68718 \cdot 10^{-7}$	$9,01391 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$1,37175 \cdot 10^{-8}$		$3,97903 \cdot 10^{-8}$

Tabelle C.39: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbGl im Falle der Zentralität 20%...30% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0617767	0,048903	
1,75	0,0050377		0,00942867
2,25	0,000358428		0,00137884
2,75	$4,53756 \cdot 10^{-5}$		$0,000253421$
3,25	$3,68818 \cdot 10^{-5}$		$6,37109 \cdot 10^{-5}$
3,75	$6,78681 \cdot 10^{-6}$		$1,54604 \cdot 10^{-5}$
4,25	$1,19019 \cdot 10^{-6}$		$4,48026 \cdot 10^{-6}$
4,75	$1,16558 \cdot 10^{-7}$		$1,45967 \cdot 10^{-6}$
5,25	$1,36094 \cdot 10^{-7}$		$6,38985 \cdot 10^{-7}$
5,75	$2,17587 \cdot 10^{-7}$		$3,72883 \cdot 10^{-7}$
6,5	$1,82927 \cdot 10^{-7}$	$1,00975 \cdot 10^{-7}$	
7,5	$4,48019 \cdot 10^{-8}$	$3,66581 \cdot 10^{-8}$	

Tabelle C.40: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbGl im Falle der Zentralität 10%...20% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,109957	0,0672166	
1,75	0,00861238	0,00770605	
2,25	0,000551197		0,00183056
3,25	$5,22244 \cdot 10^{-5}$	$5,14289 \cdot 10^{-5}$	
3,75	$1,15171 \cdot 10^{-5}$		$2,07777 \cdot 10^{-5}$
4,25	$2,68445 \cdot 10^{-6}$		$6,0871 \cdot 10^{-6}$
4,75	$1,31869 \cdot 10^{-6}$		$2,23606 \cdot 10^{-6}$
5,25	$4,59363 \cdot 10^{-7}$		$8,75692 \cdot 10^{-7}$
5,75	$5,16718 \cdot 10^{-7}$	$3,2441 \cdot 10^{-7}$	
6,5	$3,00942 \cdot 10^{-8}$		$1,16952 \cdot 10^{-7}$

Tabelle C.41: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbGl im Falle der Zentralität 0%...10% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbGl}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0256615	0,0210707	
1,75	0,00225804		0,00425852
2,25	0,000251918		0,000675066
2,75	$4,11126 \cdot 10^{-5}$		0,000129392
3,25	$7,06108 \cdot 10^{-6}$		$2,6287 \cdot 10^{-5}$
3,75	$3,146 \cdot 10^{-6}$		$7,24778 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,00707 \cdot 10^{-6}$		$2,25291 \cdot 10^{-6}$
4,75	$2,72537 \cdot 10^{-7}$		$7,30981 \cdot 10^{-7}$
5,25	$4,96464 \cdot 10^{-8}$		$2,56837 \cdot 10^{-7}$
5,75	$1,55396 \cdot 10^{-7}$	$9,77879 \cdot 10^{-8}$	
6,5	$5,26902 \cdot 10^{-8}$	$3,0719 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$9,36317 \cdot 10^{-9}$	$8,47412 \cdot 10^{-9}$	
9	$4,04294 \cdot 10^{-9}$	$2,53917 \cdot 10^{-9}$	

Tabelle C.42: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbGl im Falle der Zentralität 0%...94% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,00232301	0,0014236	
1,75	$9,87378 \cdot 10^{-5}$		0,000230298
3,25	$2,2017 \cdot 10^{-7}$		$1,38635 \cdot 10^{-6}$
3,75	$5,68691 \cdot 10^{-8}$		$3,73812 \cdot 10^{-7}$
4,75	$1,22661 \cdot 10^{-8}$		$6,39024 \cdot 10^{-8}$
5,25	$1,50431 \cdot 10^{-8}$		$3,89811 \cdot 10^{-8}$
5,75	$3,7027 \cdot 10^{-9}$		$1,98266 \cdot 10^{-8}$

Tabelle C.43: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbSc im Falle der Zentralität 80%...94% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,000618513		0,00509395
4,75	$2,9593 \cdot 10^{-8}$		$1,37473 \cdot 10^{-7}$

Tabelle C.44: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbSc im Falle der Zentralität 70%...80% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,00503478	0,00491899	
1,75	0,000309626		0,0008855
3,25	$4,21997 \cdot 10^{-7}$		$5,15514 \cdot 10^{-6}$
3,75	$5,70887 \cdot 10^{-8}$		$1,33502 \cdot 10^{-6}$
4,25	$2,72632 \cdot 10^{-7}$		$5,17606 \cdot 10^{-7}$
4,75	$6,37829 \cdot 10^{-8}$		$1,87762 \cdot 10^{-7}$

Tabelle C.45: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbSc im Falle der Zentralität 60%...70% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0101602	0,00821611	
1,75	0,000528644		0,00150835
2,25	$1,09176 \cdot 10^{-5}$		0,000225364
2,75	$1,81519 \cdot 10^{-6}$		$4,40592 \cdot 10^{-5}$
3,25	$1,25966 \cdot 10^{-6}$		$9,81445 \cdot 10^{-6}$
3,75	$5,29402 \cdot 10^{-7}$		$2,71753 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,9466 \cdot 10^{-7}$		$8,54918 \cdot 10^{-7}$
5,25	$7,82085 \cdot 10^{-8}$		$1,53973 \cdot 10^{-7}$
5,75	$1,32861 \cdot 10^{-8}$		$6,8549 \cdot 10^{-8}$

Tabelle C.46: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbSc im Falle der Zentralität 50%...60% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0161167	0,0136129	
1,75	0,000914078		0,00253172
2,25	$3,22588 \cdot 10^{-5}$		0,000381173
3,75	$6,99464 \cdot 10^{-7}$		$4,2459 \cdot 10^{-6}$
4,25	$4,37775 \cdot 10^{-8}$		$1,22618 \cdot 10^{-6}$
4,75	$9,60998 \cdot 10^{-8}$		$4,62937 \cdot 10^{-7}$
5,75	$1,14466 \cdot 10^{-8}$		$8,8569 \cdot 10^{-8}$
6,5	$1,32402 \cdot 10^{-9}$		$2,73126 \cdot 10^{-8}$

Tabelle C.47: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbSc im Falle der Zentralität 40%...50% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0227681	0,020902	
1,75	0,00136607		0,00384242
2,25	$4,52148 \cdot 10^{-5}$		0,000569099
3,25	$8,00515 \cdot 10^{-6}$		$2,44293 \cdot 10^{-5}$
3,75	$2,76597 \cdot 10^{-6}$		$6,52412 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,36242 \cdot 10^{-6}$	$1,29721 \cdot 10^{-6}$	
4,75	$2,5988 \cdot 10^{-7}$		$6,62858 \cdot 10^{-7}$
5,25	$2,07697 \cdot 10^{-7}$	$1,83147 \cdot 10^{-7}$	
5,75	$6,40691 \cdot 10^{-8}$		$1,28768 \cdot 10^{-7}$
6,5	$2,27393 \cdot 10^{-8}$		$4,15416 \cdot 10^{-8}$
7,5	$1,47609 \cdot 10^{-8}$	$1,17999 \cdot 10^{-8}$	

Tabelle C.48: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbSc im Falle der Zentralität 30%...40% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0371838	0,0311439	
1,75	0,00238754		0,00575572
2,25	0,000165941		0,00086092
2,75	$1,9338 \cdot 10^{-5}$		0,000161243
3,25	$8,17857 \cdot 10^{-6}$		$3,4292 \cdot 10^{-5}$
3,75	$4,203 \cdot 10^{-6}$		$9,655 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,05222 \cdot 10^{-6}$		$2,79698 \cdot 10^{-6}$
4,75	$5,72699 \cdot 10^{-7}$		$1,03257 \cdot 10^{-6}$
5,25	$2,97207 \cdot 10^{-7}$	$2,59741 \cdot 10^{-7}$	
5,75	$2,55573 \cdot 10^{-8}$		$1,52653 \cdot 10^{-7}$
6,5	$6,01172 \cdot 10^{-8}$	$4,02561 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$2,01936 \cdot 10^{-8}$	$1,49748 \cdot 10^{-8}$	
9	$7,5985 \cdot 10^{-9}$	$4,52851 \cdot 10^{-9}$	

Tabelle C.49: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbSc im Falle der Zentralität 20%...30% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0605503	0,0469571	
1,75	0,00359176		0,00835839
2,25	0,00010073		0,00117199
3,25	$1,94692 \cdot 10^{-5}$		$5,17864 \cdot 10^{-5}$
3,75	$8,4695 \cdot 10^{-7}$		$1,19797 \cdot 10^{-5}$
4,25	$9,88783 \cdot 10^{-7}$		$3,79494 \cdot 10^{-6}$
4,75	$3,51139 \cdot 10^{-8}$		$1,1739 \cdot 10^{-6}$
5,25	$1,28431 \cdot 10^{-7}$		$4,8501 \cdot 10^{-7}$
5,75	$2,46237 \cdot 10^{-7}$	$1,68962 \cdot 10^{-7}$	
6,5	$4,57909 \cdot 10^{-8}$	$4,46951 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$9,40795 \cdot 10^{-9}$		$2,30962 \cdot 10^{-8}$
9	$5,54767 \cdot 10^{-9}$	$4,1886 \cdot 10^{-9}$	

Tabelle C.50: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbSc im Falle der Zentralität 10%...20% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0747039	0,0644384	
1,75	0,00453991		0,0110641
2,25	0,000261236		0,00155625
3,25	$3,67839 \cdot 10^{-5}$		$6,65419 \cdot 10^{-5}$
3,75	$6,76016 \cdot 10^{-6}$		$1,58373 \cdot 10^{-5}$
4,25	$2,23089 \cdot 10^{-6}$		$4,70907 \cdot 10^{-6}$
4,75	$1,32989 \cdot 10^{-6}$	$1,08723 \cdot 10^{-6}$	
5,25	$5,1766 \cdot 10^{-7}$	$4,12888 \cdot 10^{-7}$	
5,75	$2,73208 \cdot 10^{-7}$	$1,88239 \cdot 10^{-7}$	
6,5	$8,63993 \cdot 10^{-8}$	$5,76839 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$3,463 \cdot 10^{-8}$	$2,12649 \cdot 10^{-8}$	
9	$9,00628 \cdot 10^{-9}$	$5,32192 \cdot 10^{-9}$	

Tabelle C.51: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbSc im Falle der Zentralität 0%...10% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\gamma_{\text{dir}}^{\text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\gamma_{\text{dir}}}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0268092	0,0217719	
1,75	0,0017546		0,00397308
2,25	0,000129095		0,000588166
2,75	$7,61672 \cdot 10^{-6}$		$0,000107376$
3,25	$5,98367 \cdot 10^{-6}$		$2,32386 \cdot 10^{-5}$
3,75	$2,1996 \cdot 10^{-6}$		$6,19107 \cdot 10^{-6}$
4,25	$9,19186 \cdot 10^{-7}$		$1,90513 \cdot 10^{-6}$
4,75	$3,6492 \cdot 10^{-7}$		$6,5163 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,56203 \cdot 10^{-7}$	$1,48722 \cdot 10^{-7}$	
5,75	$8,68287 \cdot 10^{-8}$	$6,47604 \cdot 10^{-8}$	
6,5	$2,88893 \cdot 10^{-8}$	$1,92917 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$1,02723 \cdot 10^{-8}$	$5,81943 \cdot 10^{-9}$	
9	$3,72697 \cdot 10^{-9}$	$1,54341 \cdot 10^{-9}$	

Tabelle C.52: Tabelle für die Werte der Spektren direkter Photonen γ_{dir} des PbSc im Falle der Zentralität 0%...94% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,00238671	0,00130392	
1,75	0,000115928		0,000212758
2,25	$1,31727 \cdot 10^{-5}$		$8,49166 \cdot 10^{-5}$
2,75	$1,37656 \cdot 10^{-6}$		$1,82509 \cdot 10^{-5}$
3,25	$2,08025 \cdot 10^{-7}$		$1,29347 \cdot 10^{-6}$
3,75	$5,68691 \cdot 10^{-8}$		$3,73812 \cdot 10^{-7}$
4,25	$1,22661 \cdot 10^{-8}$		$6,39024 \cdot 10^{-8}$
5,25	$1,50431 \cdot 10^{-8}$		$3,89811 \cdot 10^{-8}$
5,75	$3,7027 \cdot 10^{-9}$		$1,98266 \cdot 10^{-8}$

Tabelle C.53: Tabelle für die Werte der kombinierten Spektren direkter Photonen $\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 80%...94% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl}, \text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,000557369		0,00479929
2,25	$2,16882 \cdot 10^{-5}$		0,000189552
2,75	$4,03565 \cdot 10^{-6}$		$3,39819 \cdot 10^{-5}$
3,25	$4,91571 \cdot 10^{-7}$		$7,40727 \cdot 10^{-6}$
3,75	$4,51593 \cdot 10^{-7}$		$2,08492 \cdot 10^{-6}$
4,75	$2,9593 \cdot 10^{-8}$		$1,37473 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,10185 \cdot 10^{-8}$		$1,43536 \cdot 10^{-7}$

Tabelle C.54: Tabelle für die Werte der kombinierten Spektren direkter Photonen $\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl}, \text{PbSc}}$ im Falle der Zentralität 70%...80% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl}, \text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,00651479	0,00442938	
1,75	0,00047287		0,000798812
2,25	$8,83158 \cdot 10^{-5}$		0,000240406
2,75	$7,87187 \cdot 10^{-6}$		$3,53377 \cdot 10^{-5}$
3,25	$9,92168 \cdot 10^{-7}$		$4,16345 \cdot 10^{-6}$
3,75	$2,25511 \cdot 10^{-7}$		$1,16495 \cdot 10^{-6}$
4,25	$3,04071 \cdot 10^{-7}$	$2,80045 \cdot 10^{-7}$	
4,75	$6,37829 \cdot 10^{-8}$		$1,87762 \cdot 10^{-7}$
5,75	$3,5661 \cdot 10^{-8}$		$1,12337 \cdot 10^{-7}$

Tabelle C.55: Tabelle für die Werte der kombinierten Spektren direkter Photonen $\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl}, \text{PbSc}}$ im Falle der Zentralität 60%...70% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl}, \text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,00793658	0,00638183	
1,75	0,000490454		0,00114088
2,25	$2,98631 \cdot 10^{-5}$		0,000171904
2,75	$7,74725 \cdot 10^{-6}$		$3,39753 \cdot 10^{-5}$
3,25	$1,25966 \cdot 10^{-6}$		$9,81445 \cdot 10^{-6}$
3,75	$5,29402 \cdot 10^{-7}$		$2,71753 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,37619 \cdot 10^{-7}$		$6,76771 \cdot 10^{-7}$
4,75	$1,10496 \cdot 10^{-8}$		$4,82064 \cdot 10^{-7}$
5,25	$7,82085 \cdot 10^{-8}$		$1,53973 \cdot 10^{-7}$
5,75	$1,32861 \cdot 10^{-8}$		$6,8549 \cdot 10^{-8}$

Tabelle C.56: Tabelle für die Werte der kombinierten Spektren direkter Photonen $\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl}, \text{PbSc}}$ im Falle der Zentralität 50%...60% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl}, \text{PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,015093	0,00977961	
1,75	0,00108509		0,00188221
2,25	$7,94567 \cdot 10^{-5}$		0,000290092
2,75	$2,33866 \cdot 10^{-5}$		$8,61625 \cdot 10^{-5}$
3,25	$1,09901 \cdot 10^{-5}$		$2,05966 \cdot 10^{-5}$
3,75	$5,62701 \cdot 10^{-7}$		$3,11137 \cdot 10^{-6}$
4,25	$9,20724 \cdot 10^{-8}$		$9,6169 \cdot 10^{-7}$
4,75	$9,60998 \cdot 10^{-8}$		$4,62937 \cdot 10^{-7}$
5,25	$3,11367 \cdot 10^{-8}$		$8,26261 \cdot 10^{-8}$
6,5	$2,44439 \cdot 10^{-9}$		$2,45372 \cdot 10^{-8}$
7,5	$3,67332 \cdot 10^{-8}$	$2,93175 \cdot 10^{-8}$	

Tabelle C.57: Tabelle für die Werte der kombinierten Spektren direkter Photonen $\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl}, \text{PbSc}}$ im Falle der Zentralität 40%...50% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0213663	0,0150588	
1,75	0,00159104		0,00286501
2,25	0,000103268		0,000435136
2,75	$2,3966 \cdot 10^{-5}$		0,000130258
3,25	$8,26289 \cdot 10^{-6}$		$1,85458 \cdot 10^{-5}$
3,75	$2,92715 \cdot 10^{-6}$		$5,03602 \cdot 10^{-6}$
4,25	$8,85401 \cdot 10^{-7}$		$1,58585 \cdot 10^{-6}$
4,75	$2,47188 \cdot 10^{-7}$		$5,44652 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,97906 \cdot 10^{-7}$	$1,5431 \cdot 10^{-7}$	
5,75	$8,21355 \cdot 10^{-8}$	$7,15119 \cdot 10^{-8}$	
6,5	$2,82073 \cdot 10^{-8}$	$2,33811 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$1,47609 \cdot 10^{-8}$	$1,17999 \cdot 10^{-8}$	

Tabelle C.58: Tabelle für die Werte der kombinierten Spektren direkter Photonen $\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 30%...40% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0358781	0,0225049	
1,75	0,00263291	0,00261253	
2,25	0,000226116		0,000655964
2,75	$3,77016 \cdot 10^{-5}$		0,000124758
3,25	$1,18067 \cdot 10^{-5}$		$2,65436 \cdot 10^{-5}$
3,75	$4,30257 \cdot 10^{-6}$		$7,19679 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,37433 \cdot 10^{-6}$	$1,34408 \cdot 10^{-6}$	
4,75	$3,64756 \cdot 10^{-7}$		$7,52215 \cdot 10^{-7}$
5,25	$2,97207 \cdot 10^{-7}$	$2,59741 \cdot 10^{-7}$	
5,75	$6,17704 \cdot 10^{-8}$		$1,38374 \cdot 10^{-7}$
6,5	$7,81759 \cdot 10^{-8}$	$3,6757 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$1,83995 \cdot 10^{-8}$	$1,27327 \cdot 10^{-8}$	
9	$7,5985 \cdot 10^{-9}$	$4,52851 \cdot 10^{-9}$	

Tabelle C.59: Tabelle für die Werte der kombinierten Spektren direkter Photonen $\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 20%...30% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl, PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0611387	0,0338707	
1,75	0,00422804	0,00380252	
2,25	0,000208819		0,000892992
2,75	$4,53756 \cdot 10^{-5}$		0,000253421
3,25	$2,63967 \cdot 10^{-5}$	$2,44311 \cdot 10^{-5}$	
3,75	$3,07534 \cdot 10^{-6}$		$9,46954 \cdot 10^{-6}$
4,25	$1,07292 \cdot 10^{-6}$		$2,89575 \cdot 10^{-6}$
4,75	$6,71013 \cdot 10^{-8}$		$9,14776 \cdot 10^{-7}$
5,25	$1,31232 \cdot 10^{-7}$		$3,86327 \cdot 10^{-7}$
5,75	$2,36006 \cdot 10^{-7}$	$1,35473 \cdot 10^{-7}$	
6,5	$6,82575 \cdot 10^{-8}$	$4,08703 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$1,39365 \cdot 10^{-8}$	$1,31125 \cdot 10^{-8}$	
9	$5,54767 \cdot 10^{-9}$	$4,1886 \cdot 10^{-9}$	

Tabelle C.60: Tabelle für die Werte der kombinierten Spektren direkter Photonen $\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl, PbSc}}$ im Falle der Zentralität 10%...20% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl, PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0915867	0,046516	
1,75	0,006301	0,0050675	
2,25	0,000382885		0,00118568
3,25	$4,26859 \cdot 10^{-5}$	$3,17963 \cdot 10^{-5}$	
3,75	$8,50826 \cdot 10^{-6}$	$7,65754 \cdot 10^{-6}$	
4,25	$2,40071 \cdot 10^{-6}$	$2,26441 \cdot 10^{-6}$	
4,75	$1,32552 \cdot 10^{-6}$	$8,49078 \cdot 10^{-7}$	
5,25	$4,95765 \cdot 10^{-7}$	$3,26266 \cdot 10^{-7}$	
5,75	$3,34544 \cdot 10^{-7}$	$1,62815 \cdot 10^{-7}$	
6,5	$6,40501 \cdot 10^{-8}$	$4,47959 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$3,463 \cdot 10^{-8}$	$2,12649 \cdot 10^{-8}$	
9	$9,00628 \cdot 10^{-9}$	$5,32192 \cdot 10^{-9}$	

Tabelle C.61: Tabelle für die Werte der kombinierten Spektren direkter Photonen $\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl, PbSc}}$ im Falle der Zentralität 0%...10% und des PID3-Cut

p_T in $\frac{\text{GeV}}{c}$:	$\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:	$\sigma_{\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle}(p_T)$ (obere Grenze) in $\frac{c^2}{\text{GeV}^2}$:
1,25	0,0262166	0,0151411	
1,75	0,00198888	0,00176615	
2,25	0,000182097		0,000443458
2,75	$2,12768 \cdot 10^{-5}$		$8,26299 \cdot 10^{-5}$
3,25	$6,45631 \cdot 10^{-6}$		$1,74106 \cdot 10^{-5}$
3,75	$2,59884 \cdot 10^{-6}$		$4,70744 \cdot 10^{-6}$
4,25	$9,5583 \cdot 10^{-7}$	$8,84409 \cdot 10^{-7}$	
4,75	$3,24013 \cdot 10^{-7}$	$2,9572 \cdot 10^{-7}$	
5,25	$1,05518 \cdot 10^{-7}$		$1,77136 \cdot 10^{-7}$
5,75	$1,07733 \cdot 10^{-7}$	$5,39936 \cdot 10^{-8}$	
6,5	$3,56212 \cdot 10^{-8}$	$1,63373 \cdot 10^{-8}$	
7,5	$9,98093 \cdot 10^{-9}$	$4,79718 \cdot 10^{-9}$	
9	$3,81221 \cdot 10^{-9}$	$1,31888 \cdot 10^{-9}$	

Tabelle C.62: Tabelle für die Werte der kombinierten Spektren direkter Photonen $\langle \gamma_{\text{dir}} \rangle_{\text{PbGl,PbSc}}$ im Falle der Zentralität 0%...94% und des PID3-Cut

Literaturverzeichnis

- [1] A. Adare et al.: *Suppression pattern of neutral pions at high transverse momentum in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{ GeV}$ and constraints on medium transport coefficients*, University of Colorado, Boulder, CO 80309, USA, arXiv:0801.4020v1 [nucl-ex]
- [2] K. Adcox et al.: *PHENIX Detector Overview*, Vanderbilt University, Nashville, TN 37235, USA, NIM A499 469-479 (2003)
- [3] K. Adcox et al.: *PHENIX Central Arm Tracking Detectors*, Vanderbilt University, Nashville, TN 37235, USA, NIM A499 489-507 (2003)
- [4] S.S. Adler et al.: *PHENIX On-Line Systems*, Brookhaven National Laboratory, Upton, NY 11973-5000, USA, NIM A499 560-592 (2003)
- [5] S.S. Adler et al.: *Centrality Dependence of Charm Production from a Measurement of Single Electrons in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{ GeV}$* , Brookhaven National Laboratory, Upton, NY 11973-5000, USA, Phys. Rev. Lett. 94 082301 (2005)
- [6] S.S. Adler et al.: *Centrality Dependence of π^0 and η Production at Large Momentum in $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{ GeV}$ d + Au Collisions*, Brookhaven National Laboratory, Upton, NY 11973-5000, USA, arXiv:nucl-ex/0610036v1
- [7] M. Aizawa et al.: *PHENIX central arm particle I.D. detectors*, Institute of Physics, University of Tsukuba, Tsukuba, Ibaraki 305-8571, Japan, NIM A499 508-520 (2003)
- [8] H. Akikawa et al.: *PHENIX Muon Arms*, Kyoto University, Kyoto 606, Japan, NIM A499 537-548 (2003)
- [9] M. Allen et al.: *PHENIX Inner Detectors*, University of Tennessee, Knoxville, TN 37996, USA, NIM A499 549-559 (2003)
- [10] L. Aphecetche et al.: *The PHENIX Calorimeter*, SUBATECH (Ecole des Mines de Nantes, IN2P3/CRNS, Universite de Nantes) BP 20722-44307, Nantes-cedex 3, France, NIM A499 521-536 (2003)
- [11] B. Back et al.: *The PHOBOS Perspectives and Discoveries at RHIC*, Phobos White Paper (2005), (Nucl. Phys. A 757 28)
- [12] James D. Bjorken, Fermilab-Pub-82/59-THY (1982) and erratum (unpublished)

- [13] James D. Bjorken: *Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region*, Fermi National Accelerator Laboratory/PO500, Batavia, Illinois 60510, Phys. Rev. D 27, 140-151 (1983)
- [14] E.D. Bloom et al.: *HIGH ENERGY $e - p$ -SCATTERING AT 6° AND 10°* , Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, Stanford, California 94305, Phys. Rev. Lett. 23, 930-934 (1969)
- [15] Volker Börchers: *Pioncaré-Kovariante Parton Kaskade*, Dissertation, Institut für Theoretische Physik, Universität Bremen (2002)
- [16] M. Breidenbach et al.: *OBSERVED BEHAVIOR OF HIGHLY INELASTIC ELECTRON-PROTON SCATTERING*, Department of Physics and Laboratory for Nuclear Science, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139, Phys. Rev. Lett. 23, 935-939 (1969)
- [17] P. Braun Munzinger and J. Wambach: *Colloquium: Phase diagram of strongly interacting matter*, GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung mbH, Planckstrasse 1, D64291 Darmstadt, Germany and Technical University Darmstadt, Schlossgartenstrasse 9, D64287 Darmstadt, Germany, REVIEWS OF MODERN PHYSICS, VOLUME 81, (JULY-SEPTEMBER 2009)
- [18] C.K. Bösing, K. Reygers, B. Sahlmüller et al.: *Centrality dependence of Neutral Pion and Eta Production in $\sqrt{s_{NN}} = 62.4 \text{ GeV}$ Cu+Cu Collisions (Run05)*, PHENIX Analysis Note AN543 (2006)
- [19] James Chadwick: *Possible Existence of a Neutron*, Cavendish Laboratory, Cambridge Februar 1932, Nature 192, 312 (1932)
- [20] T. Chujo, A. Kiyomichi, J. Velkovska: *Identified Charged Single Particle Spectra and Yield at $\sqrt{s_{NN}} = 200 \text{ GeV}$ Au+Au for PPG015/026* PHENIX Analysis Note AN187 (2003)
- [21] D. d'Enterria *Photon conversions in the central-arms for Runs 1-3*, PHENIX Analysis Note AN322 (2004)
- [22] Sidney D. Drell, Tung-Mow Yan: *MASSIVE LEPTON-PAIR PRODUCTION IN HADRON-HADRON COLLISIONS AT HIGH ENERGIES*, Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, Stanford, California 94305, Phys. Rev. Lett. 25, 316-320 (1970)
- [23] Albert Einstein: *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*, Annalen der Physik 17, 549 (1905)
- [24] Pedro Fernández: *Studien zur Quantenchromodynamik und Messung der starken Kopplungskonstante α_s bei $\sqrt{s} = 14 - 44 \text{ GeV}$* , Dissertation, Max-Planck-Institut für Physik, Werner-Heisenberg-Institut (2003)

- [25] Harald Fritzsch: *Elementarteilchen, Bausteine der Materie* ©Verlag C.H. Beck oHG, München (2004)
- [26] M. Gell-Mann: *A Schematic Model of Baryons and Mesons*, Phys. Lett. 8 3 (1964)
- [27] Christian Klein-Bösing: *Simulation der Detektoreigenschaften des Bleiglaskalorimeters*, Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms Universität Münster (2000) *in den Experimenten WA98 und PHENIX*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster (2000)
- [28] Christian Klein-Bösing: *Production of Neutral Pions and Direct Photons in Ultra-Relativistic Au+Au Collisions*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster (2004)
- [29] Tobias Kerscher: *Quarks und SU(3) Symmetrie*, Seminar Uni Bayreuth (Prof. Büttner) (2004)
- [30] Masahiro Konno: *Development and Construction of PHENIX Aerogel Cherenkov Detector*
- [31] Masahiro Konno: *Identified Charged Hadron p_T Spectra in Run5 Cu+Cu and $p+p$ collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{GeV}$* , PHENIX Analysis Note AN448
- [32] Christian Weinheimer: *Skript zur Vorlesung Kern- und Teilchenphysik I*, Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms Universität Münster (2009)
- [33] Robert Lüchtenborg: *Produktion direkter Photonen in ultrarelativistischen Cu+Cu Stößen am PHENIX-Experiment*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster (2007)
- [34] Erich Lohrmann: *Hochenergiephysik*, ©B.G. Teubner Verlag/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 5. Auflage (2005)
- [35] M. L. Miller, Klaus Reygers et al.: *Glauber Modeling in High Energy Nuclear Collisions*, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.57:205-243, (2007)
- [36] Sudhir Nadkarni: *Non-Abelian Debye screening: The color-averaged potential*, Department of Physics and Astronomy, Rutgers University, New Jersey 08854, Phys. Rev. D 33, 3738-3746 (1986)
- [37] Jamie Nagle, Sergei Belikov, Kensuke Homma et al.: *PHENIX Run-5 Copper-Copper 62 GeV Minimum-Bias and Centrality Determination*, PHENIX Analysis Note AN395 (2005)
- [38] Rachid Nouicer: *Systematics of Global Observables in Cu+Cu and Au+Au Collisions at RHIC Energies*, PHOBOS-Collaboration, Chemistry Department, Brookhaven National Laboratory, Upton New York 11973-5000, USA, arXiv:nucl-ex/0601026v1 (2006)

- [39] Oliver Passon: *Symmetrie und Symmetriebrechung*, Zentralinstitut für angewandte Mathematik (ZAM) Forschungszentrum Jülich, (2006)
- [40] *Particle Data Booklet* Particle Data Group, extracted from the Review of Particle Physics C. Amster, et al. Physics Letters B677, 1 (2008)
- [41] Prof. Dr. Johannes Pollmann: *Statistische Physik I*, Vorlesung Sommersemester 2007, Institut für Festkörpertheorie, Westfälische Wilhelms Universität Münster (2007)
- [42] B. Povh, C. Scholz, K. Rith, F. Zetsche: *Teilchen und Kerne*, Springer Lehrbuch, 8. Auflage ©Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2009)
- [43] F. Prino: *J/ψ Production in Proton-Nucleus and Nucleus-Nucleus Interaction at the CERN SPS*, Hirschegg, “Ultrarelativistic heavy-ion collisions” (2002)
- [44] *Periodensystem der Elemente*, Nach FLUCK und HEUMANN unter Berücksichtigung der IUPAC-Empfehlungen bis 2002, ©WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 3. Auflage (2002)
- [45] Johann Rafelski, Berndt Müller: *Strangeness Production in the Quark-Gluon Plasma*, Institut für Theoretische Physik, Johann Wolfgang Goethe-Universität, D-600 Frankfurt am Main, Germany, Phys. Rev. Lett. 48, 1066-1069 (1982)
- [46] Klaus Reygers: https://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/p/draft/reygers/glauber/tables_cucu_62gev.html, (2005)
- [47] K. Reygers, et al.: *Onset of π^0 Suppression Studied in Cu+Cu collisions at $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 22.4, 62.4, \text{ and } 200 \text{ GeV}$ -final data tables for ppg084*, PHENIX Analysis Note AN723, (2008)
- [48] Klaus Reygers: *Glauber Monte-Carlo Calculation for Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200 \text{ GeV}$* , PHENIX Analysis Note AN169 (2003)
- [49] Burton Richter, J.E. Augustin et al.: *Discovery of a Narrow Resonance in e^+e^- Annihilation*, Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, Stanford, California 94305, Phys. Rev. Lett. 33, 1406-1408 (1974)
- [50] Ernest Rutherford: *The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom*, University of Manchester, April 1911, Philos. Mag, 6, 21 (1911)
- [51] Baldo Sahlmüller: *Photons at PHENIX*, Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, arXiv:0904.4764v1 [nucl-ex] (2009)
- [52] Todd Satogata: *Recent RHIC Performance and Upgrade Plans*, Brookhaven National Laboratory, New York, EPAC Conference Talk, Lucern Congress Centre Switzerland (2004)

- [53] Hubertus Schlagheck: *Konstruktion und Kalibration eines Bleiglaskalorimeters für ultrarelativistische Schwerionenreaktionen*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms Universität-Münster (1994)
- [54] Peter Sonderegger: *ULTRARELATIVISTIC HEAVY ION PHYSICS*, Invited Talk at PANIC XIII, Perugia, 28June-2July 1993, CERN PPE/94-21 (1994)
- [55] Paul Stankus: *Direkt Photon Production in relativistic Heavy-Ion Collisions*, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge Tennessee, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 2005. 55 517 54 (2005)
- [56] Peter Steinberg: *Universal Behavior of Charged Particle Production in Heavy Ion Collisions*, PHOBOS-Collaboration, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York 11973-5000, USA, arXiv:nucl-ex/0211002v1 (2002)
- [57] Joseph John Thomson: *Cathode Rays*, Philosophical Magazine 44, 293 (1897)
- [58] Joseph John Thomson: *On the Structure of the Atom: an Investigation of the Stability and Periods of Oscillation of a number of Corpuscles arranged at equal intervals around the Circumference of a Circle; with Application of the Results to the Theory of Atomic Structure*, Philosophical Magazine Series 6, Volume 7, Number 39, 237-265 (1904)
- [59] Samuel C.C. Ting, J.J. Aubert et al.: *Experimental Observation of a Heavy Particle J*, Institute of Nuclear Science and Department of Physics, Massachusetts Intitute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139, Phys. Rev. Lett. 33, 1404-1406 (1974)
- [60] Werner Vogelsang: private Korrespondenz
- [61] Ivan Vitev: *A systematic study of direct photon production in heavy ion collisions*, arXiv:0804.3805, Los Alamos National Laboratory, Thoretical Division
- [62] Sebastian N. White: *Diffraction Dissociation-50 Years later*, Physics Department/PO/2-182, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York 11973, USA, arXiv:nucl-ex/0507023v2 (2005)
- [63] Xin-Nian Wang: *Particle Production in High-Energy Heavy-Ion Collisions*, Nuclear Science Division, Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley, California, 94720, Department of Physics, Shandong University, Jinan, P.R.China, 250100, arXiv:hep-ph/0111404v1 (2001)
- [64] Kenneth Wilson: *Confinement of Quarks*, Laboratory of Nuclear Studies, Cornell University, Ithaca, New York, Phys. Rev D10, 2445 (1974)
- [65] Cheuk-Yin Wong: *Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions*, Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, ©1994 by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. (1994)

- [66] Oliver Zaudtke: *Measurement of Direct-Photon Production and Neutral Pion Double Helicity Asymmetry in Ultra-Relativistic $p+p$ Collisions*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster (2007)
- [67] G. Zweig: *An SU_3 model of strong interaction symmetry and its breaking*, Cern Preprint CERN-TH-412 (1964)

Danksagung

Zu guter Letzt ist an dieser Stelle den Personen zu danken, die ihren Beitrag zum Gelingen dieser Diplomarbeit geleistet haben.

Zunächst ist Herrn Prof. Dr. Johannes Wessels ein Dank auszusprechen, der mit seiner Arbeitsgruppe die notwendige intellektuelle Infrastruktur zur Verfügung gestellt hat.

Weiterhin ist Herrn PD Dr. Klaus Reygers zu danken, der das Diplomthema vermittelt hat, die Bewertung der Arbeit vornimmt und daneben selbst für formale Anliegen stets zur Verfügung gestanden hat.

Ein ganz besonderer Dank gilt Dr. Baldo Sahlmüller, der über die gesamte Bearbeitungszeit mit Rat und Tat zur Seite gestanden hat, gleich wie naiv die Anliegen des Diplomanden gewesen sein mochten.

Weiterhin ist Dr. Christoph Baumann, der die notwendige technische Grundlage der Diplomarbeit zur Verfügung gestellt hat und Christian Klein-Bösing, der mit fachlichen Rat in verschiedenen Meetings oder Vorlesungen gedient hat, zu danken.

Ein weiterer Dank bezüglich der Durchsicht der Diplomarbeit gilt Dr. Baldo Sahlmüller und Christoph Baumann.

Sebastian Klamor ist für seine enge Kooperation bezüglich unserer ähnlich veranlagten Diplomarbeiten besonders zu danken.

Für die angenehme und kompetente Arbeitsatmosphäre in der unmittelbaren Umgebung (d.h. im Raum 118 des Instituts für Kernphysik der Universität Münster) ist Svenja Wulff, Eva Sicking und Stefan Korsten zu danken, sowie Andrea Nustede und Jonas Anielski.

Ein weiterer Dank gilt Frau Maria Portscher für ihre formale Betreuung über das gesamte Studium hinweg.

Ein letzter Dank gilt meinen Eltern und Großeltern, die mit diversen Beiträgen ebenfalls einen Anteil am Gelingen dieser Diplomarbeit haben.

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, diese Arbeit selbstständig verfasst und keine weiteren als die angegebenen Hilfsmittel und Quellen verwendet zu haben.

Münster, 10.02.2010

Michael Kowalik