

# Skalierungsverhalten identifizierter Teilchen in nuklearen Kollisionen vom RHIC zum LHC

Scaling Properties of Identified Particles in  
Nuclear Collisions from RHIC to the LHC

Katharina Garner<sup>1</sup>

Eingereicht am: 18.08.2014  
Matrikelnummer: 383434  
Erstgutachter: Priv.-Doz. Dr. C. Klein-Bösing  
Zweitgutachter: Prof. Dr. A. Khoukaz

---

<sup>1</sup>k\_garn03@wwu.de



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1. Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1. Die verschiedenen Teilchen . . . . .	3
1.2. Die Quantenchromodynamik und das Quark-Gluon Plasma . . . . .	4
1.3. Nukleare Kollisionen . . . . .	7
1.3.1. Parameter zur Beschreibung von Nuklearen Kollisionen . . . . .	7
1.3.2. Hochrelativistische Schwerionenkollisionen . . . . .	9
1.3.3. QGP in pp- oder pPb-Kollisionen . . . . .	11
<b>2. Die verwendeten Datensätze</b>	<b>13</b>
2.1. Der Relativistic Heavy Ion Collider . . . . .	13
2.2. Der Large Hadron Collider . . . . .	13
2.3. Zur Auswertung der Datensätze . . . . .	15
<b>3. Teilchenspektren verschiedener Schwerpunktsenergien im Vergleich</b>	<b>17</b>
3.1. Das $x_T$ -scaling . . . . .	18
3.2. Das $m_T$ -scaling . . . . .	21
<b>4. Geometric scaling bei Teilchenspektren aus pp-Kollisionen</b>	<b>25</b>
4.1. Die Gluonensättigung . . . . .	25
4.2. Geometric scaling bei Pionspektren aus pp-Kollisionen . . . . .	27
<b>5. Blast-Wave Fits angewandt auf pp- und pPb-Kollisionen</b>	<b>31</b>
5.1. Das Blast-Wave Modell . . . . .	31
5.2. Blast-Wave Fit der pp-Daten . . . . .	34
5.3. Blast-Wave Fit der pPb-Daten . . . . .	39
5.4. Vergleich von Blast-Wave Modell und VISHNU Modell . . . . .	39
5.5. Diskussion der Ergebnisse der Blast-Wave Fits . . . . .	44
<b>6. Zusammenfassung</b>	<b>45</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>47</b>
A.1. Verwendete Datensätze . . . . .	47
A.2. Beweis der Äquivalenz von Gl. (1.3.7) und Gl. (1.3.8) . . . . .	47
A.3. Wirkungsquerschnitt für pp und $\bar{p}p$ Kollisionen . . . . .	48
A.4. Fitparameter . . . . .	49



# Einleitung

Mit Hilfe von hochrelativistischen Schwerionenkollisionen, d.h. Kollisionen schwerer Kerne mit hohen Schwerpunktsenergien, kann vermutlich ein Phasenübergang der Kernmaterie zu einem Quark-Gluon Plasma (QGP) hervorgerufen werden. Quarks und Gluonen – die voraussichtlich kleinsten Bestandteile der Kernmaterie – treten dem heutigen Wissenstand zur Folge nur in Hadronen gebunden auf. Eine Ausnahme bietet möglicherweise das QGP. In diesem hypothetischen Materiezustand können sich die Quarks und Gluonen frei bewegen.

Die Eigenschaften des QGPs sind interessant, da sich die Materie in den ersten Sekundenbruchteilen nach dem Urknall vermutlich in eben diesem Zustand befand. Untersucht man also die Eigenschaften des QGPs, so erhält man möglicherweise Informationen über den Zustand der Materie im Anfangsstadium des Universums. Außerdem bietet das QGP die Möglichkeit die starke Wechselwirkung zu untersuchen, die die Kernmaterie zusammenhält. Diese ist zum Teil noch nicht gut erforscht, denn viele Probleme der starken Wechselwirkung können nicht störungstheoretisch gelöst werden [18].

Um die Eigenschaften des QGPs zu untersuchen, werden die Messergebnisse aus Schwerionenkollisionen mit Messergebnissen aus Kollisionen verglichen, bei denen man davon ausgeht, dass kein QGP entsteht [8]. Auch Modelle, die die Evolution der Materie nach Schwerionenkollisionen beschreiben sollen, können überprüft werden, indem man sie auf diese Referenzwerte anwendet.

Lange nahm man an, dass Proton-Proton- (pp-) und Proton-Kern- (pA-)Kollisionen als Referenz verwendet werden können. Es wurden jedoch Hinweise gefunden, die auf die Entstehung eines QGPs in pA-Kollisionen hindeuten [8]. In diesem Zusammenhang ist die sorgfältige Analyse von Teilchenspektren aus pp-Kollisionen umso bedeutender geworden.

In dieser Ausarbeitung werden Teilchenspektren aus pp-, Proton-Blei- (pPb-) und Blei-Blei- (PbPb-)Kollisionen auf drei Skalierungsverhalten untersucht. Der Schwerpunkt wird dabei auf die Analyse von Teilchenspektren aus pp-Kollisionen gelegt. Über die Skalierungsverhalten wird auf physikalische Prozesse geschlossen, die bei den Kollisionen und den nachfolgenden Materieevolutionen auftreten.

Außerdem wird die Verlässlichkeit der sogenannten Blast-Wave Fits überprüft, indem sie auf Teilchenspektren aus pp- und pPb-Kollisionen angewandt und ihre Ergebnisse mit denen des VISHNU-Modells verglichen werden. Blast-Wave Fits basieren auf dem hydrodynamischen Blast-Wave Modell, welches die Materieevolution nach einer Schwerionenkollision beschreiben soll.

Die Ausarbeitung lässt sich dementsprechend in drei größere Abschnitte gliedern. Den ersten Abschnitt bilden die Kapitel 1 und 2. In Kap. 1 werden die theoretischen Grundlagen erläutert, die zum Verständnis und zur Beschreibung nuklearer Kollisionen notwendig sind. Die verwendeten Datensätze stammen von dem Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC)

## Inhaltsverzeichnis

---

und dem Large Hadron Collider (LHC), weshalb diese Collider in Kap. 2 kurz vorgestellt werden. Außerdem werden in diesem Kapitel Anmerkung zur Verwendung der Datensätze gemacht.

Im zweiten Abschnitt, welcher die Kap. 3 und 4 umfasst, beginnt die Analyse der Datensätze. In Kap. 3 werden sie auf zwei Skalierungsverhalten – das  $x_T$ -scaling und das  $m_T$ -scaling – untersucht. In Kap. 4 wird überprüft, ob das geometric scaling bei Teilchenspektren aus pp-Kollisionen auftritt.

Den letzten Abschnitt bildet Kap. 5. In diesem Kapitel wird die Verlässlichkeit der Blast-Wave Fits diskutiert.

Es folgt eine kurze Zusammenfassung in Kap. 6.

# 1. Theoretische Grundlagen

## 1.1. Die verschiedenen Teilchen

Bei den heutzutage bekannten Teilchen kann man zwischen elementaren und nicht elementaren Teilchen differenzieren. Zu den elementaren Teilchen gehören *Quarks* und *Leptonen*. Die nicht elementaren Teilchen werden unter dem Begriff *Hadronen* zusammengefasst. Mit Hilfe des Quark-Modells, das Ende der 60er-Jahre aufgestellt wurde, lassen sich die Hadronen in Gruppen einteilen [29]. Im Folgenden werden die verschiedenen Teilchensorten vorgestellt.

**Quarks und Leptonen** Quarks und Leptonen bestehen dem heutigen Wissensstand zur Folge nicht aus kleineren Konstituenten, sie sind demnach elementar. Beide Teilchensorten gehören zu den *Fermionen*, d.h. zu den Teilchen mit halbzahligem Spin. Insbesondere haben beide einen Spin 1/2. Heutzutage sind sechs Quarks (**up**, **down**, **charm**, **strange**, **top** und **bottom**) und sechs Leptonen ( Elektron  $e$ , Elektronneutrino  $\nu_e$ , Myon  $\mu$ , Myonneutrino  $\nu_\mu$ , Tau  $\tau$  und Tauneutrino  $\nu_\tau$ ) und ihre jeweiligen Antiteilchen bekannt. Sie lassen sich in sogenannte *Familien* einteilen:

	Familie			elektrische
	1	2	3	Ladung
Leptonen	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
Quarks	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} +2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$

Dabei nehmen die jeweiligen Massen der Teilchen von Familie eins zu Familie drei zu. Wie man sieht, tragen sowohl die Quarks als auch die Leptonen eine elektrische Ladung. Die der Quarks ist drittzahlig, während die der Leptonen ganzzahlig ist. Außerdem besitzen sowohl Leptonen als auch Quarks eine schwache Ladung, sie nehmen also auch an der schwachen Wechselwirkung teil. Dagegen tragen nur Quarks eine Farbladung und nehmen an der starken Wechselwirkung teil (siehe Kap. 1.2) [29].

**Hadronen** Hadronen sind nicht elementar, sie bestehen aus Quarks. Man unterscheidet zwischen *Mesonen* und *Baryonen*.

Baryonen bestehen aus drei Quarks und gehören zu den Fermionen. Die bekanntesten Vertreter der Baryonen sind die Nukleonen, das Proton und das Neutron, die den Atomkern bilden. Sie bestehen aus  $u$ - und  $d$ -Quarks

$$|n\rangle = |u\ d\ d\rangle \quad \text{und} \quad |p\rangle = |u\ u\ d\rangle \quad (1.1.1)$$

und haben Massen<sup>1</sup> von  $m_n \approx 939.5 \text{ MeV}/c^2$  und  $m_p \approx 938.3 \text{ MeV}/c^2$  [29].

Mesonen bestehen aus einem Quark und einem Antiquark. Sie tragen einen ganzzahligen Spin und zählen somit zu den *Bosonen*. Das leichteste Meson ist das Pion  $\pi^0$  mit einer Masse von etwa  $m_{\pi^0} \approx 135.0 \text{ MeV}/c^2$ , welches durch eine Überlagerung zweier Zustände

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u \bar{u}\rangle - |d \bar{d}\rangle) \quad (1.1.2)$$

beschrieben wird. Die leichtesten geladenen Pionen sind das  $\pi^+$  und  $\pi^-$  mit einer Masse von etwa  $m_{\pi^\pm} \approx 139.6 \text{ MeV}/c^2$ . Sie bestehen ebenfalls aus  $u$ - und  $d$ -Quarks

$$|\pi^+\rangle = |u \bar{d}\rangle \quad \text{und} \quad |\pi^-\rangle = |\bar{u} d\rangle. \quad (1.1.3)$$

Für diese Ausarbeitung sind außerdem die leichtesten Mesonen mit einem  $s$ -Quark, die Kaonen  $K^+$  und  $K^-$

$$|K^+\rangle = |u \bar{s}\rangle \quad \text{und} \quad |K^-\rangle = |s \bar{u}\rangle, \quad (1.1.4)$$

von Bedeutung. Sie besitzen eine Masse von etwa  $m_{K^\pm} \approx 493.7 \text{ MeV}/c^2$  [29].

Bisher wurden nur die Quarks betrachtet, die die Quantenzahlen der Teilchen bestimmen. Sie werden *Valenzquarks* genannt. Zusätzlich zu ihnen können jedoch weitere virtuelle Quark-Antiquark Paare in den Teilchen existieren, die *Seequarks* genannt werden. Zusammen mit den Gluonen, den Eichbosonen der starken Wechselwirkung, werden Valenzquarks und Sequarks unter dem Begriff *Partonen* zusammengefasst [29].

Eine wichtige Quantenzahl, die die Eigenschaften der Teilchen beschreibt, ist der *Isospin*. Teilchen mit dem gleichen Isospin werden einem *Isospinmultiplett* zugeordnet. Sie verhalten sich bezüglich der starken Wechselwirkung gleich und können deshalb als verschiedene Zustände eines Teilchens interpretiert werden. Die Nukleonen bilden ein Isospinduplett, d.h., man interpretiert Proton und Neutron als verschiedene Zustände des Nukleons. Die Pionen bilden ein Isospintriplett [29].

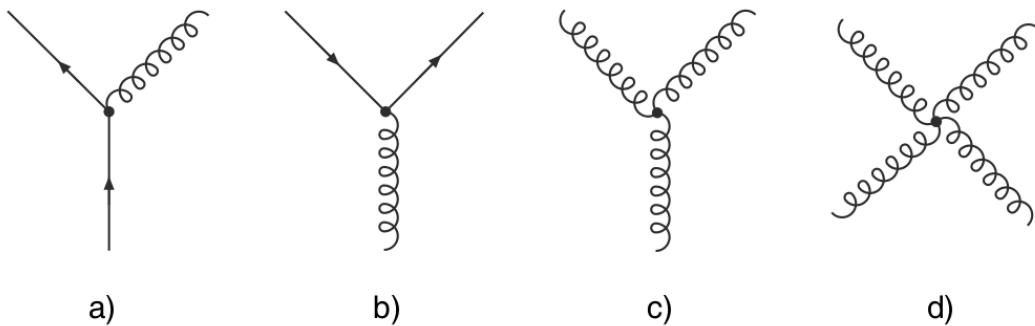
Bei einer nuklearen Kollision ist die starke Wechselwirkung die dominante der Wechselwirkungen [37], weshalb sich die Teilchen eines Isospinmultipletts bezüglich der Teilchenproduktion gleich verhalten. Dieser Effekt wird in dieser Ausarbeitung häufig ausgenutzt.

## 1.2. Die Quantenchromodynamik und das Quark-Gluon Plasma

Heutzutage sind vier fundamentale Wechselwirkungen bekannt: Die gravitative, die elektromagnetische, die starke und die schwache Wechselwirkung. Die Stärke der jeweiligen Wechselwirkung lässt sich durch eine Kopplungskonstante beschreiben. Man geht davon aus, dass die vier Wechselwirkungen durch sogenannte Eichbosonen übertragen werden, die an die jeweiligen Ladungen der Kräfte koppeln. Die Eichbosonen der gravitativen Wechselwirkung sind die Gravitonen<sup>2</sup>, die der elektromagnetischen Wechselwirkung die Photonen und die der schwachen Wechselwirkung die  $W^{\pm}$ - und  $Z^0$ -Bosonen. Für diese Arbeit ist die starke Wechselwirkung relevant, deren Eichbosonen die Gluonen sind. Die Theorie, die sich mit der starken Wechselwirkung beschäftigt, ist die Quantenchromodynamik (QCD),

<sup>1</sup>In dieser Ausarbeitung wird die britische Konvention zur Darstellung von Kommazählern verwendet.

<sup>2</sup>Die Gravitonen wurden experimentell noch nicht nachgewiesen, ihre Existenz ist hypothetisch.



**Abbildung 1.1.** – Feynmann-Diagramme der fundamentalen Prozesse der starken Wechselwirkung. a) Ein Quark strahlt ein Gluon ab. b) Ein Gluon spaltet in ein Quark-Antiquarkpaar auf. c) und d) Wechselwirkungen der Gluonen untereinander [29].

die im Folgenden erläutert wird.

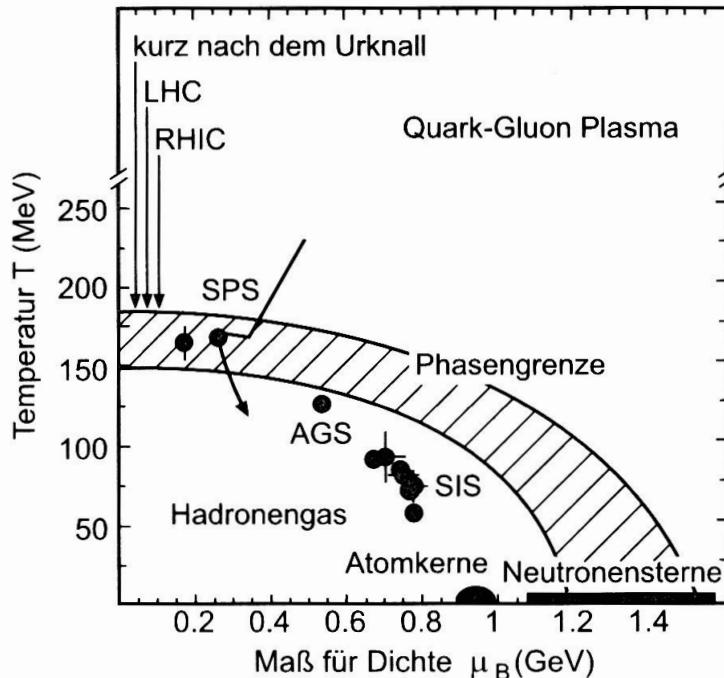
Es gibt 8 verschiedene Gluonen, die alle masselos sind und an die sogenannte *Farbladung* koppeln. Diese Farbladung kann die Farben rot, grün und blau und die jeweiligen Antifarben annehmen. Jeweils eine Farbe und ihre Antifarbe oder auch alle drei Farben sind zusammen farbneutral. Alle Partonen, also sowohl Quarks als auch Gluonen, tragen eine Farbladung. Daraus folgt, dass auch die Gluonen untereinander wechselwirken können. In Abb. 1.1 sind die Feynmann-Diagramme der fundamentalen Prozesse der starken Wechselwirkung abgebildet.

Die Farbladung ist notwendig, um das *Pauli-Prinzip* zu erfüllen, demzufolge die Wellenfunktion unter Austausch eines Teilchens total antisymmetrisch ist. Gäbe es die Farbladung nicht, so wäre z.B. für das Teilchen  $\Delta^{++}$ , welches aus drei  $d$ -Quarks mit gleichem Spin besteht, die Wellenfunktion symmetrisch. Das  $\Delta^{++}$ -Teilchen besitzt jedoch einen Spin von  $3/2$  und müsste als Fermion dem Pauli-Prinzip genügen. Durch die Einführung der Farbladung können den drei Quarks die drei unterschiedlichen Farben zugeordnet werden und die Wellenfunktion wird antisymmetrisch [29].

Bisher wurden nur farbneutrale Teilchen nachgewiesen, weshalb man annehmen kann, dass nur farbneutrale Objekte existieren. Quarks treten demnach nur in Hadronen gebunden auf. Diesen Effekt bezeichnet man als *Confinement* [29].

Die Kopplungskonstante  $\alpha_s$  der starken Wechselwirkung ist sehr stark von  $Q^2$  abhängig, wobei sich  $Q^2$  aus dem Impulsübertrag  $q$  des jeweiligen Prozesses zu  $Q^2 = -q^\mu q_\mu$  ergibt. Bei kleinen Entferungen ( $\equiv$  großen  $Q^2$ ) ist  $\alpha_s$  sehr klein, weshalb die Quarks sich frei bewegen können. Dieser Effekt wird *asymptotische Freiheit* genannt. Bei großen Entferungen ( $\equiv$  kleinen  $Q^2$ ) wird  $\alpha_s$  hingegen so groß, dass die Quarks sich nicht weiter auseinander bewegen können. Dies ist der Grund für das Confinement. Vermutlich gibt es lediglich einen Zustand, in welchem sich die Quarks und Gluonen frei bewegen können – das Quark-Gluon Plasma. Die Eigenschaften dieses Materiezustands werden im folgenden Abschnitt beschrieben [29].

**Das Quark-Gluon Plasma** Kernmaterie kann, ähnlich den unterschiedlichen Aggregatzuständen von Wasser, verschiedene Phasen einnehmen. Bei niedriger Temperatur und niedriger Dichte lässt sich ein Atomkern als eine Flüssigkeit beschreiben. Steigt die Temperatur oder die Dichte an, kann ein Phasenübergang zu einem Nukleonengas stattfinden. Aus Berechnungen der Gitter QCD folgt die mögliche Existenz eines weiteren Phasenübergangs



**Abbildung 1.2.** – Das Phasendiagramm der Kernmaterie [14].

bei hohen Temperaturen und hohen Dichten – der Phasenübergang zum Quark-Gluon Plasma (QGP). In dieser Phase liegen Quarks und Gluonen in hoher Konzentration vor. Auf Grund der hohen Energien ist die Kopplungskonstante gering und das Confinement der Partonen aufgelöst. Die Partonen können sich demnach frei bewegen. Das System befindet sich im thermischen Gleichgewicht [24, 25, 29].

In Abb. 1.2 ist das Phasendiagramm für den Übergang vom Hadronengas zum QGP dargestellt. In dieser Abbildung ist  $\mu_B$  das *baryochemische Potential*, welches ein Maß für die *reine Baryonendichte* ist. Je größer  $\mu_B$  ist, umso größer ist die Baryonendichte. Dabei ergibt sich die reine Baryonendichte aus der Differenz von Baryonen und Antibaryonen. Man sieht, dass sowohl für hohe Temperaturen und kleine  $\mu_B$  als auch für niedrige Temperaturen und große  $\mu_B$  ein Phasenübergang zum QGP stattfinden kann. Ein großes baryochemisches Potential wird dabei durch Verdichten der Kernmaterie erzeugt. Ein Phasenübergang dieser Art ist eventuell bei Neutronensternen zu finden [14, 18].

In Abb. 1.2 sind außerdem die Temperaturen beim chemischen freeze-out (siehe Kap. 1.3.2) und die baryochemischen Potentiale eingezeichnet, die für einige Beschleuniger berechnet wurden. Bei Kollisionen am LHC oder RHIC ist das baryochemische Potential demnach sehr gering und die chemische freeze-out Temperatur eher groß. Insbesondere ähneln die Bedingungen, die diese beiden Beschleuniger schaffen, dem Zustand der Materie kurz nach dem Urknall. Aus Untersuchungen dieser Kollisionen erhofft man sich deshalb Informationen über den Materiezustand direkt nach dem Urknall [14, 18, 29].

Das QGP bietet außerdem die Möglichkeit die Eigenschaften der starken Wechselwirkung zu untersuchen. Da die Kopplungskonstante für große Entfernung der Quarks so groß wird, können für die starke Wechselwirkung nicht immer Störungsrechnungen, wie z.B. in der Quantenelektrodynamik, durchgeführt werden. Deshalb ist die starke Wechselwirkung in diesem Bereich noch nicht besonders gut erforscht.

## 1.3. Nukleare Kollisionen

Nukleare Kollisionen sind Kollisionen von Atomkernen oder Kernbausteinen. Ist die Energie solcher Kollisionen groß genug, so können während der Kollision durch starke Wechselwirkungen neue Teilchen entstehen. Die Spektren dieser Teilchen liefern Informationen über den Materiezustand bei und kurz nach der Kollision.

Bei der Teilchenproduktion unterscheidet man zwischen *harten* und *weichen Prozessen*. Harte Prozesse sind solche, bei denen Teilchen mit großem Transversalimpuls  $p_T > 2 \text{ GeV}$  erzeugt werden. Dabei ist  $p_T$  ein direktes Maß für den Impulsübertrag des Prozesses. Da die Kopplungskonstante  $\alpha_s$  bei großen Impulsüberträgen klein ist, sind die Partonen bei harten Prozessen asymptotisch frei und eine Kollision kann als eine elastische Streuung von Partonen an Partonen beschrieben werden. Außerdem können die Prozesse auf Grund der kleinen Kopplungskonstanten störungstheoretisch beschrieben werden [18].

Als weiche Prozesse werden diejenigen bezeichnet, bei denen Teilchen mit geringerem Transversalimpuls erzeugt werden. Die Kopplungskonstante  $\alpha_s$  wird für geringe Impulsüberträge sehr groß, weshalb die Partonen bei weichen Prozessen in den Nukleonen gebunden sind. Aus demselben Grund können weiche Prozesse nicht störungstheoretisch betrachtet werden. Stattdessen versucht man sie mit Hilfe phänomenologischer Modelle zu beschreiben.

Bei einer Kollision treten immer harte und weiche Prozesse auf, wobei die Anzahl der weichen Prozesse deutlich überwiegt. Die Teilchen, die bei harten oder weichen Prozessen entstehen, werden entsprechend *harte* und *weiche Teilchen* genannt [18].

In dem folgenden Unterkapitel werden Parameter eingeführt, die zur Beschreibung der Kollisionen und der entstehenden Teilchenspektren hilfreich sind. Anschließend wird ein kurzer Überblick über Schwerionenkollisionen geliefert. Dabei wird das Augenmerk auf die Evolution der Materie nach einer Schwerionenkollision gelegt. In Kap. 1.3.3 wird die Entstehung eines QGP in pp- und pPb-Kollisionen diskutiert.

### 1.3.1. Parameter zur Beschreibung von Nuklearen Kollisionen

**Die Schwerpunktsenergie** Die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  ist ein Maß dafür, wie viel Energie im Kollisionssystem vorhanden ist. Sie ist über

$$s = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 \quad (1.3.1)$$

definiert, wobei  $\mathbf{p}_1$  und  $\mathbf{p}_2$  die Viererimpulse der beiden Kollisionspartner sind. Für Schwerionenkollisionen wird die Schwerpunktsenergie pro Nukleon  $\sqrt{s_{\text{NN}}}$  angegeben. Je größer die Schwerpunktsenergie einer Kollision ist, umso größer ist die Anzahl der erzeugten Teilchen.

**Transversaler/longitudinaler Impuls und transversale Masse** Eine wichtige Messgröße der erzeugten Teilchen ist der transversale Impuls  $p_T$ . Er ergibt sich über

$$p_T = p \sin \theta, \quad (1.3.2)$$

wobei  $p$  der Betrag des Teilchenimpulses und  $\theta$  der Winkel zur Beamrichtung ist, unter dem das Teilchen die Kollisionszone verlässt (siehe Abb. 1.3).  $p_T$  ist ein Maß für den Impulsübertrag  $Q^2$  in einer Kollision [18]. Äquivalent zum transversalen Impuls wird der

longitudinale Impuls über

$$p_L = p \cos \theta \quad (1.3.3)$$

definiert.

Trägt man die Anzahl der erzeugten Teilchen gegen ihren Transversalimpuls  $p_T$  auf, so erhält man ein  $p_T$ -Spektrum. Da die Nukleonen vor der Kollision näherungsweise keine transversale Impulskomponente besitzen, liefert das  $p_T$ -Spektrum Informationen über die Ausdehnung der Materie nach einer Kollision. Dies gilt auch für die transversale Masse  $m_T$ , welche über

$$m_T = \sqrt{p_T^2 + m_0^2} \quad (1.3.4)$$

definiert ist. Dabei ist  $m_0$  die Ruhemasse des erzeugten Teilchens. Sowohl  $p_T$  als auch  $m_T$  sind lorentz invariant.

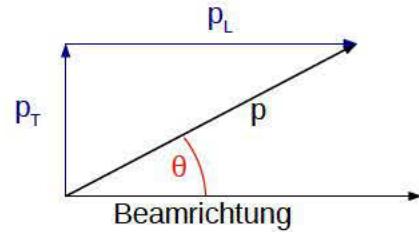


Abbildung 1.3. – Zur Herleitung des transversalen und longitudinalen Impulses.

**Rapidität und Pseudorapidität** Eine weitere wichtige Größe ist die Rapidität  $y$

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_L}{E - p_L}, \quad (1.3.5)$$

wobei  $E$  die Energie des Teilchens ist. Sie wird eingeführt, weil der longitudinale Teilchenimpuls  $p_L$  nicht lorentzinvariant ist. Die Rapidität ist additiv unter Lorentztransformation [18].

Wenn  $m_0 \ll E$  gilt, die Teilchenmasse also vernachlässigbar gegen die Energie ist, dann stimmt die Rapidität näherungsweise mit der Pseudorapidität  $\eta$

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{p + p_L}{p - p_L} \right) = -\ln \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \quad (1.3.6)$$

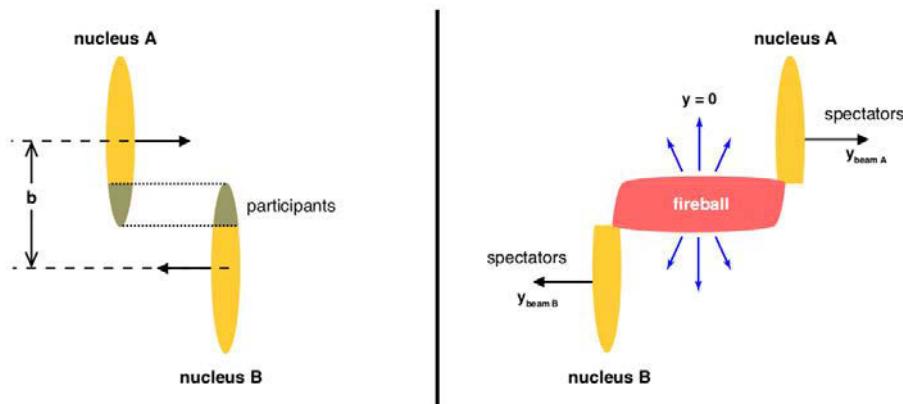
überein. Da die Pseudorapidität nur von dem Winkel  $\theta$  abhängt, ist sie einfacher zu messen als die Rapidität [18].

**Multiplizität und Wirkungsquerschnitt** Die Anzahl der in einer nuklearen Kollision erzeugten Teilchen wird Multiplizität genannt. Da meist nicht alle Teilchen einer Kollision nachgewiesen werden, wird die differentielle Multiplizität angegeben. Werden beispielsweise nur Teilchen einer bestimmten Rapidität detektiert und wird deren transversaler Impuls bestimmt, so wird die differentielle Multiplizität  $d^2N/(dp_T dy)$  angegeben. In dieser Arbeit wird die Multiplizität in der lorentzinvarianten Form

$$\frac{1}{N_{ev}} \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2N}{dp_T dy} \quad (1.3.7)$$

oder einer ähnlichen Form angegeben. Hier ist  $N_{ev}$  die Anzahl der Events und  $N$  die Anzahl der erzeugten Teilchen.

Die Multiplizität ist eng mit dem Wirkungsquerschnitt der Reaktion verbunden. In Bezug auf eine Kollision können verschiedene Wirkungsquerschnitte angegeben werden. Zunächst



**Abbildung 1.4.** – links: Schwerionenkollision zweier hochrelativistisch beschleunigter Kerne, die Lorentzkontrahiert sind. rechts: Feuerball, der während einer Schwerionenkollision entsteht [18].

gibt es den totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{tot}}$  der Reaktion, welcher die Wahrscheinlichkeit der Reaktion zweier Teilchen beschreibt. Zur Erfassung der Anzahl der erzeugten Teilchen eignet sich der Wirkungsquerschnitt der Teilchenerzeugung. Er ist ein Maß dafür, wie wahrscheinlich es ist, dass ein Teilchen in einer Kollision erzeugt wird. Er wird meist über den Lorentzinvarianten Zusammenhang

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} \quad (1.3.8)$$

angegeben.

In dieser Ausarbeitung werden sowohl Daten verwendet, bei denen der Wirkungsquerschnitt angegeben ist, als auch solche, bei denen die Multiplizität angegeben ist. Im Anhang A.2 wird deshalb gezeigt, wie sich der Wirkungsquerschnitt in der Form von Gl. (1.3.8) in die Multiplizität in der Form von Gl. (1.3.7) umrechnen lässt.

### 1.3.2. Hochrelativistische Schwerionenkollisionen

Heutzutage ist es möglich schwere Kerne auf sehr hohe Geschwindigkeiten zu beschleunigen, um Schwerionenkollisionen herbeizuführen. Werden schwere Kerne auf relativistische Geschwindigkeiten beschleunigt, so werden sie, wie in Abb. 1.4 dargestellt, auf Grund der Lorentzkontraktion in Flugrichtung kontrahiert. Treffen sie aufeinander, so wechselwirken die Nukleonen nur in der Region, in der die Kerne überlappen. Diese Nukleonen werden als *participants* bezeichnet, während die restlichen Nukleonen *spectators* genannt werden. Die Multiplizität der in der Kollision erzeugten Teilchen ist proportional zur Anzahl der participants. Stoßen die Kerne zentral aufeinander, dann ist ihr Überlapp und die Anzahl an participants groß. Ist der Stoß weniger zentral, ist auch die Anzahl der participants gering. Die Zentralität wird durch den Stoßparameter  $b$  beschrieben: Je kleiner  $b$  umso zentraler ist die Kollision [18, 24].

Möglicherweise befindet sich die Materie vor der Kollision im Zustand eines *Color Glass Condensates*. Das Color Glass Condensate ist ein System mit hoher Gluonendichte, in dem die Partonen schwach gekoppelt sind [26]. Es wird in Kap. 4 thematisiert.

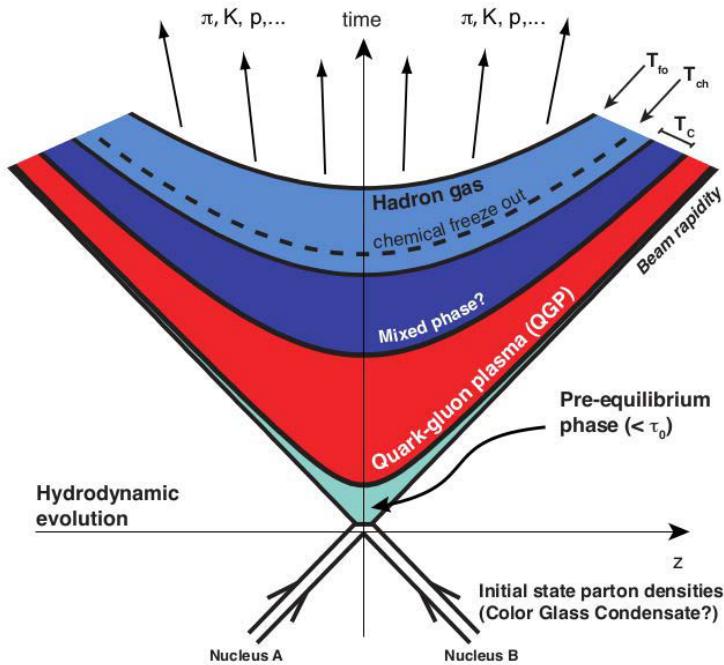


Abbildung 1.5. – Materieevolution nach einer Schwerionenkollision [18].

**Die Evolution der Materie nach einer Schwerionenkollision** Die Evolution der Materie nach einer Schwerionenkollision ist in Abb. 1.5 schematisch dargestellt. Man geht davon aus, dass sich, wie in Abb. 1.4 dargestellt, bei der Kollision ein sogenannter *Feuerball* ausbildet. Durch häufige Wechselwirkungen geht die Materie des Feuerballs nach kurzer Zeit ins thermische Gleichgewicht über. War die anfängliche Temperatur des Feuerballs hoch genug, dann ist das Confinement aufgelöst und es entsteht ein QGP [18, 41].

Auf Grund des inneren Dichtegradienten dehnt sich das Plasma aus und kühlt ab [5]. Mit der Temperatur nimmt auch die Energiedichte des Systems ab, bis bei der kritischen Temperatur  $T_C$  die ersten Quarks hadronisieren und das System in eine gemischte Phase und schließlich in ein Hadronengas übergeht. Dieser Prozess wird *hadronisches freeze-out* genannt. Nach dem hadronischen freeze-out können durch weitere inelastische Wechselwirkungen der Hadronen *sekundäre Teilchen* entstehen. Sinkt die Temperatur weiter und erreicht die *chemische freeze-out* Temperatur  $T_{Ch}$ , so wechselwirken die Hadronen nur noch elastisch bis beim *kinetischen freeze-out* mit der Temperatur  $T_{kin}$  auch diese Wechselwirkungen stoppen [18, 41].

Die chemische freeze-out Temperatur kann aus den Verhältnissen der bei einer Kollision entstandenen Teilchen bestimmt werden. Für Schwerionenkollisionen am RHIC wurde ein Wert von  $T_{Ch} \approx 160$  MeV ermittelt. Die kinetische freeze-out Temperatur kann näherungsweise aus Blast-Wave Fits über die Teilchenspektren extrahiert werden [18]. Ein Blast-Wave Fit wird in Kap. 5 für pp- und pPb-Kollisionen durchgeführt.

**Modelle zur Beschreibung der Materieevolution** Es wurden verschiedene Modelle aufgestellt, die die Materieevolution nach einer Schwerionenkollision beschreiben sollen. Man unterscheidet dabei zwischen mikroskopischen und makroskopischen Modellen [18].

In mikroskopischen Modellen werden die individuellen Wechselwirkungen aller Teilchen untereinander berücksichtigt. Die Modelle basieren meist auf einer Superposition von indi-

viduellen Nukleon-Nukleon Kollisionen, wobei angenommen wird, dass sich die Teilchen in einem gemeinsamen mittleren Feld bewegen [18, 24].

Die makroskopischen Modelle basieren auf der Annahme, dass bei einer nuklearen Kollision ein instantanes thermisches Gleichgewicht vorliegt, weshalb die Hydrodynamik<sup>3</sup> eine gute Beschreibung der Materieevolution ermöglicht. Die Kernmaterie wird z.B. als ideale Flüssigkeit aufgefasst und kann durch Parameter wie Temperatur, Druck und Fließgeschwindigkeit beschrieben werden. Die Expansion der Kernmaterie wird dann von den hydrodynamischen Gleichungen erfasst [18, 24, 25].

Ein Indiz dafür, dass die makroskopische Beschreibung der Evolution des Feuerballs möglich ist, ist das Auftreten kollektiver Eigenschaften. Dabei meint der Begriff kollektive Eigenschaften, dass viele der bei der Kollision erzeugten Teilchen eine gemeinsame Eigenschaft besitzen. Eine wichtige Eigenschaft, von der angenommen wird, dass sie kollektiv ist, ist der Fluss, d.h. die Bewegung der Teilchen. Demzufolge bewegen sich die Materienteilchen während der Expansion des Feuerballs mit der gleichen Geschwindigkeit oder in die gleiche Richtung. Es gibt verschiedene Varianten des kollektiven Flusses. Zum einen gibt es den *longitudinalen Fluss*, also die kollektive Bewegung von Teilchen entlang der Beamachse. Dagegen bezeichnet der *transversale Fluss* die kollektive Bewegung von Teilchen senkrecht zur Beamachse und der *radiale Fluss* die Bewegung der Teilchen mit einer kollektiven Geschwindigkeit [24].

Die Anwendbarkeit der Hydrodynamik auf nukleare Kollisionen ist umstritten, denn das thermische Gleichgewicht tritt nach der Kollision nicht instantan ein. Für hohe Schwerpunktsenergien ist die mittlere freie Weglänge jedoch viel kleiner als die Größe des Kerns, weshalb es zu häufigen Kollisionen kommt. Die Materie geht deshalb sehr schnell ins thermische Gleichgewicht über und die Hydrodynamik kann angewendet werden. Dies gilt jedoch nur für weiche Prozesse. Die Teilchenspektren aus harten Prozessen lassen sich durch ein Potenzgesetz beschreiben, während die thermische Verteilung exponentiell ist. Letzteres ist ein deutliches Indiz dafür, dass harte Teilchen nicht thermalisiert sind [24, 25].

In dieser Arbeit wird ein hydrodynamisches Modell – das Blast-Wave Modell – vorgestellt (siehe Kap. 5). Außerdem wird das VISHNU-Modell beschrieben, welches eine Mischung aus einem hydrodynamischen und einem mikroskopischen Modell darstellt (siehe Kap. 5.4).

### 1.3.3. QGP in pp- oder pPb-Kollisionen

Bisher ging man davon aus, dass bei pp- und pPb-Kollisionen kein QGP entsteht. Bei pp-Kollisionen ist die Anzahl der an der Kollision teilnehmenden Partonen gering, weshalb es unwahrscheinlich ist, dass in pp-Kollisionen Energiedichten entstehen, die die Existenz eines QGP nahelegen. Außerdem ist die Anzahl der Teilchenstöße möglicherweise zu gering, um ein thermisches Gleichgewicht zu erzeugen. Dennoch gibt es Modelle, die die Entstehung eines QGP oder eines ähnlichen Zustands in pp-Kollisionen vorhersagen (siehe [21] und Referenzen).

Bei pPb-Kollisionen ist die Anzahl der an der Kollision teilnehmenden Partonen größer als bei pp-Kollisionen. Die Entstehung eines QGP ist also bei pPb-Kollisionen wahrscheinlicher als bei pp-Kollisionen. Außerdem treten in Teilchenspektren aus pPb-Kollisionen Eigenschaften auf, die sich unter anderem durch einen kollektiven radialen Fluss erklären

---

<sup>3</sup>Die Hydrodynamik beschreibt die Bewegung von Flüssigkeiten [25].

lassen. Ein kollektiver Fluss würde auf die Entstehung eines QGP hindeuten [8]. Letztendlich bleibt es ungewiss, ob in pp- oder pPb-Kollisionen ein QGP entsteht. Bisher wurden pp-Kollisionen und pA-Kollisionen jedoch oft als Vergleichsdaten für Schwerionenkollisionen verwendet, um Effekte, die in Schwerionenkollisionen durch ein QGP hervorgerufen werden, von anderen Effekten trennen zu können [8, 18].

## 2. Die verwendeten Datensätze

Die in dieser Arbeit verwendeten Messdaten stammen von dem Experiment PHENIX am Relativistic Heavy Ion Collider und den Experimenten CMS und ALICE am Large Hadron Collider. Sie sind im Anhang A.1 in Tab. A.1 aufgeführt.

In diesem Kapitel werden zunächst die beiden Beschleuniger vorgestellt, von denen die verwendeten Datensätze stammen. Insbesondere wird die Beschleunigung von Protonen beschrieben. Es folgen Bemerkungen zur Auswertung der Datensätze.

### 2.1. Der Relativistic Heavy Ion Collider

Mit dem Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) können Teilchen unterschiedlicher Massen – insbesondere Protonen und Goldkerne – beschleunigt werden. Dabei werden Energien von bis zu 250 GeV für Protonen und von 5 bis 100 GeV pro Nukleon für schwere Ionen erreicht [18, 22].

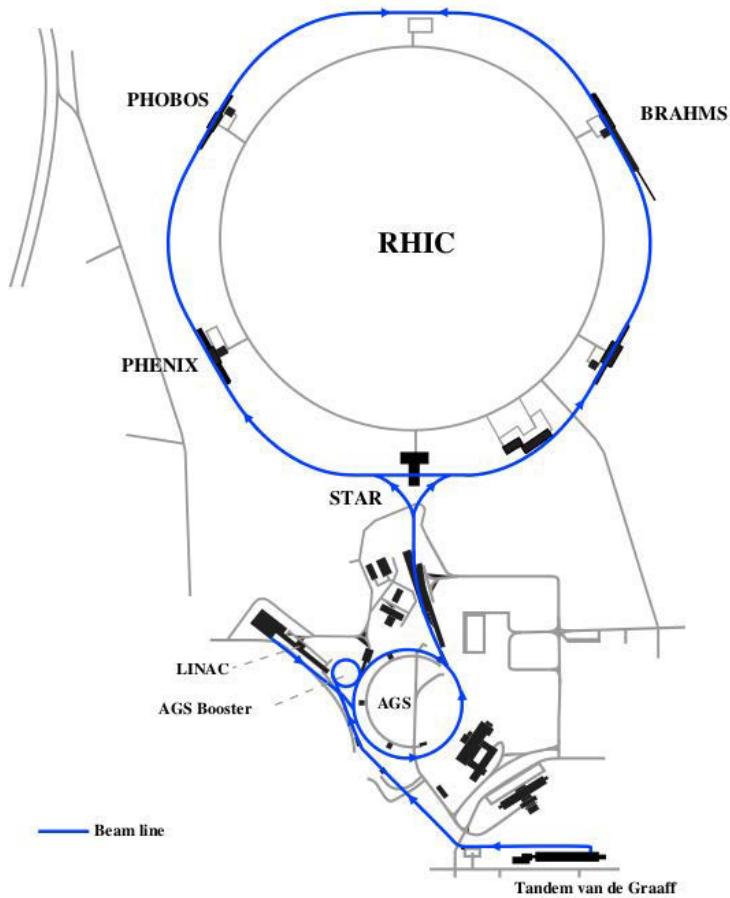
Protonen werden zunächst im linearen Beschleuniger LINAC, dann mit dem Booster und dem Alternating Gradient Synchrotron (AGS) beschleunigt (siehe Abb. 2.1). Wenn die Teilchenstrahlen eine genügend hohe Energie besitzen, werden sie in die beiden Ringe des RHIC injiziert. Diese haben einen Umfang von etwa 3.8 km und bestehen aus sechs gebogenen und sechs geraden Strecken. Innerhalb der Ringe werden die Teilchenstrahlen mit Hilfe supraleitender Magneten auf ihrer Bahn gehalten und fokussiert. Da die beiden Ringe des RHIC mit unterschiedlichen Magnetfeldern betrieben werden können, ist es möglich auch asymmetrische Kollisionen zu erzeugen, bei denen die beiden Kollisionspartner die gleiche Energie pro Nukleon besitzen [18, 22].

Die Teilchenstrahlen in den großen Beschleunigerringen überschneiden sich an sechs verschiedenen Stellen und erzeugen Teilchenkollisionen. An zweien dieser Schnittpunkte befinden sich heute die Experimente PHENIX und STAR [18, 22].

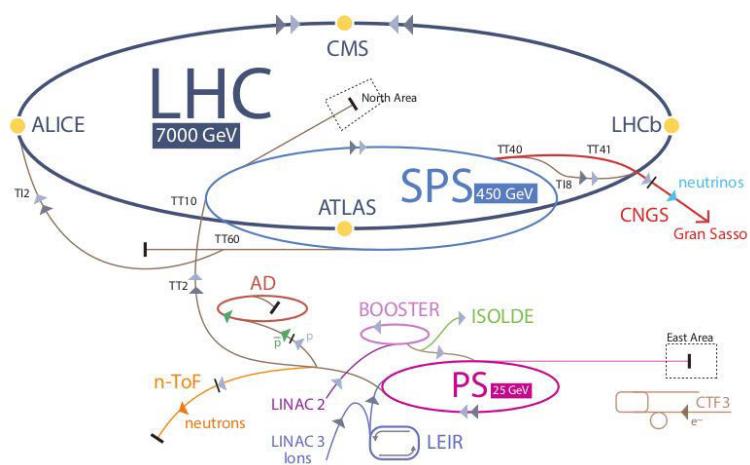
### 2.2. Der Large Hadron Collider

Der Large Hadron Collider (LHC) am CERN wurde errichtet, um vorwiegend pp-Kollisionen zu erzeugen und nach dem *Higgs-Boson* – dem letzten Teilchen des *Standard Modells* – zu suchen. Im LHC können jedoch auch schwere Ionen beschleunigt werden, um die Materie im Zustand des QGP zu untersuchen. Die Schwerpunktsenergien, die dabei erzeugt werden, sind deutlich größer als jene am RHIC [13, 18].

Wie beim RHIC erfolgt die Beschleunigung der Teilchen am CERN schrittweise. Der Aufbau des Beschleunigerkomplexes ist in Abb. 2.2 schematisch dargestellt. Protonen werden zunächst mit dem Linearbeschleuniger LINAC2 auf eine Energie von 50 MeV, anschließend im Proton Synchrotron Booster auf 1.4 GeV, im Proton Synchrotron (PS) auf 25 GeV



**Abbildung 2.1.** – Schematische Darstellung des Beschleunigerkomplexes des RHIC [18].



**Abbildung 2.2.** – Schematische Darstellung des Beschleunigerkomplexes am CERN. Für Protonen sind die maximalen Energien der Beschleuniger PS, SPS und LHC angegeben [18].

und schließlich im Super Proton Synchrotron (SPS) auf 450 GeV beschleunigt. Bei dieser Energie erfolgt die Injizierung in den LHC, in dem für Protonen Schwerpunktsenergien von bis zu 7 TeV erreicht werden [13, 18].

Die Beschleunigerringe des LHC bestehen jeweils aus acht gebogenen und acht geraden Strecken und haben einen Umfang von 26.7 km. Im Gegensatz zum RHIC können die supraleitenden Magneten der beiden Ringe nicht entkoppelt betrieben werden [8, 18].

Am LHC befinden sich momentan die Experimente ATLAS, CMS, ALICE und LHCb. Die in dieser Arbeit verwendeten Daten stammen von den Experimenten ALICE und CMS. ALICE wurde errichtet, um das in Schwerionenkollisionen erzeugte QGP zu untersuchen, und CMS ist für die Suche nach dem Higgs-Boson ausgelegt [4, 18].

## 2.3. Zur Auswertung der Datensätze

Bei der Auswertung der Daten wird angenommen, dass die Isospinsymmetrie erfüllt ist, weshalb Messergebnisse für Teilchen und Antiteilchen für Pionen und Kaonen äquivalent verwendet werden. Dagegen werden grundsätzlich die Messergebnisse für Antiprotonen und nicht die für Protonen betrachtet. Dies liegt daran, dass sich schon vor der Kollision Protonen im System befinden, die die Messergebnisse der Protonen verfälschen.

Wie in Kap. 1.3.1 bereits erwähnt, ist bei manchen Messdaten die Multiplizität und bei anderen der Wirkungsquerschnitt angegeben. Mit Hilfe von Gl. (A.2.4) kann der Wirkungsquerschnitt in die Multiplizität überführt werden. Dabei wird  $\sigma_{\text{tot}}$  für pp-Kollisionen mit Hilfe des Programms *xyscan* [42] aus Abb. A.1 abgelesen. Die resultierenden Werte für  $\sigma_{\text{tot}}$  sind im Anhang A.3 in Tab. A.2 dargestellt.

Um die Messergebnisse von pp-, pPb- und PbPb-Kollisionen vergleichen zu können, werden die Messergebnisse für pPb- und PbPb-Kollisionen durch die Anzahl der participants geteilt. Diese ergibt sich für pPb-Kollisionen zu  $N_{\text{part}} = 7.9 \pm 0.6$  und für PbPb-Kollisionen zu  $N_{\text{part}} = 383 \pm 3$  [6, 10].

Die Datensätze werden mit dem Programm ROOT [16] dargestellt. Die aufgetragenen Fehler  $\Delta$  ergeben sich zu

$$\Delta = \sqrt{\Delta_{\text{sys}}^2 + \Delta_{\text{stat}}^2}, \quad (2.3.1)$$

wobei  $\Delta_{\text{sys}}$  der systematische und  $\Delta_{\text{stat}}$  der statistische Fehler ist.



### 3. Teilchenspektren verschiedener Schwerpunktsenergien im Vergleich

In diesem Kapitel werden Teilchenspektren nuklearer Kollisionen auf ihre Eigenschaften hin untersucht.

Dazu werden zunächst die  $p_T$ -Spektren von pp-Kollisionen verschiedener Schwerpunktsenergien und pPb-Kollisionen mit  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02 \text{ TeV}$  verglichen. Anschließend werden zwei Skalierungsverhalten für harte Prozesse – das  $x_T$ - und das  $m_T$ -scaling – vorgestellt. Es wird überprüft, ob diese Skalierungsverhalten bei den verwendeten Datensätzen auftreten.

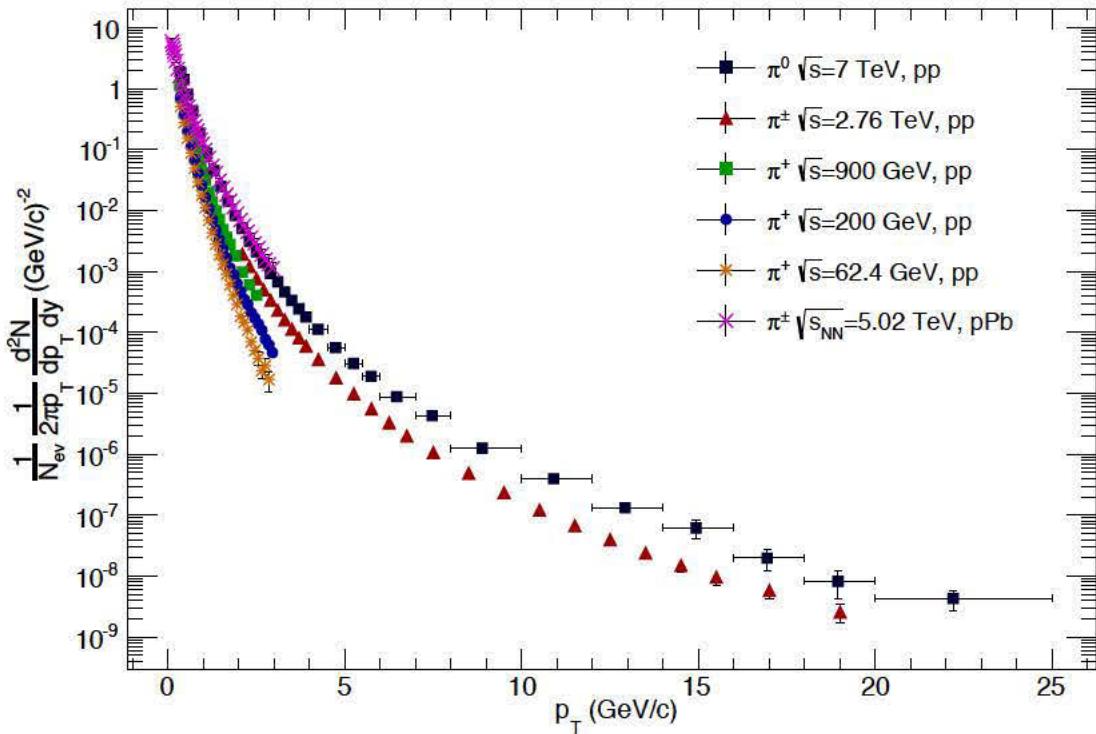


Abbildung 3.1. –  $p_T$ -Spektren von Pionen aus pp- und pPb-Kollisionen verschiedener Schwerpunktsenergien [30, 31, 32, 33, 34].

In Abb. 3.1 ist die Multiplizität von Pionen verschiedener Kollisionssysteme und Schwerpunktsenergien gegen den Transversalimpuls aufgetragen. Man sieht deutlich, dass die Anzahl der weichen Teilchen größer ist als die der harten. Außerdem verhalten sich die Spektren von pp-Kollisionen verschiedener Schwerpunktsenergien, aber auch die Spektren

von pp- und pPb-Kollisionen, sehr ähnlich. Dies lässt auf ähnliche Prozesse bei der Teilchenerzeugung schließen.

Für niedrige  $p_T$  liegen die  $p_T$ -Spektren der verschiedenen Energien und Kollisionssysteme annähernd übereinander. Es zeigt sich, dass sie durch ein exponentielles Gesetz

$$\frac{dN}{dp_T dy} \propto e^{-\alpha p_T} \quad (3.0.1)$$

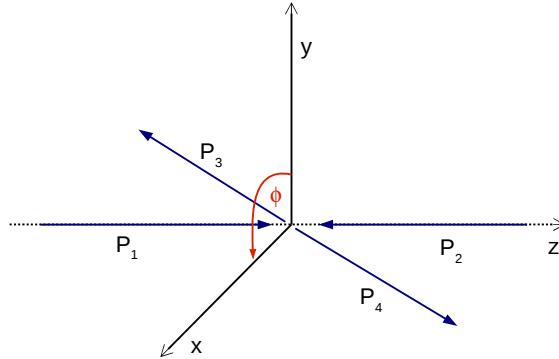
beschrieben werden können, wobei  $\alpha$  für die verschiedenen Energien annähernd konstant ist [18].

Bei hohen  $p_T$  stimmt dagegen zwar die ungefähre Form der Kurven verschiedener Energien überein, je höher jedoch die Energie ist, umso größer ist die Multiplizität. Dies liegt daran, dass bei höheren Schwerpunktsenergien mehr Energie zur Verfügung steht, um neue Teilchen zu erzeugen. Der Bereich der harten Prozesse soll im Folgenden auf zwei Skalierungsverhalten untersucht werden.

### 3.1. Das $x_T$ -scaling

Das  $x_T$ -scaling basiert auf der von J.D.Bjorken eingeführten *Parent-Child Beziehung*, welche besagt, dass sich die Wirkungsquerschnitte zur Erzeugung von Hadronen und Partonen mit hohem  $p_T$  einem Potenzgesetz entsprechend verhalten [15, 18]. Im Folgenden wird zunächst der Parameter  $x_T$  eingeführt. Anschließend werden die grundlegenden Gedanken der Parent-Child Beziehung erläutert.

**Der Parameter  $x_T$**  Für harte Prozesse kann jeder Beam als eine Summe masseloser, nicht wechselwirkender Partonen aufgefasst werden. Jedes Event einer Kernkollision wird als Zweikörperkollision zweier Partonen beschrieben, die anschließend in Hadronen fragmentieren. Die Wechselwirkung der beiden Partonen ist unabhängig von den restlichen Partonen [15]. Die Geometrie solch einer Parton-Parton Kollision ist in Abb. 3.2 dargestellt.



**Abbildung 3.2.** – Kollision zweier Partonen mit den Impulsen  $p_1$  und  $p_2$ .

Jedes  $i$ -te Parton trägt einen Impulsanteil  $x_i = \hat{p}/P$  des Gesamtmpulses  $P = \sqrt{s}/2$  des Projektils, wobei  $\hat{p}$  der Impuls des Partons ist. Bei dem Parameter  $x_T$  handelt es sich um den maximalen Bruchteil des Impulses am Gesamtmpulse des Projektils, den ein Parton tragen kann. Im Folgenden wird eine Parametrisierung für  $x_T$  hergeleitet.

Die Vierervektoren  $\mathbf{p}_i$  der an der Kollision beteiligten Partonen ergeben sich zu

$$\mathbf{p}_1 = x_1 (\sqrt{s}/2, 0, 0, \sqrt{s}/2), \quad (3.1.1)$$

$$\mathbf{p}_2 = x_2 (\sqrt{s}/2, 0, 0, -\sqrt{s}/2), \quad (3.1.2)$$

$$\mathbf{p}_3 = \hat{p}_{T,3} (\cosh \hat{y}_3, \cos \phi, \sin \phi, \sinh \hat{y}_3), \quad (3.1.3)$$

$$\mathbf{p}_4 = \hat{p}_{T,4} (\cosh \hat{y}_4, \cos \phi, \sin \phi, \sinh \hat{y}_4), \quad (3.1.4)$$

wobei  $\hat{y}_i$  die Rapidität,  $\hat{p}_{T,i}$  der Transversalimpuls des  $i$ -ten Partons und  $\phi$  der Azimutalwinkel ist. Aus der Impulserhaltung von  $\hat{p}_x$  und  $\hat{p}_y$  folgt, dass  $\hat{p}_{T,3} = \hat{p}_{T,4}$  gelten muss. Aus der Impulserhaltung von  $\hat{p}_z$  folgt die Beziehung

$$\frac{\sqrt{s}}{2}(x_1 - x_2) = \hat{p}_T (\sinh \hat{y}_3 + \sinh \hat{y}_4) \quad (3.1.5)$$

und aus der Energieerhaltung

$$\frac{\sqrt{s}}{2}(x_1 + x_2) = \hat{p}_T (\cosh \hat{y}_3 + \cosh \hat{y}_4). \quad (3.1.6)$$

Nach einigen Umformungen erhält man mit Hilfe von Gl. (3.1.5) und Gl. (3.1.6) für die Impulsfragmente  $x_1$  und  $x_2$

$$x_1(\hat{y}_3, \hat{y}_4) = \frac{\hat{p}_T}{\sqrt{s}} (e^{\hat{y}_3} + e^{\hat{y}_4}) \quad \text{und} \quad x_2(\hat{y}_3, \hat{y}_4) = \frac{\hat{p}_T}{\sqrt{s}} (e^{-\hat{y}_3} + e^{-\hat{y}_4}). \quad (3.1.7)$$

Demnach ist  $x_i$  maximal, wenn beide Teilchen bei  $\hat{y}_3 = \hat{y}_4 = 0$  nachgewiesen werden und es gilt

$$x_i(\hat{y}_3 = \hat{y}_4 = 0) = x_T = \frac{2\hat{p}_T}{\sqrt{s}}. \quad (3.1.8)$$

**Bjorkens Parent-Child Beziehung** Der differentielle Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  zur Erzeugung von Partonen aus Parton-Parton Streuungen lässt sich durch ein Potenzgesetz

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{p}_T d\hat{y}} = \frac{A}{\hat{p}_T^n} \quad (3.1.9)$$

beschreiben<sup>1</sup>, wobei  $n = n(\sqrt{s}, x_T)$  gilt [18].

Bjorken macht die Annahme, dass die Summe über die Impulse der bei der Fragmentierung entstehenden Hadronen gleich dem Impuls des sie erzeugenden Partons ist. Dann ergibt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt zur Erzeugung von Hadronen zu

$$\frac{d\sigma}{dp_T dy} = \int_{\hat{p}_T > p_T} d\hat{p}_T \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{p}_T d\hat{y}} \frac{1}{\hat{p}_T} F\left(\frac{p_T}{\hat{p}_T}\right), \quad (3.1.10)$$

wobei  $p_T$  der Transversalimpuls und  $y$  die Rapidität des Hadrons ist.  $F(p_T/\hat{p}_T)$  ist die Teilchenanzahlichte der Hadronen mit dem Impulsbruchteil  $p_T/\hat{p}_T$  des Partonimpulses. Mit der Substitution  $z = p_T/\hat{p}_T$  und Gl. (3.1.9) erhält man nach einigen Umformungen

$$\frac{d\sigma}{dp_T dy} = \frac{A}{p_T^n} \int_0^1 dz z^{n-1} F(z). \quad (3.1.11)$$

Der Wirkungsquerschnitt zur Erzeugung von Hadronen besitzt demnach die gleiche Abhängigkeit von  $p_T$  wie der Wirkungsquerschnitt zur Erzeugung von Partonen von  $\hat{p}_T$ . Diese Beziehung wird Parent-Child Beziehung genannt [15, 18].

Nimmt man nun an, dass  $x_T$  und  $y_i$  konstant sind, so lässt sich der Wirkungsquerschnitt

---

<sup>1</sup>Dies wird unter anderem deutlich, wenn man den Rutherford Wirkungsquerschnitt betrachtet, für den  $\sigma_R \propto 1/q^4$  gilt.

zur Erzeugung von Hadronen durch

$$E \frac{d\sigma}{dp_T dy} = \frac{1}{\sqrt{s}^{n(x_T, \sqrt{s})}} G(x_T) \quad (3.1.12)$$

beschreiben, wobei ausgenutzt wird, dass  $p_T$  proportional zu  $\sqrt{s}$  ist. Dieses Skalierungsverhalten des Wirkungsquerschnitts wird als  $x_T$ -scaling bezeichnet [18].

**Auswertung und Diskussion der Messergebnisse** Mit Hilfe von Abb. 3.3 soll nun überprüft werden, ob sich die Teilchenspektren von pp- und pPb-Kollisionen dem  $x_T$ -scaling entsprechend verhalten. Dazu ist die Multiplizität von Pionen – multipliziert mit dem Faktor  $\sqrt{s}^{6.4}$  – für verschiedene Kollisionssysteme und Schwerpunktsenergien  $\sqrt{s}$  gegen  $x_T$  aufgetragen. Dabei wurde die  $\sqrt{s}$  - und  $x_T$ -Abhängigkeit von  $n$  vernachlässigt und  $n = 6.4$  angenommen.

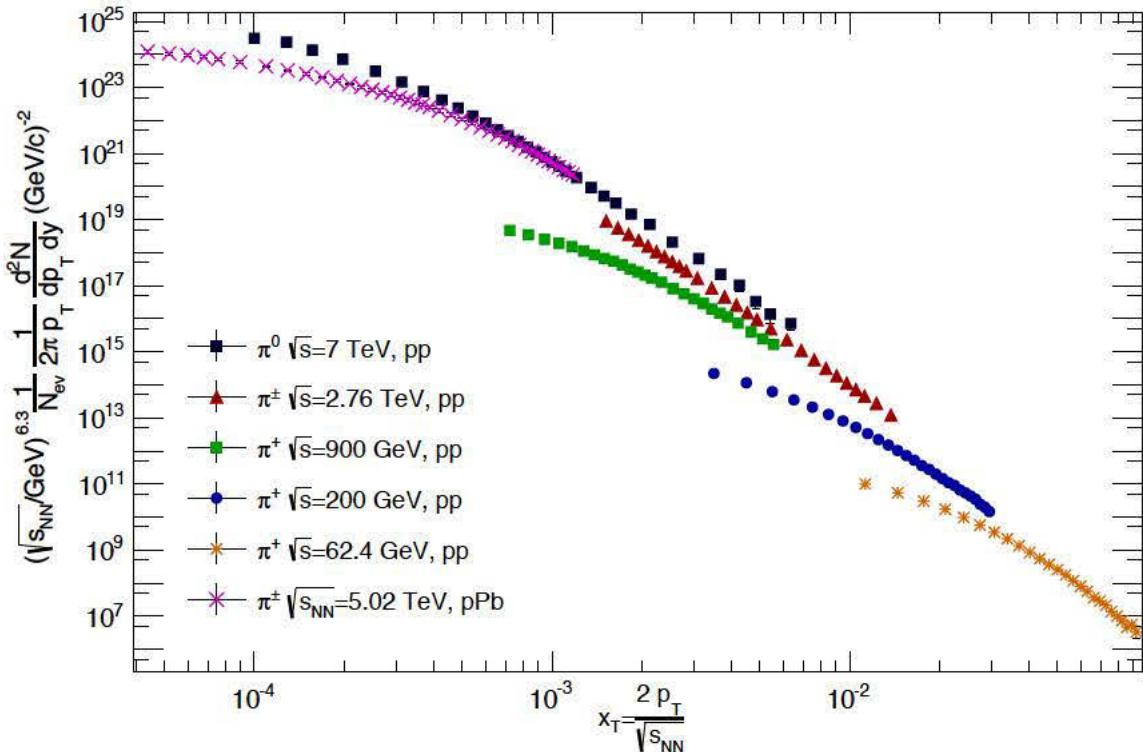


Abbildung 3.3. –  $x_T$ -scaling bei  $p_T$ -Spektren von Pionen aus pp- und pPb-Kollisionen verschiedener Schwerpunktsenergien [30, 31, 32, 33, 34].

Man sieht, dass sich die skalierten Multiplizitäten in Abb. 3.3 für pp- und pPb-Kollisionen verschiedener Energien bei großen  $p_T$  einer Geraden annähern. Dies zeigt, dass der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  aller Kollisionen für große  $p_T$  durch ein Potenzgesetz beschrieben wird. Demnach werden die Multiplizität und die transversalen Impulse der Hadronen nur durch die erzeugenden Partonen bestimmt. Wechselwirkungen zwischen Hadronen sind vernachlässigbar.

### 3.2. Das $m_T$ -scaling

Um den Wirkungsquerschnitt in Hinblick auf die Massen der erzeugten Teilchen zu untersuchen, werden nun die  $m_T$ -Spektren der Teilchen betrachtet. Die Multiplizität und der transversale Impuls der Hadronen werden, wie in Kap. 3.1 gezeigt, nur durch die erzeugten Partonen beeinflusst. Deshalb erwartet man, dass die  $m_T$ -Spektren unterschiedlicher Teilchen für hohe  $m_T$  bis auf eine Konstante übereinstimmen. Dieses Skalierungsverhalten wird  $m_T$ -scaling genannt.

**Auswertung und Diskussion der Messergebnisse** In Abb. 3.4 ist die Multiplizität von Pionen, Kaonen und Protonen gegen  $m_T$  aufgetragen. Das Spektrum für Pionen wurde außerdem mit Hilfe von gnuplot [43] mit einem *Hagedorn Fit*

$$\frac{dN}{dm_T dy} = C \left(1 + \frac{p_T}{p_0}\right)^{-n} \quad (3.2.1)$$

gefittet<sup>2</sup>, wobei  $C, p_0$  und  $n$  die freien Parameter sind [7]. Die resultierenden Fitparameter sind im Anhang A.4 in Tab. A.3 angegeben. In Abb. 3.4 ist ebenfalls der Quotient aus dem Hagedorn Fit der Pionen und den  $m_T$ -Spektren von Kaonen und Protonen dargestellt.

Wie man in Abb. 3.4 sieht, verlaufen die  $m_T$ -Spektren der Pionen und Kaonen für alle Schwerpunktsenergien annähernd parallel. Dies zeigt sich auch in den dargestellten Verhältnissen der  $m_T$ -Spektren der Teilchen. Beschreibt der Hagedorn Fit die Pionspektren bei einer bestimmten Schwerpunktsenergie gut, so sind die Verhältnisse  $K/\pi \approx 0.4$  konstant. Demnach werden bei allen Schwerpunktsenergien im gleichen Maße mehr Pionen als Kaonen erzeugt. Die Spektren von Pionen und Kaonen verhalten sich also dem  $m_T$ -scaling entsprechend.

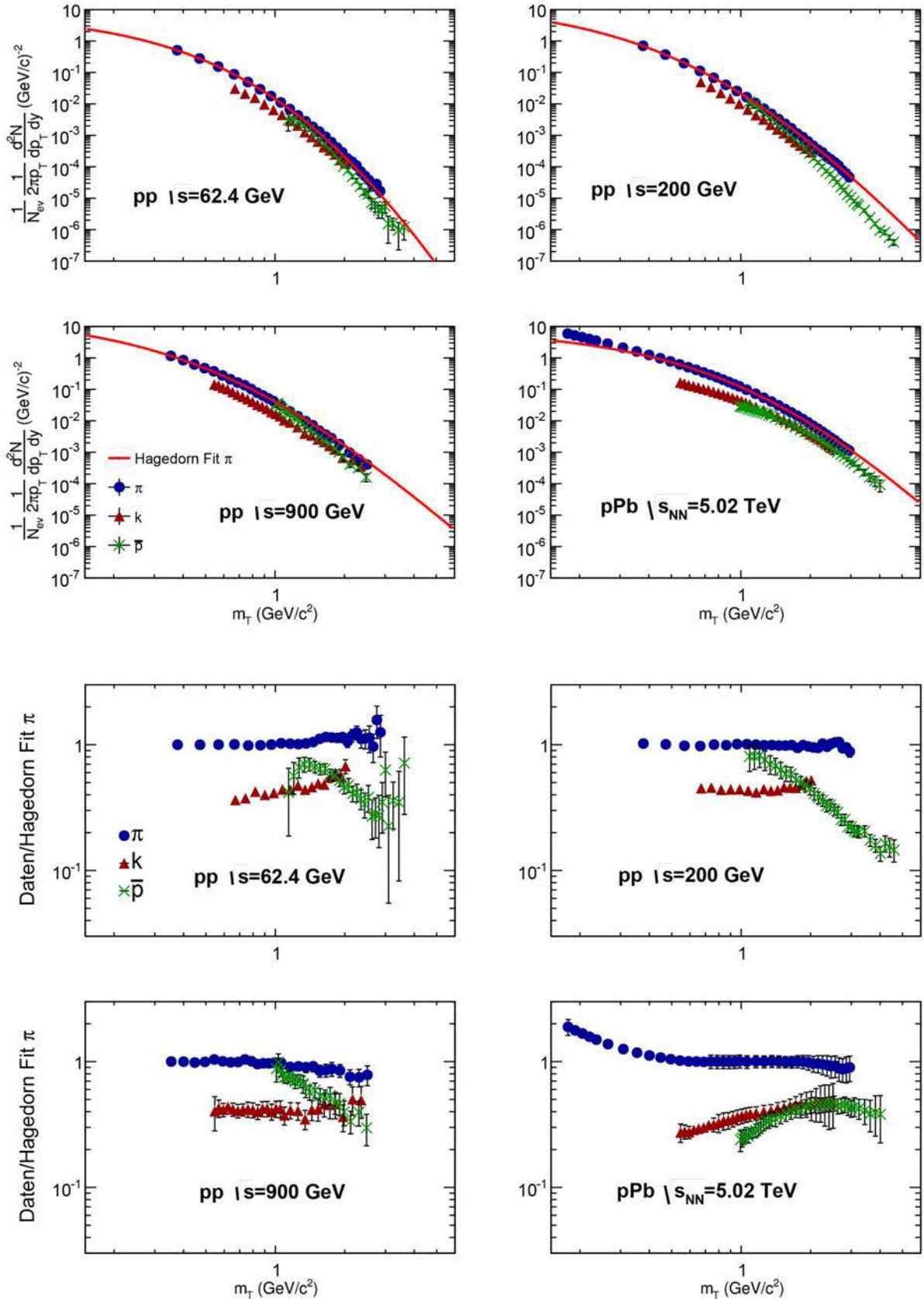
Im Gegensatz dazu unterscheiden sich die Steigungen der Protonenspektren bei den Messergebnissen aus pp-Kollisionen deutlich von denen der Kaon- und Pionspektren. Dies lässt auf unterschiedliche Wirkungsquerschnitte für Mesonen und Baryonen schließen. Diese Annahme ist durchaus plausibel, denn die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Kollision Quark-Antiquark Paare entstehen, ist größer als die, dass drei Quarks entstehen und sich zu einem Baryon zusammenfinden.

Nur bei den Messergebnissen aus pPb-Kollisionen ist das Verhältnis  $p/\pi$  für hohe  $m_T$  konstant. Insbesondere werden genauso viele Kaonen wie Protonen erzeugt. Dieses Verhalten lässt sich nicht erklären.

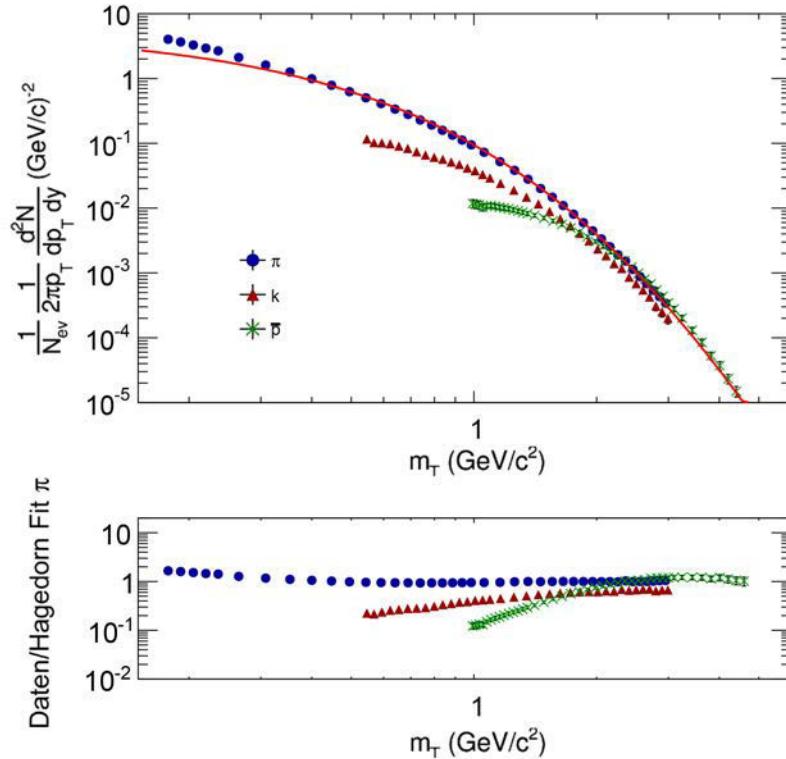
Da die Teilchenspektren der pPb-Kollisionen unerklärliches Verhalten zeigen, werden nun auch Teilchenspektren von PbPb-Kollisionen auf  $m_T$ -scaling hin untersucht. In Abb. 3.5 ist dazu die Multiplizität von Pionen, Kaonen und Protonen aus PbPb-Kollisionen gegen  $m_T$  aufgetragen.

Man sieht, dass sich das  $m_T$ -Spektrum der Protonen für hohe  $p_T$  den Spektren von Kaonen und Pionen annähert. Dieses Verhalten deutet darauf hin, dass das  $m_T$ -scaling für  $p_T > 2 \text{ GeV}/c$  zu beobachten ist. Um diese Annahme zu verifizieren sind jedoch weitere Datenpunkte für Pion- und Kaonspektren bei hohen  $p_T$  nötig. Sollte sich die Annahme bestätigen, dann wäre das  $m_T$ -scaling bei Teilchenspektren aus pPb- und PbPb-Kollisionen für Pionen, Kaonen und Protonen erfüllt, während es bei pp-Kollisionen nur für Pionen

<sup>2</sup>gnuplot verwendet zum Fitten den Marquardt-Levenberg-Algorithmus.



**Abbildung 3.4.** – **Oben:**  $m_T$ -scaling bei  $m_T$ -Spektren von Pionen, Kaonen und Protonen aus  $pp$ - und  $pPb$ -Kollisionen verschiedener Schwerpunktsenergien [31, 33, 34]. Außerdem ist ein Hagedorn Fit für die Pionen eingezeichnet. **Unten:** Quotient aus  $m_T$ -Spektren und Hagedorn Fit der Pionen.



**Abbildung 3.5.** – **Oben:**  $m_T$ -scaling bei  $m_T$ -Spektren aus PbPb-Kollisionen mit  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76 \text{ TeV}$  [35]. Außerdem ist ein Hagedorn Fit über die Pionen eingezeichnet. **Unten:** Quotient aus  $m_T$ -Spektren und Hagedorn Fit der Pionen.

und Kaonen erfüllt wäre. Hierfür konnte im Laufe dieser Arbeit keine Erklärung gefunden werden.



# 4. Geometric scaling bei Teilchenspektren aus pp-Kollisionen

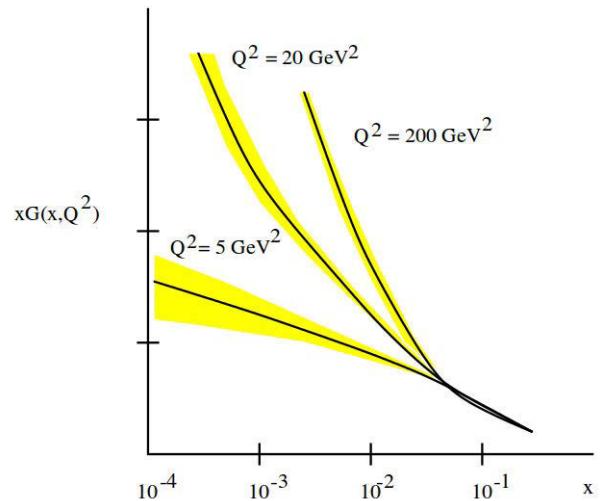
In diesem Kapitel wird als letztes Skalierungsverhalten das *geometric scaling* vorgestellt. Es wurde erstmals bei tiefinelastischen Streuungen beobachtet, tritt jedoch auch bei den Teilchenspektren nuklearer Kollisionen auf. Unter anderem wurde es bei der Photonproduktion in pp, Deuteron-Gold- (dAu-) und Gold-Gold- (AuAu-)Kollisionen beobachtet [27].

Das geometric scaling wurde im Zusammenhang mit der Theorie des Color Glass Condensates vorhergesagt. Diese geht unter anderem davon aus, dass bei nuklearen Kollisionen hoher Schwerpunktsenergien die Gluonendichte in den Projektilen in die Sättigung übergeht. Dadurch wird die Teilchenproduktion beeinflusst [18].

Hier werden zunächst die Grundlagen des geometric scaling erläutert. Anschließend wird gezeigt, dass sich auch die Teilchenspektren bei pp-Kollisionen dem geometric scaling entsprechend verhalten.

## 4.1. Die Gluonensättigung

Die Teilchenproduktion bei einer Schwerionenkollision hängt unter anderem von den Partondichten im Nukleon ab [18]. Jene können durch tiefinelastische Streuungen eines Leptons an einem Hadron bestimmt werden. Bei tiefinelastischen Streuungen ist der Impulsübertrag so groß, dass die Partonen in dem Hadron asymptotisch frei sind und die Streuung als elastische Streuung des Leptons an Quarks beschrieben werden kann. Die Wechselwirkung der Teilchen erfolgt durch den Austausch eines Photons, dem Eichboson der elektromagnetischen Wechselwirkung. Dieses Photon trägt den Viererimpuls  $q^\mu$  über den sich der Parameter  $Q^2 = -q^\mu q_\mu$  definieren lässt.  $Q^2$  ist ein Maß dafür, wie viele Partonen ein Photon auflösen kann: Je größer  $Q^2$  umso größer die Auflösung [29]. Deshalb wird  $Q^2$  selbst häufig als Auflösung bezeichnet.



**Abbildung 4.1.** – Die Gluonendichte  $x G(x, Q^2)$  in Abhängigkeit von dem Impulsfragment  $x$  für verschiedene Auflösungen  $Q^2$  des Photons. Die Daten stammen vom ZEUS Experiment am Elektron-Proton Collider HERA [26].

Es zeigt sich bei tiefinelastischen Streuexperimenten, dass die Gluonendichte

$$x G(x, Q^2) = \frac{dN_{\text{Gl}}}{dy}, \quad (4.1.1)$$

also die Anzahl an Gluonen pro Rapiditätseinheit, mit zunehmendem  $Q^2$  und abnehmenden Impulsfragmenten  $x$  sehr stark zunimmt<sup>1</sup>. Dies ist in Abb. 4.1 zu sehen. Da bei einer nuklearen Kollision hohe Energien mit kleinen  $x$  korrespondieren, nimmt die Gluonendichte auch mit zunehmender Schwerpunktsenergie zu [18, 26].

Wie lässt sich die Zunahme der Gluonendichte phänomenologisch erklären? Wie in Kap. 1.1 erwähnt, können außer den Valenzquarks zusätzliche Quark-Antiquark Paare und zusätzliche Gluonen in den Hadronen entstehen. Die zusätzlichen Quark-Antiquark Paare werden Seequarks genannt. Bei der Entstehung dieser Teilchen wird von der Umgebung kurzfristig der Energiebetrag  $\Delta E$  „geborgt“, der nötig ist, um sie zu erzeugen. Der Heisenberg'schen Unschärferelation

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2} \quad (4.1.2)$$

entsprechend, können die Teilchen nur über eine Zeitspanne von  $\Delta t \propto 1/\Delta E$  existieren [20].

Bei tiefinelastischen Streuungen können nur die Teilchen nachgewiesen werden, die über eine Zeitspanne existieren, die das Photon auflösen kann. Nimmt die Auflösung des Photons zu, dann nimmt die Anzahl der nachgewiesenen Teilchen und demzufolge die Teilchendichte zu. Dabei steigt die Gluonendichte stärker an als die Quarkdichte, da die Seequarks um eine Ordnung der Kopplungskonstanten  $\alpha_s$  unterdrückt sind [20, 26].

M. Froissart zeigte nun, dass der totale Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{tot}}$  starker Wechselwirkungen für  $E \rightarrow \infty$  proportional zu  $\ln^2(E)$  ist. Die Gluonendichte steigt jedoch mit kleinen  $x$  oder großen  $Q^2$  so stark an, dass der Wirkungsquerschnitt größer wird, als von Froissart vorhergesagt [26].

Die Einführung einer Gluonensättigung löst dieses Problem. Man nimmt an, dass Gluonen fusionieren, wenn die Gluonendichte sehr groß ist, d.h.  $gg \rightarrow g$ . Dies ist der Fall, wenn  $x$  bei gegebenem  $Q^2$  den kritischen Wert von  $x_s(Q^2)$  oder  $Q^2$  bei gegebenen  $x$  die Sättigungsskala  $Q_s^2(x)$  unterschreitet [18, 26]. Dabei gilt

$$Q_s^2 = \frac{\alpha_s N_c}{\pi R^2} \frac{dN_{\text{Gl}}}{dy}. \quad (4.1.3)$$

Hier ist  $R$  bei einer Kollision die transversale Ausdehnung des Hadrons,  $\pi R^2$  der Bereich, an dem die Hadronen überlappen, wenn sie kollidieren, und  $\alpha_s N_c \approx 1$  ist das Quadrat der Farbladung eines Gluons. Demzufolge gibt die Sättigungsskala die mittlere Farbladung zum Quadrat pro Einheit der transversalen Fläche an [26].

Ein System, in dem die Gluonendichte sehr groß und  $\alpha_s$  auf Grund der hohen Energien sehr klein ist, wird *Color-Glass Condensate*<sup>2</sup> (CGC) genannt. Trotz der kleinen

<sup>1</sup>Wie in Kap. 3.1 definiert, ist  $x = \hat{p}_T/p_T$  der Impulsanteil des Partons am Hadronenimpuls  $p_T$ . Dabei ist  $\hat{p}_T$  der Partonimpuls.

<sup>2</sup>**Color:** Die Gluonen tragen eine Farbladung. **Glass:** In longitudinaler Richtung verhalten sich die ungeordneten Partonen wie ein Glas, d.h., das System der Partonen lässt sich als fest in Bezug auf

Kopplungskonstanten kann das System auf Grund der hohen Gluonendichte nicht störungstheoretisch beschrieben werden. Stattdessen werden die Partonen mit kleinem  $x$  mit Hilfe der klassischen Feldtheorie, d.h. durch Farbfelder, beschrieben. Man nimmt an, dass in den Projektilen vor einer nuklearen Kollision ein CGC vorliegt [26].

## 4.2. Geometric scaling bei Pionspektren aus pp-Kollisionen

Beschreibt man tiefinelastische Streuungen in einem Bezugssystem, in dem sich das Photon mit einem großen longitudinalen Impuls und das Hadron mit einem moderaten Impuls bewegt, dann kann das Photon in ein Quark-Antiquark Paar aufspalten. Das Quark-Antiquark Paar entspricht dabei einem Farbdipol. Die Evolution der Wellenfunktion dieses Farbdipols wird unter anderem durch die *Balitsky-Kovchegov Gleichung* (BK-Gleichung) beschrieben. Aus dieser Gleichung folgt ein interessantes Skalierungsverhalten, das *geometric scaling*, welches auch bei Teilchenspektren aus nuklearen Kollisionen beobachtet werden kann. Da die BK-Gleichung unter anderem die Gluonensättigung beschreibt, ist das geometric scaling ein Indiz dafür, dass es bei nuklearen Kollisionen zur Gluonensättigung kommt [20, 26].

Das geometric scaling tritt auf, wenn die Sättigungsskala  $Q_s$  die einzige Skala ist, andere Skalen wie  $\Lambda_{\text{QCD}}^2$  oder die Quarkmasse also vernachlässigbar sind. In diesem Fall ist die Multiplizität der in einer nuklearen Kollision erzeugten Teilchen eine beliebige Funktion von  $Q_s/p_T$ , d.h., es gilt

$$\frac{1}{\pi R^2} \frac{d^2 N}{dy dp_T} = F\left(\frac{Q_s}{p_T}\right). \quad (4.2.1)$$

Eben dieses Verhalten nennt man geometric scaling [26, 27].

In dieser Ausarbeitung wird wie in [27] die Funktion  $F$  aus Gl. (4.2.1) wie folgt gewählt

$$F \propto \left(\frac{Q_s}{p_T}\right)^a = \left(\frac{N_{\text{par}}^{1/6} \cdot E^{\delta/2}}{p_T^{1+\delta/2}}\right)^a. \quad (4.2.2)$$

Dabei kann  $\delta$  Werte im Bereich von 0.22 bis 0.28 annehmen und  $E$  ist die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s_{\text{NN}}}$ . Gleichung (4.2.2) hat die Form eines Potenzgesetzes  $\tilde{A} p_T^{-n}$ . Deshalb gilt mit Gl. (4.2.1)

$$\frac{d^2 N}{dy d^2 p_T} = A p_T^{-n} \propto \left(\frac{N_{\text{par}}^{1/6} \cdot E^{\delta/2}}{p_T^{1+\delta/2}}\right)^a \cdot N_{\text{par}}^{2/3}. \quad (4.2.3)$$

Hier wurde ausgenutzt, dass  $\pi R^2$  für symmetrische Systeme proportional zu  $N_{\text{par}}^{2/3}$  und die Sättigungsskala  $Q_s$  proportional zu  $N_{\text{part}}^{1/3}$  ist. Letztendlich gilt also für zwei Spektren die aus Kollisionen mit unterschiedlichen Schwerpunktsenergien stammen

$$\frac{d^2 N_1}{dy_1 d^2 p_{T,1}} = \frac{d^2 N_2}{dy_2 d^2 p_{T,2}} \frac{N_{\text{par},1}^{a_1/6+2/3} \cdot E_1^{a_1 \delta/2}}{N_{\text{par},2}^{a_2/6+2/3} \cdot E_2^{a_2 \delta/2}}. \quad (4.2.4)$$

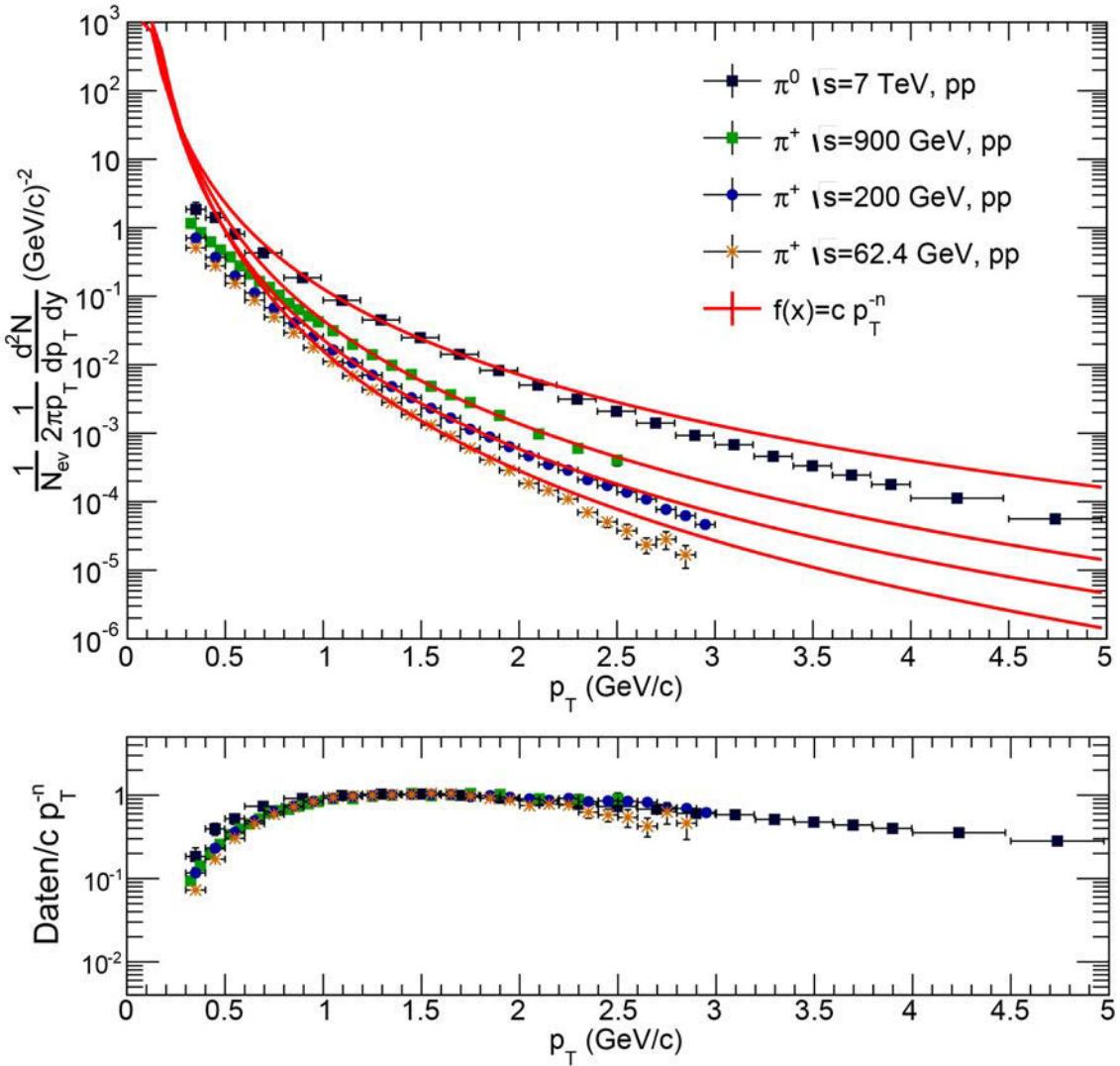
---

kurze und flüssig in Bezug auf lange Zeiträume beschreiben. **Condensate:** Die Dichte der Gluonen ist groß [26].

Füttet man nun die vorliegenden Daten mit einem Potenzgesetz, so kann mit Hilfe von Gl. (4.2.3) der Exponent  $a$  in Gl. (4.2.4) zu

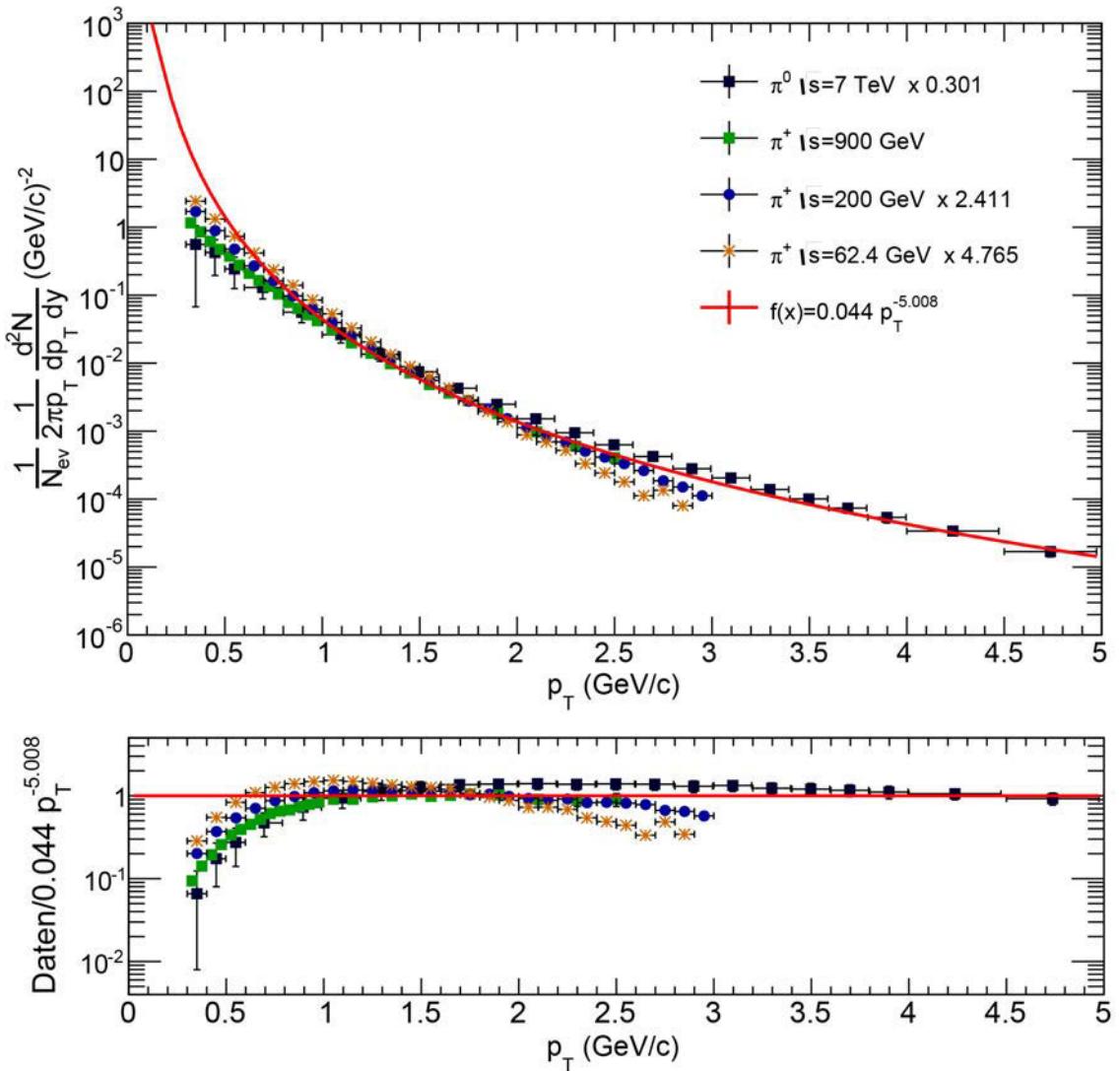
$$a = \frac{n}{1 + \delta/2} \quad (4.2.5)$$

bestimmt werden [27].



**Abbildung 4.2.** – Oben: Pionspektren aus pp-Kollisionen bei verschiedenen Schwerpunktsenergien gefüttet mit Potenzgesetzen [31, 32, 34]. Unten: Zur Bestimmung der Fitgüte ist der Quotient von Spektren und Potenzgesetzen dargestellt.

**Auswertung und Diskussion der Messergebnisse** Im Folgenden werden Pionspektren von pp-Kollisionen mit  $\sqrt{s} = 62.4, 200$  und  $900 \text{ GeV}$  und  $7 \text{ TeV}$  in Hinblick auf das geometric scaling untersucht. Dazu werden die Datensätze zunächst mit einem Potenzgesetz gefüttet. Die Fitparameter sind im Anhang A.4 in Tab. A.4 angegeben und die Messdaten mit den Fits sind in Abb. 4.2 dargestellt. Wie man sieht, weicht der Fit für  $p_T < 1 \text{ GeV}$  und  $p_T > 2 \text{ GeV}$  deutlich von den Messwerten ab. Dies liegt daran, dass sich nur die harten



**Abbildung 4.3.** – **Oben:** Geometric Scaling bei Pionspektren aus pp-Kollisionen verschiedener Schwerpunktsenergien [31, 32, 34]. Außerdem ist der Fit mit einem Potenzgesetz des pp-Spektrums mit  $\sqrt{s} = 900 \text{ GeV}$  dargestellt. **Unten:** Quotient von den skalierten Spektren und dem Fit mit dem Potenzgesetz über das  $p_T$ -Spektrum mit  $\sqrt{s} = 900 \text{ GeV}$ .

Prozesse einer Kollision einem Potenzgesetz entsprechend verhalten (siehe Kap. 3). Die Beschreibung der Teilchenspektren mit einem Potenzgesetz ist deshalb nur für  $p_T > 2 \text{ GeV}$  sinnvoll. Mit den hier verwendeten Fits lassen sich jedoch schon Aussagen darüber treffen, ob das geometric scaling auftritt.

Aus den Fits mit den Potenzgesetzen kann der Parameter  $n$  aus Gl. (4.2.5) für jeden Datensatz bestimmt und der Parameter  $a$  berechnet werden. Für  $\delta$  wird  $\delta = 0.25$  angenommen und für pp-Kollisionen gilt  $N_{\text{part}} = 2$ . Auf diese Weise sind alle Parameter in Gl. (4.2.4) bestimmt. In Abb. 4.3 sind die mit Hilfe von Gl. (4.2.4) skalierten Spektren dargestellt. Der Datensatz mit  $\sqrt{s} = 900 \text{ GeV}$  wird als Referenzspektrum verwendet, weshalb der zugehörige Fit ebenfalls in Abb. 4.3 abgebildet ist.

Wie man in Abb. 4.3 sieht, liegen die skalierten Messpunkte verschiedener Schwerpunktsenergien in dem Bereich übereinander, in dem der Fit die Daten gut beschreibt. Demnach verhalten sich die Teilchenspektren dem geometric scaling entsprechend. Dieses Verhalten

legt nahe, dass es während der Kollision der Protonen zur Gluonensättigung kommt. Es ist deshalb wahrscheinlich, dass sich die Materie in den Projektilen vor der Kollision im Zustand eines CGC befindet.

Bei pp-Kollisionen geht man bisher davon aus, dass kein QGP entsteht. Auf Grund dessen wird die Teilchenproduktion vorwiegend durch Wechselwirkungen des Anfangszustands beeinflusst. Da das geometric scaling eine Eigenschaft ist, die auf Grund der inelastischen Wechselwirkungen der Partonen im Anfangszustands existiert, ist es gut möglich, dass sich die Teilchenspektren dem geometric scaling entsprechend verhalten.

# 5. Blast-Wave Fits angewandt auf pp- und pPb-Kollisionen

Der Blast-Wave Fit bietet die Möglichkeit Teilchenspektren aus nuklearen Kollisionen auf hydrodynamisches Verhalten hin zu untersuchen. Wie in Kap. 1.3.2 erwähnt, können außerdem die Eigenschaften der Materie beim kinetischen freeze-out ergründet werden. Als freie Fitparameter werden die kinetische freeze-out Temperatur  $T_{\text{kin}}$ , der transversale Fluss  $\beta_T$  und das Profil  $\alpha$  der Fließgeschwindigkeit extrahiert. In der Schwerionenphysik werden Blast-Wave Fits häufig verwendet, um verschiedene Teilchenspektren mit Hilfe weniger Parameter zu vergleichen [5].

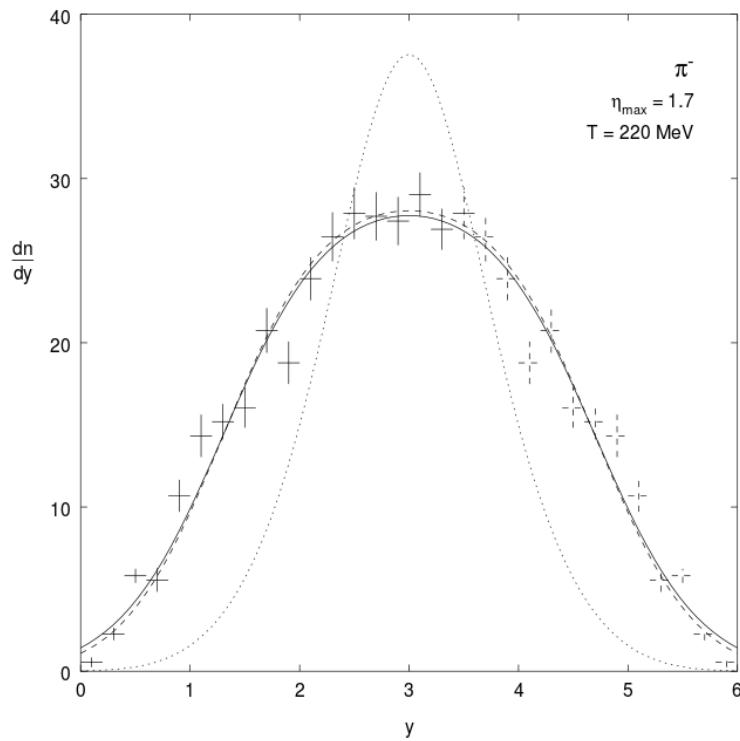
In diesem Kapitel wird der Blast-Wave Fit auf seine Verlässlichkeit geprüft. Dazu werden im folgenden Abschnitt die grundlegenden Gedanken des phänomenologischen Modells erläutert, welches dem Blast-Wave Fit zugrunde liegt. Außerdem wird die Anwendbarkeit des Blast-Wave Modells auf pp- und pPb-Kollisionen diskutiert. In Kap. 5.2 und Kap. 5.3 werden Blast-Wave Fits auf Teilchenspektren von pp- und pPb-Kollisionen angewandt. Am Ende des Kapitels wird die Übereinstimmung des Blast-Wave Modells mit dem VISHNU-Modell überprüft.

## 5.1. Das Blast-Wave Modell

Die Evolution des Feuerballs kann mit der Ausbreitung einer *Detonations-* oder *Druckwelle* verglichen werden. Dabei geht man davon aus, dass die Teilchen innerhalb des Feuerballs auf Grund der hohen Teilchendichte häufig kollidieren, weshalb sie den Feuerballs nicht verlassen können. Teilchen, die sich an der Oberfläche des Feuerballs befinden, kollidieren häufiger mit Teilchen aus dem Inneren des Feuerballs als mit solchen von außen, da die Dichte außerhalb des Feuerballs geringer ist. Sie besitzen deshalb eine Geschwindigkeit, die nach außen gerichtet ist und entfernen sich vom Zentrum des Feuerballs. Dadurch sinkt die Materiedichte an der Oberfläche und die nächste Teilchenschicht erfährt eine anisotrope Verteilung von Stößen, sodass sie sich nach außen bewegt. Es bildet sich eine Druckwelle aus [38].

Für die Multiplizität der während der Expansion des Feuerballs entstehenden Teilchen wird in [37] eine Parametrisierung hergeleitet. Die Herleitung basiert auf der Analyse von  $m_T$ -Spektren und Rapiditätsverteilungen aus zentralen  ${}^{32}\text{S}$ -Kollisionen mit Strahlenergien von 200 GeV. Die Rapiditätsverteilungen können diesen Analysen zur Folge nur reproduziert werden, wenn man von longitudinal bewegten thermischen Quellen ausgeht, die Teilchen emittierten. Die Beschreibung der Teilchenspektren mit stationären Quellen versagt, wie auch aus Abb. 5.1 ersichtlich ist. Neben der longitudinalen Expansion der Quellen wird in [37] außerdem die transversale Expansion berücksichtigt.

Da die Parametrisierung die Grundlage für den Blast-Wave Fit liefert, werden hier die



**Abbildung 5.1.** – Die Rapiditätsverteilung für  $\pi^-$ . Dargestellt sind die Daten der NA35-Collaboration (CERN) von zentralen  ${}^{32}\text{S}$ -Kollisionen mit Strahlenergien von 200 GeV im Vergleich mit einem Fit, bei dem ein longitudinaler Fluss angenommen wurde (durchgezogene Linie), und einem Fit, bei dem kein longitudinaler Fluss angenommen wurde (gestrichelte Linie). Die strichlierte Linie kennzeichnet einen Fit, bei dem zusätzlich zum longitudinalen Fluss Resonanzzerfälle betrachtet wurden [37]. Der letzte Fit ist für diese Arbeit uninteressant und wird deshalb nicht weiter thematisiert.

Annahmen dargelegt, auf denen die Herleitung basiert. Zunächst wird von einer symmetrischen Kernkollision ausgegangen, bei der die Kerne vollständig stoppen. In diesem Fall ruht der expandierende Feuerball im Schwerpunktsystem und die Expansion der Materie ist symmetrisch im Azimuthalwinkel. Außerdem wird angenommen, dass die Materie nach der Kollision lokal thermalisiert ist. Die lokal thermalisierten Systeme können als thermische Quellen aufgefasst werden, die sich kollektiv vom Zentrum des Feuerballs entfernen und Teilchen emittierten. Die Rapiditätsverteilung solch einer Quelle lässt sich durch eine Boltzmannverteilung

$$\frac{dN_{\text{th}}}{dy} \propto m^2 T (1 + 2\chi + 2\chi^2) e^{-1/\chi} \quad (5.1.1)$$

beschreiben, wobei  $\chi = T/(m \cosh y)$  gilt. Hier ist  $T$  die Temperatur der thermischen Quelle und  $m$  die Masse des emittierten Teilchens [24, 37].

Die Quellen bewegen sich sowohl longitudinal als auch transversal. Dabei gilt für den transversalen Fluss

$$\beta_T(r) = \beta_S \left( \frac{r}{R} \right)^n. \quad (5.1.2)$$

Hier ist  $r$  der Radius, an dem sich die Quelle in Bezug auf den Ort der Kollision befindet, und  $\beta_S$  die Fließgeschwindigkeit an der Oberfläche.  $R$  ist der Radius, bei dem der kinetische freeze-out stattfindet, und der Parameter  $n$  beschreibt die Änderung von  $\beta_T$  in Abhängigkeit vom Radius.

Da hier davon ausgegangen wird, dass die Kerne vollständig stoppen, ist der Dichtegradient in Richtung der Beamachse am größten. Dieser Effekt wird noch verstärkt, wenn hochrelativistisch beschleunigte Kerne auf Grund der Lorentzkontraktion in Beamrichtung kontrahiert sind. Demnach expandiert das System hauptsächlich longitudinal, weshalb die longitudinale und die transversale Expansion getrennt betrachtet werden müssen [24, 37].

Die Multiplizität der erzeugten Teilchen ergibt sich letztendlich aus der Superposition aller Quellen zu

$$\frac{dN}{m_T dm_T} \propto \int_0^R r dr m_T I_0 \left( \frac{p_T \sinh \rho}{T} \right) K_1 \left( \frac{m_T \cosh \rho}{T} \right), \quad (5.1.3)$$

wobei  $\rho = \tanh^{-1}(\beta_T)$  gilt und  $I_0$  und  $K_1$  modifizierte Besselfunktionen sind [24, 37].

Werden Teilchenspektren mit Gl. (5.1.3) gefittet, so wird der Fit *Blast-Wave Fit* genannt. Mit Hilfe dieses Fits ist es möglich die Temperatur  $T_{\text{kin}}$  und den transversalen Fluss  $\beta_T$  zur Zeit des kinetischen freeze-out zu bestimmen. Außerdem kann das Geschwindigkeitsprofil  $n$  bestimmt werden. Es zeigt sich jedoch, dass die Bestimmung von  $\beta_T$  und  $T_{\text{kin}}$  nicht eindeutig ist, da Teilchenspektren im Allgemeinen durch mehrere Wertepaare  $[T_{\text{kin}}, \beta_T]$  beschrieben werden können. Dabei sinkt die Temperatur, wenn der transversalen Fluss größer wird, denn letzterer bewirkt eine schnellere Abkühlung der expandierenden Materie [24, 37].

Auf Grund dieser Antikorrelation wird die freeze-out Temperatur  $T_{\text{kin}}$  oft anderweitig bestimmt und ein Blast-Wave Fit durchgeführt, in dem  $T_{\text{kin}}$  fixiert ist. Auch das Geschwindigkeitsprofil  $n$  wird häufig auf  $n = 1$  fixiert, um Korrelationen zwischen  $\beta_T$  und  $n$  oder  $T_{\text{kin}}$  und  $n$  zu vermeiden [24]. In dieser Ausarbeitung soll der Fit mit drei freien Parametern der Einfachheit halber als *traditioneller* Blast-Wave Fit bezeichnet werden.

Das Blast-Wave Modell beschreibt die Teilchenspektren im Bereich der weichen Prozesse, denn wie in Kap. 1.3.2 erläutert, sind die harten Teilchen nicht thermalisiert. Dementspre-

chend liegen die Fitbereiche des Blast-Wave Fits bei niedrigen  $p_T$ .

**Übertragbarkeit des Blast-Wave Modells auf pp- und pPb-Daten** Wie in Kap. 1.3.3 bereits erwähnt, ist es unwahrscheinlich, dass die Materie nach pp-Kollisionen ins thermische Gleichgewicht übergeht und ein QGP entsteht. Die Annahme eines thermischen Gleichgewichts ist jedoch essentiell für das Blast-Wave Modell. Demzufolge ist es unwahrscheinlich, dass die Anwendung des Blast-Wave Modells auf Teilchenspektren aus pp-Kollisionen sinnvolle Fitparameter liefert.

pPb-Kollisionen sind asymmetrische Kollisionen. Bei asymmetrischen Kollisionen kommt es nicht zum vollständigen Stoppen der Kerne, sodass die Expansion der Materie von einem gerichteten Geschwindigkeitsfeld überlagert ist. Auf Grund dessen ist die Azimutalsymmetrie bei pPb-Kollisionen gebrochen [24]. Demnach trifft eine wichtige Annahme des Blast-Wave Modells auch auf pPb-Kollision nicht zu.

## 5.2. Blast-Wave Fit der pp-Daten

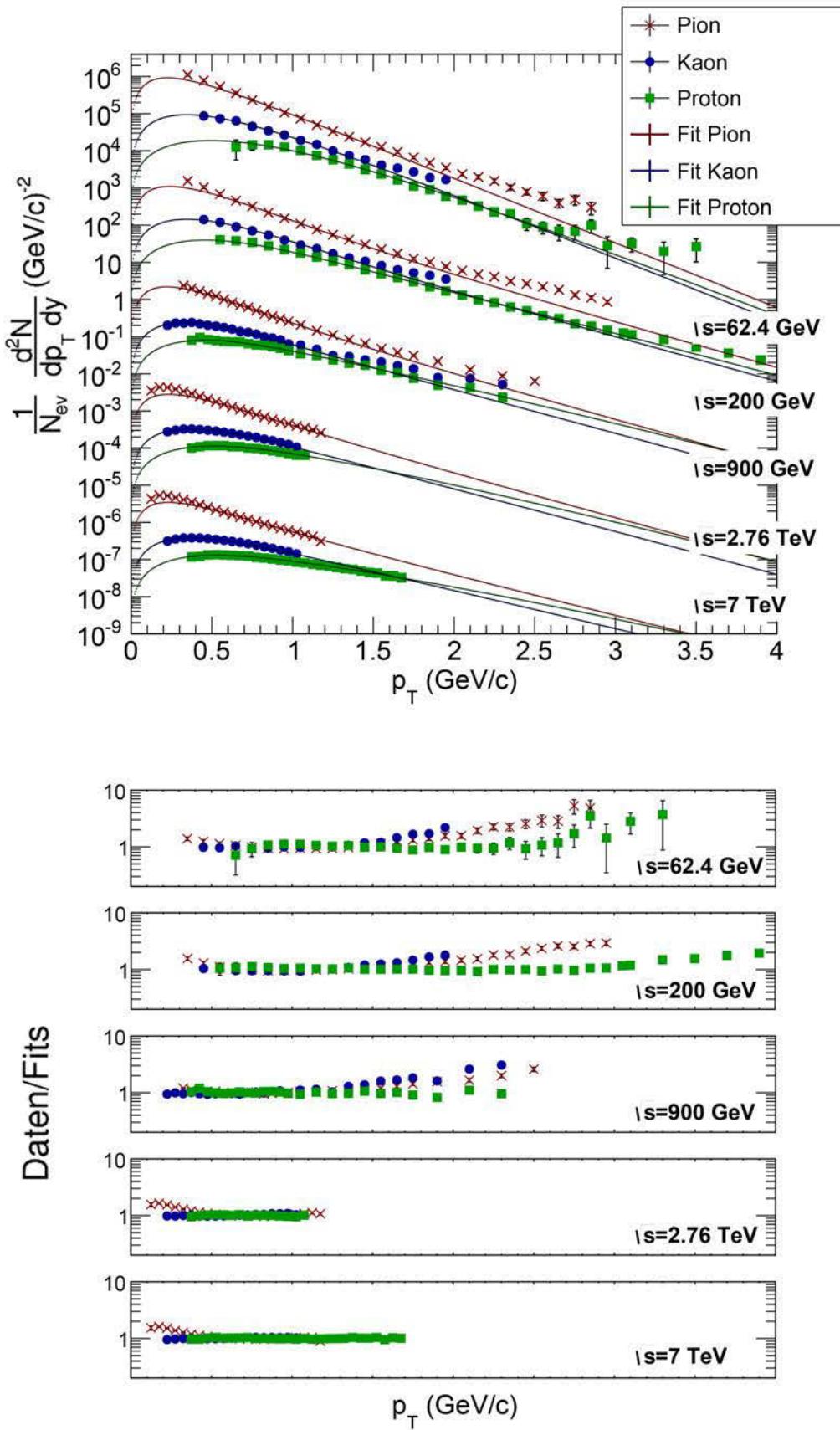
**Der Traditionelle Blast-Wave Fit** Im Folgenden werden die Messdaten von pp-Kollisionen mit  $\sqrt{s} = 62.4, 200$  und  $900 \text{ GeV}$  und mit  $\sqrt{s} = 2.76$  und  $7 \text{ TeV}$  mit dem Blast-Wave Fit gefittet, um die Parameter  $n$ ,  $\beta_T$  und  $T_{\text{kin}}$  zu bestimmen. Als Fitbereiche werden, wie in [8], die Bereiche  $0.5 - 1 \text{ GeV}$ ,  $0.2 - 1.5 \text{ GeV}$  und  $0.3 - 3 \text{ GeV}$  für Pionen, Kaonen und Protonen gewählt. Die Anfangswerte der Fitparameter werden auf  $n_A = 1$ ,  $\beta_{T,A} = 0.65 \text{ c}$  und  $T_{\text{kin},A} = 0.105 \text{ GeV}$  gesetzt. Zum Fitten wird das Programmpaket TMINUIT von ROOT verwendet.

Abb. 5.2 zeigt die Fits mit den zugehörigen Messdaten. Die resultierenden Fitparameter sind in Tab. 5.1 zu finden. Um die Güte der Fits zu überprüfen, ist in Abb. 5.2 der Quotient von Messdaten und Fits aufgetragen. Außerdem wurde für jeden Fit  $\chi^2/\text{ndf}$  bestimmt. Dabei ist  $\chi^2$  die  $\chi^2$ -Funktion und ndf die Anzahl der Freiheitsgrade, die sich aus der Differenz der Anzahl der Messpunkte und der freien Fitparametern ergibt. Ist  $\chi^2/\text{ndf} = \mathcal{O}(1)$  oder kleiner, so ist der Fit gut. Auch  $\chi^2/\text{ndf}$  ist in Tab. 5.1 angegeben.

**Tabelle 5.1.** – Die Fitparameter  $n$ ,  $\beta_T$  und  $T_{\text{kin}}$  aus Blast-Wave Fits über Messdaten aus pp-Kollisionen verschiedener Schwerpunktssenergien.

$\sqrt{s}$ in GeV	$\beta_T$	$T_{\text{kin}}$ in MeV	$n$	$\chi^2/\text{ndf}$
62.4	$0.319 \pm 0.089$	$0.145 \pm 0.019$	$1.093 \pm 0.712$	0.65
200	$0.200 \pm 0.102$	$0.160 \pm 0.025$	$4.708 \pm 3.448$	0.47
900	$0.281 \pm 0.018$	$0.141 \pm 0.005$	$3.276 \pm 0.429$	1.07
2760	$0.346 \pm 0.017$	$0.147 \pm 0.007$	$2.204 \pm 0.246$	1.23
7000	$0.397 \pm 0.007$	$0.140 \pm 0.004$	$1.988 \pm 0.104$	0.71

Wie man in Abb. 5.2 sieht, stimmen die Fits innerhalb der Fitbereiche gut mit den Messwerten überein. Auch die Quotienten aus Messdaten und Fits sind für alle Schwerpunktssenergien innerhalb der Fitbereiche annähernd gleich Eins. Die Werte für  $\chi^2/\text{ndf}$  sind, wie man Tab. 5.1 entnimmt, ungefähr gleich Eins. Alle diese Eigenschaften sprechen für einen guten Fit.



**Abbildung 5.2.** – Oben: Blast-Wave Fits und Messdaten aus pp-Kollisionen mit verschiedenen Schwerpunktsenergien [31, 34, 36]. Unten: Quotient aus Messdaten und Blast-Wave Fits zur Bestimmung der Fitgüte.

Außerhalb der Fitbereiche weichen die Fits besonders für Pionen und Kaonen deutlich von den Messwerten ab. Dies bestätigt, dass der Blast-Wave Fit nur weiche Prozesse gut beschreibt.

Bei der folgenden Interpretation der Fitparameter wird vorübergehend angenommen, dass sich das Blast-Wave Modell ohne Einschränkungen auf pp-Kollisionen übertragen lässt. Da mit zunehmender Schwerpunktsenergie mehr Energie in der Reaktionszone deponiert wird und sich deren Größe nicht ändert, erwartet man einen ebenfalls zunehmenden radialen Dichtegradienten. Mit zunehmendem Dichtegradienten erwartet man einen größeren transversalen Fluss  $\beta_T$  [8]. Tab. 5.1 entnimmt man, dass nur der Wert für  $\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$  von dem für  $\beta_T$  erwarteten Verlauf abweicht. Für diesen Wert sind jedoch die Unsicherheiten so groß, dass es innerhalb der Fehlergrenzen möglich ist, dass  $\beta_T$  für alle Kollisionen mit  $\sqrt{s}$  steigt.

Bei den vorliegenden Schwerpunktsenergien erwartet man, dass  $T_{\text{kin}}$  für alle Messdaten annähernd konstant ist [23]. Die Werte für  $T_{\text{kin}}$  aus Tab. 5.1 stimmen für alle Schwerpunktsenergien innerhalb der Fehlergrenzen überein. Es fällt jedoch auf, dass der Wert für  $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$  deutlich größer ist als die restlichen. Gleichzeitig sind jedoch die Fehler aller Parameter für diesen Datensatz sehr groß. Möglicherweise kann also eine andere Konstellation von Parametern gefunden werden, die diese Daten gut beschreibt. Interpretiert man den Wert für  $T_{\text{kin}}$  bei  $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$  als Ausreißer und berechnet den Mittelwert  $\bar{T}_{\text{kin}}$  ohne ihn, so erhält man  $\bar{T}_{\text{kin}} = (143 \pm 3) \text{ MeV}$ <sup>1</sup>.

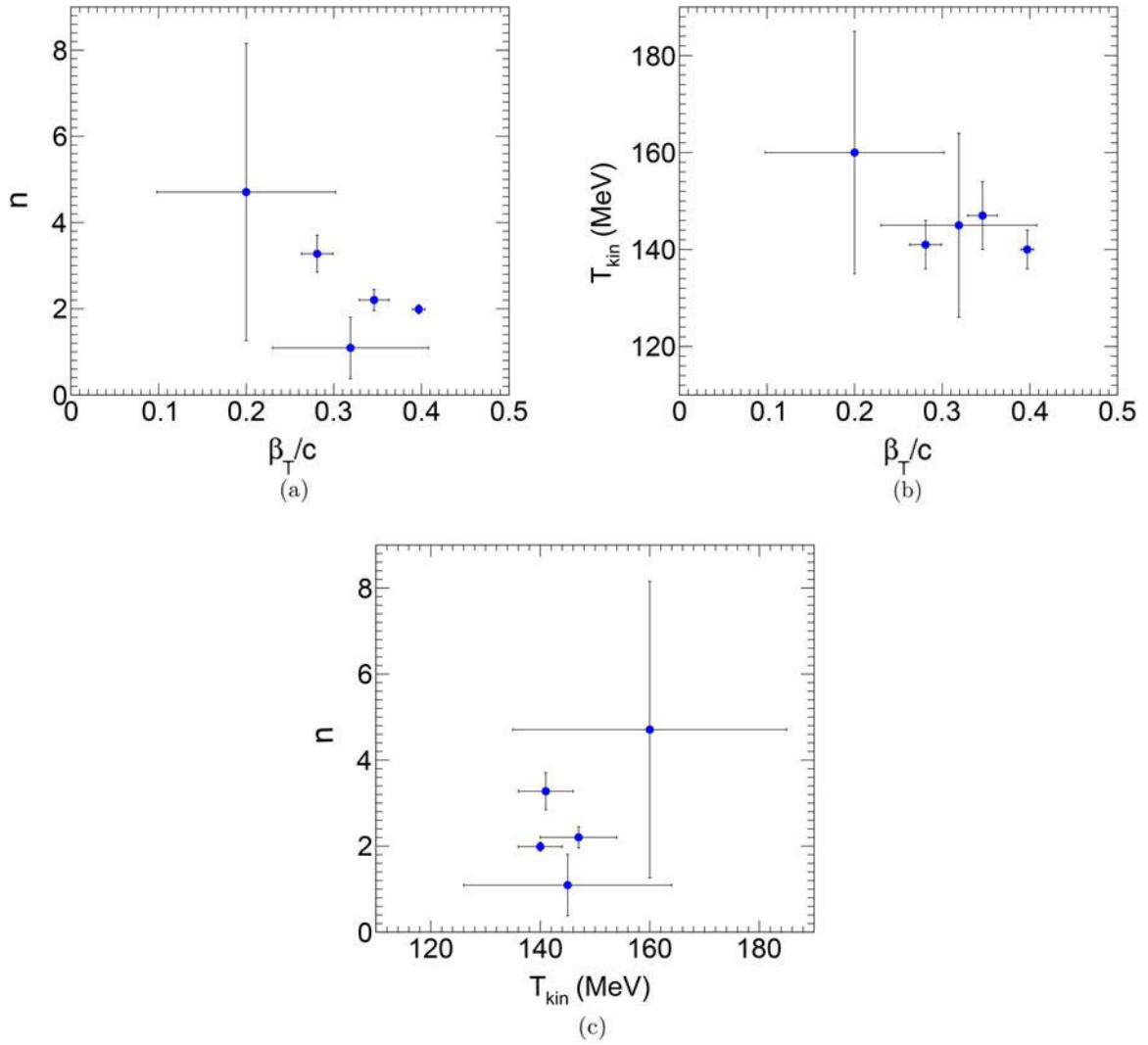
Die höchste Multiplizitätsklasse bei pp-Kollisionen mit  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  wurden durch einen transversalen Fluss von  $\beta_T \approx 0.56 \text{ c}$  und eine kinetische freeze-out Temperatur von  $T_{\text{kin}} \approx 146 \text{ MeV}$  gut beschrieben [1, 6]. Aus Blast-Wave Fits über Messdaten von PbPb-Kollisionen mit  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76 \text{ TeV}$  wurde für  $\beta_T$  ein Wert von  $\beta_T = (0.65 \pm 0.02) \text{ c}$  und für die Temperatur  $T_{\text{kin}} = (95 \pm 10) \text{ MeV}$  gefunden [5]. Im Vergleich zu diesen Experimenten sind die hier bestimmten Werte für  $\beta_T$  deutlich geringer, weshalb der Dichtegradient ebenfalls geringer sein muss als bei pp-Kollisionen hoher Multiplizität oder PbPb-Kollisionen. Der Mittelwert der in dieser Arbeit gefundenen freeze-out Temperatur stimmt in den Fehlergrenzen mit dem Wert aus pp-Kollisionen hoher Multiplizität überein. Im Vergleich zu PbPb-Kollisionen ist  $T_{\text{kin}}$  um etwa 51% höher.

Um Korrelationen der Parameter zu überprüfen, wurde in Abb. 5.3(a)  $n$  gegen  $\beta_T$ , in Abb. 5.3(b)  $T_{\text{kin}}$  gegen  $\beta_T$  und in Abb. 5.3(c)  $n$  gegen  $T_{\text{kin}}$  aufgetragen. In Abb. 5.3(a) sieht man einen deutlichen Abfall der Werte für  $n$  mit wachsendem  $\beta_T$ . Eine Korrelation der beiden Parameter ist also sehr wahrscheinlich. Abb. 5.3(b) ist weniger eindeutig. Wie in Kap. 5.1 beschrieben, ist die Bestimmung von  $\beta_T$  und  $T_{\text{kin}}$  mit dem Blast-Wave Fit uneindeutig. Es wurde festgestellt, dass Messdaten durch Blast-Wave Fits mit mehreren Wertepaaren  $[T_{\text{kin}}, \beta_T]$  beschrieben werden können und  $T_{\text{kin}}$  sinkt, wenn  $\beta_T$  steigt. Ein solches Verhalten ist in Abb. 5.3(b) zu erkennen. Eine Korrelation der beiden Parameter ist also möglich. In Abb. 5.3(c) ist keine Korrelation der Parameter zu erkennen.

Auf Grund der Korrelationen von  $n$  und  $\beta_T$  einerseits und der möglichen Korrelation von  $\beta_T$  und  $T_{\text{kin}}$  andererseits ist es denkbar, dass der Blast-Wave Fit zu viele freie Parameter enthält, um verlässliche Werte für  $\beta_T$ ,  $n$  und  $T_{\text{kin}}$  zu liefern. Im Folgenden wird deshalb die Anzahl der freien Parameter reduziert. Es werden Blast-Wave Fits mit konstantem  $n$  und anschließend mit konstanter Temperatur  $T_{\text{kin}}$  durchgeführt.

---

<sup>1</sup>Der Fehler entspricht hier der Standardabweichung.



**Abbildung 5.3.** – Zur Überprüfung der Korrelation der Fitparameter aus Blast-Wave Fits über Messdaten aus pp-Kollisionen mit verschiedenen Schwerpunktsenergien:

- Das Geschwindigkeitsprofil  $n$  aufgetragen gegen den transversalen Fluss  $\beta_T$ ,
- die kinetische freeze-out Temperatur  $T_{\text{kin}}$  aufgetragen gegen  $\beta_T$ ,
- $n$  aufgetragen gegen  $T_{\text{kin}}$ .

**Blast-Wave Fits mit reduzierter Anzahl an freien Parametern** In diesem Abschnitt werden nacheinander Blast-Wave Fits mit konstantem Parameter  $n = 1$  und konstanter freeze-out Temperatur  $\bar{T}_{\text{kin}} = 143 \text{ MeV}$  durchgeführt. Zunächst werden dazu die gleichen Fitbereiche und Anfangsparameter wie beim traditionellen Blast-Wave Fit verwendet. Es zeigt sich jedoch, dass bei dem Fit mit  $\bar{T}_{\text{kin}} = 143 \text{ MeV}$  unphysikalisch hohe Werte für  $\beta_T$  entstehen. Deshalb wird ein weiterer Fit mit  $\bar{T}_{\text{kin}} = 143 \text{ MeV}$  und dem Anfangsparameter  $\beta_{T,A} = 0.5 \text{ c}$  durchgeführt. In Tab. 5.2 sind die Ergebnisse für die Fitparameter aller Fits aufgeführt.

**Tabelle 5.2.** – Die Fitparameter  $n$ ,  $\beta_T$  und  $T_{\text{kin}}$  aus verschiedenen Varianten des Blast-Wave Fits über Messdaten aus pp-Kollisionen verschiedener Schwerpunktsenergien.

	$\sqrt{s}$ in GeV	$\beta_T$	$T_{\text{kin}}$ in MeV	n	$\chi^2/\text{ndf}$
festes $n$	62.4	$0.329 \pm 0.045$	$0.143 \pm 0.014$	1	0.63
	200	$0.414 \pm 0.028$	$0.137 \pm 0.012$	1	2.18
	900	$0.371 \pm 0.012$	$0.140 \pm 0.004$	1	2.39
	2760	$0.342 \pm 0.012$	$0.160 \pm 0.004$	1	1.36
	7000	$0.422 \pm 0.006$	$0.149 \pm 0.003$	1	2.63
feste $T_{\text{kin}}$	62.4	$0.327 \pm 0.027$	0.143	$1.048 \pm 0.475$	0.63
	200	$0.256 \pm 0.017$	0.143	$3.387 \pm 0.423$	0.53
	900	$0.971 \pm 66611$	0.143	$8.237 \pm 82090$	3.80
	2760	$0.967 \pm 0.000$	0.143	$3.769 \pm 0.000$	6.19
	7000	$1.000 \pm 0.004$	0.143	$2.907 \pm 0.000$	4.86
$\beta_{T,A} = 0.5 \text{ c}$	62.4	$0.327 \pm 0.027$	0.143	$1.048 \pm 0.477$	0.63
	200	$0.256 \pm 0.017$	0.143	$3.387 \pm 0.424$	0.53
	900	$0.273 \pm 0.010$	0.143	$3.427 \pm 0.329$	1.05
	2760	$0.356 \pm 0.005$	0.143	$2.239 \pm 0.185$	1.21
	7000	$0.392 \pm 0.004$	0.143	$2.025 \pm 0.099$	0.71

Tab. 5.2 entnimmt man, dass  $\chi^2/\text{ndf}$  für die Fits mit  $n = 1$  größer ist als bei den traditionellen Fits im vorherigen Abschnitt. Die Daten werden durch diesen Fit also tendenziell schlechter beschrieben. Der transversale Fluss fällt nicht mit der Schwerpunktsenergie ab, der Verlauf entspricht deshalb nicht den Erwartungen. Auch  $T_{\text{kin}}$  stimmt in den Fehlerbereichen nicht überein.

Auffällig ist, dass sich die Daten für  $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$  nun durch eine Temperatur von  $T_{\text{kin}} = (137 \pm 12) \text{ MeV}$  beschreiben lassen, die nur etwa 5% kleiner ist als  $\bar{T}_{\text{kin}} = 143 \text{ MeV}$ . Dafür weicht nun der Wert für  $T_{\text{kin}}$  für  $\sqrt{s} = 900 \text{ MeV}$  deutlich von den restlichen Werten ab. Insbesondere ist  $T_{\text{kin}}$  für diesen Datensatz genauso groß wie  $T_{\text{kin}}$  für  $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$  beim traditionellen Blast-Wave Fit.

Wie man Tab. 5.2 entnimmt, ergeben sich für den Fit mit konstanter Temperatur unphysikalisch hohe Werte für  $\beta_T$ . Ein Fit mit niedrigerem Anfangswert  $\beta_A = 0.5 \text{ c}$  liefert jedoch bemerkenswerte Ergebnisse. Der Fit beschreibt die Daten gut, wie man an dem geringen  $\chi^2/\text{ndf}$  erkennt. Für  $\beta_T$  sieht man einen deutlichen Anstieg mit  $\sqrt{s}$ , lediglich der erste Wert für  $\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$  ist zu hoch.

Insgesamt lassen sich die Daten durch traditionelle Blast-Wave Fits gut beschreiben und die Fitparameter sind realistisch. Dies lässt dem Blast-Wave Modell zur Folge auf hydrodynamisches Verhalten schließen. Durch einen Fit mit  $n = 1$  werden die Daten schlechter beschrieben und die Werte für  $\beta_T$  und  $T_{\text{kin}}$  sind weniger realistisch als beim traditionellen Blast-Wave Fit. Ein Fit mit einer konstanten Temperatur  $\bar{T}_{\text{kin}} = 143 \text{ MeV}$  beschreibt die Daten hingegen gut und liefert realistische Fitparameter. Auffällig ist, dass sich die Datensätze teilweise durch mehrere Parameterkonstellationen beschreiben lassen und die Parameter von den Anfangswerten abhängig sind.

### 5.3. Blast-Wave Fit der pPb-Daten

In diesem Abschnitt wird der Blast-Wave Fit auf Daten von pPb-Kollisionen, also von asymmetrischen Kollisionen, der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s} = 5.02 \text{ TeV}$  angewandt. Die verwendeten Daten beschreiben die Events, die [8] zur Folge 0-5% aller Events der pPb-Kollisionen umfassen und eine Multiplizität von  $\langle dN_{\text{ch}}/dy \rangle = 45 \pm 1$  besitzen. Die Fitbereiche werden aus Kap. 5.2 übernommen, die Anfangsparameter lauten  $n_A = 1$ ,  $\beta_{T,A} = 0.65 \text{ c}$  und  $T_{\text{kin},A} = 0.1 \text{ GeV}$ . Die Messdaten und Fits des traditionellen Blast-Wave Fits sind in Abb. 5.4 dargestellt. Die Fitparameter ergeben sich zu

$\beta_T$	$T_{\text{kin}}$ in MeV	n	$\chi^2/\text{ndf}$ Fehler
$0.545 \pm 0.009$	$0.142 \pm 0.008$	$1.093 \pm 0.047$	0.22

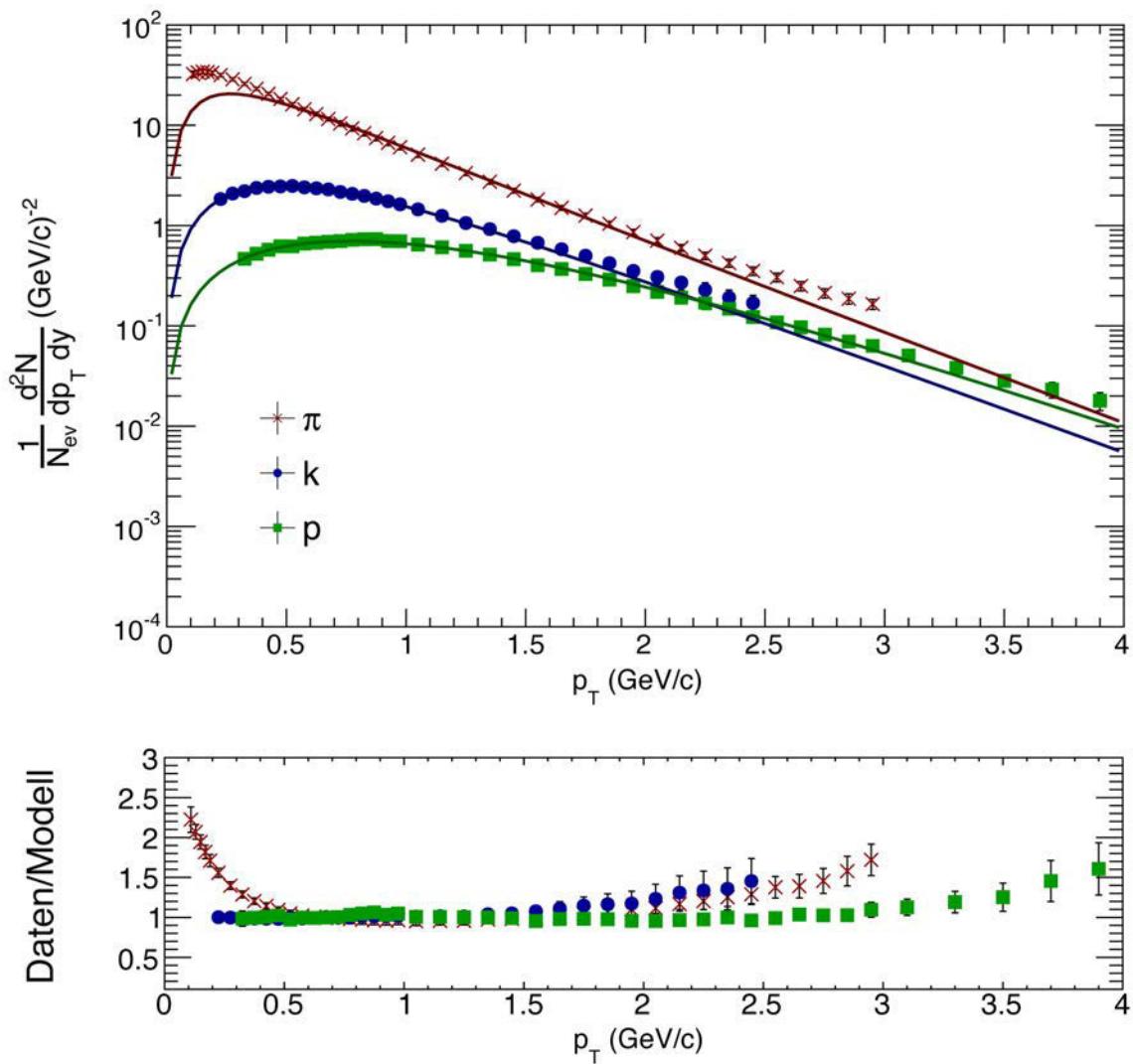
Der Blast-Wave Fit beschreibt die Messdaten gut, wie man in Abb. 5.4 und an den Werten für  $\chi^2/\text{ndf}$  erkennen kann. Der Blast-Wave Fit findet also auch für pPb-Kollisionen hydrodynamisches Verhalten. Es zeigt sich, dass die Temperatur  $T_{\text{kin}}$  innerhalb der Fehlerbereiche genauso groß ist wie der Mittelwert  $\bar{T}_{\text{kin}} = 143 \text{ MeV}$ , der sich in Kap. 5.2 für pp-Kollisionen verschiedener Schwerpunktsenergien ergab.

In [8] wurde ein Blast-Wave Fit über dieselben Daten durchgeführt, welcher  $\beta_T = (0.547 \pm 0.006) \text{ c}$  und  $T_{\text{kin}} = (143 \pm 5) \text{ MeV}$  lieferte. Die geringe Abweichung von 0.4% für  $\beta_T$  und 0.7% für  $T_{\text{kin}}$  bestärkt die Annahme, dass das in dieser Arbeit verwendete Programm für den Blast-Wave Fit richtig funktionierte.

### 5.4. Vergleich von Blast-Wave Modell und VISHNU Modell

Die kinetische freeze-out Temperatur einer Kollision kann sowohl mit Hilfe eines Blast-Wave Fits über die zugehörigen Teilchenspektren, als auch durch Berechnungen des VISHNU Modells bestimmt werden. In diesem Kapitel werden die Temperaturen der beiden Modelle, die für Teilchenspektren aus PbPb-Kollisionen mit  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76 \text{ TeV}$  ermittelt wurden, miteinander verglichen. Aus diesem Vergleich wird auf die Verlässlichkeit des Blast-Wave Fits geschlossen.

Zunächst werden die Grundlagen des VISHNU Modells erläutert. Anschließend wird der Blast-Wave Fit auf mit dem VISHNU Modell berechnete  $p_T$ -Spektren für PbPb-Kollisionen angewandt.



**Abbildung 5.4.** – Oben: Blast-Wave Fits und Messdaten aus pPb-Kollisionen mit  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5.02 \text{ TeV}$  [33]. Unten: Quotient aus Messdaten und Blast-Wave Fits zur Bestimmung der Fitgüte.

**Das VISHNU Modell** Eine hydrodynamische Beschreibung von Materie ist nur sinnvoll, wenn sich diese im thermischen Gleichgewicht befindet. Da sich das thermische Gleichgewicht nach einer Schwerionenkollision nicht instantan einstellt, gibt es eine Zeitspanne vor der Thermalisierung in der die Materieevolution prinzipiell nicht hydrodynamisch beschrieben werden kann. Nach der Hadronisierung befindet sich die Materie im Zustand eines Hadronengases und verhält sich demzufolge nicht mehr wie eine Flüssigkeit. Deshalb wird eigentlich nur die Zeitspanne zwischen diesen beiden Zuständen von der Hydrodynamik erfasst (siehe Kap. 1.3.2) [40].

Es ist möglich die Materie auch in der kurzen Zeitspanne vor der Thermalisierung hydrodynamisch zu beschreiben und die Evolution des Hadronengases als Ausbreitung nicht wechselwirkender Teilchen aufzufassen. Dazu müssen jedoch neue Parameter eingeführt werden, die große statistische Unsicherheiten hervorrufen [40].

Das VISHNU<sup>2</sup> Modell eliminiert diese Fehlerquelle, indem es ein hydrodynamisches Modell mit einem mikroskopisch hadronischen Modell der Materieevolution verbindet. Die Phase vor der Thermalisierung wird durch Anfangsbedingungen erfasst, die mit dem MC-KLN<sup>3</sup> Modell berechnet werden. Zur hydrodynamischen Beschreibung wird VISH+2 verwendet, ein (2+1) dimensionales<sup>4</sup> hydrodynamisches Modell, das unter anderem eine Viskosität des QGP einführt. Dieses Modell beschreibt die Materieevolution mit Hilfe einer sogenannten *equation of state*. Diese Gleichung verbindet Druck, Entropie und Energie im QGP in Übereinstimmung mit Berechnungen der Gitter QCD. Das VISH+2-Modell beschreibt die Materieevolution bis zu einer Wechseltemperatur von  $T_W = 165$  MeV [40].

Für geringere Temperaturen wird die Ausbreitung des Hadronengases durch das sogenannte UrQMD<sup>5</sup> Modell beschrieben. Letzteres ist ein hadronisches Transportmodell, dessen Grundlage die Boltzmanngleichung bildet. Wichtig ist hier, dass das UrQMD Modell auch die Zustände beschreibt, in der die Materie nicht thermalisiert ist, da es kein thermisches Gleichgewicht voraussetzt [39, 40].

Die Verbindung des VISH+2 und des UrQMD Modells erfolgt mit Hilfe des Monte Carlo Event Generators H<sub>2</sub>O. Dieser Generator wandelt die hydrodynamischen Daten, die er von dem VISH+2 Modell erhält, in Hadronenspektren um. Insbesondere berechnet er den Impuls und die Position der jeweiligen Teilchen [40].

Mit Hilfe des VISHNU Modells kann die Viskosität des QGPs bestimmt werden. Außerdem können die  $p_T$ - Spektren der in einer Schwerionenkollision erzeugten Teilchen berechnet werden. Dies ist unter anderem für PbPb-Kollisionen mit  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV geschehen. Es zeigt sich, dass die mit dem VISHNU Modell berechneten Spektren mit einer kinetischen freeze-out Temperatur von  $T_{\text{kin},v} = 120$  MeV die von ALICE gemessenen Daten gut beschreiben [39].

Da die mit dem VISHNU Modell berechneten Daten auf hydrodynamischen Berechnungen basieren, sollten bei einer Anwendung des Blast-Wave Fits auf die zugehörigen  $p_T$ -Spektren realistische Parameter  $n$ ,  $\beta_T$  und  $T_{\text{kin}}$  extrahiert werden können. Insbesondere sollte  $T_{\text{kin}}$  ungefähr in der Größenordnung von  $T_{\text{kin},v}$  liegen. Ob dies der Fall ist, wird im nächsten Abschnitt geprüft.

---

<sup>2</sup>VISHNU = Viscous Israel-Steward Hydrodynamics aNd UrQMD.

<sup>3</sup>MC-KLN = Monte Carlo- Kharzeev-Levin-Nard [19].

<sup>4</sup>(2+1) dimensional bedeutet, dass die zwei Raumdimensionen und die eine Zeitdimension getrennt betrachtet werden.

<sup>5</sup>UrQMD = Ultra-relativistic Quantum Molecular Dynamics.

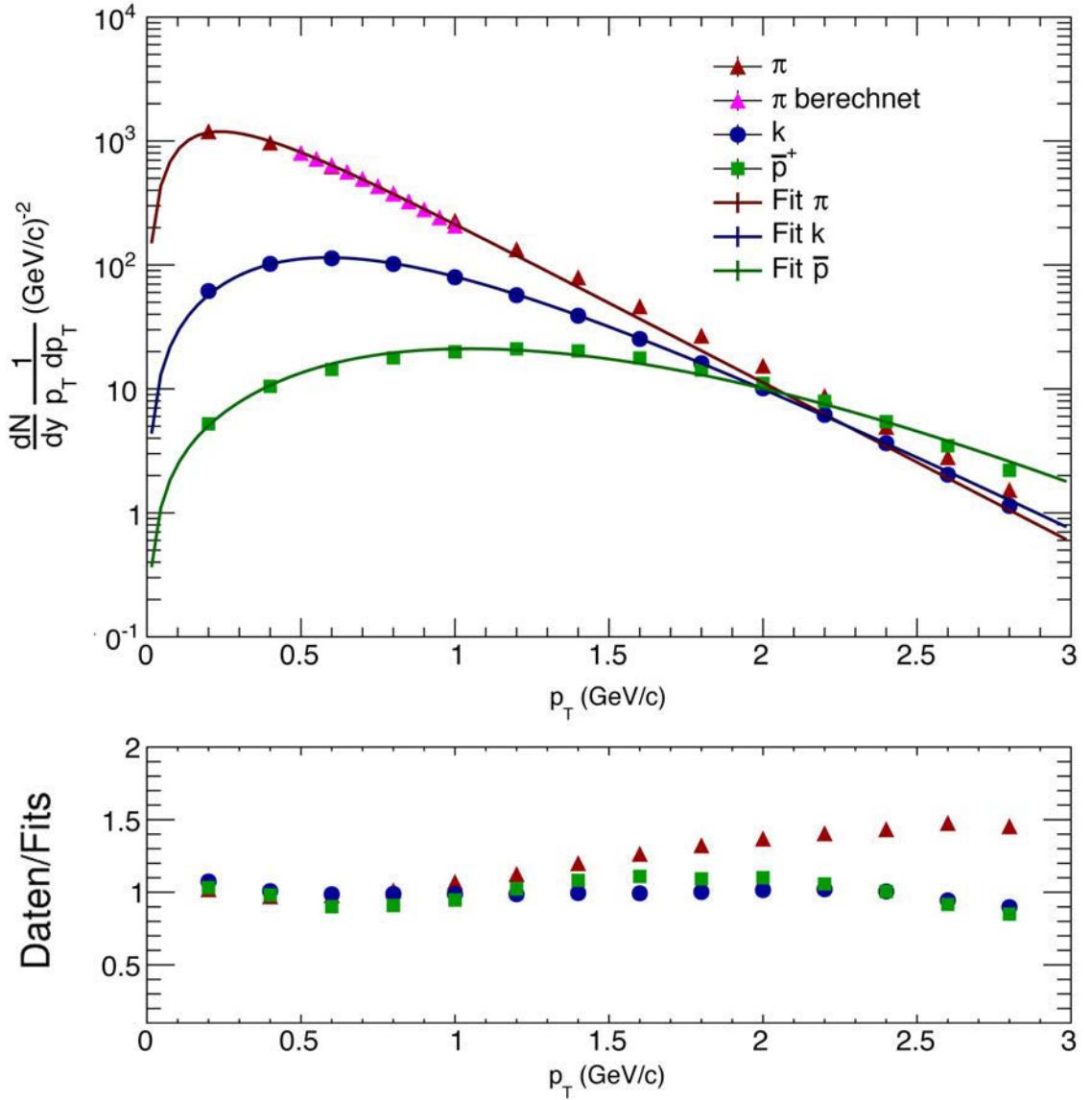
**Blast-Wave Fit der VISHNU-Daten für PbPb-Kollisionen mit  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76 \text{ TeV}$**  Die Qualität des Blast-Wave Fits kann überprüft werden, indem man ihn auf mit dem VISHNU Modell berechnete Daten anwendet. Dies ist hier für PbPb-Kollisionen mit  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76 \text{ TeV}$  geschehen. Die Fitbereiche und Anfangsparameter sind dieselben wie in Kap. 5.3. Da sich für Pionen nicht genügend Datenpunkte im Fitbereich befanden, wurden die Daten wie in Kap. 3.2 mit einem Hagedorn Fit gefittet. Ausgehend von diesem Fit konnten mit ROOT neue Messpunkte berechnet werden. Alle Datenpunkte und der Blast-Wave Fit sind in Abb. 5.5 dargestellt. Außerdem ist der Quotient von Blast-Wave Fit und VISHNU-Daten dargestellt. Die Fitparameter des Blast-Wave Fits ergeben sich zu

$\sqrt{s}$ in GeV	$\beta_T$	$T_{\text{kin}}$ in MeV	n	$\chi^2/\text{ndf}$
2.76 TeV	$0.665 \pm 0.001$	$0.083 \pm 0.000$	$0.663 \pm 0.003$	47.20

Abb. 5.5 entnimmt man, dass der Blast-Wave Fit die Daten gut beschreibt. Der große Wert für  $\chi^2/\text{ndf}$  resultiert aus den kleinen Fehlern, die für die VISHNU-Daten angenommen wurden.

Ein Vergleich mit den Fitparametern  $\beta_T = (0.65 \pm 0.02)$  und  $T_{\text{kin}} = (95 \pm 10) \text{ MeV}$ , die aus Blast-Wave Fits über die Messdaten von ALICE bestimmt wurden, zeigt, dass der hier für  $\beta_T$  bestimmte Wert um etwa 1% geringer ist [5]. Die Temperatur  $T_{\text{kin}}$  ist hingegen um 12% geringer. Dies mag zum einen daran liegen, dass das VISHNU-Modell die PbPb-Daten nicht exakt beschreibt, sondern mit einer gewissen Abweichung. Zum anderen besitzen die nachträglich berechneten Werte für die Pionen eine geringfügig andere Steigung als die restlichen Punkte. Beides kann zu einer Verringerung der Temperatur geführt haben.

Vergleicht man  $T_{\text{kin}}$  mit  $T_{\text{kin},V}$ , so stellt man fest, dass  $T_{\text{kin}}$  um etwa 30% geringer ist. Die mit dem VISHNU-Modell berechnete kinetische freeze-out Temperatur weicht also deutlich von der mit dem Blast-Wave Fit bestimmten ab, weshalb die beiden Modelle nicht miteinander vereinbar sind. Da das Blast-Wave Modell – im Gegensatz zum VISHNU Modell – auch die Phasen hydrodynamisch beschreibt, in denen die notwendigen Bedingungen dafür nicht gegeben sind, wird das VISHNU-Modell in dieser Arbeit als vertrauenswürdiger interpretiert. Das bedeutet, dass das Blast-Wave Modell bei der Beschreibung von PbPb-Daten versagt.



**Abbildung 5.5.** – **Oben:** Blast-Wave Fits und Datenpunkte die für PbPb-Kollisionen mit  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76 \text{ TeV}$  mit Hilfe des VISHNU-Modells berechnet wurden [39, 2]. Da sich für Pionen nicht genügend Datenpunkte im Fitbereich befanden, wurden die Daten wie in Kap. 3.2 mit einem Hagedorn Fit gefittet. Ausgehend von diesem Fit konnten mit ROOT neue Messpunkte berechnet werden. **Unten:** Quotient aus Messdaten und Blast-Wave Fits zur Bestimmung der Fitgüte.

## 5.5. Diskussion der Ergebnisse der Blast-Wave Fits

Insgesamt lässt sich sagen, dass der Blast-Wave Fit viele Schwächen aufweist. In Kap. 5.2 zeigte sich, dass die Fitparameter sehr stark von den Anfangswerten abhängen. In [5] wurde außerdem beobachtet, dass die Fitparameter von den Fitbereichen beeinflusst werden. Darüber hinaus lassen sich die Daten teilweise durch mehrere Konstellationen an Parametern beschreiben. Aus diesen Gründen sind die vom Blast-Wave Fit extrahierten Werte wenig verlässlich und leicht manipulierbar. Sie müssen deshalb sehr kritisch betrachtet werden. Ein Fit mit reduzierter Anzahl an freien Parametern ist möglicherweise hilfreich um die Fitparameter zu überprüfen.

Sowohl  $p_T$ -Spektren aus pp- als auch aus pPb-Kollisionen werden gut durch Blast-Wave Fits beschrieben und die extrahierten Parameter verhalten sich durchaus realistisch. Dem Blast-Wave Modell zur Folge verhält sich die Materie nach pp- und pPb-Kollisionen also der Hydrodynamik entsprechend. Das Modell sagt für pp- und pPb-Kollisionen eine kinetische freeze-out Temperatur von  $T_{\text{kin}} \approx 143 \text{ MeV}$  und einen radialen Fluss voraus.  $T_{\text{kin}}$  wäre damit um 51% größer als bei PbPb-Kollisionen. Der radiale Fluss für pp-Kollisionen wäre hingegen deutlich geringer und bei pPb-Kollisionen etwas geringer als bei PbPb-Kollisionen, was auf einen niedrigeren Dichtegradienten schließen ließe.

Obwohl es bemerkenswert ist, dass sich die Parameter für pp- und pPb-Kollisionen realistisch verhalten, sind diese Werte wenig vertrauenswürdig. Dies liegt zunächst einmal an den oben genannten Schwächen des Blast-Wave Fits. Außerdem ist es unwahrscheinlich, dass das Blast-Wave Modell aus den in Kap. 5.1 genannten Gründen auf pp-Kollisionen und pPb-Kollisionen angewandt werden kann. Dass der Blast-Wave Fit die Daten trotzdem gut beschreibt, lässt an der Verlässlichkeit des Fits zweifeln. Die große Abweichung der mit dem Blast-Wave Modell und dem VISHNU Modell bestimmten freeze-out Temperatur für PbPb-Kollisionen bestärkt die Annahme, dass der Blast-Wave Fit ungeeignet ist, um Parameter zu extrahieren, die die Materie beim kinetischen freeze-out beschreiben.

Insgesamt ist der Blast-Wave Fit demnach ungeeignet, um Teilchenspektren auf hydrodynamisches Verhalten zu untersuchen. Die aus Blast-Wave Fits extrahierten Fitparameter sind nicht vertrauenswürdig.

## 6. Zusammenfassung

In dieser Ausarbeitung wurden die Teilchenspektren nuklearer Kollisionen untersucht. Dabei wurden insbesondere Teilchenspektren aus pp-Kollisionen betrachtet, da diese als Referenz für Teilchenspektren aus Schwerionenkollisionen sehr bedeutend sind. Teilchenspektren aus pp- und pPb-Kollisionen wurden außerdem verwendet um die Verlässlichkeit von Blast-Wave Fits zu überprüfen.

Der erste Abschnitt der Ausarbeitung lieferte die notwendigen theoretischen Grundlagen und Informationen zu Verwendung der Datensätze.

Im zweiten Abschnitt wurden Teilchenspektren nuklearer Kollisionen auf drei Skalierungsverhalten untersucht. Daraus konnten Rückschlüsse auf physikalische Prozesse während der Kollision und der nachfolgenden Materieevolution gezogen werden.

Das  $x_T$ -scaling basiert auf der Annahme Bjorkens, dass sich der Wirkungsquerschnitt der Hadronen ebenso verhält, wie der Wirkungsquerschnitt der Partonen. Teilchenspektren aus pp- und pPb-Kollisionen verhalten sich dem  $x_T$ -scaling entsprechend. Die Annahme Bjorkens wurde also bestätigt. Daraus folgt, dass Wechselwirkungen der Hadronen vernachlässigt werden können.

Bei Pion- und Kaonspektren aus pp-Kollisionen kann das  $m_T$ -scaling beobachtet werden, d.h. die  $m_T$ -Spektren der Teilchen unterscheiden sich bei harten Prozessen nur durch eine Konstante. Dies bestätigt, dass Wechselwirkungen der Hadronen vernachlässigt werden können. Interessant ist, dass bei pPb- und PbPb-Kollisionen das  $m_T$ -scaling für Pionen, Kaonen und Protonen auftritt. Für dieses Verhalten konnte keine Erklärung gefunden werden.

Geometric scaling tritt auf, wenn während der Kollision der Effekt der Gluonensättigung von Bedeutung ist. Es zeigt sich, dass man bei Teilchenspektren aus pp-Kollisionen das geometric scaling beobachten kann. Deshalb ist es wahrscheinlich, dass die sich Materie in den Projektilen im Zustand eines Color Glass Condensate befindet.

Im dritten Abschnitt dieser Ausarbeitung wurden Blast-Wave Fits auf ihre Verlässlichkeit geprüft. Aus mehreren Gründen wurden sie als nicht verlässlich eingestuft.

Zunächst sind die Fitparameter des Blast-Wave Fits leicht manipulierbar, weshalb sie große Unsicherheiten besitzen. Des Weiteren beschreiben Blast-Wave Fits die Teilchenspektren aus pp- und pPb-Kollisionen gut, obwohl wichtige Annahmen, auf denen das Blast-Wave Modell basiert, auf diese Kollisionssysteme nicht zutreffen. Dazu kommt, dass die Fitparameter aus Blast-Wave Fits über Teichenspektren aus PbPb-Kollisionen deutlich von denen abweichen, die mit Hilfe des VISHNU Modells bestimmt wurden.

Aus diesen Gründen empfiehlt sich die Verwendung anderer Modelle, um Teilchenspektren auf hydrodynamisches Verhalten zu untersuchen oder die Eigenschaften der Materie am kinetischen freeze-out zu erforschen. Modelle, die auch die Abschnitte der Materieevolution angemessen beschreiben, die nicht hydrodynamisch erfasst werden können, sind dabei möglicherweise verlässlicher.



# A. Anhang

## A.1. Verwendete Datensätze

**Tabelle A.1.** – In dieser Arbeit verwendete Datensätze. Angegeben sind die Links zu den Quellenangaben der zugehörigen Paper, die Links zu den Quellenangaben des Durham HepData Projekts und die Kapitelnummern, in denen die Daten verwendet werden.

Experiment	Kollisions- system	$\sqrt{s_{\text{NN}}}$ in GeV	zugehöriges Paper	HepData Link	verwendet in (Kapitelnummer)
ALICE	pp	900	[3]	[31]	3, 4.2, 5.2
		2760	[11]	[30]	3
		7000	[9]	[32]	3, 4.2
	pPb	5020	[8]	[33]	3, 5.3
	PbPb	2760	[5]	[35]	3.2
CMS	pp	2760	[17]	[34]	5.2
		7000	[17]	[34]	5.2
PHENIX	pp	62.4	[12]	[36]	3, 4.2, 5.2
		200	[12]	[36]	3, 4.2, 5.2

## A.2. Beweis der Äquivalenz von Gl. (1.3.7) und Gl. (1.3.8)

Mit Hilfe der Jacobi-Determinante  $d(p_x, p_y, p_z)/d(p_L, p_T, \phi)$  lässt sich Gl. (1.3.8) durch den longitudinalen Impuls  $p_L$ , den transversalen Impuls  $p_T$  und den Azimutalwinkel  $\phi$  darstellen

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = E \frac{1}{p_T} \frac{d^3\sigma}{dp_T dp_L d\phi}. \quad (\text{A.2.1})$$

Aus Gl. (1.3.5) folgt, dass  $p_L = m_T \sinh y$  und  $E = m_T \cosh y$  gilt. Deshalb ergibt sich mit  $dp_L/dy = m_T \cosh y = E$

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = \frac{1}{p_T} \frac{d\sigma^3}{dp_T dy d\phi}. \quad (\text{A.2.2})$$

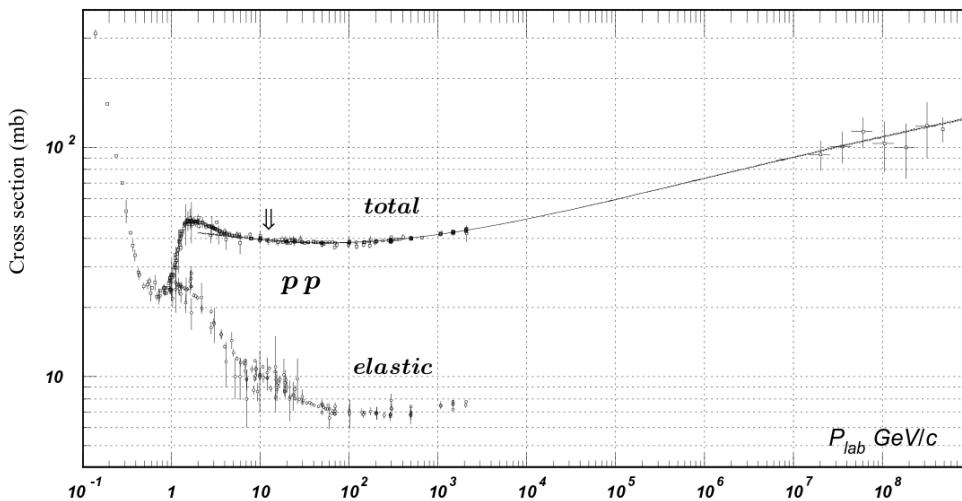
Berücksichtigt man außerdem, dass die Anzahl der erzeugten Teilchen in  $\phi$  symmetrisch ist, ergibt sich

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2\sigma}{dp_T dy}. \quad (\text{A.2.3})$$

Teilt man nun Gl. (A.2.3) durch den totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{tot}$ , so erhält man

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} \frac{1}{\sigma_{tot}} = \frac{1}{N_{ev}} \frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2N}{dp_T dy}. \quad (\text{A.2.4})$$

### A.3. Wirkungsquerschnitt für pp und $\bar{p}p$ Kollisionen



**Abbildung A.1.** – Wirkungsquerschnitt für pp-Kollisionen [28].

**Tabelle A.2.** – Totaler Wirkungsquerschnitt für pp- und  $p\bar{p}$ -Kollisionen verschiedener Schwerpunktsenergien. Die Wirkungsquerschnitte wurden mit dem Programm *xyscan* [42] aus Abb. A.1 abgelesen.

$\sqrt{s}$ in GeV	$\sigma_{tot}$ in mb
62.4	$38.6 \pm 1$
200	$39.2 \pm 1$
900	$41.6 \pm 1$
2760	$44.2 \pm 1$
7000	$47.8 \pm 1$

## A.4. Fitparameter

**Tabelle A.3.** – Die Fitparameter  $C$ ,  $p_0$  und  $n$  eines in Abs. 3.2 durchgeführten Hagedorn Fits über Pionspektren verschiedener Kollisionssysteme.

Kollisionssystem	$\sqrt{s}$ in GeV	$C$	$p_0$	$n$
pp	62.4	$7.862 \pm 0.089$	$1.610 \pm 0.046$	$13.025 \pm 13.025$
pp	200	$16.592 \pm 2.359$	$0.787 \pm 0.076$	$8.124 \pm 0.361$
pp	900	$21.456 \pm 1.890$	$0.652 \pm 0.080$	$6.742 \pm 0.473$
pPb	5020	$8.148 \pm 0.208$	$1.288 \pm 0.048$	$7.368 \pm 0.165$
PbPb	2760	$5.440 \pm 0.752$	$3.139 \pm 0.386$	$14.671 \pm 1.151$

**Tabelle A.4.** – Die Fitparameter  $A$  und  $n$  eines in Abs. 4.2 durchgeführten Fits mit einem Potenzgesetz über Pionspektren aus pp-Kollisionen verschiedener Schwerpunktsenergien.

$\sqrt{s}$ in GeV	$A$	$n$
62.4	$0.0158 \pm 0.0003$	$5.8005 \pm 0.0755$
200	$0.0232 \pm 0.0003$	$5.3007 \pm 0.0451$
900	$0.0442 \pm 0.0036$	$5.0084 \pm 0.1606$
7000	$0.2329 \pm 0.0052$	$5.1756 \pm 0.0278$



# Literatur

- [1] Jonas Anielski, Persönliche Mitteilungen.
- [2] Ulrich Heinz und Huichao Song, Persönliche Mitteilungen.
- [3] K. Aamodt u. a. “Production of pions, kaons and protons in  $p\bar{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 900$  GeV with ALICE at the LHC”. In: *Eur.Phys.J.* C71 (2011), S. 1655. arXiv:[1101.4110 \[hep-ex\]](#).
- [4] K. Aamodt u. a. “The ALICE experiment at the CERN LHC”. In: *JINST* 3 (2008), S08002.
- [5] Abelev, Betty u. a. “Pion, Kaon, and Proton Production in Central Pb–Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV”. In: *Phys.Rev.Lett.* 109 (2012), S. 252301. arXiv:[1208.1974 \[hep-ex\]](#).
- [6] Abelev, Betty u. a. “Pseudorapidity density of charged particles  $p$ -Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV”. In: *Phys.Rev.Lett.* 110 (2013), S. 032301. arXiv:[1210.3615 \[nucl-ex\]](#).
- [7] Abelev, Betty Bezverkhny u. a. “Energy Dependence of the Transverse Momentum Distributions of Charged Particles in pp Collisions Measured by ALICE”. In: *Eur.Phys.J.* C73 (2013), S. 2662. arXiv:[1307.1093 \[nucl-ex\]](#).
- [8] Abelev, Betty Bezverkhny u. a. “Multiplicity Dependence of Pion, Kaon, Proton and Lambda Production in p-Pb Collisions at  $\sqrt(s_{NN}) = 5.02$  TeV”. In: *Phys.Lett.* B728 (2014), S. 25–38. arXiv:[1307.6796 \[nucl-ex\]](#).
- [9] B. Abelev u. a. “Neutral pion and  $\eta$  meson production in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 0.9$  TeV and  $\sqrt{s} = 7$  TeV”. In: *Phys.Lett.* B717 (2012), S. 162–172. arXiv:[1205.5724 \[hep-ex\]](#).
- [10] Betty Abelev u. a. “Centrality Dependence of Charged Particle Production at Large Transverse Momentum in Pb–Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV”. In: *Phys.Lett.* B720 (2013), S. 52–62. arXiv:[1208.2711 \[hep-ex\]](#).
- [11] Betty Bezverkhny Abelev u. a. “Production of charged pions, kaons and protons at large transverse momenta in pp and Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV”. In: (2014). arXiv:[1401.1250 \[nucl-ex\]](#).
- [12] A. Adare u. a. “Identified charged hadron production in  $p + p$  collisions at  $\sqrt{s} = 200$  and 62.4 GeV”. In: *Phys.Rev.* C83 (2011), S. 064903. arXiv:[1102.0753 \[nucl-ex\]](#).
- [13] R. Bailey. “An Application for Research: the Large Hadron Collider”. In: (2014), S. 565–574. arXiv:[1404.0966 \[physics.acc-ph\]](#).
- [14] Klaus Bethge, Gertrud Walter und Bernard Wiedemann. *Kernphysik*. 3. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.

- [15] J.D. Bjorken. “Can We Measure Parton Parton Cross-Sections?” In: *Phys.Rev.* D8 (1973), S. 4098.
- [16] Rene Brun und Fons Rademakers. *ROOT - An Object Oriented Data Analysis Framework*. Version v5-34-18. Proceedings AIHENP’96 Workshop, Lausanne, Sep. 1996, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. A 389 (1997) 81-86. URL: <http://root.cern.ch/>.
- [17] Serguei Chatrchyan u. a. “Study of the inclusive production of charged pions, kaons, and protons in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 0.9, 2.76$ , and  $7$  TeV”. In: *Eur.Phys.J.* C72 (2012), S. 2164. arXiv:[1207.4724 \[hep-ex\]](#).
- [18] Dr. rer. nat. Christian Klein-Bösing. “Study of the Quark-Gluon Plasma with Hard and Electromagnetic Probes”. Diss. Westfälische Wilhelms-Universität, 2013.
- [19] H.-J. Drescher und Y. Nara. “Effects of fluctuations on the initial eccentricity from the Color Glass Condensate in heavy ion collisions”. In: *Phys.Rev.* C75 (2007), S. 034905. arXiv:[nucl-th/0611017 \[nucl-th\]](#).
- [20] F. Gelis. “Color Glass Condensate and Glasma”. In: *Int.J.Mod.Phys.* A28 (2013), S. 1330001. arXiv:[1211.3327 \[hep-ph\]](#).
- [21] Premomoy Ghosh u. a. “Indication of transverse radial flow in high-multiplicity proton–proton collisions at the Large Hadron Collider”. In: *J.Phys.* G41 (2014), S. 035106. arXiv:[1402.6813 \[hep-ph\]](#).
- [22] H. Hahn u. a. “The RHIC design overview”. In: *Nucl.Instrum.Meth.* A499 (2003), S. 245–263.
- [23] Ulrich W. Heinz und Gregory Kestin. “Jozso’s Legacy: Chemical and Kinetic Freeze-out in Heavy-Ion Collisions”. In: *Eur.Phys.J.ST* 155 (2008), S. 75–87. arXiv:[0709.3366 \[nucl-th\]](#).
- [24] N. Herrmann, J.P. Wessels und T. Wienold. “Collective flow in heavy ion collisions”. In: *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.* 49 (1999), S. 581–632.
- [25] P. Huovinen und P.V. Ruuskanen. “Hydrodynamic Models for Heavy Ion Collisions”. In: *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.* 56 (2006), S. 163–206. arXiv:[nucl-th/0605008 \[nucl-th\]](#).
- [26] Edmond Iancu und Raju Venugopalan. “The Color glass condensate and high-energy scattering in QCD”. In: (2003). arXiv:[hep-ph/0303204 \[hep-ph\]](#).
- [27] Christian Klein-Bösing und Larry McLerran. “Geometrical Scaling of Direct-Photon Production in Hadron Collisions from RHIC to the LHC”. In: *Phys.Lett.* B734 (2014), S. 282–285. arXiv:[1403.1174 \[nucl-th\]](#).
- [28] K. Nakamura u. a. “Review of particle physics”. In: *J.Phys.* G37 (2010), S. 075021.
- [29] B. Povh u. a. *Teilchen und Kerne*. 7. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006.
- [30] The Durham HepData Project. URL: <http://hepdata.cedar.ac.uk/view/ins1276299>.
- [31] The Durham HepData Project. URL: <http://hepdata.cedar.ac.uk/view/ins885104>.

- 
- [32] The Durham HepData Project. URL: <http://hepdata.cedar.ac.uk/view/ins1116147>.
  - [33] The Durham HepData Project. URL: <http://hepdata.cedar.ac.uk/view/ins1244523>.
  - [34] The Durham HepData Project. URL: <http://hepdata.cedar.ac.uk/view/ins1123117>.
  - [35] The Durham HepData Project. URL: <http://hepdata.cedar.ac.uk/view/ins1126966>.
  - [36] The Durham HepData Project. URL: <http://hepdata.cedar.ac.uk/view/ins886590>.
  - [37] Ekkard Schnedermann, Josef Sollfrank und Ulrich W. Heinz. “Thermal phenomenology of hadrons from 200-A/GeV S+S collisions”. In: *Phys.Rev.* C48 (1993), S. 2462–2475. arXiv:[nucl-th/9307020 \[nucl-th\]](#).
  - [38] Philip J. Siemens und John O. Rasmussen. “Evidence for a blast wave from compress nuclear matter”. In: *Phys.Rev.Lett.* 42 (1979), S. 880–887.
  - [39] Huichao Song, Steffen Bass und Ulrich W. Heinz. “Spectra and elliptic flow for identified hadrons in 2.76 A TeV Pb+Pb collisions”. In: *Phys.Rev.* C89 (2014), S. 034919. arXiv:[1311.0157 \[nucl-th\]](#).
  - [40] Huichao Song, Steffen A. Bass und Ulrich Heinz. “Viscous QCD matter in a hybrid hydrodynamic+Boltzmann approach”. In: *Phys.Rev.* C83 (2011), S. 024912. arXiv:[1012.0555 \[nucl-th\]](#).
  - [41] Saeed Uddin u. a. “Systematic of Particle Thermal Freeze-out in a Hadronic Fireball at RHIC”. In: (2014). arXiv:[1401.0324 \[hep-ph\]](#).
  - [42] Thomas S. Ullrich. “xyscan Version 3.3.1”. In: Version 3.3 (2011). URL: [thomas.ullrich@bnl.gov](mailto:thomas.ullrich@bnl.gov).
  - [43] Thomas Williams, Colin Kelley u. a. *GNUPLOT Version 4.4*. URL: <http://www.gnuplot.info>.