

EXPERIMENTELLE PHYSIK

Direkte thermische Photonen in ultrarelativistischen Schwerionenreaktionen

— Ein Vergleich verschiedener Theorien —

Diplomarbeit

von

Damian Bucher

vorgelegt dem Fachbereich Physik der
Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

angefertigt im Institut für Kernphysik der
Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

Mai 1993

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Physikalische Fragestellung	3
1.2	Erzeugung eines Quark-Gluon-Plasmas	5
1.3	Signale des Quark-Gluon-Plasmas	6
1.3.1	Direkte thermische Photonen	8
1.4	Überblick über die Experimente	9
1.4.1	Das WA80-Experiment	9
1.4.2	Das WA93-Experiment	12
2	Thermische Photonen aus dem Plasma	15
2.1	Grundlegende QCD-Prozesse	15
2.2	Auswertung der Feynmangraphen	17
2.2.1	Rechnungen von M. Neubert	17
2.2.2	Rechnungen von R. C. Hwa & K. Kajantie	18
2.2.3	Rechnungen von R. Baier et al.	18
2.2.4	Rechnungen von P. V. Ruuskanen	21
2.3	Vergleich der verschiedenen Rechnungen	22
3	Thermische Photonen aus dem Hadronengas	25

4	Raum-Zeit-Entwicklung des Quark-Gluon-Plasmas	31
4.1	Evolution des Systems im Björken-McLerran-Bild	33
4.2	Raum-Zeit-Integration	38
4.3	Parametrisierung nach R. Baier	40
5	Direkte thermische Photonen in Schwerionenreaktionen	43
5.1	Untersuchte Reaktionen und Parameter	43
5.2	Photonen aus verschiedenen Phasen der Reaktion	45
5.3	Einfluß der Anzahl der Freiheitsgrade	49
5.4	Vergleich der Emission nach den verschiedenen Theorien	50
5.5	Vergleich der Systeme O+Au, S+Au und Pb+Pb	51
6	Vergleich mit Pionen-Daten	55
6.1	Direkte harte Photonen	55
6.2	Parametrisierung von Pionenspektren	57
6.3	Das γ/π^0 -Verhältnis	61
6.4	Voraussagen für geplante Experimente	64
7	Zusammenfassung	69
A	Wichtige Größen der Hochenergiephysik	71
B	Elementarteilchen und Wechselwirkungen	73

1. Einleitung

1.1 Physikalische Fragestellung

Zur Beschreibung der Elementarteilchen und deren Wechselwirkungen untereinander wird neben der elektroschwachen Eichtheorie (abelsche $U(1) \times SU(2)$ -Eichsymmetrie) für die elektromagnetische und schwache Kraft auch die Quantenchromodynamik (QCD) (nicht abelsche $SU(3)$ -Eichsymmetrie) für die starke Wechselwirkung benutzt. In ihr wird die Wechselwirkung zwischen den Quarks, die als elementare Bestandteile der Hadronen angesehen werden, über den Austausch von Farbladungen erklärt. Die die Kraft übertragenden Teilchen sind hier acht Gluonen, in der elektroschwachen Theorie sind es Photonen, W^\pm - und Z^0 -Bosonen. Eine Übersicht über die Elementarteilchen und ihre Wechselwirkungen geben Tab.B.1 und B.2 im Anhang.

Gegenüber anderen Elementarteilchen, wie zum Beispiel den Elektronen, werden die Quarks und Gluonen aber in der normalen Welt nicht frei beobachtet, was man mit dem Effekt des Confinements bezeichnet (siehe z.B.: [Jon89]). Diesen kann man auf folgende Weise beschreiben [Mus88] :

Die Kopplungskonstante α_s der starken Wechselwirkung ist, wie auch die der Quantenelektrodynamik (QED), nicht konstant, sondern ändert sich mit dem Impulsübertragsquadrat Q^2 . Dies resultiert bei der QED aus einem Abschirmen der vom Photon gesehenen Ladung durch eine Vakuumpolarisationen bei niedrigem Q^2 . Mit steigendem Q^2 wird nun vom Photon ein kleineres Gebiet gesehen, und die Abschirmung nimmt ab. Ein ähnlicher Effekt existiert auch in der Quantenchromodynamik (QCD). Hier entstehen aber zwei Arten von Korrekturen, die zum einen durch Bildung von Quark-Antiquarkpaaren, zum anderen aber durch Gluonenpaare erzeugt werden. Der eine Teil ($q\bar{q}$) führt zum gleichen Verhalten wie in der QED, der andere, aber viel stärkere Anteil, erzeugt ein Ansteigen der effektiven

Kopplungskonstanten zu niedrigen Q^2 . Dies läßt sich allerdings nur schwer exakt berechnen, da man infolge der Größe der Kopplungskonstanten die Störungstheorie nicht mehr anwenden kann. Man folgert nun, daß man Quarks und Gluonen nie als isolierte Teilchen beobachten kann, da bei großer Entfernung zweier Teilchen die Energie zwischen ihnen so groß wird, daß spontan ein Teilchen-Antiteilchen-Paar erzeugt wird, welches sich mit den ursprünglichen Teilchen wieder zu Hadronen vereinigt.

Eine weitere Vorhersage der QCD und dieser Korrekturen ist nun aber, daß die Kopplungskonstante α_s bei hohen Energien und geringen Abständen klein wird. Hier wird die Kopplung der Quarks untereinander so klein, daß sie sich wie quasifreie Teilchen verhalten. Dieser Effekt wird als asymptotische Freiheit bezeichnet und läßt sich durch die schwache Kopplung störungstheoretisch behandeln. Bei einer Bestimmung von α_s unter Berücksichtigung von Korrekturen höherer Ordnung [Mus88] ergibt sich :

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{\frac{33-2N_f}{12} \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} \quad (1.1)$$

mit N_f : Anzahl der Quarkflavours.

Der Skalierungsparameter Λ ist experimentell zu bestimmen. Das Verhalten von α_s ist in Abb.1.1 in Abhängigkeit vom Impulsübertragsquadrat Q^2 gezeigt.

Es wird nun mit Hilfe von Gittereichrechnungen ein Phasenübergang zwischen der normalen hadronischen Materie und dem sogenannten Quark-Gluon-Plasma bei hohen Energiedichten vorhergesagt. In diesem Plasma wären die Quarks und Gluonen als quasifreie Teilchen vorhanden. Allerdings ist fraglich gewesen, ob sich ein solcher Zustand auch über größere Ausdehnungen bilden könnte, da ja a_s zu großen Distanzen zunimmt. Es konnte aber gezeigt werden, daß analog zum normalen Plasma ein der Debye-Abschirmung ähnlicher Effekt auftritt, der dazu führt, daß in einem Plasma bei hoher Temperatur auch bei kleinen Impulsüberträgen, also auch größeren Abständen, a_s klein bleibt [Shu88][Gyu85].

Ein solcher Zustand, so wird vermutet, lag im frühen Universum (etwa bis zu 10^{-5} Sekunden nach dem Urknall [Sin90]) vor und

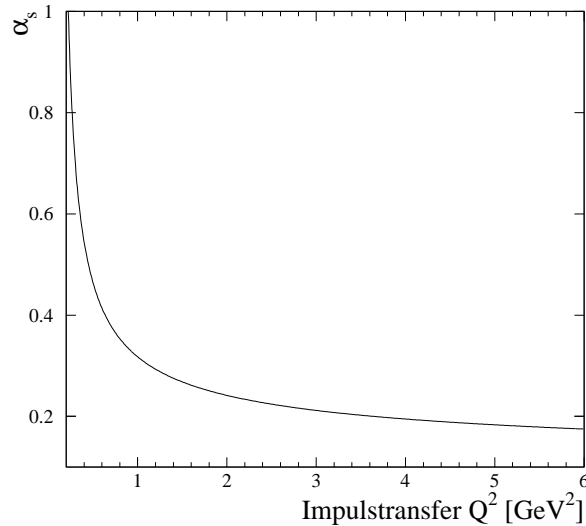


Abbildung 1.1: Verhalten von α_s in Abhängigkeit vom Quadrat des Impulsübertrags Q^2 (Skalierungsparameter $\Lambda = 0.111\text{GeV}$) (nach [Fer84])

ist in einigen sehr dichten Neutronensternen vorhanden (siehe z.B.: [Wit84],[Kis79],[Oli88],[Gra88],[Shu80],[Kaj88]).

Ein Anliegen der Hochenergiekernphysik ist es, diesen Phasenübergang im Experiment zu erzeugen und das entstehende QGP zu studieren, um weitere Hinweise auf die Richtigkeit der Theorien zu erhalten und die Vorgänge bei und nach der Entstehung unseres Universums besser zu verstehen.

1.2 Erzeugung eines Quark-Gluon-Plasmas

Wie man aus Abbildung 1.2 erkennen kann, gibt es mehrere mögliche Wege, ein Quark-Gluon-Plasma zu erzeugen. Der Weg des frühen Universums kam von sehr hohen Temperaturen, aber recht geringen Dichten, wogegen man in Neutronensternen hohe Dichten, aber vergleichsweise geringe Temperaturen erwartet.

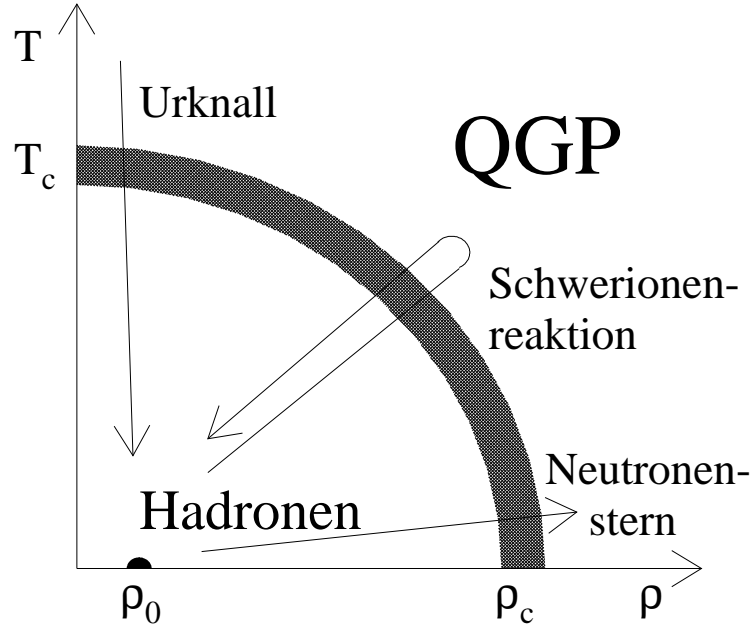


Abbildung 1.2: Phasendiagramm der hadronischen Materie

Da dem Experimentator beide Wege nicht zugänglich sind, versucht man einen Mittelweg zu gehen und sowohl die Dichten als auch die Temperaturen so hoch wie möglich zu machen. Dies kann man zum Beispiel in sehr energiereichen Schwerionenstößen im Labor versuchen, und hofft, so die Energiedichten auf die Werte zu bringen, für die man einen Phasenübergang zum Plasma zu erwartet und damit das Confinement der Quarks zumindest lokal aufzuheben. Durch Gittereichrechnungen wird die kritische Energiedichte ϵ_c eines solchen Phasenüberganges im Bereich von $2 - 4 \text{ GeV/fm}^3$ vorhergesagt. Allerdings ist zur Zeit noch unklar, ob es sich um Phasenübergang erster oder zweiter Ordnung handelt.

1.3 Signale des Quark-Gluon-Plasmas

Da sich das Quark-Gluon-Plasma natürlich nicht als makroskopischer Zustand beobachten läßt, muß man das Plasma anhand geeigneter Signale erkennen. Es wurden verschiedene Signale vorgeschlagen [Sin90], die im folgenden kurz

angeführt werden sollen. Unter anderem waren dies :

- **J/ψ -Unterdrückung**

Das J/ψ -Teilchen ist ein gebundener $c\bar{c}$ -Zustand. Im QGP findet nun ein der Debye-Abschirmung in atomphysikalischen Plasmen analoger Effekt statt, der zu einer Abschirmung der Farbladungen für Abstände, die größer als eine typische Länge R_D sind, führt. Hierdurch verschwindet der bindende Anteil des $c\bar{c}$ -Potential. Dieses führt letztendlich zu einer Unterdrückung in der Produktion des J/ψ -Teilchens. Dieser Effekt wurde auch tatsächlich in dem NA38-Experiment gemessen. Allerdings entstanden daraufhin Modelle, die diese Unterdrückung auch ohne Phasenübergang, sondern nur durch die Existenz dichter hadronischer Materie erklärt.

- **verstärkte Strangeness-Produktion**

In dem QGP kommt es zu einer starken thermischen Produktion von Gluonen. Diese erzeugen über einen Gluon-Gluon-Fusionsprozeß Quark-Antiquark-Paare. Durch die im Plasma herrschenden hohen Energiedichten werden $s\bar{s}$ -Paare stärker als in normalen Nukleon-Nukleon-Stößen produziert. Die so entstandenen seltsamen Quarks finden sich in einer erhöhten Emission von seltsamen Hadronen (z.B.: Λ -Hyperonen und Kaonen) im Endzustand wieder.

- **Fluktuationen von Observablen**

Bestimmte Observablen (z.B.: die Teilchenmultiplizität) zeigen bei Phasenübergängen charakteristisches Verhalten. Dieses unterscheidet sich von den statistischen Fluktuationen der Observablen, die durch die begrenzte Anzahl von Ereignissen bedingt wird.

- **Photonen und Leptonenpaare**

Photonen und Leptonenpaare werden aufgrund bestimmter Prozesse im QGP erzeugt, und können dadurch als Signale des Phasenübergangs benutzt werden. Eine ausführliche Beschreibung dieser Prozesse folgt im nächsten Abschnitt und in Kap.2.

In den in dieser Arbeit betrachteten Experimenten wurden hauptsächlich Photonen und die Fluktuationen der Teilchenmultiplizität als Signale, die

weiter untersucht wurden, ausgewählt.

1.3.1 Direkte thermische Photonen

Als direkte thermische Photonen werden diejenigen bezeichnet, die nicht aus Teilchenzerfällen, wie zum Beispiel $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ stammen sondern im thermalisierten Plasma aufgrund von elementaren Prozessen zwischen Quarks und Gluonen (siehe Kap.2) entstehen. Direkte harte Photonen dagegen stammen aus der Anfangszeit der Reaktion von Partonenkollisionen und sind von $p + p$ - oder $p + \bar{p}$ -Stößen hinreichend bekannt und untersucht. Zur Berechnung dieser Photonen werden die Strukturfunktionen der Hadronen benötigt, die die Verteilungen von Quarks und Gluonen beschreiben. Die direkten harten Photonen tragen hauptsächlich zur Photonenemission bei großen Transversalimpulsen¹ bei ($p_t > 4 \text{ GeV}/c$). Bei den thermischen Photonen müssen die Strukturfunktionen durch die thermischen Verteilungen im heißen Plasma ersetzt werden. Man erwartet die Emission hauptsächlich im Transversalimpulsbereich von $1 - 3 \text{ GeV}/c$. Diese Photonen hätten gegenüber anderen, vor allem hadronischen Signalen, den Vorteil, daß sie durch das Fehlen der Möglichkeit zur starken Wechselwirkung kaum Interaktionen mit dem das Plasma umgebenden Material haben und so Informationen fast unverfälscht aus der Reaktionszone tragen. Ein Nachteil der thermischen Photonen ist der große Hintergrund an Zerfallsphotonen, die hauptsächlich aus dem Zerfall von neutralen Pionen, aber auch von schwereren Mesonen stammen. Da das Abkühlen des Reaktionsvolumens während der Hadronisationsphase hauptsächlich über die Abdampfung von Pionen an der Oberfläche geschieht, hat man hier eine starke Quelle von Photonen vorliegen. Diese muß man experimentell möglichst exakt rekonstruieren, um direkte Photonen aus der inklusiven Messung extrahieren zu können.

Zu diesem Zweck wurden an verschiedenen Laboratorien Experimente gestartet. Am CERN² sind dies zum Beispiel NA34, NA35, NA45, WA80 und WA93. Da unsere Arbeitsgruppe an WA80 und WA93 beteiligt ist, werde ich diese Experimente im folgenden kurz beschreiben.

¹zur Definition des Transversalimpulses: siehe Anhang

²Conseil Européen de la Recherche Nucléaire

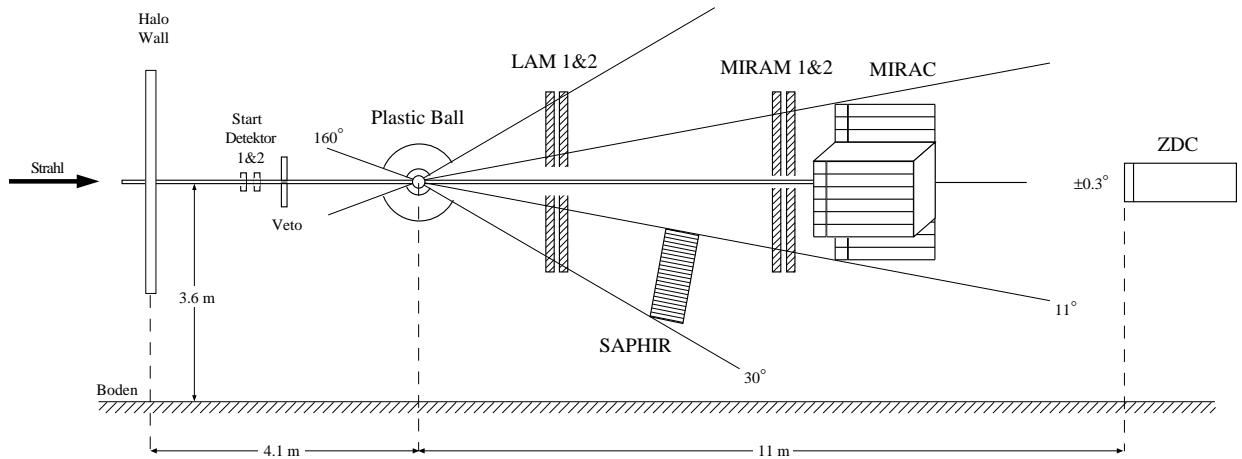


Abbildung 1.3: Experimenteller Aufbau des WA80-Experimentes am SPS des CERN (schematische Seitenansicht) [Alb90]

1.4 Überblick über die Experimente

1.4.1 Das WA80-Experiment

Das WA80-Experiment fand in den Jahren 1986 bis 1988 und mit etwas erweitertem Aufbau als WA80' in der Zeit 1990 bis 1991 am SPS³ am CERN statt. Es wurden hierbei als Projektile Protonen, Sauerstoff und Schwefel bei verschiedenen Targetfolien benutzt (siehe z.B.: [Dra89]).

Der WA80-Aufbau ist in Abb.1.3 schematisch gezeigt. Von links kommt der Strahl und trifft das Target, welches im Zentrum des Plastic-Ball-Detektors angeordnet ist. Der Plastic-Ball besteht aus 655 ΔE - E -Zählern, die aus einer dünnen Schicht CaF_2 (4 mm, ΔE -Signal) und einem Plastiksintillator (35,6 cm, E -Signal) bestehen und von einem Photomultiplier ausgelesen

³Super Proton Synchrotron

werden. Der Detektor deckt einen Pseudorapiditätsbereich⁴ von $-1,7 < \eta < 1,3$ ab und ist azimuthalsymmetrisch aufgebaut. Hiermit können in der Reaktion entstandene Teilchen, wie zum Beispiel geladene Pionen, Protonen, Triton und Helium-Kerne, identifiziert werden.

Im Bereich mittlerer Rapiditäten sind 4 Streamertube-Detektoren LAM⁵ I, LAM II, MiRaM⁶ I und MiRaM II angeordnet, um die Multiplizitäten wie auch die Winkelverteilungen von geladenen Teilchen zu messen.

Im MiRaC⁷ werden die transversalen Energien der Teilchen im mittleren Rapiditätsbereich gemessen. Er besteht aus 180 Detektormodulen und ist zweigeteilt. Der vordere, elektromagnetische Teil besteht aus einem Blei-Szintillator-, der hintere, hadronische aus einem Eisen-Szintillator-Sandwichkalorimeter. In der Mitte dieses Detektors befindet sich ein Loch, damit man die Energie der Teilchen im Projektilrapiditätsbereich ($\eta > 6$) im dahinterliegenden ZDC⁸ bestimmen kann, um hiermit zum Beispiel die Zentralität der Reaktion zu bestimmen. Auch dieses Kalorimeter ist wieder ein zweigeteilter Sandwichdetektor.

Im Pseudorapiditätsbereich von $2,1 > \eta > 1,7$ befindet sich der Photonendetektor SAPHIR⁹, der aus 1278 Bleiglasmodulen besteht [Bau90]. Jedes Modul hat eine Frontfläche von $3,5 * 3,5 \text{ cm}^2$ und eine Länge von 46 cm, was bei dem verwendeten Material (SF5) etwa 18 Strahlungslängen entspricht. Ein in das Modul treffendes Teilchen führt nun zu einem Aufschauern, wobei zwischen einem hadronischem und einem elektromagnetischem Schauer unterschieden werden kann. Durch die im Vergleich zur Modullänge kurze Strahlungslänge deponiert ein elektromagnetisch wechselwirkendes Teilchen (hauptsächlich Photonen und Elektronen) einen Großteil seiner Energie in Form eines Schauers im Modul, während die Wechselwirkungslänge für Hadronen von etwa derselben Größe wie die Moduldimensionen ($\lambda_{int} = 42 \text{ cm}$) sind, und es so nur zu einer begrenzten Schauerbildung kommt. Im Bleiglas wird nun die Energie eines Teilchen, beziehungsweise seines in den Modulen

⁴zur Definition der Rapidität und Pseudorapidität: siehe Anhang

⁵**L**arge **A**ngle **M**ultiplicity Detector

⁶**M**id **R**apidity **M**ultiplicity Detector

⁷**M**id **R**apidity **C**alorimeter

⁸**Z**ero **D**egree **C**alorimeter

⁹**S**ingle **A**rm **P**hoton Detector for **H**heavy **I**on **R**eactions

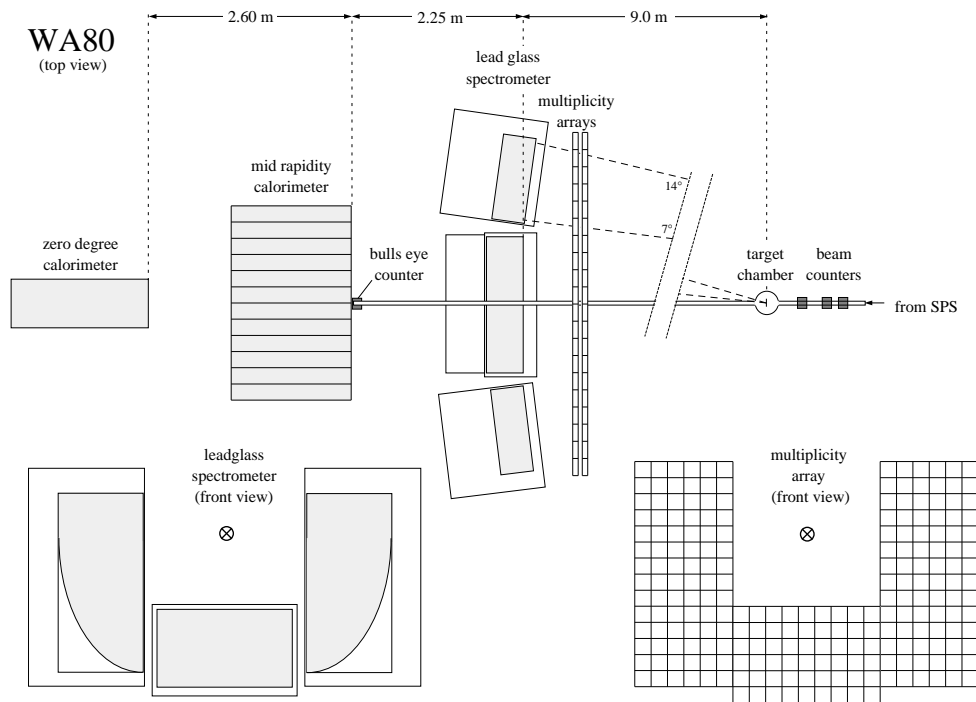


Abbildung 1.4: Experimenteller Aufbau des WA80'-Experimentes am SPS des CERN (schematische Aufsicht des Gesamtaufbaus und Frontansichten der Bleiglas- und Multiplizitätsdetektoren)[Kam92]

ausgebildeten Schauers, über durch den Čerenkov-Effekt erzeugtes Licht bestimmt. Durch den Aufbau des SAPHIR aus einzelnen Modulen ist sowohl eine gute Energie- wie auch Ortsbestimmung möglich.

Zusätzliche Trigger- und Vetodetektoren waren im Experiment vorhanden (Startbox, Halo-Wall,Veto). Sie sollten unter anderem erreichen, daß Ereignisse, bei dem die Projektile schon vor dem Target mit Restgasatomen des Strahlrohres reagieren, nicht registriert werden und so die Messungen nicht verfälschen.

Nach mehreren Strahlzeiten wurde der WA80-Aufbau verändert, und der Teil des elektromagnetischen Kalorimeters erweitert. Er lief als WA80'-Experiment eine weitere Strahlzeit am CERN. Aus dem Aufbau wurden der Plastic-Ball und die Multiplizitätsdetektoren entfernt. Die Position des SAPHIR wurde geändert, und er wurde durch zwei weitere Detektoren, Tower1 und Tower2, ergänzt. Damit stehen nun 3794 Bleiglasmodule zur Verfügung, wobei sich die

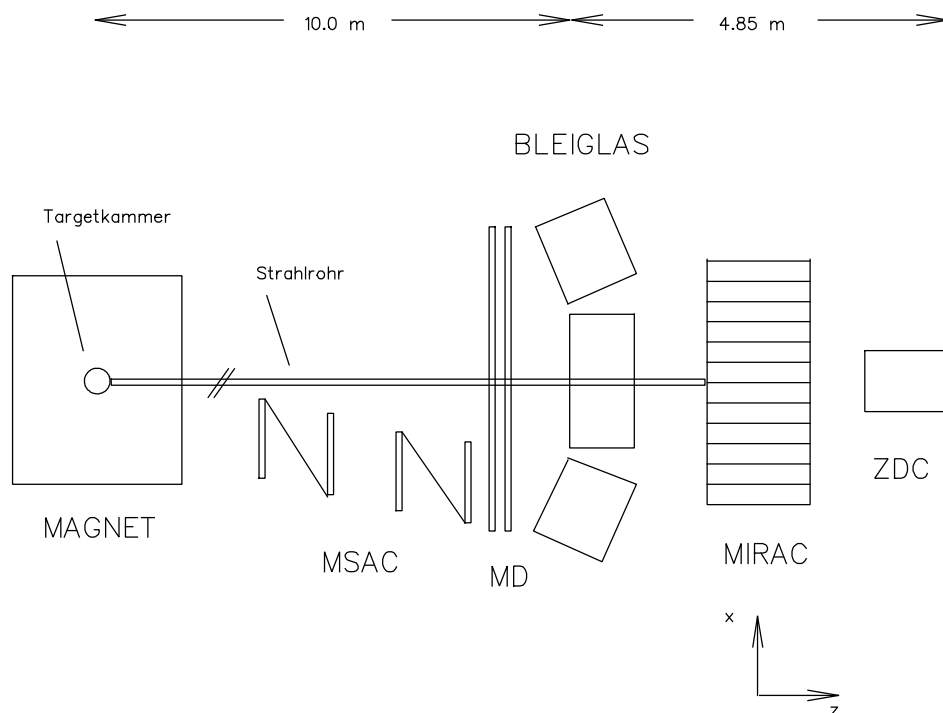


Abbildung 1.5: Schematische Aufsicht auf das WA93-Experiment am CERN. Der PMD-Detektor und der BGO-Detektor sind nicht eingezeichnet. Der PMD-Detektor befindet sich über dem SAPHIR (mittlerer Bleiglasdetektor), der BGO-Detektor auf einem der äußeren Bleiglasdetektoren. (Abbildung aus [Bar92])

Module der beiden Towers sowohl durch eine leicht unterschiedliche Geometrie ($40 * 40 * 400 \text{ mm}^3$), als auch durch eine andere Glassorte (TF1) unterscheiden. Eine detaillierte Beschreibung entnehme man [Köh92]. Zusätzlich wurden zwei Streamertubewände als Multiplizitätsdetektoren vor den Bleiglaskalorimetern aufgestellt. Der neue Aufbau ist in Abbildung 1.4 schematisch gezeigt.

1.4.2 Das WA93-Experiment

Als Nachfolger des WA80/WA80'-Experimentes wurde das WA93-Experiment am CERN durchgeführt. Eine ausführliche Beschreibung findet man in [EON90]. Beim WA93-Experiment wurde ein Teil des WA80'-Aufbaus übernommen. Dies waren die Photonendetektoren SAPHIR, Tower1 und

Tower2, sowie die dazugehörigen Streamertubedetektoren. Außerdem wurden der MiRaC und das ZDC beibehalten.

Hinzugefügt wurde ein System zur Orts- und Impulsbestimmung geladener Teilchen. Dieses besteht aus vier neu entwickelten Gasdetektoren, den MSAC¹⁰-Detektoren [Izy90]. In diesen können, bei geeigneter Korrelation der Signale der vier Kammern, die Spuren geladener Teilchen vermessen werden. Zusammen mit dem im Targetbereich angeordneten Magneten GOLIATH wird eine Impulsbestimmung der Teilchen durch dieses als Magnetspektrometer wirkenden System möglich. Es wurde ein weiterer Multiplizitätsdetektor, der PMD¹¹, oberhalb des SAPHIR eingebaut, der speziell für die Messung von Photonenmultiplizitäten ausgelegt war. Er besteht aus einer 2 cm dicken Bleiplatte, auf deren Rückseite Plastiksintillatoren befestigt sind. Einfallende Photonen konvertieren in dem Blei in ein Elektron und ein Positron, die mit dem Szintillator nachgewiesen werden. Zusätzlich wurde ein longitudinal segmentierter Detektor aus BGO¹²-Szintillatormaterial eingesetzt [Boh92][Cla92]. Er befand sich auf einem der beiden Tower-Detektoren. Mit ihm sollte eine Möglichkeit zur Optimierung von Orts- und Impulsauflösung getestet, sowie durch die Segmentierung eine bessere Teilchenidentifikation erreicht werden.

¹⁰**M**ultistep **A**valanche **C**hamber

¹¹**P**hoton **M**ultiplicity **D**etector

¹²Wismut-Germanat, $\text{Bi}_4(\text{GeO}_4)_3$

2. Thermische Photonen aus dem Plasma

Zur Bestimmung der Emission von thermischen Photonen aus einem Quark-Gluon-Plasma betrachte ich zuerst den stationären Fall eines Plasmaballes mit konstanter Temperatur T . Hierzu wurden in der Vergangenheit unterschiedliche Rechnungen angestellt, die ich im folgenden beschreiben und danach vergleichen möchte.

2.1 Grundlegende QCD-Prozesse

Um die Emission in erster Ordnung Störungstheorie zu bestimmen, muß man zwei grundlegende Feynman-Graphen beachten:

- Quark-Gluon-Compton-Streuung (Bild 2.1.a)
- Quark-Antiquark-Annihilation (Bild 2.1.b)

Beide Graphen sind von der Ordnung $\alpha\alpha_s$, da sie sowohl einen Vertex der elektro-magnetischen Wechselwirkung als auch einen der starken Kraft enthalten. Zur Berechnung der daraus resultierenden Raten muß man die quadratischen Übergangsmatrixelemente auswerten. Diese haben folgende Form [Neu89]:

$$|T_{qG}|^2 = -\frac{16\pi^2}{3} Q_f^2 \alpha \alpha_s \left\{ \frac{s}{(t - m_q^2)} + \frac{t}{s} \right\} \quad (2.1)$$

$$|T_{q\bar{q}}|^2 = -\frac{128\pi^2}{9} Q_f^2 \alpha \alpha_s \left\{ \frac{u}{(t - m_q^2)} + \frac{t}{(u - m_q^2)} \right\} \quad (2.2)$$

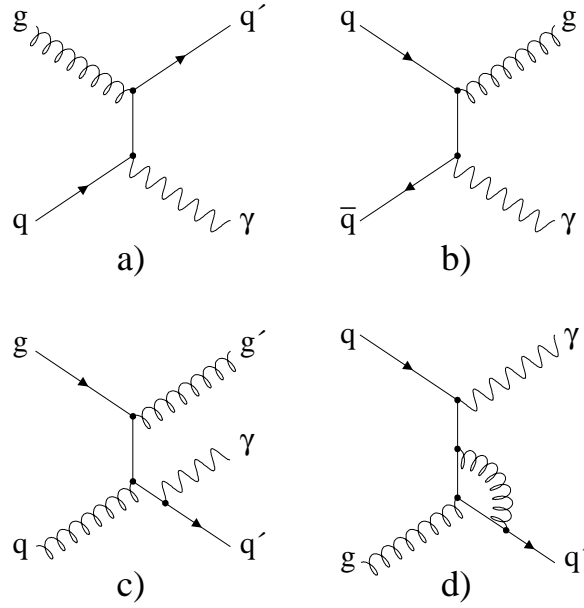


Abbildung 2.1: Feynmangraphen erster Ordnung, die zur Photonenemission beitragen und Beispiele höherer Ordnungen.

- a) Quark-Gluon-Comptonstreuung (Ordnung $\alpha\alpha_s$)
- b) Quark-Antiquark-Annihilation (Ordnung $\alpha\alpha_s$)
- c) Beispiel eines Bremsstrahlungsprozesses ($\alpha\alpha_s^2$)
- d) Beispiel einer Korrektur höherer Ordnung ($\alpha\alpha_s^3$)

wobei durch Q_f die elektrische Ladung und durch m_q die Masse des Quarks gegeben ist. Die Mandelstam-Variablen sind $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 - k)^2$ und $u = (p_1 - k')$.

Des weiteren tragen höhere Ordnungen zur Emission bei. Als Beispiele seien hier aufgeführt:

- Bremsstrahlungseffekte (Beispiel Bild 2.1.c ,Ordnung $\alpha\alpha_s^2$)
- weiche Gluonen-Korrekturen (Beispiel Bild 2.1.d ,Ordnung $\alpha\alpha_s^3$)

Eine Untersuchung zweier Bremsstrahlungsprozesse hat in [Neu89] stattgefunden, und es wurde festgestellt, daß ihr Effekt für Energien E , die größer als die Temperatur T sind, klein ist. Daher wurden höhere Ordnungen in der störungstheoretischen Betrachtung vernachlässigt.

Die Quark- und Gluon- und Photon-Verteilungen im Plasma in Anfangs- und Endzustand werden über Fermi-Dirac- und Bose-Einstein-Funktionen beschrieben, um dem Zustand des thermischen Gleichgewichts Rechnung zu tragen.

$$n(p) = \frac{1}{(1 \pm e^{-\beta p})} \quad (2.3)$$

$$\tilde{n}(p) = \frac{1}{(e^{\beta p} \pm 1)} \quad (2.4)$$

Hierbei wird das chemische Potential der Quarks μ_q vernachlässigt, da die zentrale Region in ultrarelativistischen Schwerionenkollisionen von mesonischer Materie (Quark-Antiquark-Paare) dominiert wird (siehe auch Kap.4). Neuere Betrachtungen [Dum92] ergeben aber eine Verringerung der Emission bei von Null verschiedenem chemischen Potential. In den folgenden Rechnungen wird dieser Effekt aber vernachlässigt.

2.2 Auswertung der Feynmangraphen

2.2.1 Rechnungen von M. Neubert

In [Neu89] berechnet M. Neubert die Rate in erster Ordnung Störungstheorie unter Vereinfachung der zugrundeliegenden Statistiken. Er wechselt von den Fermi-Dirac- und Bose-Einstein-Verteilungen zur Boltzmann-Statistik. Die Auswertung der Gl.2.1 und 2.2 liefert unter der Bedingung $ET \gg m_q^2$ den folgenden Ausdruck:

$$E \frac{dR^\gamma}{d^3p d^4x} = \frac{4}{\pi^4} \left(\sum Q_f^2 \right) \alpha \alpha_s(T) T^2 \ln \left(\frac{4ET}{m_q^2} \right) e^{-\frac{E}{T}} \quad (2.5)$$

Hierbei benutzt er für m_q , die Masse des ausgetauschten Quarks, einen festen Wert, hier 5 MeV. Ein von ihm durchgeführter Vergleich zwischen

dem Ergebnis unter Verwendung der Boltzmann-Statistik und dem über eine Monte-Carlo-Methode berechneten, bei der er die exakten Verteilungen benutzte, ergab eine Abweichung innerhalb weniger Prozent [Neu89].

2.2.2 Rechnungen von R. C. Hwa & K. Kajantie

Auch R. C. Hwa und K. Kajantie benutzen in [Hwa85] die beiden Graphen erster Ordnung. Allerdings geben sie auch eine Formel für den Bremsstrahlungsterm an. Die Auswertung dieser Graphen geschah aber mit Hilfe von genäherten Ergebnissen aus $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ Reaktionen. Sie benutzen im Gegensatz zu M. Neubert jedoch eine effektive Quarkmasse $m_q^2 = \frac{2\pi}{3}\alpha_s T^2$ nach [Kaj83]. Damit erhalten sie für den Compton- und Annihilationsgraphen:

$$E \frac{dR^\gamma}{d^3p d^4x} = \frac{4}{\pi^4} \left(\sum Q_f^2 \right) \alpha \alpha_s(T) T^2 \left[\ln \left(\frac{6E}{\pi \alpha_s T} \right) - 1 - \gamma_E \right] e^{-\frac{E}{T}} \quad (2.6)$$

mit $\gamma_E = 0,577$.

Die Bremsstrahlungsterm sieht von der Form ähnlich aus, man muß ihn nur mit einem Faktor $\frac{T^2}{E^2}$ multiplizieren und den logarithmischen Term durch $\ln \frac{1}{\alpha_s}$ ersetzen.

$$E \frac{dR^\gamma}{d^3p d^4x} = \frac{4}{\pi^4} \left(\sum Q_f^2 \right) \alpha \alpha_s(T) \frac{T^4}{E^2} \left[\ln \frac{1}{\alpha_s} \right] e^{-\frac{E}{T}} \quad (2.7)$$

Die Beiträge der Bremsstrahlung zur gesamten Emission sind aber für $p_t > 1.5T_c$ klein gegen die der Annihilations- und Compton-Graphen [Hwa85], sodaß sie nur für sehr kleine p_t -Werte ($< \text{ca. } 0,3 \text{ GeV}/c$) wichtig sind.

2.2.3 Rechnungen von R. Baier et al.

In [Bai92] findet sich die zur Zeit wohl sorgfältigste Auswertung der Emissionsraten aus einem stationären Quark-Gluon-Plasma. Sie wurde parallel hierzu mit demselben Ergebnis auch von J. Kapusta, P. Lichard, D. Seibert in [Kap91] durchgeführt. R. Baier et al. benutzen eine von E. Braaten und

R. D. Pisarski [Bra90] entwickelte Resummationsmethode für die Auswertung mittels Störungstheorie erster Ordnung bei nichtverschwindender Temperatur des Systems. Diese Methode verhindert logarithmische Divergenzen beim Austausch von masselosen Quarks, wie er bei der Produktion von realen Photonen stattfindet. Um die Resummationstheorie anzuwenden, teilt man den untersuchten Bereich in zwei Energieskalen auf, wobei die eine von der Ordnung T , die andere von der Ordnung gT (g ist die starke Kopplungskonstante) ist.

Nach [Wel83] und [Kob86] kann man die Emissionsraten aus dem Imaginärteil der Photonenselbstenergie berechnen (Gl.2.8).

$$E \frac{dR^\gamma}{d^3p d^4x} = \frac{1}{(2\pi)^3} n_B(E) \operatorname{Im} \left(\Pi_\mu^\mu(E, \vec{p}) \right) \quad (2.8)$$

Hierbei wird n_B , der Bose-Einstein-Faktor, benutzt, um den Zustand des thermischen Gleichgewichts widerzuspiegeln [Bai92]. Bei der Auswertung erhält man Schnitte durch die Diagramme, die mit den in Abb.2.1 gezeigten Graphen und höheren Ordnungen identifizieren kann. Ein Schnitt durch den Graphen 2.2.a ergibt keinen Beitrag, da für den damit zu identifizierenden Prozeß $q\bar{q} \rightarrow \gamma$ kein Phasenraum vorhanden ist.

Es wird nun das Ein-Schleifen-Diagramm mit effektiven Vertices ausgewertet (Abb.2.3). Auch hierbei tritt eine Quarkmasse auf, die durch Temperatureffekte bedingt wird.

$$m_q^2 = \frac{2\pi}{3} \alpha_s T^2 \quad (2.9)$$

mit $\alpha_s =$ starke Kopplungskonstante

Man erhält bei der Anwendung der Resummationsmethode nun zwei Ausdrücke für den Bereich der harten und der weichen Photonen, die man abschließend addieren muß. Das Ergebnis wird unabhängig von der ansonsten willkürlich eingeführten Skala. Es ist von der Form den anderen Ergebnissen ähnlich. Nach Ersetzen der thermischen Quarkmasse m_q erhält man Gl.2.10.

$$E \frac{dR^\gamma}{d^3p d^4x} \simeq \left(\sum Q_f^2 \right) \frac{\alpha \alpha_s}{2\pi^2} T^2 e^{-\frac{E}{T}} \ln \left(\frac{c}{\alpha_s} \frac{E}{T} \right) \quad (2.10)$$

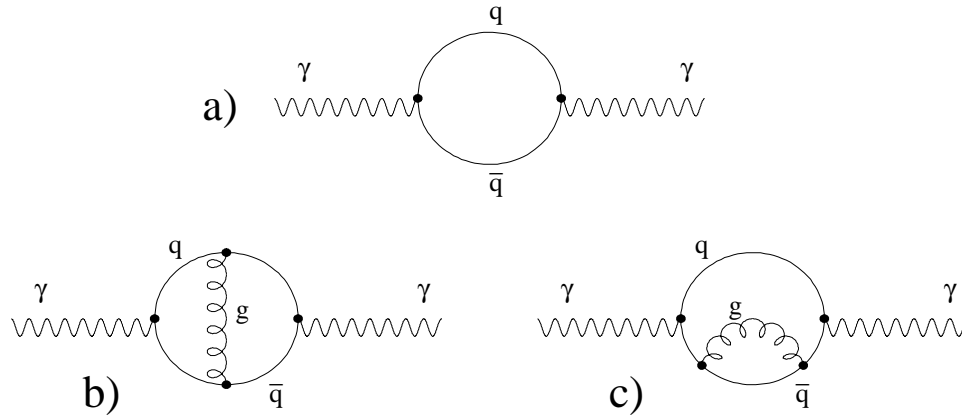


Abbildung 2.2: Feynmangraphen der Photonenselbstenergie.

a) niedrigste Ordnung

b) und c) Beispiele für Zwei-Schleifendiagramme

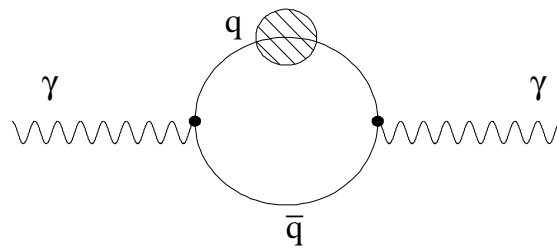


Abbildung 2.3: Feynmangraph der Photonenselbstenergie mit effektiven Vertices

Hierbei ergibt sich die Konstante c im Logarithmus aus folgender Gleichung:

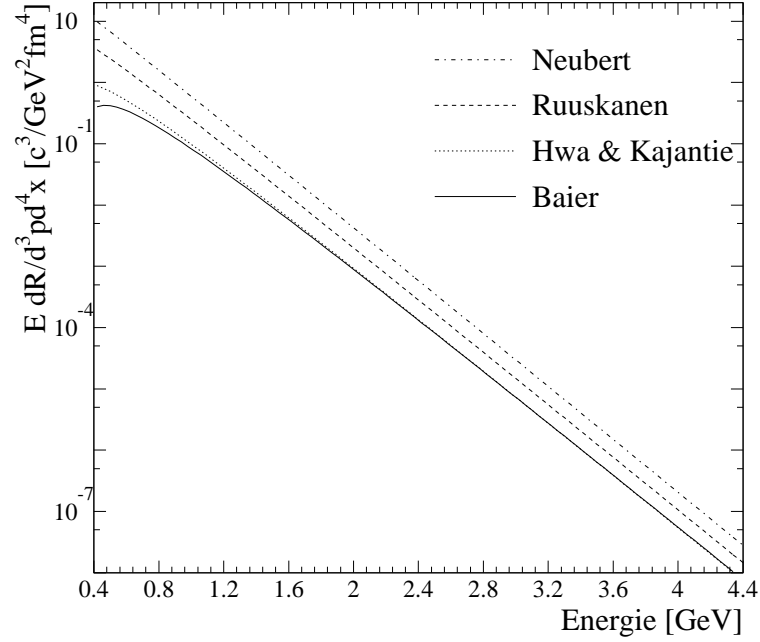


Abbildung 2.4: Vergleich der Emissionsraten nach den Theorien von M. Neubert [Neu89], P. V. Ruuskanen [Ruu91], R. C. Hwa & K. Kajantie [Hwa85] und R. Baier et al. [Bai92] bei einer festen Temperatur von 200MeV.

$$c \simeq \frac{3}{2\pi} \exp \left[\frac{1}{2} + \frac{\ln 2}{3} - \gamma + \frac{\zeta'(2)}{\zeta(2)} - 0,31 \right] \simeq 0,23 \quad (2.11)$$

2.2.4 Rechnungen von P. V. Ruuskanen

Auch P. V. Ruuskanen bezieht sich in [Ruu91] auf die Resummationstheorie von E. Braaten und R. D. Pisarski [Bra90]. Er benutzt die gleichen Rechnungen wie R. Baier et al. , kommt aber aufgrund der Benutzung von Boltzmann- anstatt der Bose-Einstein- und Fermi-Dirac-Verteilungen zu einem geringfügig unterschiedlichen Ergebnis.

$$E \frac{dR^\gamma}{d^3p d^4x} = \left(\sum Q_f^2 \right) \frac{\alpha \alpha_s}{2\pi^2} T^2 e^{-\frac{E}{T}} \left(\ln \frac{3E}{2\pi \alpha_s T} + 1,62 \right) \quad (2.12)$$

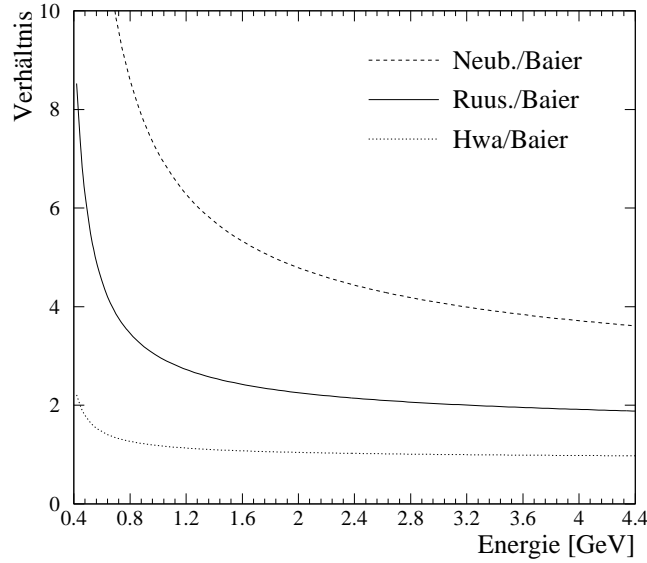


Abbildung 2.5: Verhältnis der unterschiedlichen Theorien zur Rechnung von R. Baier et al. für eine Temperatur von 200 MeV

2.3 Vergleich der verschiedenen Rechnungen

Die Formeln wurden bei einer Temperatur von 200 MeV ausgewertet. Dies ist sinnvoll, da die erwarteten Temperaturen in einem QGP in einem Bereich liegen, der nach unten durch die kritische Temperatur T_c (≈ 160 MeV), und nach oben durch die Anfangstemperatur T_i , die je nach Reaktion und Energie im Bereich von 200 – 500 MeV vermutet wird, begrenzt wird.

Alle Rechnungen (siehe Abbildung 2.4) zeigen in etwa einen exponentiellen Abfall, wobei unterschiedliche Abweichungen bei niedrigen Energien auftreten. Dies ist auf die unterschiedliche Behandlung, gerade im niederenergetischen Bereich ($E < 1$ GeV), zurückzuführen. Die Rechnungen der verschiedenen Autoren unterscheiden sich in den absoluten Raten bis zu einem Faktor 5, wobei dieser bei niedrigen Energien ($< 1,5$ GeV) noch ansteigt (Abb.2.5). Dieses ergibt sich aus einer starken Unterdrückung der Emissionsraten in der Rechnung von R. Baier. Sie wird durch den in der Rechnung benutzten Abschirmungseffekt, der aus einer Landau-Unterdrückung herrührt [Bra90], bedingt.

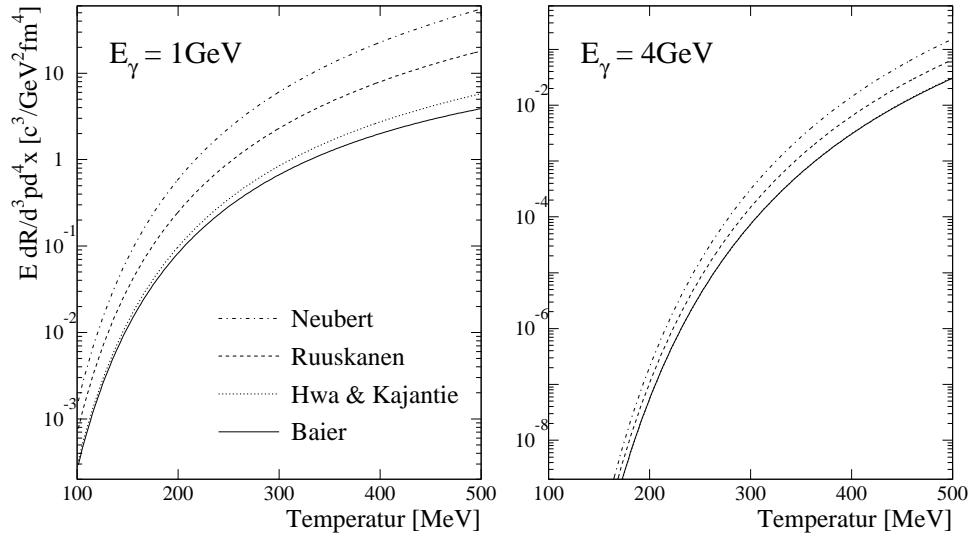


Abbildung 2.6: Temperaturverhalten der Theorien bei zwei unterschiedlichen Photonenenergien von 1 GeV und 4 GeV.

Einen Vergleich der Emissionsraten in Abhängigkeit von der Temperatur zeigt Abbildung 2.6. Die Rechnungen wurden für zwei unterschiedliche Photonenenergien von 1 GeV und 4 GeV durchgeführt. Man erkennt die deutliche Abhängigkeit der Raten von der Temperatur. Die Emission ändert sich über etwa zwei Größenordnungen bei einem Anstieg der Temperatur von 200 auf 400 MeV (für $E_\gamma = 1 \text{ GeV}$ und die Theorie nach R. Baier et al.). Dies steigert sich noch, wenn man zu größeren Photonenenergien wechselt. Man erkennt also schon hieraus, daß die Emission aus einem Plasma sicherlich stark von der Anfangstemperatur abhängt. Allerdings kann man ein Plasma nicht als statisches System betrachten, und deshalb muß man die raum-zeitliche Evolution des Prozesses untersuchen.

3. Thermische Photonen aus dem Hadronengas

Als zweite wichtige Quelle für thermische Photonen wird das Hadronengas angesehen, das beim Abkühlen des QGP's beim Confinement-Phasenübergang entsteht [Kap91]. Bei fehlendem Phasenübergang kann es in einer Schwerionenkollision auch direkt entstehen. Eine Produktion von thermischen Photonen ist hier möglich, da viele Hadronen geladen sind und damit elektromagnetisch wechselwirken können. Das Hadronengas besteht hauptsächlich aus Pionen und anderen leichten Mesonen (ρ u.ä.), Baryonen dagegen werden als nicht existent angenommen (baryochemisches Potential $\mu = 0$), da die Reaktion im baryonenfreien Bereich mittlere Rapidität ablaufen soll (siehe auch Kap.4). Auch Baryonen-Antibaryonen-Paare können noch nicht in größerer Anzahl gebildet werden, da die im Hadronengas herrschenden Energien, die dem Temperaturbereich von 100 – 200 MeV entsprechen, zu gering sind (Die Energieschwelle für $p\bar{p}$ -Produktion liegt bei etwa 1,82 GeV).

Zur Berechnung der Emissionsraten aus dem Hadronengas wird mathematisch analog zur Emission aus dem QCD-Plasma vorgegangen. Auch hier ist die Rate proportional zum Imaginärteil der Photonenselbstenergie. Allerdings ergeben sich Unterschiede in den Feynmangraphen, die auszuwerten sind. Es treten Mesonen-Antimesonen-Paare beziehungsweise einzelne Mesonen anstatt der Quark- und Gluonenlinien in den Schleifendiagrammen auf.

Wieder werden zur Auswertung Schnitte durch die Schleifendiagramme gelegt, die man mit den entsprechenden mesonischen Produktionsprozessen

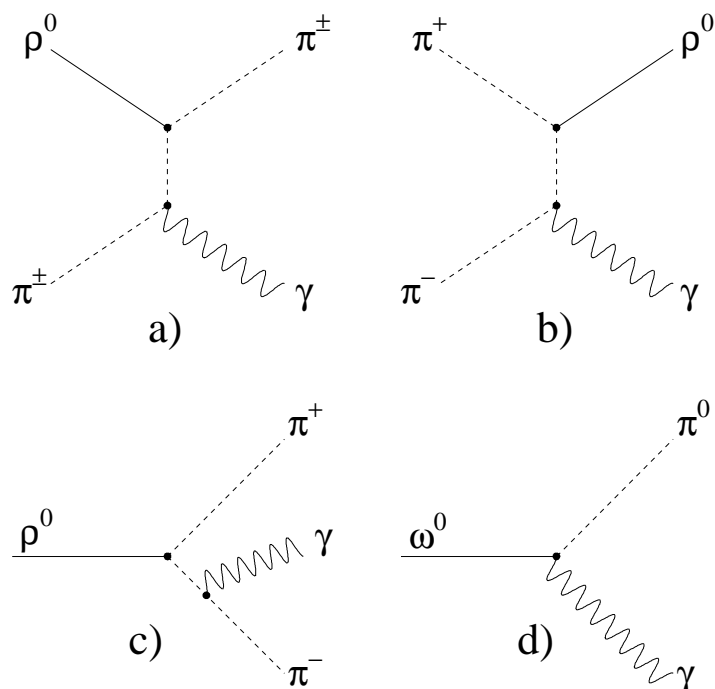


Abbildung 3.1: Beispiele für Feynmangraphen, die zur Produktion von Photonen aus mesonischer Materie beitragen.

- a) π - ρ -Comptonprozeß
- b) π^+ - π^- -Annihilation
- c) ρ^0 -Zerfall
- d) ω^0 -Zerfall

gleichsetzen kann [Kap91]. Es sind dies in niedrigster Ordnung beispielsweise:

- $\pi^\pm + \rho^0 \longrightarrow \pi^\pm + \gamma$: Comptonprozeß (Abb.3.1.a)
- $\pi^+ + \pi^- \longrightarrow \rho^0 + \gamma$: Annihilationsprozeß (Abb.3.1.b)
- $\rho^0 \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \gamma$: ρ^0 -Zerfall (Abb.3.1.c)

Beispiele für die Feynmangraphen sind in Abb. 3.1 gezeigt. Dies sind auch die wichtigsten in Frage kommenden Prozesse. Sie sind in [Nad92] ausführlich untersucht worden und liefern die höchsten Photonenproduktionen. Es wurden

Parametrisierungen in dem relevanten Temperatur- und Energiebereich bestimmt, die ich im weiteren verwende.

Es ergibt danach sich für die Reaktion $\pi^+ + \pi^- \longrightarrow \rho^0 + \gamma$:

$$E \frac{dR_{\pi\pi\rightarrow\rho\gamma}}{d^3p d^4x} = 0,1434 T^{1,866} \exp\left(-\frac{0,7315}{T} + \frac{1,45}{\sqrt{E}} - \frac{E}{T}\right) \quad (3.1)$$

Temperatur und Energie werden in GeV angegeben. Damit erhält man ein Ergebnis der Dimension $\text{fm}^{-4}\text{GeV}^{-2}$. Vergleiche mit Monte-Carlo-Rechnungen in [Nad92] ergaben eine gute Übereinstimmung der Parametrisierung im Temperaturbereich von 100 bis 200 MeV bei Photonenenergien > 150 MeV. Die Rate divergiert für $E \rightarrow 0$, was einen infraroten Cut-Off nötig macht, den man aus höheren QCD-Korrekturen erhält (siehe [Kap91]). In dem von mir betrachteten Energiebereich ($E > 200$ MeV) kann dieser Effekt aber vernachlässigt werden.

Für $\pi^\pm + \rho^0 \longrightarrow \pi^\pm + \gamma$ erhält man:

$$E \frac{dR_{\pi\rho\rightarrow\pi\gamma}}{d^3p d^4x} = T^{2,4} \exp\left(-\frac{1}{(2 T E)^{\frac{2}{3}}} - \frac{E}{T}\right) \quad (3.2)$$

Auch hier stimmt die Parametrisierung exzellent mit dem Monte-Carlo-Resultat überein [Nad92]. Man erhält ein Maximum der Emission, das im Bereich von 0,5–1.0 GeV liegt (abhängig von der betrachteten Temperatur). Die zugehörige Energie läßt sich aus der Parametrisierung bestimmen zu:

$$E_{\max} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{4}{7}} T^{\frac{1}{7}} \quad (3.3)$$

Des weiteren wurden ρ^0 - und ω -Zerfall untersucht. Aus dem $\omega \longrightarrow \pi^0\gamma$ -Zerfall erhält man als Rate ein eindimensionales, numerisch zu lösendes Integral der folgenden Form :

$$E \frac{dR_{\omega\rightarrow\pi^0\gamma}}{d^3p d^4x} = \frac{3 m_\omega \Gamma_{\omega\rightarrow\pi^0\gamma}}{16\pi^2 E_0 E} \int_{E_{\min}}^{\infty} dE_\omega E_\omega f_{\text{BE}}(E_\omega) [1 + f_{\text{BE}}(E_\omega - E)] \quad (3.4)$$

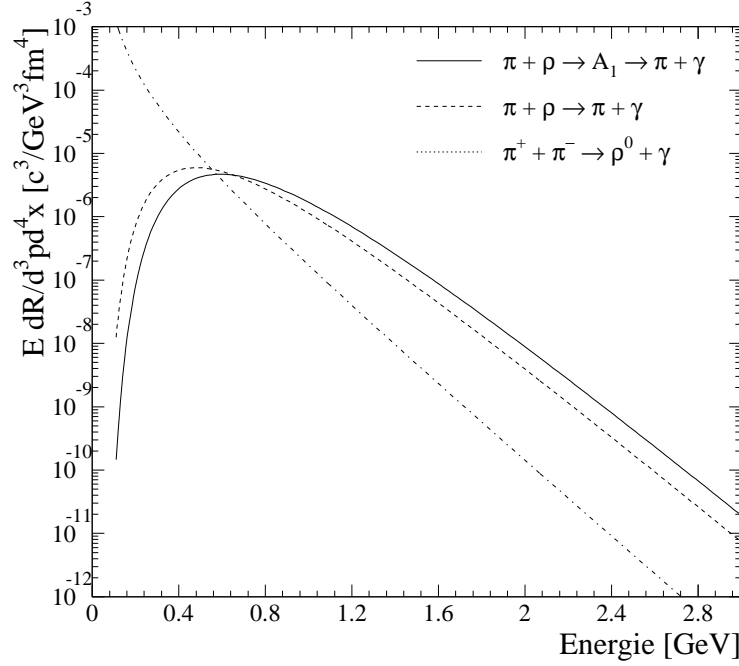


Abbildung 3.2: Parametrisierungen der Produktionsraten aus verschiedenen mesonischen Prozessen nach Gl.3.6,3.2,3.1 und 3.5 (Rechnungen für $T = 150$ MeV)

Hierbei bezeichnet f_{BE} die Bose-Einstein-Verteilung und E_0 die Energie des Photons im Ruhesystems des ω . Die untere Integrationsgrenze ergibt sich zu $E_{\text{min}} = m_\omega(E^2 + E_0^2)/2EE_0$.

Der ρ -Zerfall ist etwas schwieriger zu behandeln, da hier ein Drei-Teilchen-Endzustand auftritt. Es ergibt sich ein numerisch zu lösendes Integral, für das aber auch eine einfache Parametrisierung gefunden wurde [Nad92]. Die Auswertung des ρ -Zerfalls ($\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \gamma$) führt demnach zu :

$$E \frac{dR_{\rho^0 \rightarrow \pi\pi\gamma}}{d^3p d^4x} = 0,0785 T^{4,283} E^{-2,976 + \frac{0,1977}{T}} \exp\left(-\frac{E}{T}\right) \quad (3.5)$$

In [Nad92] wurde festgestellt, daß diese Parametrisierung im Bereich $T < E < 10T$ nur zu etwa $\pm 20\%$ genau ist und für sich größere und kleinere Energien noch verschlechtert. Die hier betrachteten Zerfälle des ρ^0 und ω , sowie die weiterer Mesonen, werden aber durch die benutzten

Rekonstruktionsprogramme und Simulationen mit bestimmt [Cle93], sodaß diese Prozesse nicht in die Gesamtraten aus dem Hadronengas eingerechnet werden müssen.

Neuere Rechnungen in [Xio92] ergeben, daß in Ergänzung zu dem in [Kap91] betrachteten $\pi\rho \rightarrow \pi\gamma$ Prozeß, der über intermediäre virtuelle ρ - oder π -Mesonen abläuft, dieser in dem betrachteten Temperaturbereich auch durch Bildung einer $A_1(1260)$ -Resonanz geschehen kann, was zu einer verstärkten Produktion von Photonen führt. In [Xio92] wird eine Parametrisierung dieses Prozesses angegeben :

$$E \frac{dR_{\pi\rho \rightarrow A_1 \rightarrow \pi\gamma}}{d^3p d^4x} = 2,4 T^{2,15} \exp \left(-\frac{1}{(1,35 T E)^{0,77}} - \frac{E}{T} \right) \quad (3.6)$$

Auch hier ergibt sich wieder eine sehr gute Übereinstimmung mit den aus Monte-Carlo-Rechnungen gewonnenen Werten für Photonenenergien $> 0,5$ GeV und Temperaturen zwischen 100 und 200 MeV [Xio92]. Ich werde mich im Weiteren nur auf diese drei wichtigsten Prozesse $\pi\rho \rightarrow A_1 \rightarrow \pi\gamma$, $\pi\rho \rightarrow \pi\gamma$ und $\pi\pi \rightarrow \rho\gamma$ beschränken.

Die Parametrisierungen dieser drei Prozesse sind in Abb.3.2 für einen Temperatur von 150 MeV gezeigt. Man erkennt hier deutlich, daß die Pionenannihilation für p_t -Werte größer 1 GeV/c nur einen geringen Einfluß hat. Hier dominieren die beiden $\pi + \rho$ -Prozesse, wobei beide in etwa die gleiche Form haben, die Emissionen bei der über die A_1 -Resonanz ablaufenden Reaktion aber zu etwas höheren p_t -Werten verschoben ist. Diese beiden Prozesse besitzen ein Maximum der Emission bei etwa $0,4 - 0,8$ GeV/c. Darunter sinken die Emissionen schnell ab. In dem Bereich niedriger p_t -Werte wird die Gesamtemission von dem Annihilationsprozeß bestimmt. Allerdings ist, wie schon vorher erwähnt, bei der Extrapolation zu sehr niedrigen p_t -Bereichen eine detailliertere Bestimmung der Raten unter Berücksichtigung höherer Ordnungen nötig, um die auftretende Divergenz bei $p_t = 0$ GeV/c zu beheben.

4. Raum-Zeit-Entwicklung des Quark-Gluon-Plasmas

Relativistische Schwerionenreaktionen werden im allgemeinen im Participant-Spectator-Bild beschrieben [Wes76]. Die Kollision ist in Bild 4.1 skizziert. Die Nukleonen im geometrischen Überlappbereich zwischen dem Projektil- und Targetkern erfahren die größte Wechselwirkung und werden demnach stark angeregt (participants). Im Gegensatz dazu werden die umgebenden Nukleonen der Kerne relativ schwach angeregt, da sie nicht direkt getroffen werden und so nur über sekundäre Prozesse wechselwirken (spectators).

Dies legt eine Klassifizierung der Reaktionen anhand des Stoßparameters b

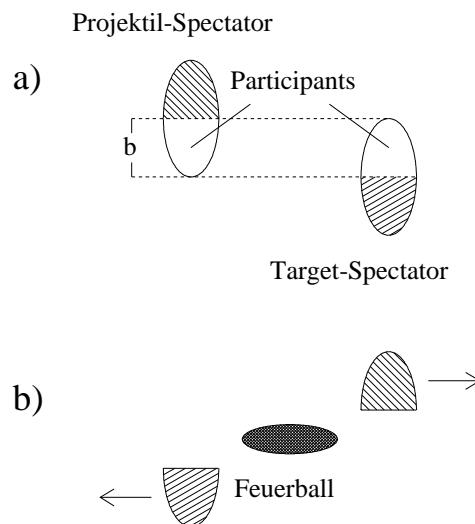


Abbildung 4.1: skizzierte Schwerionenkollision im participant-spectator-Bild

nahe. Experimentell wird dies durch die Messung von beispielsweise der ZDC-Energie, der transversalen Energie o.ä. (siehe z.B.: [Dra89]) durchgeführt. Im weiteren beschränke ich mich nun auf die zentralsten Ereignisse ($b = 0$), da hierbei die größte Menge an Participants auftritt und daher die Wahrscheinlichkeit der Bildung eines Plasmas am höchsten ist.

Zur Beschreibung der Dynamik einer zentralen Schwerionenreaktion gibt es nun zwei Modelle, die in unterschiedlichen Energiebereichen zur Anwendung kommen. Zum einen existiert das Fermi-Landau-Bild für den Bereich niedriger Energien. In diesem Bild wird die Kollision durch das vollständige Abstoppen des Projektils im Target beschrieben. Es entsteht dabei ein thermalisiertes System mit hohem chemischen Potential, da ein großer Baryonenüberschuß vorhanden ist. Experimentell hat man dieses Bild in Kollisionen bei Energien bis zu 14 GeV bei O+Au-Reaktionen am AGS¹ des BNL² nachweisen können. Bei höheren Energien müßte die Kernmaterie eine sehr hohe *stopping power* besitzen, damit die Projektile noch vollständig abgestoppt werden könnten.

Im Björken-McLerran-Bild sind die Kerne dagegen vollständig transparent. Sie durchdringen sich gegenseitig, und zwischen ihnen entsteht eine baryonenfreie Zone mit hoher Energiedichte. Dies führt zu einer Plateaustruktur im Bereich zentraler Rapiditäten für die differentiellen Teilchenmultiplizitäten. In zentralen 200 AGeV O+Au-Reaktionen am SPS würde dieses Bild eher zutreffen, da im Gegensatz zu den AGS-Messungen, wo in Übereinstimmung mit dem Fermi-Landau-Bild im Bereich der Projektilrapidität keine Energie meßbar war, hier nun aber eine endliche Energie gemessen wurde [Alb87]. Dies deutet auf eine zunehmende Transparenz der Kerne im Sinne des Björken-McLerran-Bildes hin. Allerdings zeigte sich noch keine deutliche Ausbildung des Plateaus der Teilchenmultiplizitäten [Alb92].

¹Alternating Gradient Synchrotron

²Berkley National Laboratory

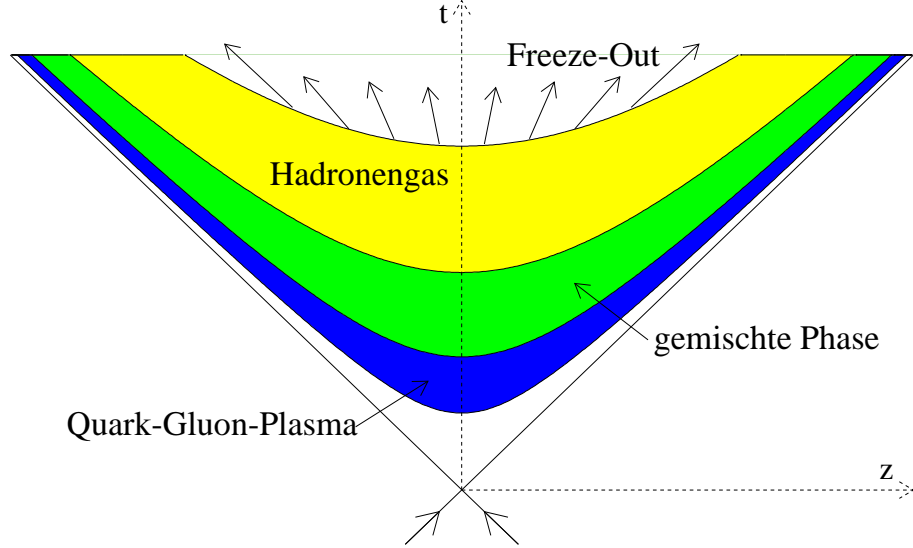


Abbildung 4.2: Raum-Zeit-Darstellung der Evolution einer ultrarelativistischen Schwerionenkollision bei Bildung eines Quark-Gluon-Plasmas

4.1 Evolution des Systems im Bjørken-McLerran-Bild

Man betrachtet das bei der Schwerionenkollision entstehende System als eines, das groß genug ist, um eine thermodynamische Betrachtung und die Einführung der entsprechenden Variablen wie Temperatur und Druck zu gestatten. Im Endzustand werden Anzahlen von über 200 Teilchen erreicht. Es kann aufgrund der abgeschätzten Lebensdauern ($> 10 \text{ fm}/c$) und Ausdehnungen (mehrere fm, etwa im Bereich der Kernradien) im Vergleich zu den freien Weglängen der Quarks und Gluonen ($\lambda_q \approx \frac{1}{5} - 2 \text{ fm}$, $\lambda_g \approx \frac{1}{20} - \frac{1}{2} \text{ fm}$ [Ger86]) auch von der Ausbildung eines thermischen Gleichgewichts ausgegangen werden.

In Abb. 4.2 ist die raum-zeitliche Entwicklung der Schwerionenkollision schematisch gezeigt. Die beiden Kerne kollidieren zentral am Punkt τ_0 . Das

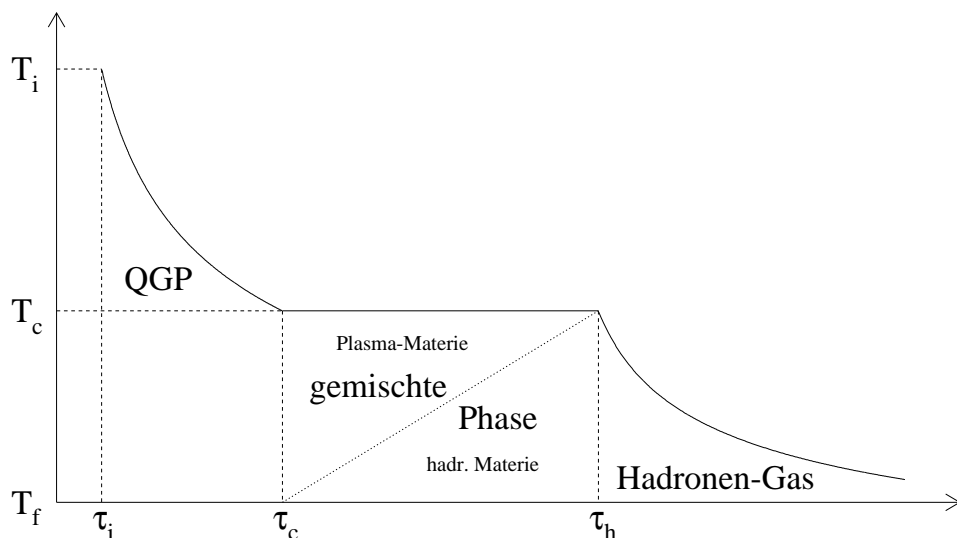


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der Temperaturentwicklung eines Quark-Gluon-Plasmas, wie es in Schwerionenkollisionen erzeugt werden könnte. Es ist die Temperatur T in Abhängigkeit von der Eigenzeit τ dargestellt.

System thermalisiert, dehnt sich aus und erreicht ein Temperaturgleichgewicht bei τ_i . Falls die Energiedichte und Anfangstemperatur ausreichend hoch waren (Rechnungen ergeben eine kritische Energiedichte ϵ_c im Bereich von 3 GeV/fm^3 und Temperaturen um 160 MeV), kommt es hier zur Bildung eines thermalisierten Plasmas aus Quarks und Gluonen. Es folgt die Phase der weiteren Abkühlung und Ausdehnung des Plasmas. Bei Erreichen der kritischen Temperatur T_c geschieht der Übergang zur gemischten Phase, wobei die Plasmamaterie in ein Hadronengas übergeht. Nach der vollständigen Umwandlung kühlt sich das entstandene System weiter ab, bis die Teilchen den thermischen Kontakt untereinander verlieren. Dies charakterisiert man durch eine Ausfrieretemperatur T_f [Ger86]. Der Temperaturverlauf des Systems ist in Abb.4.3 schematisch dargestellt.

Um nun die explizite Temperaturentwicklung der Reaktion zu bestimmen, betrachtet man im Björken-McLerran-Modell zunächst nur eine longitudinale

Expansion des Systems. Da nun aber die Anfangsbedingungen eine Invarianz unter Lorentztransformation besitzen, und diese durch die Dynamik erhalten wird, kann keine explizite Abhängigkeit der Anfangsbedingungen von der Wahl eines Bezugssystems (damit auch von der Rapidität) bestehen oder sich später entwickeln [Bjø83]. Hiermit erhält man eine longitudinale Geschwindigkeit $v = z/t$. Im 1-dimensionalen hydrodynamischen Modell von Landau [Lan53] ergibt sich aus Gründen der Entropieerhaltung nun ein Abfall der Entropiedichte s mit der Eigenzeit τ .

$$s(\tau) = s_i \frac{\tau_i}{\tau} \quad (4.1)$$

Nimmt man nun weiter an, daß es sich bei dem QGP um ein ideales Gas aus masselosen Quark und Gluonen handelt, so läßt sich hieraus der Temperaturverlauf des Plasmas bestimmen (Gl.4.2).

$$T(\tau) = T_i \left(\frac{\tau_i}{\tau} \right)^{v_s^2} \quad (4.2)$$

Dabei bezeichnet v_s die Schallgeschwindigkeit in dem Medium, hier dem QGP. Sie läßt sich aus der Zustandsgleichung bestimmen ($v_s^{-2} = \frac{\partial \epsilon}{\partial P}$) und ist, wie in [Neu89] gezeigt worden ist, in weiten Bereichen gut verträglich mit $\sqrt{\frac{1}{3}}$ (eigentlich : $v_s^2 \approx \frac{1}{3}$). Am Phasenübergangspunkt bei der kritischen Temperatur springt die Schallgeschwindigkeit auf Null. Die Abkühlung nach Gl.4.2 geschieht solange, bis das System die kritische Temperatur erreicht hat (Gl. 4.3).

$$\tau_c = \left(\frac{T_i}{T_c} \right)^{\frac{1}{v_s^2}} \quad (4.3)$$

Hier beginnt die gemischte Phase, und die Entropiedichte nimmt nicht mehr durch die sinkende Temperatur, sondern durch die Umwandlung von Plasma in hadronische Materie (vor allem Pionen) ab. Den zur Zeit τ vorhandenen Plasmaanteil $f(\tau)$ beschreibt Gl. 4.4.

$$f(\tau) = \frac{1}{r-1} \left(r \frac{\tau_c}{\tau} - 1 \right) \quad (4.4)$$

Hierbei wird durch r das Verhältnis der Freiheitsgrade des Plasmas zum dem des Hadronengases bezeichnet. Die gemischte Phase lebt bis zur vollständigen Umwandlung des Plasmas in hadronische Teilchen zum Zeitpunkt $\tau_h = r\tau_c$ [Kaj86a]. Danach kühlt sich das entstandene Gas wieder ab und man erhält, wenn man es als ideales Gas aus masselosen Mesonen beschreibt, einen zum Plasma identischen Temperaturverlauf (Gl. 4.5).

$$T(\tau) = T_c \left(\frac{\tau_h}{\tau} \right)^{v_s^2} \quad (4.5)$$

Nach entsprechender weiterer Ausdehnung des Systems verlieren die Mesonen den thermischen Kontakt untereinander, und es kommt zum Aufbrechen oder Ausfrieren des Systems. Die Ausfrieretemperatur T_f , mit der man diesen Vorgang charakterisiert, wird im Bereich von 100 – 120 MeV angenommen [Ger86][Cle91]. Eine Übersicht des dargestellten Reaktionsverlaufes der Kollision gibt Abb.4.4.

Des weiteren gestattet die Beschreibung der Reaktion im Bjørken-McLerran-Modell die Bestimmung zweier wichtiger Parameter der Reaktion, der erzeugten Energiedichte ϵ_i und der Anfangstemperatur T_i des Plasmas. Die Kenntnis der mittleren Energie pro Rapiditätsintervall $\frac{d\langle E \rangle}{dy}$ bei $y = 0$ erlaubt die Bestimmung der in der Reaktion anfänglich erzeugten Energiedichte [Bj83].

$$\epsilon_i \simeq \frac{1}{\pi R^2 \tau_i} \frac{d\langle E \rangle}{dy}(y = 0) \quad (4.6)$$

Dies kann man mit

$$\frac{d\langle E \rangle}{dy}(y = 0) \approx \frac{dN^\pi}{dy}(y = 0) * 0,4 \text{ GeV} \quad (4.7)$$

unter der Annahme, daß ein Pion im Mittel etwas 400 MeV Energie besitzt [Bj83] und überwiegend Pionen erzeugt werden, zu Gl.4.8 umschreiben.

$$\epsilon_i \simeq \frac{0,4 \text{ GeV}}{\pi R^2 \tau_i} \frac{dN^\pi}{dy}(y = 0) \quad (4.8)$$

Auch die Bestimmung der Anfangstemperatur T_i geschieht über eine experimentell zugängliche Größe [Hwa85]. Dazu bedient man sich folgender Aussage: Die Entropie pro Rapiditätsintervall ist während der Reaktion eine Erhaltungsgröße.

$$\frac{dS}{dy} = \text{Volumen} * s(\tau) * \tau = \text{konstant} \quad (4.9)$$

Da die Entropie im Endzustand aber durch die entstandenen Teilchen (vor allem Pionen) festgelegt wird, kann man über eine Multiplizitätsmessung die Entropiedichte $\frac{dS}{dy}$ messen.

$$\frac{dS}{dy} \approx c \frac{dN^{AB \rightarrow \pi}}{dy}(b = 0) \quad (4.10)$$

$$c = \frac{2\pi^4}{45 \zeta(3)} \approx 3.6 \quad (4.11)$$

Hierbei soll $b = 0$ einen Stoßparameter von 0, also zentralste Ereignisse, bedeuten.

Über die Zustandsgleichung, Gl.4.9 und Gl.4.10 erhält man nun für $T_1 > T_c$:

$$T_i^3 \tau_i = \frac{c}{4 a_{QGP}} \frac{1}{\pi R_A^2} \frac{dN^{AB \rightarrow \pi}}{dy}(b = 0), \quad (4.12)$$

wobei a_{QGP} die Freiheitsgrade des QGP's und R_A der Radius des Projektils (für $R_A < R_B$) sind. Damit läßt sich nun bei Kenntnis von τ_i , der Formationszeit, die Anfangstemperatur des Systems ermitteln.

In [McL85] ist eine Abschätzung von τ_i durchgeführt worden. Da die Formationszeit in hadronischen String-Modellen von der Teilchenmultiplizität abhängt und größere Kerne höhere Multiplizitäten ergeben, ist es möglich, die Formationszeit zu parametrisieren. Der Vorschlag aus [McL85] lautet:

$$\tau_i = \tau_p A^{-\delta}, \quad (4.13)$$

wobei τ_p die Formationszeit in pp-Reaktionen ist und im Bereich von $\frac{1}{5} < \tau_p < 1 \text{ fm}/c$ liegt. δ ist ein Parameter zwischen 0 und $\frac{1}{3}$. Damit würden

sich mögliche Formationszeiten für Schwerionenreaktionen zu $\frac{1}{40} < \tau_i < 1$ fm/c ergeben, was im Fall der unteren Grenze wohl als zu kurz angesehen werden kann und zu extrem hohen und unrealistischen Temperaturen von über 1 GeV führen würde. Daher wurden schon in [McL85] zwei realistischere Vorschläge gemacht. Man kann auf eine Variation der Formationszeit mit A verzichten und wählt $\frac{1}{3} < \tau_i < 1$ fm/c. Ein zweiter Vorschlag besagt, daß man δ -Werte bis $\frac{1}{3}$ zuläßt und τ_p im Bereich von $\frac{1}{3}$ bis 1 fm/c vorgibt. In [Hwa85] wird $\tau_p = 0.5$ fm/c gesetzt und die Variation mit δ weiterhin erlaubt. Tatsächlich ist dieser Wert (τ_i) zur Zeit wohl noch einer der größten Unsicherheiten.

Im Sinne einer oberen Abschätzung und bei Betrachtung der anderen Unsicherheiten, vor allem der vorher angeführten Bestimmung der Anfangszeit und damit der Anfangstemperatur, werde ich transversale Effekte im weiteren vollständig vernachlässigen. Dies führt zu einer Überschätzung der Emissionen, da eine transversale Ausdehnung zu einem schnelleren Abkühlen und damit zu einer kürzeren Lebensdauer des Systems führt.

Rechnungen in [Kaj86a] ergeben, daß der Effekt der transversalen Expansion in der Plasmaphase von untergeordneter Bedeutung ist, da die Abkühlung hier sehr schnell vor sich geht, beim Phasenübergang und der anschließenden hadronischen Phase aber Änderungen in den Raten bewirken kann.

4.2 Raum-Zeit-Integration

Um die Emissionsraten aus der Schwerionenkollision zu erhalten, muß man die Raten aus dem Plasma und dem Hadronengas über die Raum-Zeit-Entwicklung integrieren. Die für die Integration zweckmäßigen Variablen sind die Landau-Variablen τ und y . Daher schreibt man das Volumenelement d^4x_μ um (Gl.4.14).

$$d^4x_\mu = d^2x_T dy \tau d\tau \quad (4.14)$$

Damit schreibt sich das Integral:

$$\frac{dN^\gamma}{dp_t^2 dy} = \int d^2x_t \tau d\tau \frac{dR^\gamma(T(\tau))}{dp_t^2 dy} \quad (4.15)$$

Die Integration über die transversale Koordinate x_T liefert bei zentralen Kollisionen ($b = 0$) im Björken-Bild ohne transversale Expansion einen konstanten Faktor πR_A^2 bei $R_A \leq R_B$. Damit vereinfacht sich die Integration zu einem eindimensionalen Integral über die Eigenzeit τ .

$$\frac{dN^\gamma}{dp_t^2 dy} = \pi R_A^2 \int_{\tau_i}^{\tau_f} \tau d\tau \frac{dR^\gamma(T(\tau))}{dp_t^2 dy} \quad (4.16)$$

Dieses Integral teile ich nun in vier einzelne auf, wobei jedes für einen Zeitabschnitt der Reaktion berechnet wird. Es ist zum ersten eine Integration von τ_i bis τ_c über die Plasmaphase, dann ein Anteil von τ_c bis τ_h über die Emissionen aus dem Plasma in der gemischten Phase. Hier muß eine Gewichtung mit der Funktion $f(\tau)$ (Gl.4.4) durchgeführt werden, da der Anteil des Plasmas hier stetig abnimmt. Als weitere Integration folgt nun die Bestimmung der Emmission aus hadronischen Prozessen während der gemischten Phase. Hier wird eine Wichtung mit $(1 - f(\tau))$ durchgeführt, da eine Umwandlung der Plasmamaterie in das Mesonengas erfolgt. Als letzter Zeitabschnitt wird aus der Phase des Hadronengases ($\tau_h \leq \tau \leq \tau_f$) die Emission bestimmt.

$$\begin{aligned} \frac{dN^\gamma}{dp_t^2 dy} = \pi R_A^2 \left[\int_{\tau_i}^{\tau_c} d\tau \tau \frac{dR_{QGP}^\gamma(T(\tau))}{dp_t^2 dy} \right. \\ + \int_{\tau_c}^{\tau_h} d\tau \tau f(\tau) \frac{dR_{QGP}^\gamma(T_c)}{dp_t^2 dy} \\ + \int_{\tau_c}^{\tau_h} d\tau \tau (1 - f(\tau)) \frac{dR_{had}^\gamma(T_c)}{dp_t^2 dy} \\ \left. + \int_{\tau_h}^{\tau_f} d\tau \tau \frac{dR_{had}^\gamma(T(\tau))}{dp_t^2 dy} \right] \quad (4.17) \end{aligned}$$

Die beiden Terme der gemischten Phase lassen sich analytisch lösen, da die Temperatur hier konstant ist, und so die Raten aus dem Integral herausgezogen werden können.

$$\frac{dN_{\text{mixed phase}}^{QGP}}{dp_t^2 dy} = \frac{1}{2} \pi R_A^2 \left(\frac{T_i}{T_c} \right)^{\frac{2}{v_s^2}} \tau_i^2 (r-1) \frac{dR_{QGP}^\gamma(T_c)}{dp_t^2 dy} \quad (4.18)$$

beziehungsweise

$$\frac{dN_{\text{mixed phase}}^{had}}{dp_t^2 dy} = \frac{1}{2} \pi R_A^2 \left(\frac{T_i}{T_c} \right)^{\frac{2}{v_s^2}} \tau_i^2 r (r-1) \frac{dR_{had}^\gamma(T_c)}{dp_t^2 dy} \quad (4.19)$$

Nach der Durchführung einer Substitution von der Eigenzeit τ durch die Temperatur T ergeben die beiden anderen Terme:

$$\frac{dN_{\text{Plasma}}}{dp_t^2 dy} = \pi R_A^2 \tau_i^2 \frac{1}{v_s^2} T_i^{\frac{2}{v_s^2}} \int_{T_c}^{T_i} dT T^{-\left(\frac{2}{v_s^2}+1\right)} \frac{dR_{QGP}^\gamma(T)}{dy dp_t^2} \quad (4.20)$$

$$\frac{dN_{\text{Had. Gas}}}{dp_t^2 dy} = \pi R_A^2 \tau_i^2 \frac{1}{v_s^2} T_i^{\frac{2}{v_s^2}} \int_{T_f}^{T_c} dT T^{-\left(\frac{2}{v_s^2}+1\right)} \frac{dR_{had}^\gamma(T)}{x dy dp_t^2} \quad (4.21)$$

Diese muß man nun nach Einsetzen der entsprechenden Emissionsraten nach Kapitel 2 und 3 numerisch integrieren und erhält so die Emissionsraten aus einem longitudinal expandierenden Quark-Gluon-Plasma.

Die Umrechnung in Wirkungsquerschnitte erfolgt durch Multiplikation mit einem geometrischen Wirkungsquerschnitt $\sigma \simeq \pi(R_A + R_B)^2$ (nach [Kaj86a]).

4.3 Parametrisierung nach R. Baier

In [Bai92] geben die Autoren eine Parametrisierung (Gl.4.22) an, die sie aus den durch Integration ihrer Emissionsrate über die Raum-Zeit-Entwicklung des QGP's im Modell nach Bjørken gewonnen Daten erhalten haben. Sie gilt für $p_t > 2 \text{ GeV}/c$ und $y = 0$. Es wurde mit zwei Quark-Flavours gerechnet (nur u - und d -Quarks).

$$\frac{dN^\gamma}{dp_t^2 dy} \simeq \frac{5\sqrt{2\pi}\alpha\alpha_s}{6\pi^2} \left(\frac{T_i^3}{\tau_i}\right)^2 \pi R_A^2 \frac{\left[\frac{p_t}{T_i}\right]^{2,5}}{p_t^4} \ln\left(\frac{c}{\alpha_s} \frac{p_t}{T_i}\right) e^{-\frac{p_t}{T_i}} \quad (4.22)$$

Der Parameter c ergibt sich aus Gl.2.11.

Ein Vergleich der Integration über die verschiedenen Auswertungen mit dieser Parametrisierung folgt im nächsten Kapitel. Hierzu muß man weitere Parameter der Reaktion kennen, die sich aus den durchgeführten Messungen ergeben.

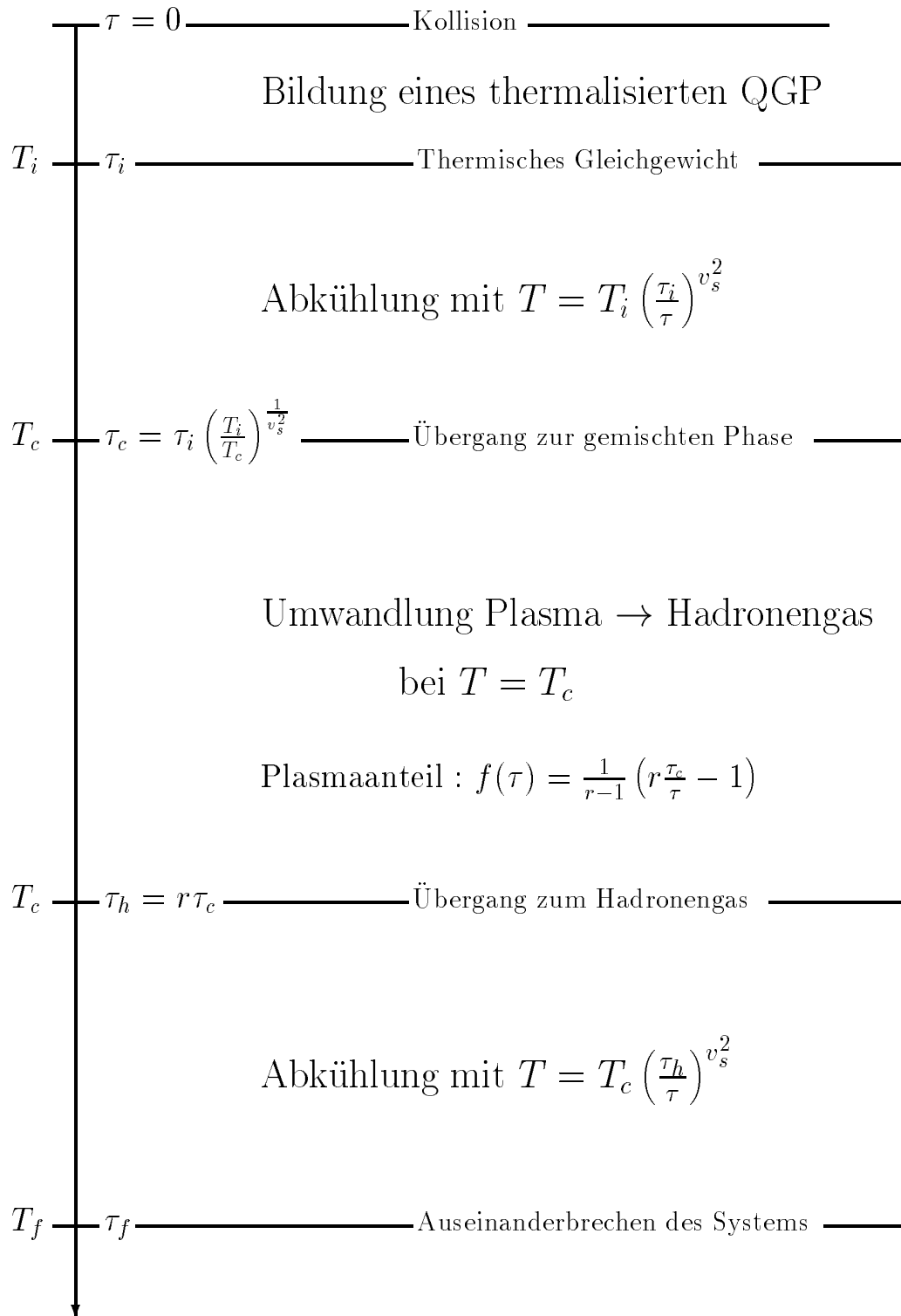


Abbildung 4.4: Schematische Darstellung der Zeit- und Temperaturentwicklung einer Schwerionenkollision unter Annahme einer longitudinalen Expansion im Björken-McLerran-Bild

5. Direkte thermische Photonen in Schwerionenreaktionen

5.1 Untersuchte Reaktionen und Parameter

In die Berechnung der direkten thermischen Photonen gehen mehrere Parameter ein. Die schon in Kap.4 erwähnte Anfangszeit τ_i , die das System benötigt, um einen thermalisierten Zustand zu erreichen, ist über die Multiplizität der Pionen mit der Anfangstemperatur des Systems, die je nach Stoßpartner und Energie im Bereich von 200 bis etwa 500 MeV liegt, verknüpft (Gl.4.12). Die obere Grenze kann bei extremeren Annahmen, wie etwa dem in [Shu92] beschriebenen heißen Gluonen-Zustand, durchaus noch nach oben korrigiert werden.

Ein weiterer wichtiger Parameter ist die kritische Temperatur des Phasenübergangs. Liegt diese zu hoch, so kann unter Umständen überhaupt kein Phasenübergang in den untersuchten Reaktionen auftreten. Gitterrechnungen haben sie im Bereich von 150 bis 200 MeV vorhergesagt (siehe z.B.[Kar88]). Neuere Veröffentlichungen (zum Beispiel in [Ruu91] oder [Kap91]) gehen von einem Phasenübergang bei $T_c = 160$ MeV aus. Diesen Wert werde auch ich im allgemeinen annehmen.

Des weiteren ist die Kenntnis der Freiheitsgrade des QGP's und des Hadronengases und damit auch die Anzahl der an der Reaktion beteiligten Quark-Flavours nötig. Da man im allgemeinen nicht von einem reinen Pionengas ausgehen kann ($a_\pi = 3$), wurde nach [Sri91] eine effektive Anzahl von Freiheitsgraden benutzt ($a_{\text{eff}} = 6,6$), um schwerere Mesonen miteinzubeziehen.

Die Freiheitsgrade des Plasmas bestimmen sich aus der in ihm vorhandenen Anzahl von Quark-Flavours (N_f) und den 8 Gluonen (Gl.5.1)[Kaj86a]. Hierbei resultiert der erste Term aus den 8 Gluonen und der zweite aus den Quarks.

Reaktion	\sqrt{s}	Beschleuniger	$\frac{dN^\pi}{dy}(y=0)$	ϵ_i [GeV/fm ³]
O + Au	19,4 AGeV	SPS	150	2,09
S + Au	19,4 AGeV	SPS	240	2,12
Pb + Pb	17,4 AGeV	SPS	750	1,90
Pb + Pb	200 AGeV	RHIC	2075	5,26
Pb + Pb	6400 AGeV	LHC ¹	3830	9,70

Tabelle 5.1: Übersicht über die untersuchten Reaktionen, deren Pionenmultiplizitäten [Alb92][Cle93][Ruu91] und die Energiedichten ϵ_i nach Gl.4.8 bei $\tau_i = 1$ fm/c.

$$a_q = 2 * 8 + N_f * 2 * 2 * 3 * \frac{7}{8} \quad (5.1)$$

Es werden bei den untersuchten Reaktionen außer den u - und d - wahrscheinlich auch s -Quarks im QGP vorkommen. In [Kaj86a] wurde eine effektive Anzahl der Quark-Flavours von 2,5 angegeben, da bei den herrschenden Energien nicht von einer Gleichverteilung zwischen u -, d - und s -Quarks ausgegangen werden kann, die s -Quarks aber auch nicht vernachlässigt werden dürfen. c - und schwerere Quarks (b und t) werden in den untersuchten Reaktionen aufgrund der hohen Ruhemassen im Plasma eine nur sehr untergeordnete Rolle spielen, beziehungsweise überhaupt nicht vorkommen.

Die experimentell untersuchten Reaktionen sind Sauerstoff und Schwefel auf ein Goldtarget bei 200 AGeV Laborenergie, was einer Schwerpunktsenergie von 19,4 AGeV entspricht. Diese beiden Reaktionen sind im Rahmen der WA80- und WA93-Kollaboration untersucht worden, und damit stehen auch entsprechende Vergleichsdaten (zur Zeit nur aus WA80, die WA93-Daten werden noch ausgewertet) zur Verfügung. Die bei den Messungen aufgetretenen Pionenmultiplizitäten im zentralen Rapiditätsbereich sind in Tab.5.1 aufgeführt. Die Multiplizität für Pb + Pb bei 17,4 AGeV ergibt sich aus Simulationen mit dem Programm VENUS. Sie bezieht sich auf ein im Bau befindliches Experiment (WA98), das 1994 am SPS des CERN beginnen soll [EON91]. Die hier angeführten Teilchenzahlen für die RHIC- und LHC-

Reaktion	δ	τ_i	T_i [GeV]	τ_c	τ_h	τ_f
O + Au 200 AGeV	1	1	0,228	2,9	18,5	75,8
O + Au 200 AGeV	$\frac{1}{3}$	0,40	0,310	2,9	18,5	75,9
S + Au 200 AGeV	1	1	0,228	2,9	18,6	76,4
S + Au 200 AGeV	$\frac{1}{3}$	0,31	0,336	2,9	18,6	76,5
Pb + Pb 160 AGeV	1	1	0,220	2,6	16,8	68,8
Pb + Pb 160 AGeV	$\frac{1}{3}$	0,17	0,399	2,6	16,8	68,9

Tabelle 5.2: Zeit und Temperaturwerte einiger in Tab.5.1 aufgeführten Reaktionen ($T_c = 160$ MeV, $T_f = 100$ MeV, $N_f = 2, 5$, $a_{\text{eff}} = 6, 6$, alle Eigenzeiten in [fm/c])

Reaktionen sind Extrapolationen [Ruu91]. Diese Reaktionen sind an dem im Bau befindlichen RHIC und dem in der Planungsphase stehenden LHC in Zukunft geplant und stellen bezüglich der zur Verfügung stehenden Energie einen großen Fortschritt gegenüber vorhandenen Schwerionenexperimenten dar.

Die sich aus Tab.5.1 ergebenden Zeiten und Temperaturen der Reaktionen O+Au, S+Au und Pb+Pb bei 160 AGeV sind in Tab.5.2 dargestellt. Es handelt sich hierbei um Datensätze, die sich bei der Benutzung der Gl.4.12 ergeben. τ_i wurde nach Gl.4.13 mit $\tau_p = 1$ fm/c für minimales und maximales δ bestimmt.

5.2 Photonen aus verschiedenen Phasen der Reaktion

In Abb.5.1 sind zwei p_t -Spektren der Emissionsraten aus der Plasma- und der gemischten Phase für zwei verschiedenen Anfangsparametersätze der Reaktion S+Au gezeigt. Es wurden die Rechnungen nach P. V. Ruuskanen (Gl.2.12) benutzt. Die Anfangsparameter entsprechen den konservativen ($\tau_i = 1$ fm/c) und den optimistischen ($\tau_i = 0,31$ fm/c) Abschätzungen, wie ich sie in Kapitel 4 vorgestellt habe, und wie sie in Tab.5.2 aufgeführt sind.

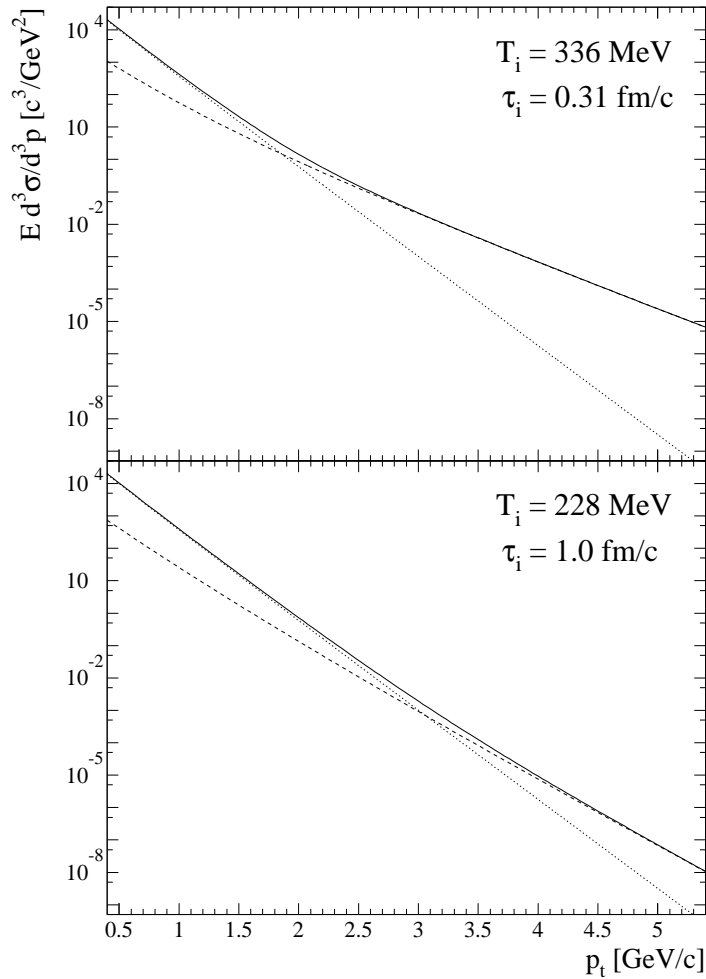


Abbildung 5.1: Plasmaemission aus den verschiedenen Phase einer Schwerionenreaktion (S+Au bei 200 AGeV). Es ist die Emission nach P. V. Ruuskanen aus der Plasma- und der gemischten Phase für zwei verschiedene Anfangstemperaturen gezeigt.
(durchgezogen : gesamte Emission; gepunktet : gemischte Phase; gestrichelt : Plasmaphase)

Man erkennt, daß es sich bei den Emissionen aus der gemischten Phase

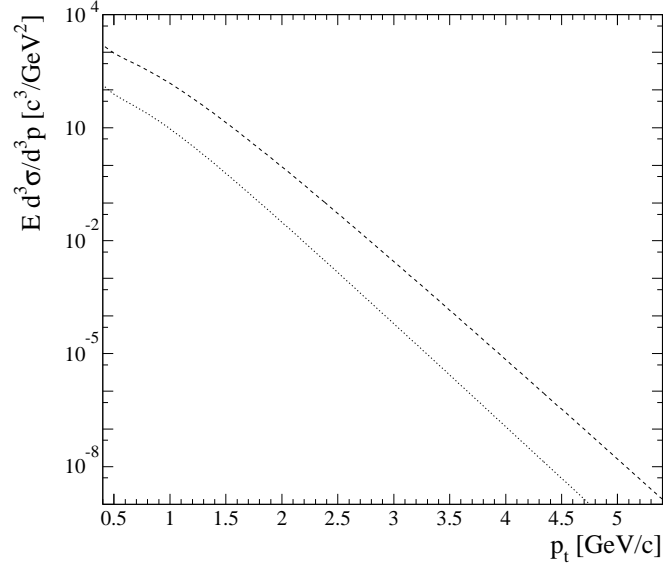


Abbildung 5.2: Photonenproduktion durch mesonische Prozesse aus zwei Phasen einer Schwerionenreaktion. Parameter : $\tau_c = 2,9 \text{ fm}/c$
 (gestrichelt : gemischte Phase; gepunktet : hadronische Phase)

um einen rein exponentielles Spektrum handelt. Dies ist auch leicht zu erklären, da die Temperatur des Systems hier konstant ist und eine p_t -Abhängigkeit nur in den statischen Emissionsraten vorliegt, sodaß die Integration über den Plasmaanteil $f(\tau)$ nur einen konstanten Faktor liefert (vergleiche Gl.4.20). Im Fall der reinen Plasmaphase zeigt sich eine Abweichung vom exponentiellen Verhalten. Diese ergibt sich aus der Integration über die Temperaturentwicklung des Plasmas (Gl.4.20).

Bei einem Vergleich der Rechnungen für unterschiedliche Anfangsparameter erkennt man weiterhin, daß sich die Gesamtemissionen bei niedrigen p_t -Werten ($p_t < 1 \text{ GeV}/c$) nicht unterscheiden. Dieses ist auf den Ursprung der Emission zurückzuführen. Sie wird hauptsächlich von der gemischten Phase dominiert, wie man in Abb.5.1 erkennen kann. In beiden Rechnungen erreicht das Plasma die kritische Temperatur zur selben Zeit τ_c . Danach verläuft die Entwicklung identisch weiter, und beide Systeme verbleiben die gleiche

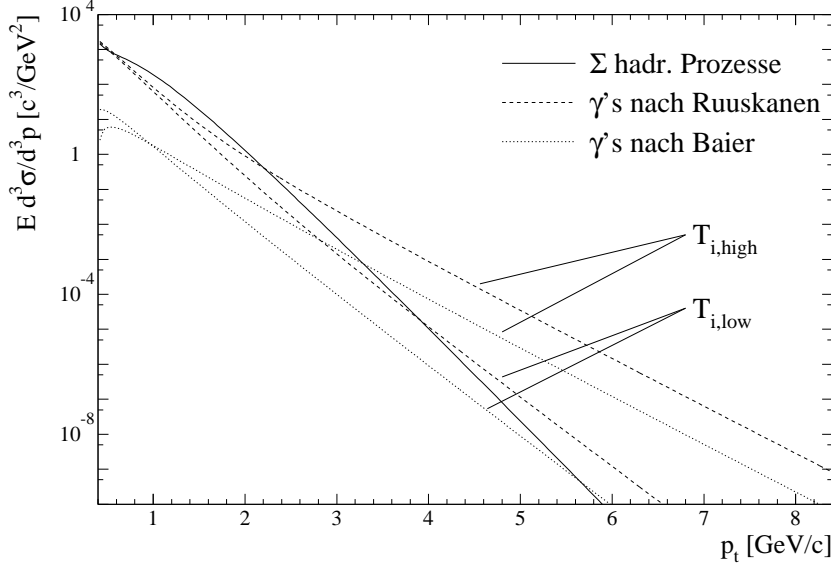


Abbildung 5.3: Vergleich der Lorentzinvarianten Wirkungsquerschnitte der Photonenproduktion der Reaktion S+Au bei 200 AGeV aus den Plasma- und hadronischen Prozessen.

Zeit in dem Zustand der gemischten Phase ($\Delta\tau \approx 18 \text{ fm}/c$). Daher ist die Emission hier zwangsläufig gleich. Deutliche Unterschiede ergeben sich im Bereich hoher p_t -Werte ($> 2 \text{ GeV}/c$). Hier liefert die reine Plasmaphase einen hohen Beitrag, und, da die Anfangstemperatur und Lebensdauer in der optimistischen Abschätzung höher liegen, treten hier auch um bis zu einem Faktor 30 stärkere Emissionen auf.

Bei der Emission aus hadronischen Prozessen führen unterschiedliche Anfangsparameter, wie schon bei den Plasmaemissionen in der gemischten Phase, zu keinen Änderungen in den Raten, da ab dem Beginn der gemischten Phase die Systeme die Systeme gleiche Parameter (τ_c , T_c , τ_h usw.) besitzen und sich somit gleich verhalten. In Abb.5.2 ist nun die Emission aus hadronischen Prozessen aus der gemischten Phase und dem Hadronengas bis zum Freeze-Out dargestellt. Man erkennt hier keine größeren Abweichungen in der Form der Kurven, aber die Emission aus dem Hadronengas liegt deutlich um etwa eine

Größenordnung unter der der gemischten Phase. Obwohl die Lebensdauer des Hadronengases in dem verwendeten Modell sehr hoch ist (etwa dreimal länger als die der gemischten Phase), führt die starke Temperaturabhängigkeit der Emissionsraten (vergleiche Gl.3.1, Gl.3.2, Gl.3.5 und Gl.3.6) zur Dominanz der gemischten Phase. Dieses bedeutet aber gleichzeitig, daß sich Effekte, die in diesem Modell vernachlässigt wurden, falls sie sich nur auf sehr späte Phasen der Reaktion (also auf die des Hadronengases) auswirken und deren Lebensdauer verkürzen, nur geringen Einfluß auf die Gesamtemission aus hadronischen Prozessen nehmen (im Bereich von $< 10\%$).

In Abb.5.3 sind nun die Emissionen aus den hadronischen Prozessen zusammen mit denen der Plasmareaktionen nach P. V. Ruuskanen und der Parametrisierung nach R. Baier (Gl.4.22) gezeigt. Man erkennt deutlich, daß die Photonen aus hadronischen Prozessen bei niedrigen p_t -Werten zwischen 0,6 und etwa 3 GeV/c für die Rechnungen nach Ruuskanen mit $T_{i,high}$ in diesem Modell deutliche Beiträge zum Gesamtwirkungsquerschnitt liefern. Bei höheren p_t werden sie aber schnell vernachlässigbar. Allerdings verschiebt sich diese Grenze bei Rechnungen, die für die Plasmaphotonen geringere Emissionen liefern (z.B. R. Baier). Beachtet werden muß hierbei aber, daß in dem benutzten Modell keine transversalen Effekte, die auch schon die gemischte Phase verkürzen könnten, betrachtet wurden. Dadurch würde nämlich die Emission aus den hadronischen Prozessen unter Umständen sogar sinken (je nach Geschwindigkeit der transversalen Expansion).

5.3 Einfluß der Anzahl der Freiheitsgrade

Nach [Sri91] benutze ich im allgemeinen eine effektive Anzahl von Freiheitsgraden für das Mesonengas. Hiermit wurde die Bildung schwererer Mesonen (η , ρ usw.) miteinbezogen. Bei Annahme eines idealen Gases aus masselosen Pionen erhält man $a = 3$. Dadurch ergibt sich eine längere Lebensdauer der gemischten Phase (siehe Tab.5.3, da hier die Entropiedichte durch Umwandlung von Plasmamaterie in hadronische Materie abnimmt. Die Lebensdauer der gemischten Phase wächst linear mit dem Verhältnis der Freiheitsgrade (Gl.4.5). Damit verlängert sich aber auch die

a_{had}	τ_c	τ_h	τ_f
3	2,9	41,0	168,1
6,6	2,9	18,6	76,4

Tabelle 5.3: Eigenzeiten der Reaktion S + Au bei 200 AGeV bei unterschiedlicher Anzahl der Freiheitsgrade a_{had} des Hadronengases (alle Eigenzeiten in [fm/c])

Lebensdauer der hadronischen Phase bis zum Ausfrieren. Alles zusammen bewirkt eine Verstärkung der Photonenproduktion für niedrige p_t -Werte um etwa einen Faktor 2 (siehe Abb.5.4). Der gleiche Effekt tritt bei der Emission aus hadronischen Prozessen auf, da hier, wie vorher erwähnt, die gemischte Phase einen dominaten Beitrag liefert. Damit bewirkt die Verlängerung der Lebensdauer der gemischten Phase eine Steigerung der Emission. Die Verlängerung der Hadronengasphase spielt aufgrund der niedrigen Temperaturen eine nur untergeordnete Rolle.

5.4 Vergleich der Emission nach den verschiedenen Theorien

Bei einem Vergleich der Raum-Zeit-Integration über die in Kap.2 beschriebenen verschiedenen Berechnungen der Emissionsraten, erkennt man sofort, daß sich die Unterschiede in diesen Rechnungen auch in den integrierten Wirkungsquerschnitten niederschlagen (siehe Abb.5.5). Die Parametrisierung nach R. Baier (Gl.4.22) liegt deutlich unter den im eindimensionalen Modell aufintegrierten Emissionen. Dies ist auf die Benutzung des 1+1-dimensionalen Modells zurückzuführen, wobei die transversale Expansion die Lebensdauer der gemischten Phase verkürzt.

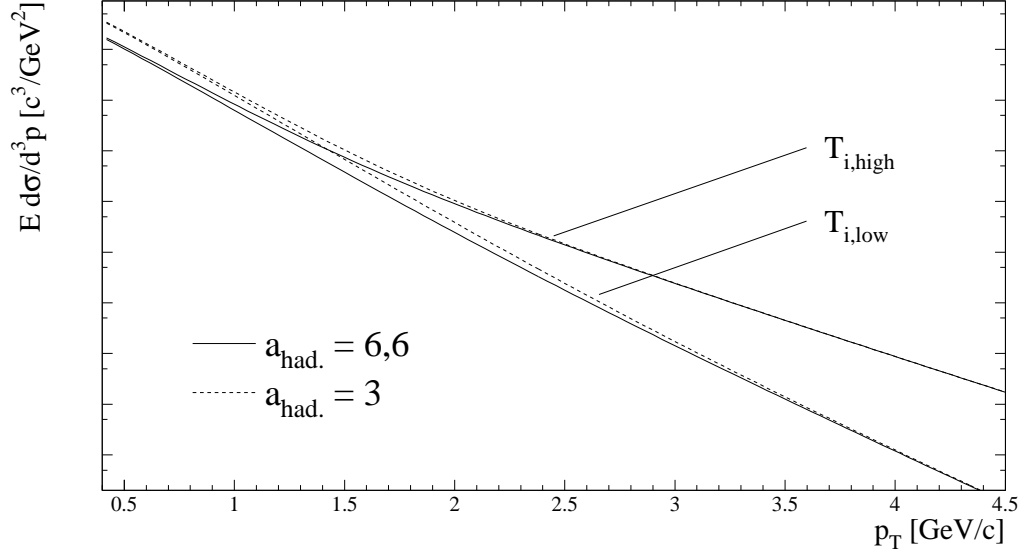


Abbildung 5.4: Vergleich der Lorentzinvarianten Wirkungsquerschnitte bei einer unterschiedlichen Anzahl von Freiheitsgraden des Hadronengases ($a_{had.} = 6,6$ und 3). Die Reaktionen war S + Au bei 200 AGeV (Rechnungen nach P. V. Ruuskanen).

5.5 Vergleich der Systeme O+Au, S+Au und Pb+Pb

In Abb.5.6 sind die berechneten Wirkungsquerschnitte für die drei Reaktionen O+Au und S+Au bei jeweils 200 AGeV und Pb+Pb bei 160 AGeV im Vergleich für die Integration der Raten nach P. V. Ruuskanen und die Parametrisierung nach R. Baier gezeigt. Es wurden die Photonen aus den hadronischen Prozessen aufaddiert. Man erkennt den leichten Effekt, den das größere Projektil Schwefel gegenüber von Sauerstoff hat. Einen größeren Anstieg erkennt man bei Pb+Pb. Hier wird sogar der Effekt der niedrigeren Energie pro Nukleon durch die größeren Kerne mehr als aufgehoben, sodaß man im optimistischen Fall ($T_{i,high}$) um bis zu zwei Größenordnungen höhere Wirkungsquerschnitte erwartet. In der pessimistischen Abschätzung variieren

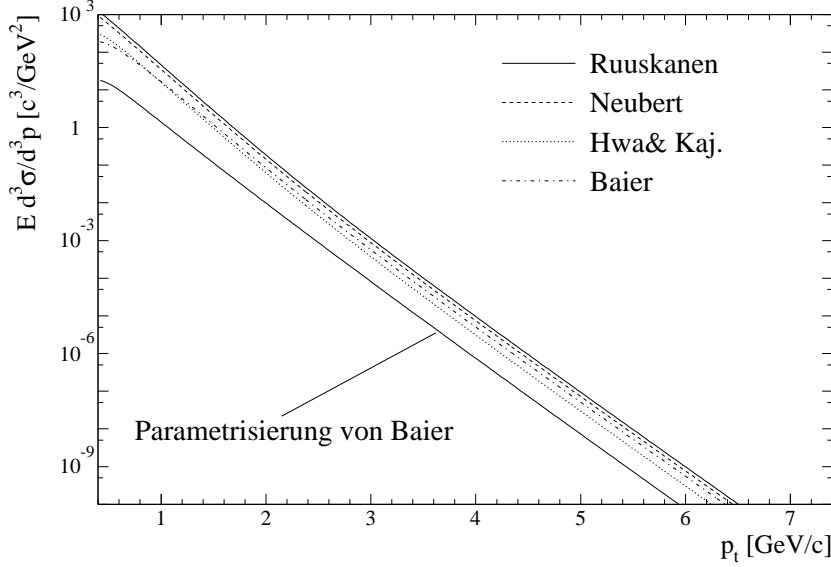


Abbildung 5.5: Photonenemission der Reaktion S+Au bei 200 AGeV nach den Rechnungen von R. Baier [Bai92], M. Neubert [Neu89], R. C. Hwa&K. Kajantie [Hwa85] und P. V. Ruuskanen [Ruu91] mit $N_f = 2$ und $T_i = 228$ MeV.

die Ergebnisse nicht so stark, da sich hier die Anfangstemperaturen fast nicht unterscheiden (siehe Tab.5.2). Es ist nur der Effekt eines ansteigenden Reaktionsvolumens zu beobachten. Ein gleiches Verhalten zeigt sich bei Betrachtung der Parametrisierung nach R. Baier.

Wenn man nun zu den noch energiereicheren Reaktionen am RHIC oder LHC übergeht, wachsen die Raten noch stärker (siehe Kapitel 6.4). Allerdings ist der Wirkungsquerschnitt nicht die geeignete Variable, um zu erkennen, wie stark die Signale für einen Phasenübergang sind, da bei allen Reaktionen ein nicht unerheblicher Untergrund durch den Zerfall der beim Freeze-Out und in sekundären Prozessen (in der Spectator-Materie) erzeugten neutralen Pionen ($\pi^0 \rightarrow 2\gamma$) auftritt. Dieser erschwert es eine Aussage über ein Signal der thermischen Photonen zu treffen. Daher benutzt man zweckmäßigerweise das γ/π^0 -Verhältnis. Hiermit kann man darstellen, ob

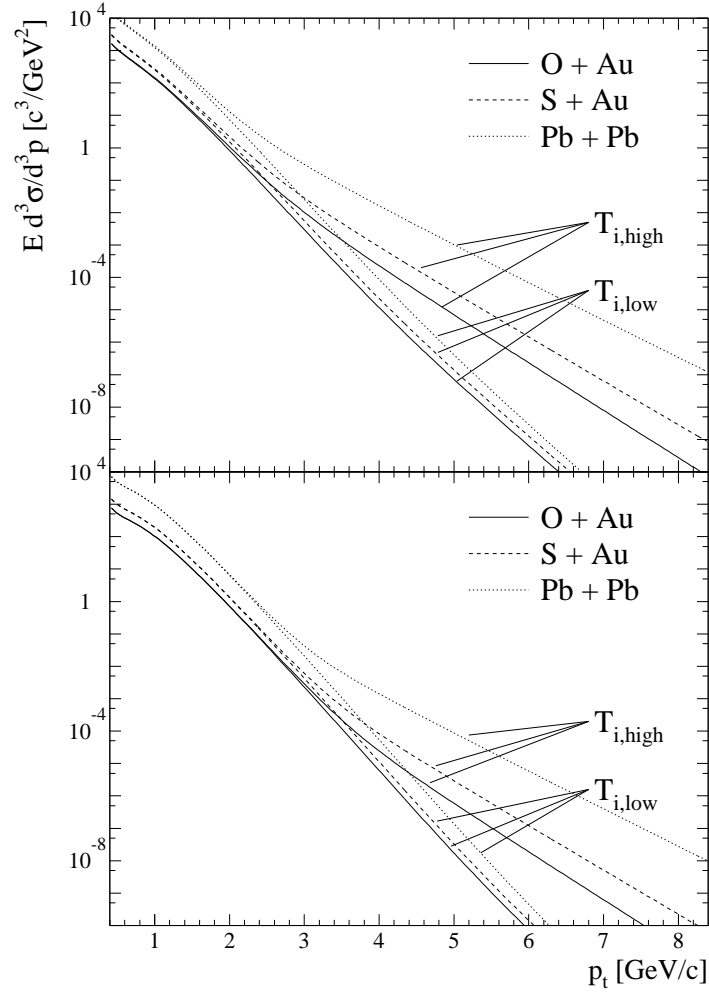


Abbildung 5.6: Lorentzinvariante Wirkungsquerschnitte der thermischen Photonen der Reaktionen S+Au, O+Au bei 200 AGeV und Pb+Pb bei 160 AGeV aus den Plasma- und hadronischen Prozessen für Rechnungen nach P. V. Ruuskanen (obere Abb.) und nach R. Baier (untere Abb.).

das vorhandene Signal überhaupt im Untergrund detektierbar ist, oder ob es innerhalb der experimentellen Fehler, die durch Messung der γ 's und Rekonstruktion der π^0 's bestimmt werden, liegt.

6. Vergleich mit Pionen-Daten

6.1 Direkte harte Photonen

Zur

möglichst vollständigen Bestimmung aller Photonen einer ultrarelativistischen Schwerionenreaktion, muß man auch Photonen berechnen, die in primären Stößen der Partonen untereinander bei der Kollision erzeugt werden. Diese Photonen sind aus Proton-Proton-Kollisionen und Proton-Target-Stößen bei hohen Schwerpunktsenergien ($\sqrt{s} \approx 20 - 63$ GeV) schon gut bekannt (für eine Übersicht über diese Experimente siehe z.B.: [Fer84]) und werden analog zu dem in Kap. 2 beschriebenen Verfahren berechnet [Hwa85].

Die zum Wirkungsquerschnitt beitragenden Feynmangraphen sind der Compton- und der Bremsstrahlungsgraph in erster und zweiter Ordnung in α_s (siehe Abb.2.1). Der Annihilationsgraph ist hier von untergeordneter Bedeutung, da keine Antiquarks (mit Ausnahme eines geringen Sea-Antiquark Anteils) an der Reaktion beteiligt sind. Er gewinnt erst bei Reaktionen, in denen Antiprotonen benutzt werden, an Einfluß und muß beachtet werden. Der wichtige Unterschied in der Auswertung ist nun, daß anstatt einer thermischen Verteilung die Partonen natürlich noch in den Nukleonen gebunden sind, und so muß man hier Strukturfunktionen benutzen, die die Quark-Verteilung beschreiben. Die verwendeten Strukturfunktionen sind eine Parametrisierung aus [Duk84] (Parametersatz I).

In [Hwa85] wurde der für die betrachteten Reaktionen wichtige Compton- und der Bremsstrahlungsgraph ausgewertet. Es ergibt sich also nach [Hwa85] für den Compton-Prozeß:

$$\frac{d\sigma^c(y=0)}{dyd^2p_t} = \frac{1}{6} \frac{2\alpha\alpha_s}{s^2 \frac{1}{2}x_t} \int_{x_t/(2-x_t)}^1 \frac{dx_1}{x_1 - \frac{1}{2}x_t} \left[F_2^A(x_1) G^B(x_2) \frac{x_2^2 + \left(\frac{1}{2}x_t\right)^2}{x_1^2 x_2^3} \right. \\ \left. + G^A(x_1) F_2^B(x_2) \frac{x_1^2 + \left(\frac{1}{2}x_t\right)^2}{x_1^3 x_2^2} \right] \quad (6.1)$$

Die Variablen x_2 und x_t sind gegeben durch

$$x_2 = \frac{x_t x_1}{2 - x_t} \quad , \quad x_t = \frac{2p_t}{\sqrt{s}} \quad (6.2)$$

Die Funktionen $F_2(X)$ und $G(x)$ enthalten die Quark- ($q(x)$), Antiquark- ($\bar{q}(x)$) und Gluonenverteilungen ($g(x)$) in den Nukleonen A und B nach folgender Formel:

$$F_2(x) = x \sum e_q^2 [q(x) + \bar{q}(x)] \quad , \quad G(x) = x g(x) \quad (6.3)$$

Für den Bremsstrahlungsterm erhält man:

$$\frac{d\sigma^{br}(y=0)}{dyd^2p_t} = \frac{\alpha\alpha_s^2}{2\pi s^2} \ln \frac{p_t^2}{\Lambda^2} \frac{1}{x_t} \int_{x_t}^1 \frac{dy_t}{\left(\frac{1}{2}y_t\right)^2} \left[1 + \left(1 - \frac{x_t}{y_t}\right)^2 \right] \\ * \int_{y_t/(2-y_t)}^1 \frac{dx_1}{x_1 - \frac{1}{2}y_t} \left\{ F_2^A(x_1) \left[G^B(x_2) + \frac{4}{9}Q^B(x_2) \right] \frac{x_1^2 + \left(\frac{1}{2}y_t\right)^2}{x_1^4} \right. \\ \left. + (x_1 \leftrightarrow x_2, A \leftrightarrow B) \right\} \quad (6.4)$$

Dabei ist

$$x_2 = \frac{y_t x_1}{2 - y_t} \quad , \quad Q(x) = x \sum [q(x) + \bar{q}(x)] \quad (6.5)$$

In einem einfachen geometrischen Bild mit unabhängigen einzelnen Stößen müssen die so erhaltenen Ergebnisse noch mit einem Faktor $A_{Proj.} * A_{Target}^{\frac{1}{3}}$

multipliziert werden, um von Proton-Proton-Reaktionen auf Kern-Kern-Stöße hochzurechnen. Dies wird aus der Glaubertheorie gefolgert und liefert die Produktion der in primären Stößen der Partonen erzeugten Photonen.

Untersuchungen durch [Dra] ergaben hier gute Übereinstimmungen mit den experimentellen Daten. Diese so erhaltenen Ergebnisse gelten für ein p_t -Bereich ≥ 5 GeV/c. Somit sind sie in dem von uns gemessenen p_t -Bereich nur recht ungenau bekannt. Falls aber eine Extrapolation zu niedrigen p_t -Werten auch nur qualitativ möglich ist, kann man die Emission in Bereichen < 3 GeV/c vernachlässigen. Hier liegt die Emission weit unter denen aus thermischen Prozessen. Die direkten harten Photonen dominieren hauptsächlich im Bereich sehr hoher Transversalimpulse (> 10 GeV/c).

6.2 Parametrisierung von Pionenspektren

Die experimentell gemessenen Pionenspektren wurden mit einer Funktion, die auf einen Vorschlag von Hagedorn [Hag83] zurückgeht, angenähert. In diesem Vorschlag besitzt sie einen thermischen Anteil bei niedrigen p_t und einen als QCD-inspiriert bezeichneten Term, der bei $p_t > 1$ GeV/c benutzt wird. In meinen Parametrisierungen benutzte ich nur den QCD-Term (Gl.6.6).

$$E \frac{d^3\sigma}{dp^3} = C \left(\frac{p_0}{p_t + p_0} \right)^n \quad (6.6)$$

Sie liefert in ultrarelativistischen Schwerionenstößen eine gute Beschreibung der gemessenen Daten [Dra89]. Zur Extrapolation der Daten auf zukünftige Experimente (WA98 und Experimente am RHIC und LHC) wird der Cronin-Effekt [Cro75] und eine \sqrt{s} -Skalierung nach [Sch92] benutzt.

Der Cronin-Effekt besagt, daß sich die Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte von der Target- und der Projektilmasse mit Gl.6.7 und Gl.6.8 parametrisieren lassen.

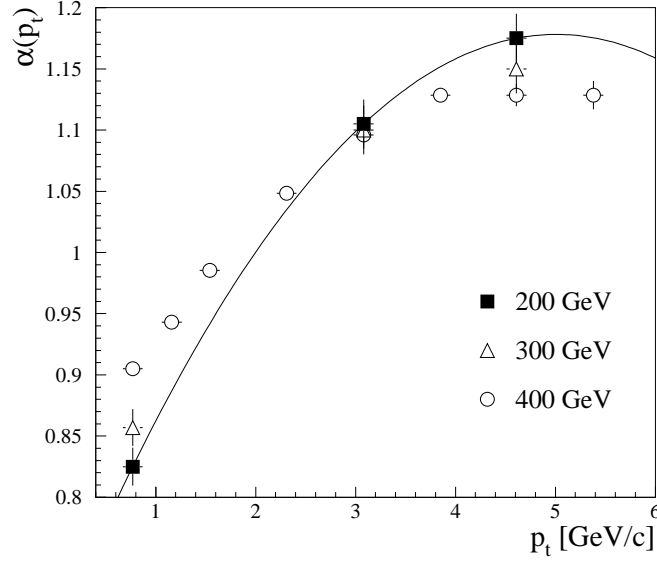


Abbildung 6.1: Der Exponent $\alpha(p_t)$ des Cronin-Effekts in Abhängigkeit von p_t für drei verschiedene Laborenergien. Für die Energie von 200 GeV ist die verwendete Parametrisierung eingezeichnet. Daten nach [Ant79]

$$\frac{d\sigma_{pA}}{dp_t} = A^{\alpha(p_t)} \frac{d\sigma_{pp}}{dp_t} \quad (6.7)$$

$$\frac{d\sigma_{BA}}{dp_t} = B^{\beta(p_t)} \frac{d\sigma_{pA}}{dp_t} \quad (6.8)$$

Die Funktion $\alpha(p_t)$ habe ich durch eine Parametrisierung der Daten aus [Ant79] gewonnen. Es wurden Reaktionen von Protonen auf D_2 , Be, Ti und W-Targets bei 200, 300 und 400 GeV Laborenergie. Die daraus gewonnenen Daten sind in Abb.6.1 gezeigt. Es wurden die Daten aus 200 GeV-Reaktionen mit einem Polinom zweiten Grades parametrisiert. Diese Form benutze ich, da sie die 400 GeV-Daten gut beschreibt. Allerdings ist der Cronin-Effekt, wie zu erkennen ist, nicht energieunabhängig. Der Exponent α steigt mit wachsender Energie bei kleinen und fällt bei großen p_t -Werten. In [Ant79] wurde außerdem

festgestellt, daß sich die Funktionen $\alpha(p_t)$ und $\beta(p_t)$ nicht unterscheiden. Dadurch kann sowohl bei der Target- wie auch der Projektilskalierung das bestimmte Polynom benutzt werden.

Die \sqrt{s} -Skalierung nach [Sch92] ergibt folgende Parametrisierung der Wirkungsquerschnitte mit \sqrt{s} :

$$\frac{d\sigma}{dp_t}(\sqrt{s}_2) = \frac{d\sigma}{dp_t}(\sqrt{s}_1) \frac{1 - \frac{p_t}{\sqrt{s}_2}}{1 - \frac{p_t}{\sqrt{s}_1}} \quad (6.9)$$

Ich habe nun die Daten von p+Au-Kollisionen der WA80-Kollaboration [Alb88] mit Gl.6.6 angefitet und mit Gl.6.7 und Gl.6.8 auf andere schon gemessene Reaktionen extrapoliert. Es sind dies im Einzelnen :

- O + C, $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV, [Alb88]
- S + S, $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV, [Cle93]
- O + Au, $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV, [Alb88]
- S + Au, $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV, [Cle93]

Ein Vergleich ist in Abb.6.2 gezeigt. Man erkennt eine gute Übereinstimmung der Daten mit der Extrapolationen für niedrige p_t ($p_t \leq 2.5$ GeV/c) bei den Systemen O+C, S+S und S+Au. Im hohen p_t -Bereich (> 3 GeV/c) erkennt man eine leichte Überschätzung der Wirkungsquerschnitte. Für die Reaktion O+Au ergibt sich eine nur qualitative Übereinstimmung mit der Extrapolation. Aufgrund der relativ guten Übereinstimmung im wichtigen Bereich niedriger p_t werde ich die so gefundene Parametrisierung zur Extrapolation der Pionenspektren auf die Reaktion Pb+Pb bei $\sqrt{s} = 17,4$ AGeV am SPS benutzen. Die Abweichungen zu hohen p_t -Werten kann ich vernachlässigen, da hier, wie in Kap.6.4 gezeigt wird, die Unsicherheiten durch die Freiheit in der Wahl der Anfangsparameter des Quark-Gluon-Plasmas weitaus größer sind. Die vorher erwähnte Energieabhängigkeit vernachlässige ich bei der Extrapolation. Dadurch kann ich diese Parametrisierung allerdings nicht bei den stark gesteigerten Schwerpunktsenergien, die am RHIC und LHC geplant sind, benutzen.

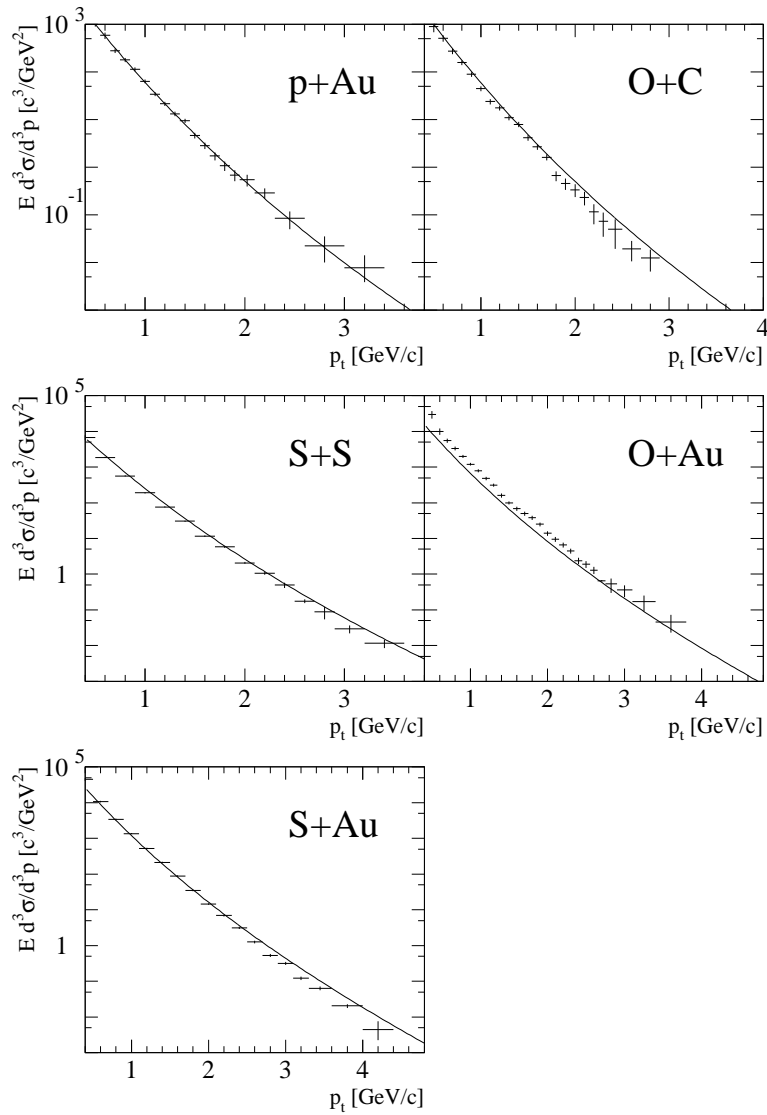


Abbildung 6.2: Vergleich der Extrapolationen des π^0 -Spektrums der Reaktion p+Au aus [Alb88] mit den von der WA80-Kollaboration gemessenen Daten (nach [Cle93])

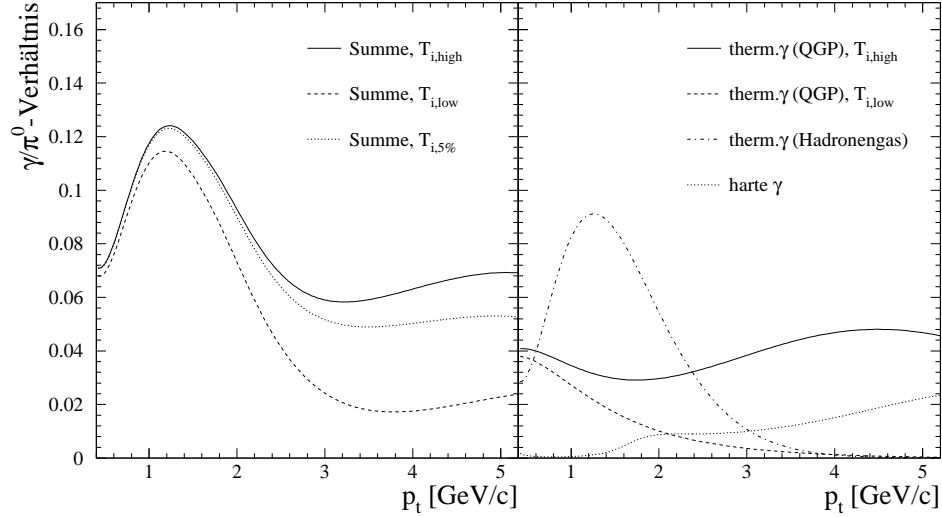


Abbildung 6.3: γ/π^0 -Verhältnis für die Reaktion $O + Au$ bei $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV. Das π^0 -Spektrum entstammt aus der Messung [Alb88], die direkten Photonen wurden aus der Theorie nach P. V. Ruuskanen bestimmt (Parameter nach Tab.5.2).

6.3 Das γ/π^0 -Verhältnis

In diesem Kapitel vergleiche ich die gemessenen Spektren mit den Vorhersagen nach den Theorien von P. V. Ruuskanen [Ruu91]. Dies geschieht in der Form eines γ/π^0 -Verhältnisses, welches gut geeignet ist, um Aussagen über die Meßbarkeit von Signalen über dem Untergrund (π^0 -Zerfall) zu machen. In den theoretischen Rechnungen verwende ich die in Kap.5 angeführten Parameter. Die Pionenspektren der Reaktionen $O + Au$ und $S + Au$ wurden mit der in Gl.6.6 gegebenen Funktion angenähert. Die sich ergebenden Funktionen sind in Abb.6.3 für die Reaktion $O + Au$ und Abb.6.4 für $S + Au$ gezeigt. Es ist das gesamte γ/π^0 -Verhältnis für die in Tab.5.2 aufgeführten Parameter $T_{i,high}$ und $T_{i,low}$ gezeichnet (linke Abb.). Im jeweils rechten Bild wurde eine Unterscheidung zwischen thermischen Photonen aus Plasma- und hadronischen Prozessen, sowie harten direkten Photonen durchgeführt, um die Unterschiede erkennbar zu machen. Zusätzlich habe ich eine Anfangstemperatur und Zeit berechnet, bei der das γ/π^0 -Verhältnis im betrachteten p_t -Bereich nicht unter

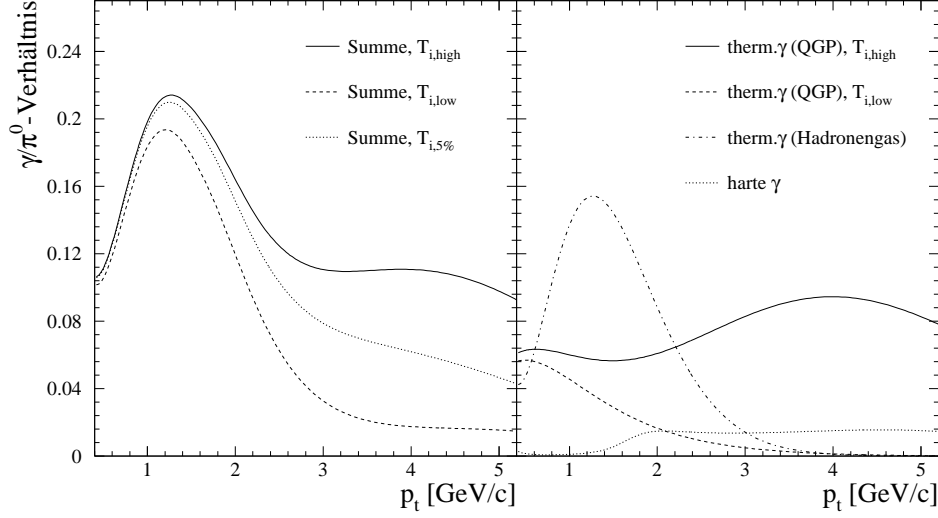


Abbildung 6.4: γ/π^0 -Verhältnis für die Reaktion S + Au bei $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV. Das π^0 -Spektrum entstammt aus der Messung [Cle93], die direkten Photonen wurden aus der Theorie nach P. V. Ruuskanen bestimmt (Parameter nach Tab.5.2).

Reaktion	\sqrt{s} [AGeV]	$\tau_{i,5\%}$ [fm/c]	$T_{i,5\%}$ [GeV]
O + Au	19,4	0,44	0,300
S + Au	19,4	0,40	0,310
Pb + Pb	17,4	0,32	0,322

Tabelle 6.1: Temperaturen und Zeiten, für die das γ/π^0 -Verhältnis größer als 5% ist.

eine untere Nachweisgrenze von 5% fällt. Die Parametersätze sind in Tab.6.1 zusammengefaßt.

Bei allen System erkennt man deutlich den großen Einfluß, den Photonen aus hadronischen Prozessen bei niedrigen p_t -Werten auf das γ/π^0 -Verhältnis haben. Es liefert in allen Fällen im Bereich um 1,5 GeV/c mehr als 50% des Signals der thermischen Photonen. Man erkennt weiterhin, daß sich die Emission von Photonen aus Plasmaprozessen stark mit der Wahl der

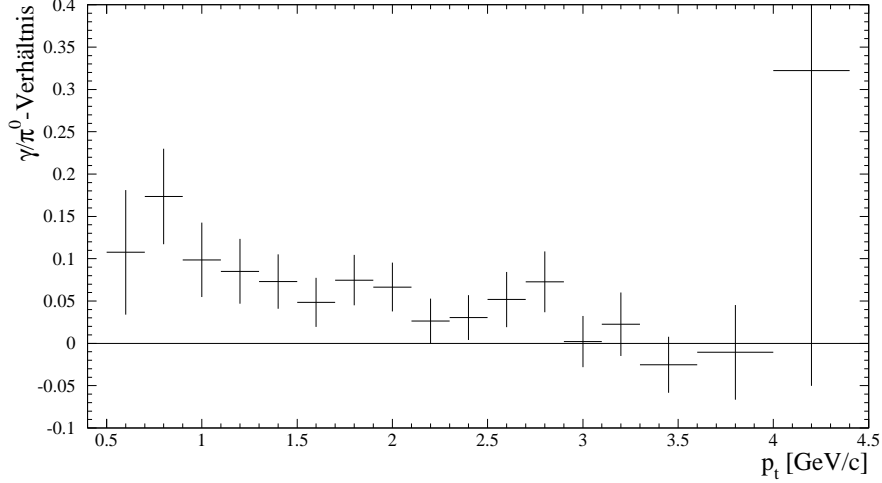


Abbildung 6.5: gemessenes γ/π^0 -Verhältnis für die Reaktion S + Au bei $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV [Cle93].

Anfangsparameter ändert. Bei der Reaktion S + Au im p_t -Bereich von 4 – 5 GeV/c variiert sie zum Beispiel von einem nicht meßbaren Signal bis zu einem Effekt von etwa 10% direkten Photonen. Die Temperaturen der 5%-Nachweisgrenze liegen bei beiden Reaktionen bei etwa 300 MeV.

Im Vergleich dazu sind in Abb.6.5 das aus den Messungen extrahierte γ/π^0 -Verhältnis für die Reaktion S + Au bei $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV gezeigt [Cle93]. Auch hier zeigt sich ein Anstieg des Verhältnisses im Bereich kleiner p_t -Werte auf ein Maximum von etwa 0.17. Allerdings liegt er bei einem niedrigeren p_t -Wert als in den theoretischen Rechnungen. Im Bereich hoher p_t -Werte geht das γ/π^0 -Verhältnis auf nahezu Null zurück. Qualitativ sind die experimentellen Daten und die theoretischen Vorhersagen ähnlich. Die Theorie ist aber nur im Sinne einer oberen Abschätzung zu sehen, denn durch Erweiterung der Raum-Zeit-Entwicklung auf transversale Effekte kann es noch zu einer Verringerung und Verschiebung zu niedrigeren p_t -Werten der Rechnungen kommen, sodaß unter Umständen die Daten besser beschrieben werden können.

Die Rechnungen zur Reaktion O + Au bei $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV (Abb.6.3) sind

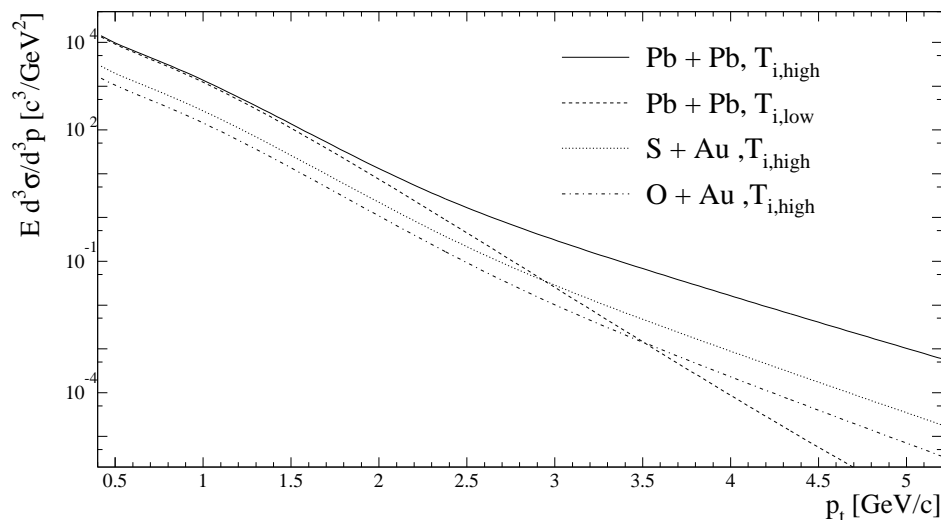


Abbildung 6.6: Vergleich der Emission von direkten thermischen Photonen aus den Reaktionen O + Au bei $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV, S + Au bei $\sqrt{s} = 19,4$ AGeV und Pb + Pb bei $\sqrt{s} = 17,4$ AGeV. Die thermischen Photonen wurden aus der Theorie nach P. V. Ruuskanen bestimmt (Parameter nach Tab.5.2).

mit den experimentellen Daten aus [Alb91] verträglich. Darin wurde eine obere Grenze für die Produktion thermischer direkter Photonen von 15% angegeben.

6.4 Voraussagen für geplante Experimente

Für das von unserer Arbeitsgruppe mitgeplante Experiment WA98 [EON91] (Reaktion Pb + Pb bei $\sqrt{s} = 17,4$ AGeV) sind die nach den Rechnungen erwarteten Wirkungsquerschnitte der thermischen Photonen in Abb.6.6 im Vergleich zu den vorher untersuchten Reaktionen gezeigt. Man erkennt, daß sich im Vergleich zur Reaktion S + Au ein für den niedrigen p_t -Bereich ($p_t < 3$ GeV/c) höherer Wirkungsquerschnitt ergibt. Im Bereich höherer p_t -Werte zeigt sich wieder die starke Abhängigkeit von den Anfangsparametern.

Im γ/π^0 -Verhältnis (Abb.6.7) läßt sich aber aufgrund der höheren Pionenwirkungsquerschnitte kein Anwachsen im Bereich niedriger p_t -Werte

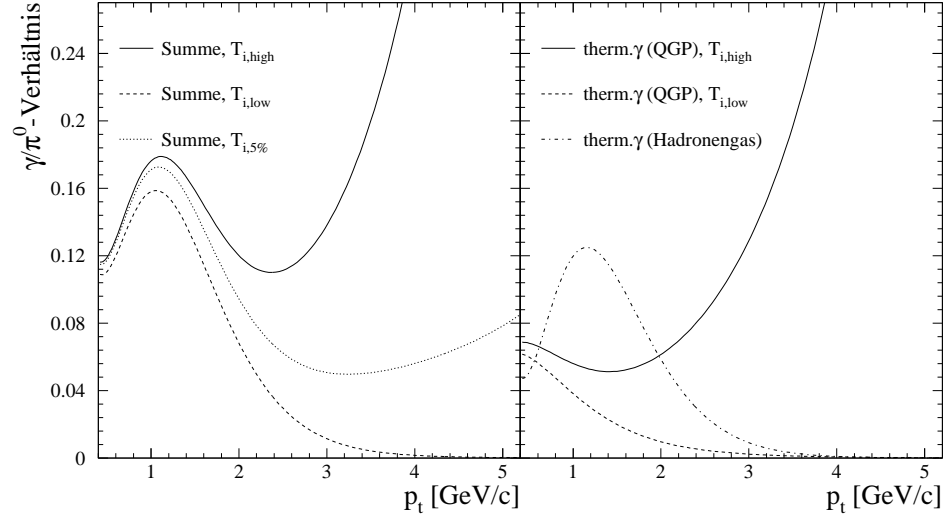


Abbildung 6.7: γ/π^0 -Verhältnis für die Reaktion Pb + Pb bei $\sqrt{s} = 17,4$ AGeV. Das π^0 -Spektrum wurde nach Kap.6.2 und die direkten Photonen wurden aus der Theorie nach P. V. Ruuskanen bestimmt (Parameter nach Tab.5.2).

erkennen. Das Verhältnis ist hier sogar etwas geringer als bei der Reaktion S + Au. Im Bereich hoher p_t ergibt sich aber bei der hohen Anfangstemperatur ein sehr starker Anstieg. Allerdings ist bei der niedrigen Temperatur ein Abfall bis auf fast Null zu sehen, sodaß hier ein weiterer Bereich unsicher bleibt. Allerdings kann man durch genaue experimentelle Bestimmung des γ/π^0 -Verhältnisses bei hohen p_t -Werten dadurch die Anfangstemperatur und damit auch den Satz der Anfangsparameter genauer bestimmen. Hier zeigt sich, daß die Temperatur der 5%-Grenze bei etwa 320 MeV liegt. Damit ergibt sich im Vergleich der Reaktionen O + Au, S + Au und Pb + Pb ein leichter Anstieg dieser Temperatur beim Übergang zu schwereren Systemen.

Die in Zukunft an der im Bau befindlichen RHIC-Anlage und dem geplanten LHC vorgesehenen Experimente Pb + Pb bei $\sqrt{s} = 200$ AGeV (RHIC) und bei $\sqrt{s} = 6400$ AGeV (LHC) liefern die in Abb.6.8 gezeigten differentiellen Wirkungsquerschnitte für direkte thermische Photonen. Diese sind unter der Annahme der Pionenmultiplizitäten bei mittlerer Rapidität von 2075 (RHIC) und 3830 (LHC) (beides nach [Ruu91]) berechnet. Sie liefern stark

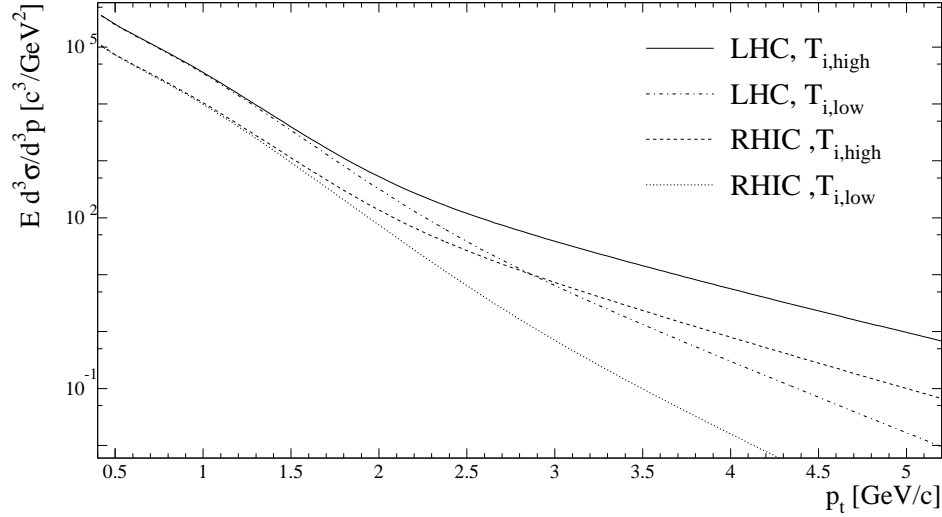


Abbildung 6.8: Lorentzinvariante Wirkungsquerschnitte der Reaktion Pb + Pb bei $\sqrt{s} = 200$ AGeV (RHIC) und $\sqrt{s} = 6400$ AGeV (LHC). Die direkten Photonen wurden aus der Theorie nach P. V. Ruuskanen bestimmt.

\sqrt{s} [AGeV]	δ	τ_i [fm/c]	T_i [GeV]	τ_c [fm/c]	τ_h [fm/c]	τ_f [fm/c]
200	1	1	0,310	7,3	46,4	190,4
200	$\frac{1}{3}$	0,17	0,560	7,3	46,4	190,8
6400	1	1	0,380	13,4	85,8	351,7
6400	$\frac{1}{3}$	0,17	0,687	13,4	85,9	352,4

Tabelle 6.2: Zeit und Temperaturwerte der am RHIC und LHC geplanten Experimente mit Pb + Pb ($T_c = 160$ MeV, $T_f = 100$ MeV, $N_f = 2, 5$, $a_{\text{eff}} = 6, 6$)

gestiegene Photonenwirkungsquerschnitte sowohl für die Plasma- wie auch für die gemischte Phase. Betrachtet man allerdings die Parameter der Raum-Zeit-Entwicklung aus Tab.6.2, so stellt man fest, daß es sich bei den Zeiten um immens lange Lebensdauern handelt. Hier sind die Grenzen dieses einfachen Modells wohl erreicht. Man kann nicht erwarten, daß sich die transversalen Effekte, die ja vernachlässigt wurden, bei diesen Lebensdauern

nicht bemerkbar machen. Sie werden vor allem in der gemischten Phase und im Hadronisierungsprozeß zu einer Verkürzung der Lebensdauern und einer schnelleren Abkühlung des Systems führen. Dies wird sich in einer Erniedrigung des Wirkungsquerschnittes und einer Verschiebung zu niedrigeren p_t -Werten zeigen.

7. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die Mechanismen, die zur Produktion von Photonen aus dem Quark-Gluon-Plasma führen, dargestellt. Dabei wurden sowohl die direkt im Plasma entstehenden, als auch die aus hadronischen Prozessen stammenden Photonen untersucht. Diese treten in der gemischten Phase und im anschließend entstehenden Hadronengas auf.

Es wurden Rechnungen und Parametrisierungen verschiedener Autoren verglichen. Es zeigte sich für die Plasmaphotonen schon im stationären Fall bei konstanter Temperatur eine recht große Abweichung der Rechnungen untereinander. Dabei lieferte die Rechnung nach [Bai92] die geringsten Emissionen. Die Photonen aus hadronischen Prozessen zeigten einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zur Gesamtemission im stationären Fall.

Es wurde die Raum-Zeit-Entwicklung im Björken-Modell unter der Annahme verschwindender transversaler Effekte beschrieben. Die notwendigen Integrationen wurden ausgeführt und auf die verschiedenen Rechnungen angewandt. In diesem einfachen Modell wurden die Wirkungsquerschnitte für verschiedene Reaktionsphasen bestimmt und untereinander verglichen. Dabei zeigte sich deutlich, daß die reine Plasmaphase einen dominanten Beitrag für hohe p_t -Werte liefert, wogegen die Emissionen aus der gemischten Phase einen hohen Anteil im niedrigen p_t -Bereich ergibt. Dieser wird noch stärker, wenn man die Emissionen aus hadronischen Prozessen hinzunimmt. Es ergibt sich eine gegenüber dem Haupthintergrund des π^0 -Zerfalls erhöhte Emission für den Bereich $0,5 < p_t < 2,5 \text{ GeV}/c$.

Diese Ergebnisse sind mit experimentellen Ergebnissen der WA80-Kollaboration bei der Reaktion $O + Au$ verträglich. Es zeigten sich qualitative Übereinstimmungen bei den neuesten Auswertungen zur Reaktion $S + Au$. Allerdings könnte hierbei durch eine eventuelle Erweiterung der Modellrechnungen auf transversale Effekte eine bessere Übereinstimmung mit dem Experiment erreicht werden.

Es wurden Rechnungen zu geplanten Experimenten (WA98, Exp. am RHIC und LHC) durchgeführt. Bei den Rechnungen zum WA98-Experiment wurden die in der Messung erwarteten Pionenspektren durch eine Extrapolation von gemessenen Daten aus p+Au-Reaktionen bestimmt. Dabei wurde der Cronin-Effekt benutzt, um die Effekte, die durch die unterschiedlichen Projektil- und Targets verursacht werden, zu beachten. Die Rechnungen lassen für das geplante Experiment keine Steigerung des γ/π^0 -Verhältnisses erwarten. Allerdings ergeben sich aufgrund des größeren Reaktionsvolumens bessere Voraussetzungen für die Anwendung der hydrodynamischen Beschreibung und die Ausbildung eines thermalisierten Systems. Außerdem besteht die Möglichkeit durch Messung im höheren p_t -Bereich ($3 < p_t < 5$) die Anfangstemperatur eines Plasmas zu bestimmen.

Bei den Rechnungen zum am RHIC und LHC geplanten Experimenten zeigte sich, daß bei den dort zur Verfügung stehenden hohen Energien das einfache Modell, das nur von longitudinaler Expansion ausgeht und transversale Effekte vernachlässigt, extrem große Lebensdauern für das System bis zum Ausfrieren liefert. Diese unrealistisch hohen Zeiten zeigen, daß hier die Rechnungen nicht mehr in dieser Form anwendbar sind und ein mit dreidimensionaler Expansion erweitertes Modell benutzt werden sollte.

A. Wichtige Größen der Hochenergiephysik

Die bei Schwerpunktsenergien von 17,4 AGeV und höher betrachteten Teilchen sind wegen der hohen Geschwindigkeiten ($\beta \approx 1$) relativistisch zu behandeln. Man beschreibt sie durch den Viererimpuls p .

$$p = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z \right) \quad (\text{A.1})$$

Die Energie E ergibt sich aus

$$E = \sqrt{(c\vec{p})^2 + (m_0c)^2} \quad (\text{A.2})$$

Hierbei kennzeichnet m_0 die Ruhenergie des Teilchen.

Da in der Hochenergiephysik durch die Strahlachse eine Richtung ausgezeichnet ist (i.A. die z -Achse), ist es üblich, entstandene Teilchen durch in longitudinalen und transversalen Impulsanteil anstatt durch den Dreierimpuls \vec{p} zu beschreiben. Dieses ist sinnvoll, da der Dreierimpuls nicht, der Transversalimpuls aber Lorentzinvariant ist.

$$p_t = |\vec{p}| \sin \theta, p_l = |\vec{p}| \cos \theta \quad (\text{A.3})$$

θ ist der Azimutalwinkel, den die Teilchenbahn mit der durch die Strahlachse vorgegebenen Richtung bildet.

Man geht außerdem vom Longitudinalimpuls zur Rapidität y über. Diese ist definiert als

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_l c}{E - p_l c} \right) \quad (\text{A.4})$$

Die Rapidität verhält sich unter einer Lorentztransformation zwischen Systemen, die sich parallel zur Strahlachse bewegen, additiv. Bei Transformation vom Labor- in das Schwerpunktsystem (CMS) ist z.B. eine Konstante $Y/2 = \ln(E_{CMS}/m_0)$ zur Rapidität zu addieren. Man kann die in einer Reaktion erzeugten Teilchen einfach durch die Rapidität klassifizieren. Im Schwerpunktsystem werden Teilchen, die in Richtung des Teilchenstrahls erzeugt werden, durch $y > 0$ beschrieben, Teilchen in Targetrichtung besitzen $y < 0$.

Im ultrarelativistischen Grenzfall ($E \gg m_0$) geht die Rapidität in die Pseudorapidität η über.

$$y \approx \eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2} \quad (\text{A.5})$$

Diese wird dann häufig gleichbedeutend zur Rapidität benutzt.

B. Elementarteilchen und Wechselwirkungen

In Tab.B.1 ist eine Übersicht über die bekannten Elementarteilchen, ihre Massen und Ladungen gegeben. Man unterscheidet dabei die Quarks, aus denen sich die Hadronen aufbauen, und die Leptonen. Tab.B.2 gibt die bekannten Wechselwirkungen und die sie vermittelnden Teilchen, die

Quarks			
Name	Symbol	Masse [MeV/c ²]	Ladung e
up	u	2 – 8	$\frac{2}{3}$
down	d	5 – 18	$-\frac{1}{3}$
strange	s	100 – 300	$-\frac{1}{3}$
charme	c	1300 – 1700	$\frac{2}{3}$
bottom	b	4700 – 5300	$-\frac{1}{3}$
top	t	> 91000	$\frac{2}{3}$

Leptonen			
Name	Symbol	Masse [MeV/c ²]	Ladung e
Elektron	e^-	0,511	−1
Elektronneutrino	ν_e	< 7,3 eV	0
Myon	μ^-	105,7	−1
Myonneutrino	ν_μ	< 0,27	0
Tau	τ^-	1784	−1
Tauneutrino	ν_τ	< 35	0

Tabelle B.1: Übersicht über die Elementarteilchen nach [PPD92]. Für das top-Quark ist noch kein experimenteller Nachweis gelungen.

Feldquanten, an.

Wechselwirkung	Ladung	Reichweite [cm]	Feldquant	Lebensdauer [s]
stark	Farbe	$10^{-13} - 10^{-14}$	Gluonen	$< 10^{-21}$
schwach	schwache Ladung	$\ll 10^{-14}$	W^\pm, Z -Boson	$> 10^{-10}$
elektromagnetisch	elektr. Ladung	∞	Photon	$> 10^{-20}$
Gravitation	Masse	∞	Graviton ?	-

Tabelle B.2: Übersicht über die Wechselwirkungen und die übertragenden Teilchen
[Mus88]

Literaturverzeichnis

- [Alb87] R. Albrecht et al. , Phys. Lett. B **199** (1987) 297
- [Alb88] R. Albrecht et al. , Phys. Lett. B **201** (1988) 390
- [Alb90] R. Albrecht et al. , Z. Phys. C **47** (1990) 367
- [Alb91] R. Albrecht et al. , Z. Phys. C **51** (1991) 1
- [Alb92] R. Albrecht et al. , Z. Phys. C **55** (1992) 539
- [Ant79] D. Antreasyan et al. , Phys. Rev. D **19** (1979) 794
- [Bai92] R. Baier, H. Nakkagawa, A. Niégawa, K. Redlich, Z. Phys. C **53** (1992) 433
- [Bar92] Chr. Barlag, *GEANT-Simulationen der Bleiglasdetektoren und des Vetos für geladene Teilchen im WA93-Experiment*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Münster, 1992
- [Bau90] H. Baumeister et al. , Nucl. Instr. and Meth. A **292** (1990) 81
- [BjØ83] J. D. Bjørken, Phys. Rev. D **27** (1983) 140
- [Bra90] E. Braaten & R. D. Pisarski, Phys. Rev. Lett. **64** (1990) 1338; Nucl. Phys. B **337** (1990) 569; Nucl. Phys. B **339** (1990) 310
- [Boh92] E. M. Bohne, *Entwicklung und Erprobung eines longitudinal segmentierten BGO-Kalorimeters*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Münster, 1992

- [Cla92] A. Claussen, *Kalibration eines longitudinal segmentierten BGO-Kalorimeters und sein Einsatz bei der Teilchenidentifizierung*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Münster, 1992
- [Cle91] J. Cleymans, K. Redlich, H. Satz, *Low Mass Dielectrons at LHC Energy*, Juni 1991, CERN-TH. 6079/91 , BI-TP 91/10
- [Cle93] G. Clewing, *Untersuchung zur Produktion direkter Photonen in ultrarelativistischen Schwerionenreaktionen bei 200 AGeV*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Münster, erscheint im Juni 1993
- [Cro75] J. W. Cronin et al. , Phys. Rev. D **11** (1975) 3105
- [Dra89] L. Dragon, *Produktion neutraler Pionen und direkter Photonen in ultrarelativistischen Schwerionenreaktionen*, Dissertation, Institut für Kernphysik, Münster, 1989
- [Dra] L. Dragon, private Mitteilungen, 1992
- [Duk84] Duke , Owens, Phys. Rev. D **30** (1984) 49
- [Dum92] A. Dumitru, D. H. Rischke, H. Stöcker, W. Greiner, *Photon production from a quark-gluon plasma at finite baryo-chemical potential*, Univers. Frankfurt a. M. , UFTP 308/1992, 1992
- [EON90] European Organisation for Nuclear Research, *Proposal for a Light Universal Detector for Study of correlations between Photons and Charged Particle*, CERN/SPSLC 90-14, Mai 1990
- [EON91] European Organisation for Nuclear Research, *Proposal for a Large Acceptance Hadron and Photon Spectrometer*, Mai 1991, CERN/SPSLC 91-17
- [Fer84] T. Ferbel & W. R. Molzon, Rev. Mod. Phys. **56** (1984) 181
- [Ger86] H. von Gersdorff, L. McLerran, M. Kataja, P. V. Ruuskanen, Phys. Rev. D **34** (1986) 794
- [Gra88] F. Grassi, Z. Phys. C **38** (1988) 307

- [Gyu85] M. Gyulassy, Progress in Particle and Nuclear Physics Vol. **15** 1985 403
- [Hag83] R. Hagedorn, Rista del Nuovo Cimento, Vol. **6** (1983) 1
- [Hwa85] R. C. Hwa & K. Kajantie, Phys. Rev. D **32** 1109
- [Izy90] M. Izycki et al. , *A large multistep avalanche chamber: description and performance*, Okt. 1990, UGVA-DPNC 1990/10-144
- [Jon89] W. Jones et al. , Z. Phys. C **43** (1989) 349
- [Kaj83] K. Kajantie & P. V. Ruuskanen, Phys. Lett. B **121** (1983) 352
- [Kaj86a] K. Kajantie, M. Kataja, L. McLerran, P. V. Ruuskanen, Phys. Rev. D **34** (1986) 811
- [Kaj86b] K. Kajantie, J. Kapusta, L. McLerran, A. Mehjian, Phys. Rev. D **34** (1986) 2746
- [Kaj88] K. Kajantie, Phys. Scripta Vol. T **23** (1988) 7
- [Kam92] K. H. Kampert et al. , Nucl. Phys. A **544** (1992) 183c
- [Kap91] J. Kapusta, P. Lichard, D. Seibert, Phys. Rev. D **44** (1991) 2774
- [Kar88] F. Karsch, Z. Phys. C **38** (1988) 147
- [Kis79] M. B. Kislinger & P. D. Morley, Phys. Rep. **51** (1979) 64
- [Kob86] R. L. Kobes & G. W. Semenoff, Nucl. Phys. B **260** (1985) 714; B **272** (1986) 329
- [Köh92] H. G. Köhne, *Akzeptanz modularer Bleiglaskalorimeter*, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Münster, 1992
- [Lan53] L. D. Landau, Izv. Akad. Naul. SSSR, Ser. Fiz. **17** (1951) 51
- P. Carruthers, Minh-Duong Van, Phys. Rev. D **8** (1973) 859
- [McL85] L. McLerran, T. Toimela, Phys. Rev. D **31** (1985) 545

- [Mus88] G. Musiol, J. Ranft, R. Reif, D. Seeliger, *Kern- und Elementarteilchenphysik*, 1988, VCH Verlagsgesellschaft
- [Nad92] H. Nadeau, J. Kapusta, P. Lichard, *Parametrisation of thermal photon emission rates from mesonic matter*, März 1992, COM-TH. 1/92
- [Neu89] M. Neubert, Z. Phys. C **42** (1989) 231
- [Oli88] A. V. Olinto, Z. Phys. C **38** (1988) 303
- [Ow87] J. F. Owens, Rev. Mod. Phys. **59** (1987) 465
- [PPD92] *Particle Properties Data Booklet*, Juni 1992, American Institute Of Physics
- [Ruus] P. V. Ruuskanen, private Mitteilungen
- [Ruu91] P. V. Ruuskanen, Univ. Jyväskylä, Dep. of Phys. , Preprint No. 28/1991
- [Sch92] H. R. Schmidt, J. Schukraft, *The Physics of Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions*, wird in Int. Jour. of Mod. Phys. G veröffentlicht
- [Shu92] E. V. Shuryak, L. Xiong, *Dilepton and photon production in the 'hot-gluon' scenario*, Nov. 1992, SUNY-NTG-92-37
- [Shu80] E. V. Shuryak, Phys. Rep. **61** (1980) 71
- [Shu88] E. V. Shuryak, *The QCD Vacuum, Hadrons and the superdense Matter*, World Scientific Lecture Notes in Physics Vol. **8** (1988)
- [Sin90] B. Sinha, S. Pal, S. Raha, *Quark-Gluon-Plasma* , 1990, Springer Verlag
- [Sri91] D. K. Srivastava, B. Sinha, M. Gyulassy, X. N. Wang, *Dynamical vs Decay Photons in A+A Collisions at $\sqrt{s} = 200$ AGeV*, Lawrence Berkeley Laboratory, Nov. 1991, Preprint LBL-34173
- [Wel83] H. A. Weldon, Phys. Rev. D **28** (1983) 2007
- [Wes76] G. Westfall et al. , Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 1202

[Wit84] E. Witten, Phys. Rev. D **30** (1984) 272

[Xio92] L. Xiong, E. Shuryak, G. E. Brown, Phys. Rev. D **46** (1992) 3798

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich bei der Erstellung dieser Arbeit unterstützt haben:

Herrn Professor Dr. Rainer Santo für die interessante Aufgabenstellung, den lehrreichen Aufenthalt am CERN und die Ermöglichung der Teilnahme an der DPG-Frühjahrstagung in Mainz.

Herrn Dr. Karl-Heinz Kampert für die Betreuung der Arbeit und hilfreiche Anregungen.

Herrn Dr. Ludger Dragon für seine Bereitschaft, mir manche Frage zum Thema zu beantworten.

Herrn Dr. Thomas Peitzmann für seine interessanten Hinweise.

Dipl.-Phys. Georg Clewing für die lehrreiche Diskussionen und Einblicke von der experimentellen Seite.

Allen weiteren Mitgliedern der SAPHIR-Gruppe danke ich für ihre Unterstützung und für das gute Arbeitsklima:

Dipl.-Phys. Christoph Barlag, Dr. Frank Berger, Christoph Blume, Dipl.-Phys. Dirk Bock, Dipl.-Phys. Ernst-Michael Bohne, Dipl.-Phys. Arne Claussen, Uwe Denningmann, Dr. Richard Glasow, Dipl.-Phys. Georg Hölker, Dipl.-Phys. Hans-Georg Köhne, Jörn Langheinrich, Thomas Lister, Jens Mantaj, Julia Meintgens, Georg Schepers, Hubertus Schlagheck, Michael Schnittker, Dipl.-Phys. Karsten Steffens, Dipl.-Phys. Dieter Stüken, Dipl.-Phys. Simone Weber.

Meinen Eltern, die mir das Studium ermöglicht haben.

*Hiermit bestätige ich, daß ich diese Arbeit selbständig
verfaßt und keine anderen als die angegebenen
Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.*

Münster, den 27. Mai 1993

Damian Bucher