

Design einer Frequenzkompensation des 35kV-Präzisionshochspannungsteilers für den CRYRING@ESR an der GSI/FAIR

BACHELORARBEIT
zum Erlangen des akademischen Grades
BACHELOR OF SCIENCE

Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Kernphysik

vorgelegt von
TIMO DIRKES

Münster, Dezember 2017

Eigenständigkeitserklärung

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich:

1. dass ich meine Bachelorarbeit ohne fremde Hilfe angefertigt habe;
2. dass ich die Übernahme wörtlicher Zitate aus der Literatur sowie die Verwendung der Gedanken anderer Autoren an den entsprechenden Stellen innerhalb der Arbeit gekennzeichnet habe;
3. dass ich meine Bachelorarbeit bei keiner anderen Prüfung vorgelegt habe;
4. dass die eingereichte elektronische Fassung exakt mit der eingereichten schriftlichen Fassung übereinstimmt.

Ich bin mir bewusst, dass eine falsche Erklärung rechtliche Folgen haben wird.

Ort, Datum Unterschrift

Dekan: **Prof. Dr. M. Klasen**

Erster Gutachter: **Prof. Dr. C. Weinheimer**

Zweiter Gutachter: **Dr. V. Hannen**

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung **7**

2. Der Ionenspeicherring CRYRING@ESR **11**

3. Der neue Präzisionshochspannungsteiler **15**
3.1. Funktionsprinzip einer Spannungsteilerschaltung 16
3.2. Elektrisches Design des neuen Spannungsteilers 19
3.3. Systemtheoretische Anforderungen für den Einsatz am Elektronenkühler 23

4. Schaltungstechnische Optimierung der Primärteilerkette **27**
4.1. Die Primärteilerkette als ohmsch-kapazitiver Teiler 28
4.2. Konzept zur Frequenzkompensation 30
4.3. Kompensation der Primärteilerkette ohne angeschlossene Messtechnik . . 30
4.3.1. Berechnung der Kapazitäten zur Frequenzkompensation 31
4.3.2. Simulation des Systemverhaltens in LTspiceXVII 32
4.4. Kompensation der Primärteilerkette mit angeschlossener Messtechnik . . 34
4.4.1. Einfluss des Messaufbaus auf den ohmsch-kapazitiven Teiler . . . 36
4.4.2. Berechnung der Kapazitäten zur Frequenzkompensation 37
4.4.3. Simulation des Systemverhaltens in LTspiceXVII 39

5. Testmessungen am KATRIN-Spannungsteileraufbau **43**
5.1. Der Testaufbau 44
5.2. Kompensation der Primärteilerkette mit angeschlossener Messtechnik . . 46
5.3. Resultate der Messungen des Systemverhaltens 49

6. Schnelle Spannungsbestimmung durch Anpassung der Potentialsprungantwortfunktion **53**

7. Zusammenfassung und Ausblick **63**

Anhang **66**

Kapitel 1

Einleitung

Die Fragestellung nach den allgemeinen und partikulären Strukturen der materiellen Welt befasst den Menschen seit dem Zeitalter des antiken Griechenlands. Unter dem Begriff der Naturphilosophie suchten Gelehrte und Philosophen der damaligen Epoche allgemeingültige materielle Prinzipien, die die Erscheinungswelt in ihrer Gesamtheit erklären konnten. Im Zuge dessen entstand mit dem Atomismus die Vorstellung einer materiellen Welt, die sich aus unteilbaren Grundbausteinen, den Atomen (altgriech. *átomos*, das Unteilbare), zusammensetzt. Die Theorie kleinster Teilchen als unteilbare Bausteine des Universums festigte sich bis in die Neuzeit und 1905 konnte mithilfe Albert Einsteins Erklärung der Brown'schen Wärmebewegung [Ein05] die Existenz von Atomen erstmals direkt bewiesen werden. Jedoch zeigte sich bereits ein Jahr später durch Streuexperimente [Rut11] von Ernest Rutherford, dass sich auch diese Teilchen in entsprechende Grundbausteine – den Nukleonen sowie dem bereits zuvor entdeckten Elektron [Tho97] – zerlegen lassen. Doch auch die Nukleonen sollten später ihren Status als unteilbar verlieren. In den folgenden Jahren und Jahrzehnten gelang es Physikern neben dem Elektron weitere nach heutigem Stand kleinste Bausteine der Materie, die Fermionen, nachzuweisen und in dem Standardmodell der Elementarteilchenphysik (engl. *Standard Model of particle physics*, abgekürzt „SM“) zusammenzufassen. Trotz enormer Fortschritte in der jüngeren Vergangenheit der naturwissenschaftlichen Forschung gibt es noch zahlreiche Fragestellungen bezüglich des Aufbaus unserer Materie in Hinblick auf das SM sowie der damit einhergehenden Entstehung und Entwicklung unseres Universums. Weltweit arbeiten Wissenschaftler an der Verifizierung unzähliger Theorien, wie der Quantenelektrodynamik [Fey88] bei höchsten Kernladungszahlen oder der Annahme eines Universums im QGP[1]-Zustand Sekundenbruchteile nach dem Urknall [All97], was unser Verständnis von der Natur in seiner Gesamtheit erweitern soll.

So auch alsbald am GSI[2] Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung am zukünftigen Beschleunigerkomplex FAIR[3] in Darmstadt, wo für Präzisionsmessungen zur atomaren Struktur hochgeladener Ionen der Speicherring CRYRING@ESR als einer der ersten Bestandteile der neuen Anlage aufgebaut wurde. Besonders beim CRYRING@ESR ist dabei die Speicherung von Ionenstrahlen bei relativ geringen Energien. Durch die effektive Reduktion von Querschnitt und Energiebreite der Strahlen unter Verwendung eines dedizierten Hochleistungselektronenkühlers kann eine hohe Präzision bei der Bestimmung der Ionenenergie bzw. -geschwindigkeit für die unterschiedlichen Experimente erreicht werden. Eine präzise Kenntnis der Elektronenkühlerspannung ist für die Determinierung der Ioneneigenschaften im Rahmen der gewünschten Genauigkeit essenziell. Für eine Hochpräzisionsmessung des Kühlerpotentials im niedrigen ppm-Bereich wird ein Präzisionshochspannungsteiler benötigt, der die Verwendung eines kommerziellen Digitalvoltmeters ermöglicht. Da kommerzielle Hochspannungsteiler nicht die gewünschte Genauigkeit und Stabilität für die Vermessung des Kühlerpotentials liefern, soll der Bau eines neuen Hochspannungsteilers mit den erforderlichen Spezifikationen erfolgen. Dieser soll am Institut für Kernphysik der Universität Münster gleichartig zu den in Kooperation mit der PTB[4] ebenfalls in Münster fertiggestellten 35kV- [Thu09] und 65kV- [Bau13a]

[1] Quark-Gluon-Plasma
[2] Gesellschaft für Schwerionenforschung
[3] Facility for Antiproton and Ion Research
[4] Physikalisch-Technische Bundesanstalt

Präzisionshochspannungsteilern für das KATRIN[5]-Experiment konstruiert werden. Entsprechend werden für den Bau noch vorhandene, charakterisierte und getestete VHA518-11-Präzisionswiderstände [Vis17] der KATRIN-Hochspannungsteiler verwendet. Neben statischen Spannungen am Elektronenkühler sind in Hinblick auf die Durchführung von Experimenten zur Rekombination von Ionen und Elektronen kurzzeitige Verstimmungen der Kühlerspannung notwendig. Da das Spannungsteilersystem als Übertragungsglied der eingespeisten Potentialsprünge fungiert, ergibt sich am Spannungsausgang, an dem die Messung der Kühlerspannung mittels Digitalvoltmeter erfolgen soll, ein Potentialsprung mit charakteristischen, endlich langem Übergangsverhalten. Dies hat zur Folge, dass das Verstimmungspotential nicht über den gesamten Zeitraum der Verstimmung mit der gewünschten relativen Genauigkeit $< 10\,\mathrm{ppm}$[6] gemessen werden kann. Es gilt folglich das Übergangsverhalten des Systems zeitlich so weit es geht zu verkürzen, sodass die mögliche Integrationszeit zur Spannungsmessung maximiert wird. Im Rahmen dieser Arbeit soll eine solche Optimierung des neuen Präzisionshochspannungsteilers ausgearbeitet werden. Dazu wird zunächst der Ionenspeicherring CRYRING@ESR zusammen mit dem integrierten Hochleistungselektronenkühler beschrieben. Anschließend wird das elektrische Design sowie das allgemeine Funktionsprinzip des Präzisionshochspannungsteilers erläutert. Im weiteren Verlauf erfolgt die Simulation des Spannungsteilersystems hinsichtlich des Frequenz- und Zeitverhaltens bei Potentialsprüngen sowie die Einbindung eines möglichen Konzepts zur Optimierung. Im Anschluss soll die schaltungstechnische Umsetzung des Konzepts anhand eines Testaufbaus basierend auf den 65kV-Präzisionshochspannungsteiler des KATRIN-Experiments getestet sowie eine Alternative zur Spannungsteileroptimierung vorgestellt werden.

[5]Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment
[6]parts per million

Kapitel 2

Der Ionenspeicherring CRYRING@ESR

CRYRING@ESR ist ein ehemals am MSL[1] der Universität Stockholm stationierter Speicherring für Schwerionen. Im Jahr 2009, nach fast 20 Jahren Einsatz in Schweden mit zahlreichen Errungenschaften in der atom- und molekularphysikalischen Forschung beschloss man im Rahmen des schwedischen Sachbeitrags zur internationalen Teilchenbeschleunigeranlage FAIR die Umverlegung des Speicherrings zum GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung in Darmstadt. Dieses Vorhaben konnte schließlich zwischen 2012 und 2013 umgesetzt werden. Es folgten von 2013 bis 2016 Aufbau und Modernisierung des Synchrotrons sowie eine erste Inbetriebnahme im September 2017. Der Speicherring ist unter anderem konzipiert für Präzisionsmessungen mit niederenergetischen ($300\,\mathrm{keV/u} \leq E/m \leq 15\,\mathrm{MeV/u}$) exotischen Ionenstrahlen für die Kollaborationen SPARC[2], FLAIR[3] und NuSTAR[4]. Dazu zählen unter anderem Laserspektroskopie sowie Messungen an Targetexperimenten. Zudem dient er als Strahlenführungssystem für weitere Experimente wie HITRAP[5] und USR[6], aber auch als Testobjekt für neue FAIR Technologien. Mithilfe von lokalen Ionenquellen sind Inbetriebnahme und Weiterentwicklung ohne die FAIR-Beschleunigeranlagen möglich.

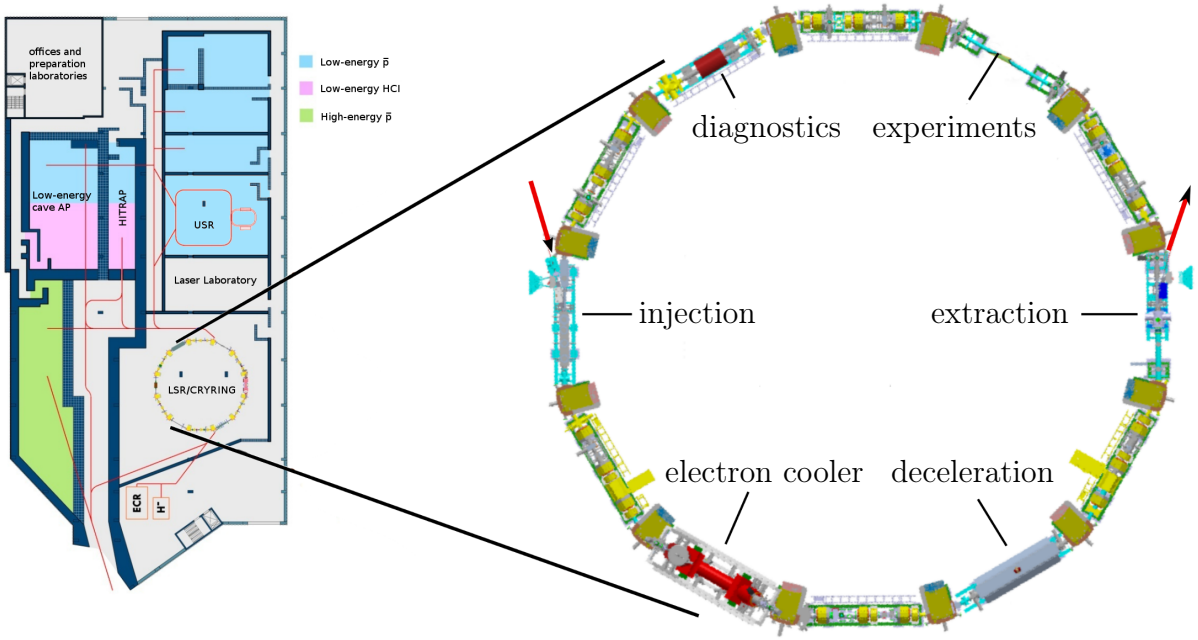


Abbildung 2.1.: **Vorläufiger Lageplan der FLAIR Halle (links) mit vergrößerter Darstellung des LSR/CRYRING@ESR-Aufbaus (rechts).** Die farbliche Kennzeichnung dient der Zuordnung unterschiedlicher Areale zu den jeweiligen Experimenten bezüglich dessen Energiebereich. Der LSR/CRYRING@ESR-Ausschnitt zeigt eine Modellierung der aktuellen Synchrotronkonfiguration [HNO+15].

[1]Manne Siegbahn Laboratory
[2]Support Program for Advancing Research and Collaboration
[3]Facility for Low-energy Antiproton and Ion Research
[4]Nuclear Structure, Astrophysics and Reactions
[5]Heavy Ion TRAP
[6]Ultra-low energy Storage Ring

In Abbildung 2.1 ist der aktuelle Aufbau des Synchrotrons sowie dessen Lage in der FLAIR Halle schematisch dargestellt. Die Ionenstrahlführung im Synchrotron erfolgt mittels zwölf 30°-Magnetdipole sowie weiterer Magnetquadrupole und -sextupole in sechs der zwölf Orbitalabschnitte zwischen den Magnetdipolen. Die übrigen Abschnitte beinhalten im wesentlichen Systeme zur Fehlerdiagnose, Geschwindigkeitsverringerung sowie Injektion und Extraktion der Ionen, eine Targetsektion für Experimente und einen Hochleistungselektronenkühler. Letzterer wird zur Verbesserung der Strahlenqualität durch Verringerung des Phasenraums des Ionenstrahls verwendet. Dabei werden monoenergetische Elektronen mit einer Geschwindigkeit, die der mittleren Geschwindigkeit des Ionenstrahls entspricht, in einer Elektronenkanone erzeugt und mit dem Ionenstrahl im Vakuum überlagert. Im Elektronengas sind die gespeicherten Ionen Coulomb-Streuung ausgesetzt, sodass sich durch die Energieübertragung an die Elektronen ein thermisches Gleichgewicht bildet. Die Elektronenenergien bedingen dementsprechend die kinetischen Energien der Ionen. Messunsicherheiten durch ungenaue Kenntnis der Ionengeschwindigkeit können folglich durch eine präzise Messung der Elektronenenergie minimiert werden. Dazu ist die Vermessung der Kühlerspannung als Versorgungsspannung der Elektronenkanone, welche bis zu 20 kV betragen kann, mit ppm-Genauigkeit notwendig. Die Messung soll über ein Digitalvoltmeter mit 8,5-stelliger Anzeige in Kombination mit einem eigens zu diesem Zweck konzipierten Präzisionshochspannungsteiler (näheres dazu in Kapitel 3) erfolgen, welcher die Hochspannung auf den Messbereich des Digitalvoltmeters herunterteilt.

Abbildung 2.2 zeigt schematisch einen Querschnitt des Hochleistungselektronenkühlersystems für CRYRING@ESR. Hauptbestandteile des Elektronenkühlers sind normalleitende Magnetspulen und Toroidmagnete, eine supraleitende Magnetspule mit Cryosystem für die Elektronenkanone, Steuer- und Regelspulen, ein Vakuumsystem mit NEG[7]- und Cryopumpen, ein Reservoir für flüssiges Helium sowie ein Elektronenkollektor und die Elektronenkanone selbst. In Experimenten zur Rekombination von Ionen und Elektronen mittels „merged-beam“-Technik [BLS14] fungiert der Hochleistungselektronenkühler außerdem als Elektronentarget. Im Zuge dieser Messungen sind kurzzeitige Verstimmungen der Elektronenkühlerspannung für je mindestens 10 ms um bis zu 1 kV zur Variation der Kollisionsenergien am Elektronentarget notwendig. Durch den Potentialsprung im Zuge der Verstimmung ereignet sich an dem über das Digitalvoltmeter zu messenden Spannungsausgang des Spannungsteilersystems eine Potentialsprungantwort mit charakteristischem Übergangsverhalten, was eine gewünschte Präzisionsmessung des Verstimmungspotentials über den gesamten Zeitraum der Verstimmung verhindert. Entsprechend gilt es beim Design des verwendeten Präzisionshochspannungsteilers das Übergangsverhalten von Potentialsprungantworten am Spannungsteilerausgang zeitlich zu minimieren.

Da der entsprechende Entwurf einer schaltungstechnischen Lösung der genannten Problematik Hauptbestandteil dieser Arbeit ist, folgt eine ausführliche Auseinandersetzung mit dieser Thematik in den nachstehenden Kapiteln.

[7]Non-Evaporate Getter

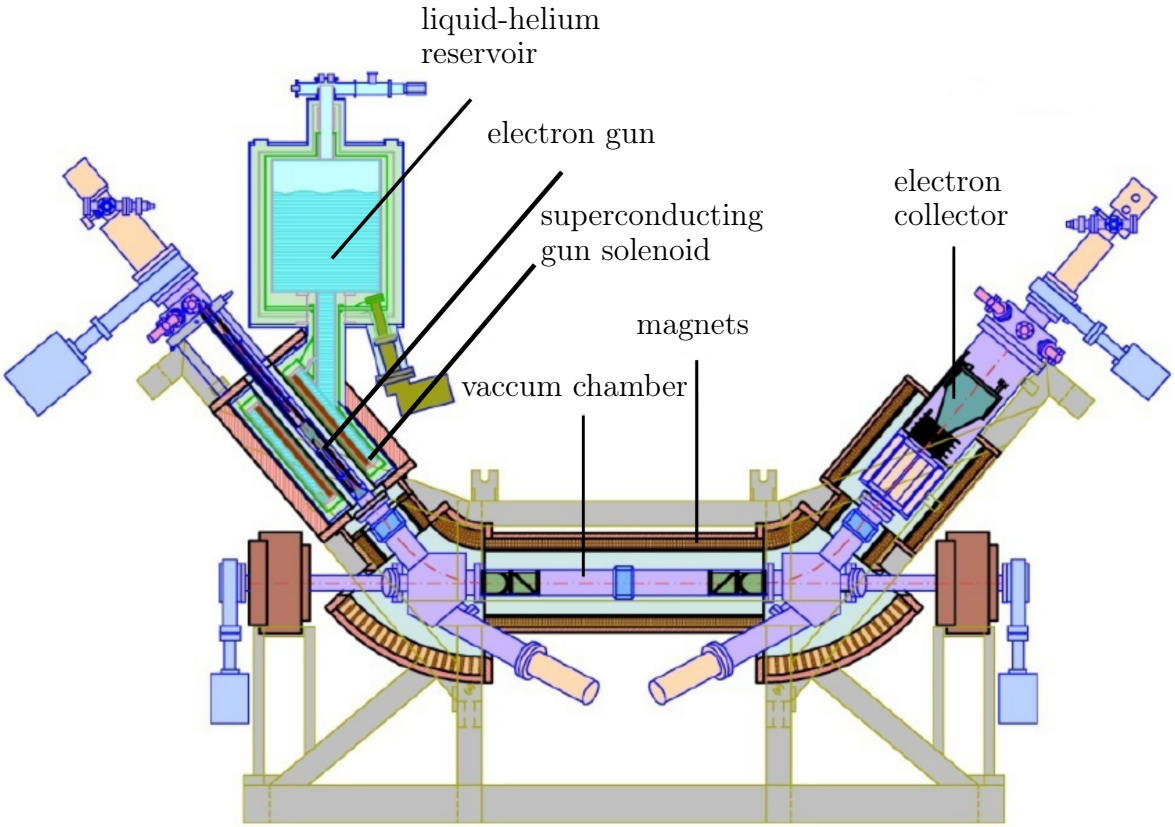


Abbildung 2.2.: **Schematische Querschnittsdarstellung des Hochleistungselektronenkühlersystems für CRYRING@ESR.** Die Installation des Kühlersystems in die aktuelle Synchrotronkonfiguration des CRYRING@ESR kann der Abbildung 2.1 entnommen werden [HNO+15].

Kapitel 3

Der neue Präzisionshochspannungsteiler

Wie in Kapitel 2 beschrieben, soll für Präzisionsmessungen am Hochleistungselektronenkühler des CRYRING@ESR eine Spannungsmessung mit einer relativen Messunsicherheit $< 10^{-5}$ erfolgen. Die Versorgungsspannung des Kühlersystems kann dabei bis zu 20 kV betragen. Um die Spannung mit der erforderlichen Präzision und Stabilität an einem kommerziellen 8,5-stelligen Digitalvoltmeter (vorgesehen ist der Einsatz eines Keysight 3458A Digitalvoltmeters) messen zu können, gilt es diese über ein Spannungsteilersystem auf den < 12 V-Bereich herunterzuteilen. Zu diesem Zweck wird am Institut für Kernphysik der Universität Münster basierend auf den 35kV- und 65kV-Präzisionshochspannungsteilern K35 und K65 des KATRIN-Experiments ein weiterer Hochspannungsteiler mit einer maximal zulässigen Last von 35 kV konstruiert [HNR+15]. Geplant ist die Fertigstellung bis zum Anfang des Jahres 2018. Ein wichtiger Aspekt beim Design des Präzisionshochspannungsteilers für den Elektronenkühler ist die frequenzunabhängige Übertragung von Spannungssignalen an der Hochspannungszuführung auf den Systemausgang[1], sodass die Messung von Potentialsprüngen, wie bei der Spannungsverstimmung der Elektronenkühlerspannung benötigt, nicht durch ein charakteristisches Übergangsverhalten der Potentialsprungantwort gestört wird und fehlerbehaftete Ergebnisse liefert. In diesem Kapitel sollen Grundlagen zu Hochspannungsteilern vermittelt werden, die das Verständnis dieser systemtheoretischen Problematik im Bezug auf den Entwurf des neuen Präzisionshochspannungsteilers für die Anforderungen am CRYRING@ESR vertiefen. Darauf aufbauend erfolgt eine Erläuterung zur schaltungstechnischen Umsetzung des geplanten Spannungsteilersystems zuzüglich des entsprechenden mechanischen Designs, welches den KATRIN-Spannungsteilern nachempfunden ist. Im Anschluss wird der Einsatz des geplanten Präzisionshochspannungsteileraufbaus für Verstimmungsspannungsmessungen am Elektronenkühlersystem diskutiert.

3.1. Funktionsprinzip einer Spannungsteilerschaltung

Als Spannungsteiler bezeichnet man eine elektronische Schaltung (siehe Abbildung 3.1) aus ohmschen Widerständen und/oder Kondensatoren, die eine Eingangsspannung U_{in} in einer bestimmten Relation über zwei Impedanzen[2] $\underline{Z}_{HV}$ und $\underline{Z}_{LV}$ (bzw. zwei Wirkwiderstände $R_{HV} = \mathrm{Re}(\underline{Z}_{HV})$ und $R_{LV} = \mathrm{Re}(\underline{Z}_{LV})$ bei Spannungen ohne Wechselstromanteil) abfallen lässt. Die über $\underline{Z}_{LV}$ abfallende Spannung U_{out} bildet zusammen mit U_{in} das Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{\underline{Z}_{LV}}{\underline{Z}_{HV} + \underline{Z}_{LV}} = \frac{1}{M}, \tag{3.1}$$

wobei M als Maßstabsfaktor bezeichnet wird. In der Regel sind Spannungsteiler so konzipiert, dass $\underline{Z}_{HV}$ hochohmig bzw. niederkapazitiv und $\underline{Z}_{LV}$ niederohmig bzw. hochkapazitiv gewählt wird, sodass der Großteil der Eingangsspannung U_{in} über $\underline{Z}_{HV}$ abfällt. Dabei wird der Abschnitt des Spannungsteilers mit $\underline{Z}_{HV}$ als Hochspannungsseite (engl.

[1] Im weiteren Verlauf dieser Arbeit erfolgt die Bezeichnung „Teilerabgriff“ bzw. „Spannungsteilerabgriff“.

[2] Wie bereits dem Text zu entnehmen ist, ist eine Kombination aus realem Wirk- und imaginären Blindwiderstand nicht zwingend erforderlich. Die hier zur Erklärung gewählte Bezeichnung der Impedanz impliziert auch Impedanzen ohne Real- oder Imaginärteil wie beim kapazitiven Blindwiderstand X_C bzw. ohmschen Wirkwiderstand R der Fall.

high voltage side, abgekürzt „HV“) und der Abschnitt mit $\underline{Z}_{LV}$ als Niederspannungsseite (engl. *low voltage side*, abgekürzt „LV“) bezeichnet. Dies wird in der Praxis genutzt, um hohe Eingangsspannungen um mehrere Größenordnungen herunterzuteilen, damit sich diese an Messinstrumenten (wie beim Elektronenkühler des CRYRING@ESR der Fall) oder anderweitigen elektronischen Schaltungen weiterverwenden lassen. Entsprechend erfolgt die schaltungstechnische Umsetzung der sogenannten Teilerimpedanz $\underline{Z}_{HV}$ meist über eine serielle Verschaltung von mehreren Widerständen bzw. Impedanzen, um diese hinsichtlich ihrer Spannungsfestigkeit zu entlasten.

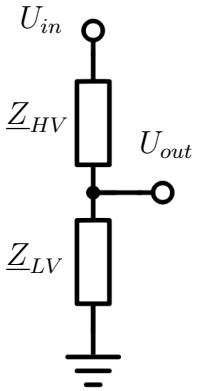


Abbildung 3.1.: **Schaltbild eines einfachen Spannungsteilers.** Dieser besteht aus einer seriellen Verschaltung einer Teilerimpedanz $\underline{Z}_{HV}$ auf Hochspannungsseite und einer Abgriffimpedanz $\underline{Z}_{LV}$ auf Niederspannungsseite. Am Abgriff über $\underline{Z}_{LV}$ erfolgt gemäß Gleichung 3.1 ein Spannungsabfall $U_{out} = U_{in}/M$.

Wie eingangs erwähnt, ist neben rein ohmschen oder rein kapazitiven Spannungsteilern die Realisierung ohmsch-kapazitiver bzw. gedämpft kapazitiver Teiler mit Zweipolen aus paralleler bzw. serieller Verschaltung von ohmschen Widerstand mit Wirkwiderstand R und Kondensator mit kapazitiven Blindwiderstand $X_C = (j\omega C)^{-1}$ als Teiler- und Abgriffimpedanz möglich. Während ein gedämpft kapazitiver Teiler mit Impedanzen als Zweipol aus einer seriellen Verschaltung von ohmschen Widerstand und Kondensator nur für Wechsel- und Stoßspannungen funktioniert, kann ein ohmsch-kapazitiver Teiler mit Impedanzen als Zweipol aus einer Parallelschaltung von ohmschen Widerstand und Kondensator bei Erfüllung der Kompensationsbedingung

$$\tau_{HV} = R_{HV}C_{HV} = R'_{HV}C'_{HV} = R_{LV}C_{LV} = \tau_{LV} \tag{3.2}$$

prinzipiell für alle Spannungsarten genutzt werden. In Abbildung 3.2 sind schematisch die Schaltbilder eines ohmschen (a), kapazitiven (b) und ohmsch-kapazitiven (c) Spannungsteilers dargestellt.

Stimmen die Zeitkonstanten $\tau_x = R_xC_x$ jedes $R||C$-Gliedes des ohmsch-kapazitiven Teilers gemäß der Kompensationsbedingung aus Gleichung 3.2 überein, gilt dieser als vollständig kompensiert. Das bedeutet, es ergibt sich im Idealfall ein Übersetzungsverhältnis, welches das Verhältnis der Laplacetransformierten von Ausgangssignal $u_{out}(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, U_{out}(s)$ und Eingangssignal $u_{in}(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, U_{in}(s)$ beschreibt, ohne Frequenzabhängigkeit:

$$\ddot{u}(s) = \frac{1}{M(s)} = \text{const.} = \frac{U_{out}(s)}{U_{in}(s)} = \frac{R_{LV}}{R_{HV} + R_{LV}} = \frac{C_{HV}}{C_{HV} + C_{LV}}. \tag{3.3}$$

Der Spannungsteiler weist in diesem Fall für alle Frequenzen einen konstanten Betragsfrequenzgang auf und wird daher auch als Allpass bzw. Allpassfilter bezeichnet. Für

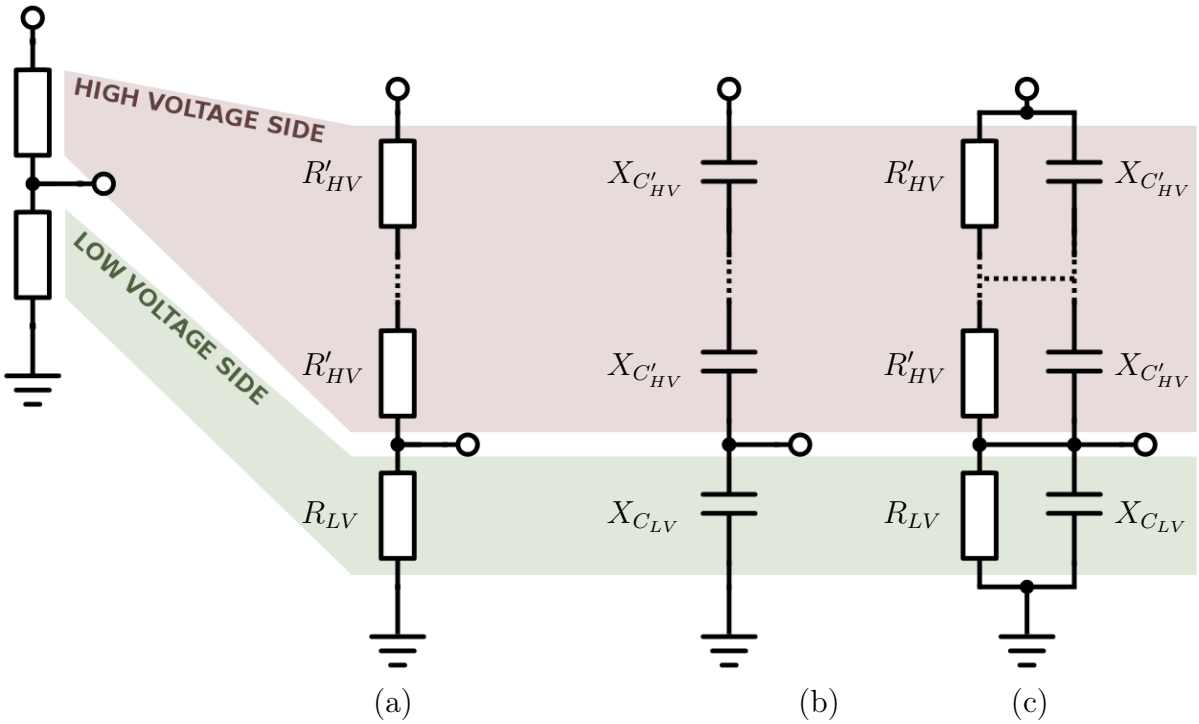


Abbildung 3.2.: **Schaltbilder folgender Spannungsteilerbauarten: ohmscher Teiler (a), kapazitiver Teiler (b), ohmsch-kapazitiver Teiler (c).** Der Wirkwiderstand $R_{HV} = nR'_{HV}$ des ohmschen Teilers, der kapazitive Blindwiderstand $X_{C_{HV}} = nX_{C'_{HV}}$ des kapazitiven Teilers sowie die Impedanz $\underline{Z}_{HV} = n\underline{Z}'_{HV} = nR'_{HV}X_{C'_{HV}}/(R'_{HV} + X_{C'_{HV}})$ des ohmsch-kapazitiven Teilers auf Hochspannungsseite setzen sich in dieser schematischen Darstellung entsprechend ihrer gängigen Bauweise aus einer seriellen Verschaltung von n Teilwiderständen/-impedanzen zusammen. R_{LV}, $X_{C_{LV}}$ bzw. $\underline{Z}_{LV} = R_{LV}X_{C_{LV}}/(R_{LV} + X_{C_{LV}})$ wirken als Abgriffwiderstand/-impedanz auf der Niederspannungsseite.

Sprungfunktionen

$$u_{in}(U_{init}, U_{on}, t) = \begin{cases} U_{init} & \text{für } t < t_{on} \\ U_{on} & \text{für } t \geq t_{on} \end{cases} \circ\!\!-\!\!\bullet\, U_{in}(U_{init}, U_{on}, s) \tag{3.4}$$

mit Potentialsprung von einer Basisspannung U_{init} auf eine höhere bzw. niedrigere Offsetspannung U_{on} zum Zeitpunkt $t = t_{on}$ an der Spannungszuführung resultiert dies in einer sprungförmigen Systemantwort $u_{out}(U_{init}, U_{on}, t) \circ\!\!-\!\!\bullet\, U_{out}(U_{init}, U_{on}, s)$ ohne charakteristisches Übergangsverhalten am Spannungsteilerabgriff. Bei Nichterfüllung der Kompensationsbedingung zeichnet sich das Spannungsteilersystem durch ein frequenzabhängiges Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}(s)$ aus. Auf Sprungfunktionen antwortet das System dann je nach ohmsch-kapazitiver Ordnungsrelation gemäß

$$\frac{R_{LV}}{R_{HV} + R_{LV}} < \frac{C_{HV}}{C_{HV} + C_{LV}} \oplus \frac{R_{LV}}{R_{HV} + R_{LV}} > \frac{C_{HV}}{C_{HV} + C_{LV}} \tag{3.5}$$

mit einer unterkompensierten ($R_{LV}/(R_{HV}+R_{LV}) < C_{HV}/(C_{HV}+C_{LV})$) oder überkompensierten ($R_{LV}/(R_{HV}+R_{LV}) > C_{HV}/(C_{HV}+C_{LV})$) Sprungantwort mit exponentiellem Übergangsverhalten. Eine vereinfachte Darstellung der Sprungantworten einer Sprungfunktion $u_{in}(U_{init} = 0, U_{on}, t)$ für den Fall der Unterkompensation, Überkompensation sowie vollständiger Kompensation kann der Abbildung 3.3 entnommen werden.

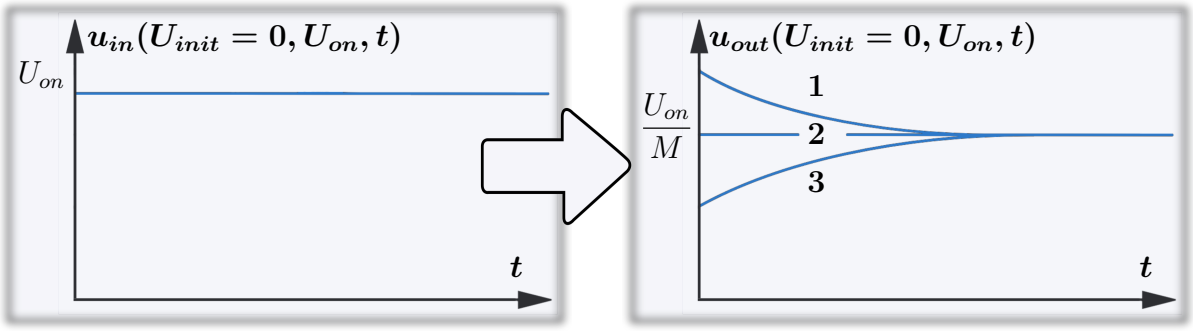


Abbildung 3.3.: **Sprungantworten eines ohmsch-kapazitiven Spannungsteilers.** Bei einer eingespeisten Sprungfunktion u_{in} (links) gemäß Gleichung 3.4 an der Spannungszuführung eines ohmsch-kapazitiven Spannungsteilersystems sind für den Fall der Unterkompensation (1), der vollständigen Kompensation (2) sowie der Überkompensation (3) die jeweiligen idealisierten Sprungantworten u_{out} (rechts) zu erwarten.

3.2. Elektrisches Design des neuen Spannungsteilers

In Abbildung 3.4 ist das CAD-Modell des KATRIN-Spannungsteilers K65 abgebildet. In Analogie zum K65 (und K35) soll der neue Präzisionshochspannungsteiler aus einer Primärteilerkette aus Teiler- bzw. Abgriffwiderständen mit mehreren Abgriffen mit den Maßstabsfaktoren M_n sowie einer dazu parallel geschalteten sekundären Widerstandskette, dem Steuer- bzw. Kontrollteiler, bestehen. Der Gesamtteilerwiderstand auf Hochspannungsseite soll durch 65 hermetisch versiegelte Präzisionswiderstände vom Typ Vishay VHA518-11 [Vis17] mit einem ohmschen Widerstand von je 1,84 MΩ realisiert werden. Der Bau der Abgriffebene soll mittels serieller Verschaltung von parallel geschalteten baugleichen VHA518-11-Präzisionswiderständen mit den Widerstandswerten 140 kΩ, 880 kΩ und 1,84 MΩ erfolgen. Diese „Bulk Metal Foil"-Metallfolienwiderstände zeichnen sich durch einen sehr niedrigen TRC[3] sowie einer hohen Langzeitstabilität aus und wurden bereits hinsichtlich dieser Eigenschaften charakterisiert [Den17]. Die vom Hersteller angegebenen Spezifikationen der Präzisionswiderstände sind in Tabelle 3.1 vermerkt. Das gesamte System wird in einem mit trockenem Stickstoff gefüllten Edelstahlkessel auf (15,0 ± 0,1) °C temperaturstabilisiert und zusätzlich mit Isolierschaum thermisch isoliert. Auf kantige Bauteile soll zwecks Vermeidung von Kriechströmen und Koronaentladungen grundsätzlich verzichtet werden. Für Kalibrationsmessungen oder einen möglichen Einsatz an anderen Experimenten ist außerdem eine kompakte Bauweise in einem fahrbaren

[3] Temperature Coefficient of Resistance

Gestell wünschenswert. Dies wurde bereits bei den KATRIN-Spannungsteilern berücksichtigt.

	VISHAY VHA518-11
Widerstand in MΩ	1,84
Widerstandstoleranz in %	± 0,1
Maximalspannung in V	600
Maximale Leistung in W	2,5
Temperaturabhängigkeit (−50 bis 125°C) in ppm/K	2
Induktivität in µH	0,08
Mittlere Kapazität in pF	0,5
Gemessene mittlere Kapazität in pF	1,5
Stabilität bei Lagerung in ppm/Jahr	± 5

Tabelle 3.1.: Spezifikationen der VHA518-11-Präzisionswiderstände für den Teilerwiderstand der Primärteilerkette auf Hochspannungsseite. Die verbauten Widerstände in der Abgriffebene weisen dieselben Spezifikationen auf, besitzen jedoch teilweise andere Widerstandswerte von 140 kΩ und 880 kΩ. Die Eigenkapazität der Widerstände konnte mithilfe von Vierdrahtmessungen einer LCR-Messbrücke vom Typ LRC400 der Marke Aim-TTi an mehreren Präzisionswiderständen entgegen der Herstellerangaben zu $(1{,}5 \pm 0{,}5)$ pF bestimmt werden.

Die Primärteilerkette wird hinsichtlich des geplanten Aufbaus aus insgesamt 81 Präzisionswiderständen – darunter 65 für die Hochspannungsseite und 16 für die Abgriffebene – bestehen und einen Gesamtwiderstand von rund 120,8 MΩ aufweisen. Das Spannungsteilersystem teilt sich in fünf Ebenen, worin sich jeweils 17 bzw. 16 der Widerstände der Hochspannungsseite der Primärteilerkette (Ebene 1 bis 4) und der Abgriffsseite (Ebene 5) als spiralförmig angeordnete Teilketten befinden sollen. Die einzelnen Präzisionswiderstände werden an Edelstahlverbindungen, welche an POM[4]-Halterungen (im Gegensatz zu den PTFE[5]-Halterungen am K65) montiert sind, lötfrei in Kontakt zueinander gebracht. Dazu werden die Drahtleitungen zweier Widerstände in eine Silberhülse gesteckt und über eine Schraube in Kontakt geklemmt. Zwischen den einzelnen Ebenen sowie über der ersten Ebene werden mithilfe von POM-Halterungen insgesamt fünf Kupferelektroden verbaut, welche zur Abschirmung der Präzisionswiderstände vor dem Erdpotential des Edelstahlkessels zur EMV[6]-Abschirmung sowie zur Bildung eines homogenen elektrischen Feldes innerhalb dieses Gehäuses dienen. Zur Verbindung der fünf Teilketten der Primärteilerkette durch die Kupferelektroden ohne dessen Kontakt kommen Durchführungen aus POM-Isolatoren zum Einsatz. Um Kriechströme zwischen den Durchführungen und den Kupferelektroden zu vermeiden, sollen die Elektrodenpotentiale reguliert werden, sodass diese den Potentialen der Primärteilerkette an den jeweiligen Durchführungen entsprechen. Die Regulierung des Elektrodenpotentials erfolgt über eine

[4]Polyoxymethylen
[5]Polytetrafluorethylen
[6]Elektromagnetische Verträglichkeit

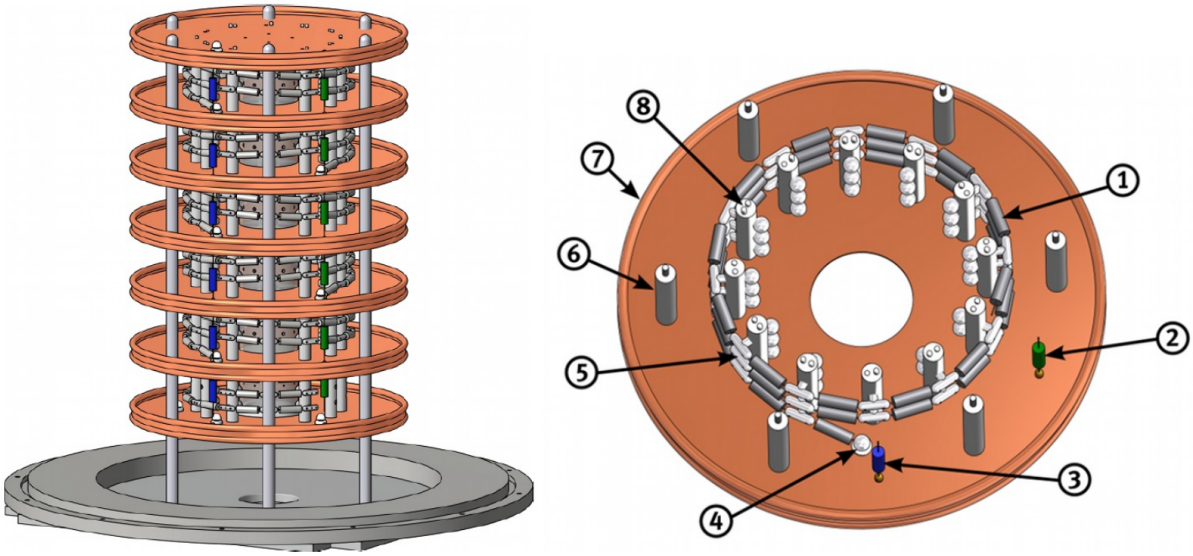


Abbildung 3.4.: **CAD-Modell des K65-Spannungsteilers.** Deutlich zu erkennen ist die Aufteilung in sechs Ebenen mit spiralförmiger Montage der Primärteilerkette an PTFE-Halterungen sowie deren Trennung durch sieben Kupferelektroden, welche an POM-Halterungen befestigt sind. In der vergrößerten Darstellung rechts sind die einzelnen Komponenten in einer Hochspannungsebene sichtbar: 1) 33 Präzisionswiderstände, 2) Hochspannungskondensator des Kontrollteilers, 3) Hochspannungswiderstand des Kontrollteilers, 4) POM-Durchführung der primären Widerstandskette, 5) Edelstahlverbindung zur Verbindung einzelner Präzisionswiderstände, 6) POM-Halterung der Kupferelektrode, 7) Kupferelektrode, 8) PTFE-Halterungen für die Edelstahlverbindungen [Bau13b].

parallel zur Primärteilerkette geschaltete ohmsch-kapazitive sekundäre Widerstandskette (Steuer- bzw. Kontrollteiler). Diese soll zum einen aus acht hochohmigen 50 MΩ Caddock MX450 Hochspannungswiderständen [Cad17a] bestehen, wobei jeweils zwei Widerstände parallel zwischen den Ebenen 1 bis 4 mit den Kupferelektroden kurzgeschlossen werden. Da der ohmsche Widerstand der parallel verbauten Hochspannungswiderstände in etwa dem ohmschen Widerstand der Teilketten der Primärteilerkette in den einzelnen Ebenen entspricht, liegen die Kupferelektroden annähernd auf den gleichen Potentialen wie die Primärteilerkette an den jeweiligen Durchführungen. Zum anderen soll die unterste Kupferelektrode, welche über Ebene 5 (Abgriffebene) liegt, über zwei in Serie geschaltete Parallelschaltungen von zwei 10 kΩ und zwei 50 kΩ Hochspannungswiderständen vom Typ Caddock MS260 [Cad17b] mit dem Erdpotential verbunden werden. Dadurch ist eine Kontrollmessung der Hochspannung mit einer Genauigkeit im 100 ppm-Bereich unabhängig von der Primärteilerkette möglich. Über die Reihenschaltung, welche einen ohmschen Widerstand von 30 kΩ aufweist, erfolgt demnach ein Spannungsabfall mit einem Maßstabsfaktor $M_{sec} = 3334{,}33$ bezüglich der Eingangsspannung. Für die kapazitive Teilersäule der sekundären Widerstandskette sollen insgesamt 13 Vishay MKT 1816-225/117-2 Hochspannungskondensatoren mit einer Spannungsfestigkeit von 10 kV und einer Kapazi-

tät von etwa 2,3[7] nF zum Einsatz kommen. Jeweils drei Kondensatoren werden zwischen den Kupferelektroden in Ebene 1 bis 4 parallel zu den 25 MΩ Hochspannungswiderständen geschaltet und bilden somit eine ungefähre Parallelkapazität von 7 nF. Der übrige Kondensator soll sich parallel zum 30 kΩ Abgriffwiderstand des Kontrollteilers zwischen unterster Kupferelektrode und Erdpotential befinden. Die ohmsch-kapazitive Bauweise des Kontrollteilers soll Spannungsschwankungen und Spanungsspitzen zum Schutz der Primärteilerkette vorbeugen.

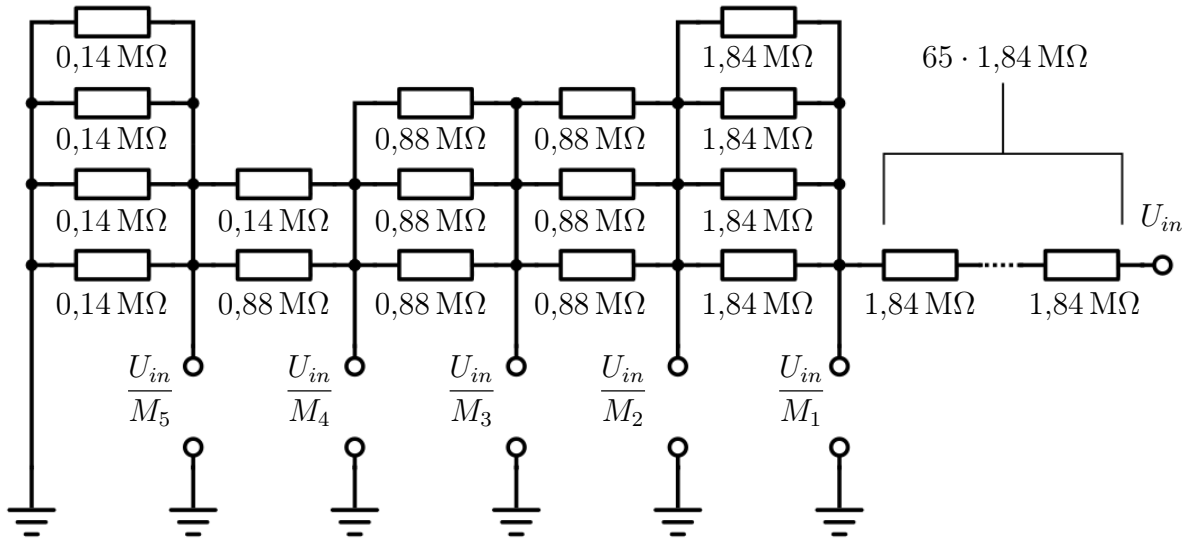


Abbildung 3.5.: **Geplante Widerstandskonfiguration der Primärteilerkette des neuen Präzisionshochspannungsteilers.** Verdeutlicht wird insbesondere die schaltungstechnische Umsetzung der seriell geschalteten Abgriffwiderstände als Parallelschaltungen mehrerer Präzisionswiderstände zum Schutz des angeschlossenen Digitalvoltmeters. Die Abgriffebene enthält unterschiedliche Messabgriffe mit den Maßstabsfaktoren M_n.

In Abbildung 3.5 ist die geplante Widerstandskonfiguration der Primärteilerkette in der Abgriffebene dargestellt. Der Gesamtabgriffwiderstand beträgt rund 1,2 MΩ und soll durch die serielle Verschaltung insgesamt fünf Messabgriffe mit unterschiedlichen Maßstabsfaktoren M_n gemäß Tabelle 3.2 realisieren. Dies gewährleistet einen absoluten Messbereich von 0,1 kV bis 35 kV. Je nach Abgriff wirken die Präzisionswiderstände des Gesamtabgriffwiderstands, die nicht zur Niederspannungsseite des jeweiligen Abgriffs zugehörig sind, als zusätzliches Serienglied des Teilerwiderstandes auf der Hochspannungsseite. Nicht in diesem Ersatzschaltbild enthalten sind die Eigenkapazitäten der Präzisionswiderstände (siehe Tabelle 3.1). Diese wirken als kapazitive Blindwiderstände parallel zum jeweiligen ohmschen Wirkwiderstand. Die Realisierung der Abgriffwiderstände durch Parallelschaltungen dient dem Schutz des hochohmigen Digitalvoltmeters vor Hochspannung bei Defekt eines Widerstandes.

[7] Die vom Hersteller angegebenen 2,5 nF konnten bei keinem der gelieferten Kondensatoren gemessen werden, weshalb die Kapazitäten hinsichtlich der Messergebnisse auf circa 2,3 nF abgeschätzt werden.

	Maßstabsfaktor	Zulässige Eingangsspannung U_{in} in V
M_1	100,46	≤ 1206
M_2	162,71	≤ 1953
M_3	268,98	≤ 3228
M_4	775,45	≤ 9305
M_5	3451,5	≤ 35000

Tabelle 3.2.: Maßstabsfaktoren M_n der geplanten fünf Messabgriffe der Primärteilerkette sowie deren maximale zulässige Eingangsspannung U_{in} für Präzisionsmessungen mit der erforderlichen relativen Genauigkeit $< 10^{-5}$ am 8,5-stelligen Digitalvoltmeter.

3.3. Systemtheoretische Anforderungen für den Einsatz am Elektronenkühler

Im Zuge der Verwendung des Präzisionshochspannungsteilers zur Vermessung der Elektronenkühlerspannung werden unterschiedliche Anforderungen an das Spannungsteilersystem gestellt. Diese beinhalten zum einen Messungen statischer Beschleunigungsspannungen der Elektronenkanone von bis zu 20 kV an der Hochspannungszuführung mit 8,5-stelliger Präzision. Zum anderen sind für Experimente zur Rekombination von Ionen und Elektronen Präzisionsmessungen bei Spannungsverstimmungen um bis zu 1 kV erforderlich. Diese Verstimmungen dienen dem Zweck der Variation von Kollisionsenergien E_{lab} am Elektronentarget. In Abbildung 3.6 ist schematisch ein beispielhafter zeitlicher Verlauf der Spannungsverstimmung für eine Kollisionsenergienvariation am Target dargestellt. In der Praxis folgt jedem Potentialsprung ein konstant anliegendes Verstimmungs-

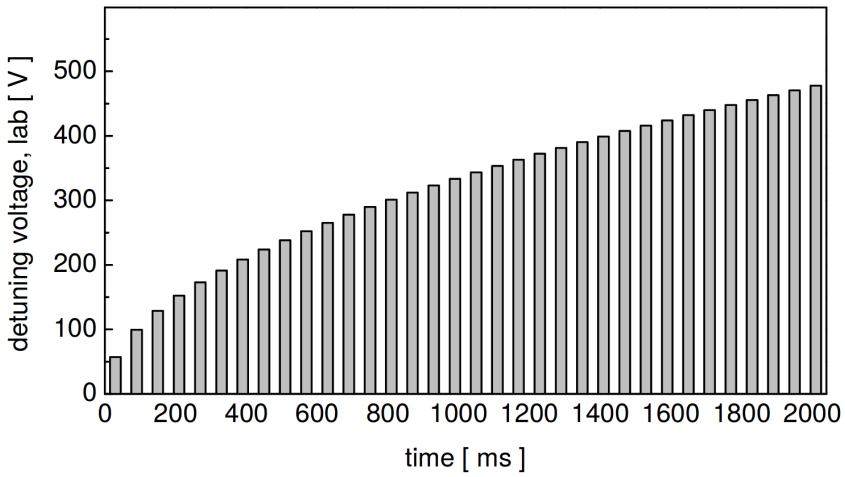


Abbildung 3.6.: **Beispielhafte Spannungsverstimmungen zur Abtastung unterschiedlicher Kollisionsenergien E_{lab}.** Jedem Potentialsprung auf die anliegenden Verstimmungsspannungen U_{det} folgt ein Potentialsprung auf die Basisspannung U_{cool}, welche dem Kathodenpotential der Elektronenkanone entspricht [BLS14].

potential U_{det} von mindestens 10 ms Dauer, worauf wiederum ein Potentialsprung auf das Kathodenpotential U_{cool} der Elektronenkanone als Basisspannung folgt. Eine Messsequenz umfasst dabei mehrere aufeinanderfolgende Potentialsprünge mit variierenden Verstimmungspotentialen, welche es über die Messeinrichtung von Präzisionshochspannungsteiler und Keysight 3458A Digitalvoltmeter zu messen gilt.

Präzision	Minimale Integrationszeit	Messungen pro Sekunde
4,5-stellig	1,68 µs	83300
5,5-stellig	12 µs	41650
6,5-stellig	200,4 µs	4415
7,5-stellig	19,92 ms	50
8,5-stellig	199,2 ms	5

Tabelle 3.3.: Minimale Integrationszeiten sowie Anzahl der Messungen pro Sekunde des Keysight 3458A Digitalvoltmeters für die unterschiedlichen Präzisionen zur Spannungsvermessung [Key01].

Das Keysight 3458A Digitalvoltmeter ist bezüglich der minimalen Integrationszeit zur Messung von Spannungen mit bestimmter Präzision begrenzt. Wie der Tabelle 3.3 zu entnehmen ist, sind Messungen von Verstimmungspotentialen mit Laufzeiten im Bereich von 10 ms theoretisch mit einer maximalen Präzision von 6,5-Stellen realisierbar. Die mögliche Integrationszeit reduziert sich allerdings zusätzlich durch potentielle Einschwingvorgänge der übersetzten Verstimmungspotentiale am Spannungsteilerausgang bedingt durch kapazitive Einflüsse am Spannungsteilersystem. Diese Einschwingvorgänge zeichnen sich dabei in der Regel durch ein exponentielles Übergangsverhalten auf die erwartete statische Abgriffteilerspannung U_{in}/M_n bei Gleichspannung aus, was die Präzisionsmessung des Verstimmungspotentials stört. Inwieweit das geplante Spannungsteilersystem hinsichtlich des Systemverhaltens die mögliche Integrationszeit weiter reduziert, wurde anhand einer Simulation untersucht. Dazu wurde die Systemantwort des Teilers auf ein Potentialsprung vom Kathodenpotential der Elektronenkanone als Basisspannung auf eine 10 ms anliegende Offsetspannung von 1 kV gefolgt von einem Potentialsprung zurück auf die ebenfalls 10 ms anliegende Basisspannung simuliert. Das simulierte Verstimmungspotential sowie die Potentialsprungantworten für die jeweiligen Messabgriffe relativ zur erwarteten statischen Abgriffteilerspannung U_{in}/M_n bei Gleichspannung am Spannungsteilerabgriff können der Abbildung 3.7 entnommen werden. Die Simulation erfolgte mithilfe der Schaltungssimulationssoftware LTspiceXVII ohne Berücksichtigung von kapazitiven Einflüssen durch das Digitalvoltmeter sowie den Eigenkapazitäten der Präzisionswiderstände. Die sekundäre Widerstandskette, das Messabgriffkabel sowie vermutete Streukapazitäten bedingt durch die Geometrie des Spannungsteileraufbaus in Analogie zum K65 [Bau10] wurden in der Simulation mit berücksichtigt. Für die Spannungsteilerabgriffe mit den Maßstabsfaktoren M_2, M_3, M_4 und M_5 konnten für Verstimmungspotentiale mit einer Laufzeit von 10 ms mögliche Integrationszeiten von rund 4 bis 7 ms ermittelt werden, was Messungen im 6,5-stelligen Präzisionsbereich des Digitalvoltmeters ermöglichen sollte. Am M_1-Teilerabgriff (100,46 : 1) ist gemäß der Simulation keine Integration der Abgriffteilerspannung bei Spannungsverstimmung des Elektronenkühlersystems mit der gewünschten ppm-Genauigkeit möglich. Besonders auffällig ist die

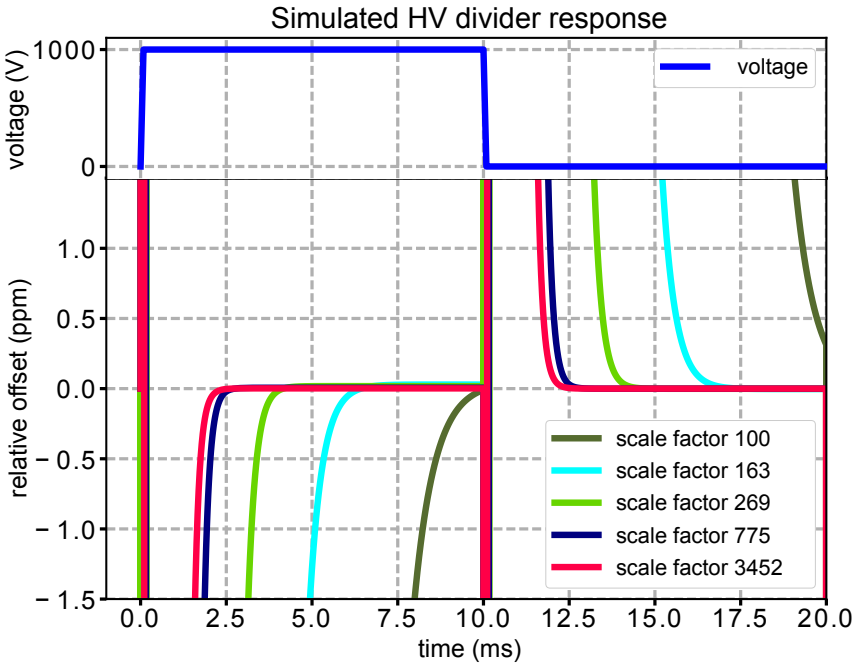


Abbildung 3.7.: **Simulierte Systemantwort einer Sprungfunktion am neuen Präzisionshochspannungsteiler für die unterschiedlichen Teilerabgriffe.** Oben: Simulierte Spannungsverstimmung an der Hochspannungszuführung als Rechteckfunktion vom Kathodenpotential U_{cool} als Basisspannung auf eine Verstimmungsspannung $U_{det} = (U_{cool}+1)\,\mathrm{kV}$ mit einer Potentialänderungsrate von $12\,\mathrm{V/\mu s}$ und einer Dauer von 10 ms. Unten: Relative ppm-Abweichung der Systemantwort bei 6,5-stelliger Präzision bezüglich dessen erwarteter statischer Abgriffteilerspannung U_{in}/M_n bei Gleichspannung für alle fünf geplanten Messabgriffe mit den Maßstabsfaktoren M_n [DHN+16].

Tatsache, dass das Übergangsverhalten der Systemantwort für jeden Teilerabgriff variiert und sich durch ein exponentielles Übergangsverhalten auszeichnet. Dies deutet auf eine unkompensierte Primärteilerkette (zuzüglich des Messabgriffkabels als Parallelkapazität zur Niederspannungsseite) hin, deren spezifisches ohmsch-kapazitives Teilerverhältnis die Kompensationsbedingung nach Gleichung 3.2 nicht erfüllt. Das System wird demnach durch ein frequenzabhängiges Übersetzungverhältnis $\ddot{u}(s)$ charakterisiert. Die Untersuchung dieser Annahme folgt im nachstehenden Kapitel. Die in [DHN+16] durchgeführte Simulation erfolgte ohne Berücksichtigung von kapazitiven Einflüssen durch das Digitalvoltmeter sowie der verbauten Präzisionswiderstände in der Abgriffebene. Inwieweit diese das Übertragungsverhalten beeinflussen, soll ebenfalls im weiteren Verlauf dieser Arbeit untersucht werden.

Kapitel 4

Schaltungstechnische Optimierung der Primärteilerkette

Die im Rahmen dieser Arbeit auszuarbeitenden Optimierungen für das Spannungsteilersystem hinsichtlich der geschilderten Anforderungen aus Kapitel 3.3 beruhen im wesentlichen auf die Frequenzkompensation der ohmsch-kapazitiv[1] wirkenden Primärteilerkette (mit messtechnischen Aufbau) zur Bildung eines frequenzunabhängigen Übersetzungsverhältnisses. Infolgedessen wird gemäß den erläuterten Grundlagen aus Kapitel 3.1 für Potentialsprungantworten im Zuge der Spannungsverstimmungen ein zeitlich minimales Übergangsverhalten angestrebt, welches ausschließlich in Abhängigkeit zu den elektrodynamischen Einflüssen des Kontrollteilers sowie den Streukapazitäten steht. Ziel ist es, so die mögliche Integrationszeit des Keysight 3458A Digitalvoltmeters für die Präzisionsmessung der Verstimmungspotentiale zu maximieren. In diesem Kapitel wird auf die Berücksichtigung des Kontrollteilers sowie der unvermeidbaren Streukapazitäten wie zum Beispiel durch den Edelstahlkessel auf Erdpotential oder die Kupferelektroden verzichtet, da diese nicht trivial festzustellen sind und lediglich das Prinzip der Frequenzkompensation für die primäre Widerstandskette analysiert werden soll. Zunächst gilt es ein exaktes Ersatzschaltmodell der primären Widerstandskette zu entwerfen, welches alle kapazitiven und ohmschen Komponenten umfasst. Dies schließt auch den Messaufbau zur Spannungsmessung am Spannungsteilerabgriff mit ein, da das angeschlossene Digitalvoltmeter zusammen mit dem Messabgriffkabel als ohmsch-kapazitives Bauelement parallel zur Abgriffebene der Primärteilerkette wirkt. Anschließend soll dieses Modell bezüglich des ohmsch-kapazitiven Teilerverhältnisses untersucht werden, sodass ein Konzept zur Kompensation auf Basis der in Gleichung 3.2 geschilderten Bedingung angewendet und analysiert werden kann. Schließlich soll eine schaltungstechnische Umsetzung zur Kompensation der Frequenzabhängigkeit in LTspiceXVII simuliert werden.

4.1. Die Primärteilerkette als ohmsch-kapazitiver Teiler

Die geplante Verschaltung der Präzisionswiderstände zur Realisierung der primären Widerstandskette wurde bereits in Abbildung 3.5 gezeigt. Bei der für die Simulation zu berücksichtigenden Eigenkapazitäten der Widerstände, welche im Mittel zu $C_{res} = 1{,}5\,\mathrm{pF}$ bestimmt werden konnten (siehe Tabelle 3.1), gilt es diese als kapazitive Blindwiderstände äquivalent zum ohmsch-kapazitiven Spannungsteiler in Abbildung 3.2 (c) parallel zum jeweiligen ohmschen Wirkwiderstand zu schalten. Für die Serienschaltung der 65 Teilerwiderstände auf Hochspannungsseite lässt sich eine Vereinfachung zu einer $R||C$-Zweipolschaltung eines komplexen Widerstandes

$$\underline{Z}_{HV} = \frac{R_{HV} X_{C_{HV}}}{R_{HV} + X_{C_{HV}}} \tag{4.1}$$

aus ohmschen Wirkwiderstand

$$R_{HV} = 65 \cdot 1{,}84\,\mathrm{M\Omega} = 119{,}6\,\mathrm{M\Omega} \tag{4.2}$$

[1] Die kapazitiven Einflüsse sind mindestens durch die Eigenkapazitäten der Präzisionswiderstände sowie vor allem durch das Messabgriffkabel begründet, was auch in der Simulation in [DHN+16] aus Abbildung 3.7 berücksichtigt wurde.

und parallel geschalteten kapazitiven Blindwiderstand $X_{C_{HV}} = (j\omega C_{HV})^{-1}$ mit der Kapazität

$$\begin{aligned} R_{HV}C_{HV} &= 65 \cdot 1{,}84\,\mathrm{M\Omega} \cdot \frac{C_{res}}{65} \\ \Leftrightarrow C_{HV} &= \frac{65 \cdot 1{,}84\,\mathrm{M\Omega} \cdot C_{res}}{65 \cdot R_{HV}} = \frac{1{,}84\,\mathrm{M\Omega} \cdot 1{,}5\,\mathrm{pF}}{119{,}6\,\mathrm{M\Omega}} \approx 0{,}02\,\mathrm{pF} \end{aligned} \tag{4.3}$$

vornehmen. Die parallel geschalteten Widerstandsgruppen in der Abgriffebene lassen sich ebenfalls zu analogen $R||C$-Zweipolschaltungen $\underline{Z}_{LV,1-5}$ mit ohmschen und kapazitiven Anteil vereinfachen[2]:

$$R_{LV,1} = \frac{1{,}84\,\mathrm{M\Omega}}{4} = 0{,}46\,\mathrm{M\Omega} \qquad C_{LV,1} = 4 \cdot C_{res} = 6\,\mathrm{pF} \tag{4.4}$$

$$R_{LV,2} = R_{LV,3} = \frac{0{,}88\,\mathrm{M\Omega}}{3} \approx 0{,}293\,\mathrm{M\Omega} \qquad C_{LV,2} = C_{LV,3} = 3 \cdot C_{res} = 4{,}5\,\mathrm{pF} \tag{4.5}$$

$$R_{LV,4} = \frac{0{,}14\,\mathrm{M\Omega} \cdot 0{,}88\,\mathrm{M\Omega}}{0{,}14\,\mathrm{M\Omega} + 0{,}88\,\mathrm{M\Omega}} \approx 0{,}121\,\mathrm{M\Omega} \qquad C_{LV,4} = 2 \cdot C_{res} = 3\,\mathrm{pF} \tag{4.6}$$

$$R_{LV,5} = \frac{0{,}14\,\mathrm{M\Omega}}{4} = 0{,}035\,\mathrm{M\Omega} \qquad C_{LV,5} = 4 \cdot C_{res} = 6\,\mathrm{pF} \tag{4.7}$$

Die gesamte Primärteilerkette lässt sich folglich durch eine Reihenschaltung der errechneten ohmsch-kapazitiven $R||C$-Zweipolschaltungen $\underline{Z}_{HV}$, $\underline{Z}_{LV,1}$, $\underline{Z}_{LV,2}$, $\underline{Z}_{LV,3}$, $\underline{Z}_{LV,4}$ und $\underline{Z}_{LV,5}$ charakterisieren. Eine Darstellung dieses Ersatzschaltbildes folgt in dem nachstehenden Kapitel 4.2 in Abbildung 4.2.

Zweipol $\underline{Z}_x$	Zeitkonstante $\tau_x = R_x C_x$
$\underline{Z}_{HV}$	2,76 µs
$\underline{Z}_{LV,1}$	2,76 µs
$\underline{Z}_{LV,2}$	1,32 µs
$\underline{Z}_{LV,3}$	1,32 µs
$\underline{Z}_{LV,4}$	0,36 µs
$\underline{Z}_{LV,5}$	0,21 µs

Tabelle 4.1.: Zeitkonstanten der definierten $R||C$-Zweipolschaltungen $\underline{Z}_x$ als Parallelschaltung von ohmschen Wirkwiderstand R_x und kapazitiven Blindwiderstand X_{C_x}.

In Tabelle 4.1 sind die Zeitkonstanten τ_x der jeweiligen Zweipole $\underline{Z}_x$ gelistet. Wie den Werten für τ_x entnommen werden kann, weisen lediglich die Hochspannungsebene $\underline{Z}_{HV}$ und die oberste Parallelschaltung $\underline{Z}_{LV,1}$ der Präzisionswiderstände in der Abgriffebene sowie die zweite und dritte Parallelschaltung $\underline{Z}_{LV,2}$ und $\underline{Z}_{LV,3}$ der Abgriffebene identische

[2]Es sei darauf hingewiesen, dass die Berechnung der Absolutwerte nur der Veranschaulichung der Größenordnung und Verhältnismäßigkeit dient. Für weitere Berechnungen im Bezug auf die Kompensation für die Schaltungssimulation werden die exakten (und nicht gerundeten) Werte von $R_{LV,2}$, $R_{LV,3}$ und $R_{LV,4}$ (sowie C_{HV}) verwendet, um die Auswirkung einer idealen Optimierung am Spannungsteilersystem in der Simulation so gut wie möglich zu veranschaulichen.

Zeitkonstanten auf, woraus sich eine Frequenzabhängigkeit des Übersetzungsverhältnisses am Spannungsteilersystem ableiten lässt. Für eine vollständige Kompensation zur Frequenzunabhängigkeit müssen gemäß der Kompensationsbedingung alle Zeitkonstanten identisch sein. Dies gilt es im weiteren Verlauf dieses Kapitels umzusetzen.

4.2. Konzept zur Frequenzkompensation

Um eine übereinstimmende Zeitkonstante τ für alle $R||C$-Glieder der Primärteilerkette zu gewährleisten, muss der Wirkwiderstand oder der kapazitive Blindwiderstand des jeweiligen Zweipols durch Zuschalten externer Komponenten angepasst werden. Da der neue Präzisionshochspannungsteiler lediglich bezüglich seines ohmschen Teilerverhältnisses konstruiert wurde, sind kapazitive Änderungen am Spannungsteilersystem optional. Auch sind nur Anpassungen durch paralleles Zuschalten möglich, da sowohl Wirk- als auch kapazitiver Blindwiderstand an den Präzisionswiderständen als elektrische Bauelemente gekoppelt sind und eine serielle Schaltung an einem separierten ohmschen oder kapazitiven Teil des Widerstandszweipols in der Realität nicht einfach umzusetzen ist. So liegt es nahe, die Zeitkonstanten durch paralleles Zuschalten kapazitiver Blinwiderstände zu vergrößern und so untereinander anzugleichen. Die Parallelschaltung eines kapazitiven Blindwiderstandes $X_{C'}$ an ein $R||C$-Glied, welches durch die Zeitkonstante $\tau = RC$ charakterisiert wird, erfährt durch die Addition der Kapazitäten C und C' eine Vergrößerung der Zeitkonstante zu

$$\tau' = R(C + C') > \tau. \tag{4.8}$$

In Abbildung 4.1 wird schematisch die Umsetzung der τ-Modifikation eines $R||C$-Zweipols durch eine Parallelschaltung mit einem kapazitiven Blindwiderstand $X_{C'}$ (blau) gezeigt. Die Anwendung des Konzepts auf die primäre Widerstandskette des neuen Präzisionshochspannugsteilers mit und ohne angeschlossenem messtechnischen Aufbau folgt in den nachstehenden Unterkapiteln 4.3 und 4.4.

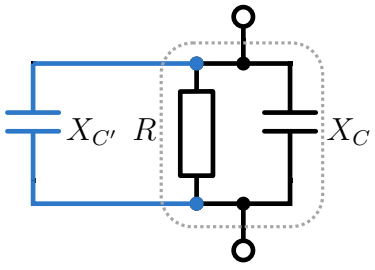


Abbildung 4.1.: **Ersatzschaltbild zur Modifikation der Zeitkonstante τ einer $R||C$-Zweipolschaltung.** Dargestellt ist die schematische Zuschaltung eines Blindwiderstandes $X_{C'}$ an ein $R||C$-Zweipol zur Änderung der Zeitkonstante $\tau = RC$ zu $\tau' = R(C + C') > \tau$.

4.3. Kompensation der Primärteilerkette ohne angeschlossene Messtechnik

In diesem Unterkapitel soll die theoretische Optimierung zu einem frequenzunabhänigen Übersetzungsverhältnis der reinen Primärteilerkette konzipiert werden, d.h. ohne

angeschlossenes Digitalvoltmeter zuzüglich Messabgriffkabel am Spannungsteilerabgriff. So soll ein kompensierter ohmsch-kapazitiver Spannungsteiler realisiert werden, welcher im späteren Verlauf dieser Arbeit unter dem Einfluss der Messeinrichtung am jeweiligen Spannungsteilerabgriff weiter optimiert werden kann. Die Ausarbeitung der Kompensation basiert auf die im Unterkapitel 4.2 dargestellte Modifikation der Zeitkonstante für die unterschiedlichen $R||C$-Zweipolschaltungen der Primärteilerkette. Dementsprechend erfolgt zunächst die Berechnung der Zusatzkapazitäten C'_x, um diese anschließend in das Ersatzschaltbild zu integrieren und in LTspiceXVII simulieren zu können. Simuliert wird dabei sowohl das Transientenverhalten bei Sprungfunktionen an der Hochspannungszuführung sowie der Betragsfrequenzgang für die unkompensierte sowie kompensierte Primärteilerkette am jeweiligen Spannungsteilerabgriff M_n.

4.3.1. Berechnung der Kapazitäten zur Frequenzkompensation

In Abbildung 4.2 ist das simplifizierte Ersatzschaltbild der primären Widerstandskette mit den zuzuschaltenden kapazitiven Blindwiderständen (blau) zur Modifizierung der Zeitkonstanten abgebildet. Die $R||C$-Zweipolschaltungen charakterisieren die gesamte primäre Widerstandskette unter Berücksichtigung der Eigenkapazitäten der Präzisions-

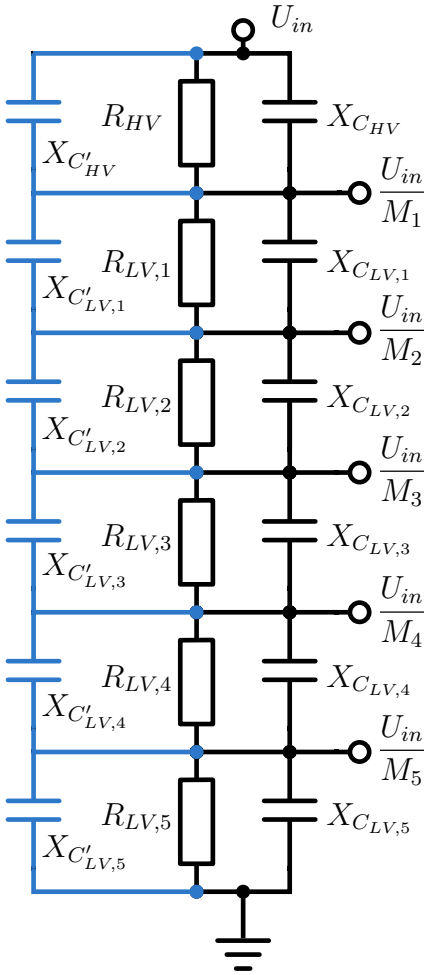


Abbildung 4.2.: **Schematische Schaltung zur Kompensation der Primärteilerkette ohne Berücksichtigung des messtechnischen Aufbaus.** Die Reihenschaltung der $R_x||C_x$-Zweipolschaltungen stellt die Primärteilerkette als Ersatzschaltbild mit den in Kapitel 4.1 vorgenommenen Vereinfachungen für die Hochspannungsebene und den parallel geschalteten Präzisionswiderständen in der Abgriffebene dar. Die Zuschaltung von parallelen kapazitiven Blindwiderständen $X_{C'_x}$ (blau) ermöglicht die Anpassung der Zeitkonstanten für die jeweiligen Zweipolschaltungen gemäß Gleichung 4.8.

widerstände. Um den kapazitiven Einfluss des Spannungsteilersystems zunächst so gering wie möglich zu halten, soll die Kompensation mit möglichst geringen Kapazitäten umgesetzt werden. Daher erfolgen die τ-Modifikationen auf die längste Zeitkonstante $\tau_{HV} = \tau_{LV,1} = 2{,}76\,\mu s$ des unkompensierten Systems. Gleichzeitig kann so auf eine parallele Zuschaltung von $\underline{Z}_{HV}$ und $\underline{Z}_{LV,1}$ verzichtet werden, sodass für die Kapazitäten der kapazitiven Blindwiderstände $X_{C'_{HV}}$ und $X_{C'_{LV,1}}$

$$C'_{HV} = C'_{LV,1} = 0 \tag{4.9}$$

gilt. Die übrigen Kapazitäten der kapazitiven Blindwiderstände für die Teilerabschnitte $LV,2$ bis $LV,5$ lassen sich unter Verwendung der in Kapitel 4.1 ermittelten Werte des Ersatzschaltbildes wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} R_{HV}C_{HV} = R_{LV,1}C_{LV,1} = 2{,}76\,\mu s = R_{LV,i}(C_{LV,i} + C'_{LV,i}) \\ \Leftrightarrow C'_{LV,i} = \frac{2{,}76\,\mu s}{R_{LV,i}} - C_{LV,i}. \end{aligned} \tag{4.10}$$

Unter Anwendung von Gleichung 4.10 ergeben sich so die Kapazitätswerte schließlich zu

$$C'_{LV,2} = 4{,}909\,09\,pF, \tag{4.11}$$

$$C'_{LV,3} = 4{,}909\,09\,pF, \tag{4.12}$$

$$C'_{LV,4} = 19{,}8506\,pF, \tag{4.13}$$

und

$$C'_{LV,5} = 72{,}8571\,pF. \tag{4.14}$$

Das ideale Spannungsteilersystem als rein ohmsch-kapazitiver Teiler ist bei der vollständigen Kompensation letztendlich durch die Zeitkonstante $\tau = 2{,}76\,\mu s$ charakterisiert. Dies gilt für jeden Teilerabgriff M_n am Spannungsteilersystem.

4.3.2. Simulation des Systemverhaltens in LTspiceXVII

Betragsfrequenzgangsimulation

Es folgt die Schaltungssimulation der Primärteilerkette zur Untersuchung des Einflusses der in dem vorherigen Kapitel 4.3.1 ausgearbeiteten Frequenzkompensation. Als Schaltungssimulationssoftware wird LTspiceXVII verwendet. Zunächst wird der Betragsfrequenzgang an den einzelnen Teilerabgriffen für das Frequenzspektrum $f = [10^1\,Hz, 10^6\,Hz]$ untersucht. Die simulierte Eingangsamplitude wird auf $U_{AC} = 10\,kV$ gesetzt. Um die Auswirkungen der Kompensation zu verdeutlichen, erfolgt die Simulation mit und ohne den zuzuschaltenden kapazitiven Blindwiderständen $X_{C'_{LV,2}}$ bis $X_{C'_{LV,5}}$. Da es in erster Linie um die Verifizierung des Optimierungsprinzips geht, werden für die Zuschaltung der Kapazitäten die Idealwerte aus Kapitel 4.3.1 verwendet. Abbildung 4.3 zeigt den Betragsfrequenzgang am M_1-Spannungsteilerabgriff mit und ohne τ-Modifikation. Die Darstellung des Amplitudengangs erfolgt relativ zur simulierten Eingangsamplitude

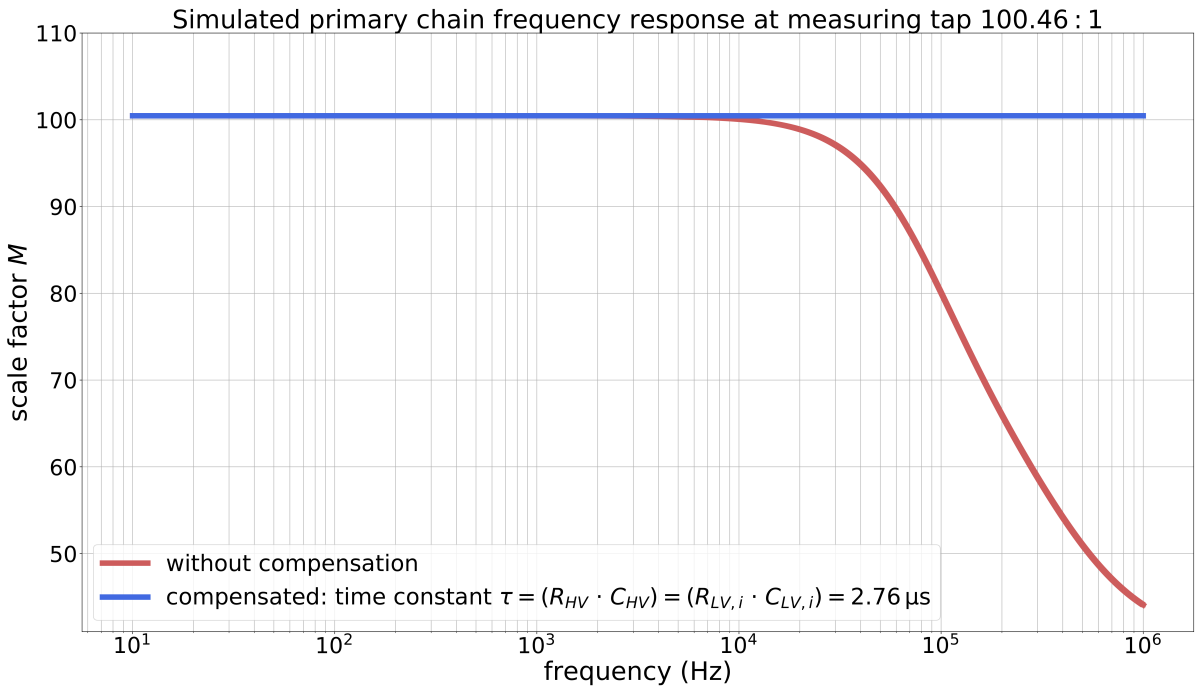


Abbildung 4.3.: **Simulierter Betragsfrequenzgang $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ am M_1-Teilerabgriff.** Die Betragsfrequenzgangsimulation erfolgte bei unkompensierter (rot) sowie kompensierter (blau) Systemkonfiguration.

U_{AC} an der Hochspannungszuführung, sodass die vertikale Achse den Maßstabsfaktor $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ in Abhängigkeit der Frequenz f auf der Horizontalachse zeigt. Das ohmsch-kapazitive Spannungsteilersystem weist ohne die zusätzlichen Kapazitäten eine erkennbare Frequenzabhängigkeit auf. Dies entspricht den Erwartungen, da die Zeitkonstanten der definierten $R||C$-Zweipolschaltungen nicht übereinstimmen (siehe Tabelle 4.1). Mittels τ-Modifikation zur Angleichung der Zeitkonstanten von Hoch- und Niederspannungsseite auf den Wert $\tau = 2{,}76\,\mu s$ kann die Optimierung des Systems, welches sich folglich durch ein frequenzunabhängiges Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = 1/M_1 = \text{const.}$ auszeichnet, eindeutig gezeigt werden. Analog können diese Beobachtungen für die weiteren vier Teilerabgriffe M_2, M_3, M_4 und M_5 bestätigt werden. Während die unkompensierte Primärteilerkette für die unterschiedlichen Spannungsteilerabgriffe Frequenzabhängigkeiten im höherfrequenten Bereich $f > 10^3\,Hz$ bei der Übersetzung von Spannungseingangssignalen mit Wechselspannungsanteilen aufweist, ist durch das optimierte Übertragungsverhalten bei Zuschaltung der entsprechenden kapazitiven Blindwiderstände für das Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}_n$ der konstante Wert des reziproken Maßstabsfaktors M_n bei Gleichspannung gegeben. Systemtheoretisch kann unter Berücksichtigung der Ordnungsrelation von ohmscher und kapazitiver Teilersäule gemäß Gleichung 3.5 auf eine Unterkompensation der unkompensierten Primärteilerkette für jeden Teilerabgriff M_n geschlossen werden. Die mathematischen Berechnungen können dem Anhang A.2 entnommen werden. Für die gleichartigen Darstellungen der simulierten Betragsfrequenzgänge der übrigen Spannungsteilerabgriffe sei auf Anhang A.1 verwiesen.

Transientensimulation

Im Folgenden wird das Transientenverhalten der Primärteilerkette für den jeweiligen Spannungsteilerabgriff M_n untersucht. Wie bei der Darstellung der Betragsfrequenzgangsimulation erfolgt auch hier der Vergleich zwischen dem Systemverhalten bei unkompensiertem sowie kompensiertem Teiler. Analog zu Abbildung 3.7 wird das Eingangssignal an der Hochspannungszuführung als Sprungfunktion von der Basisspannung $U_{init} = 0\,\mathrm{V}$ auf die Offsetspannung $U_{on} = 1\,\mathrm{kV}$ bei einer Potentialänderungsrate von $12\,\mathrm{V/\mu s}$ simuliert. Die Anstiegszeit bis zur Offsetspannung der Sprungfunktion beträgt demnach $1000\,\mathrm{V}/12\,\mathrm{V/\mu s} \approx 83\,\mu\mathrm{s}$. In Abbildung 4.4 ist die Simulation der Systemantwort auf eine Sprungfunktion an der Hochspannungszuführung für den M_1-Teilerabgriff dargestellt. Diese zeigt die relative Abweichung der Potentialsprungantwort von der statischen Abgriffteilerspannung U_{in}/M_1 bei Gleichspannung gegen die Zeit t bei einer vertikalen Skalierung von $[-1\,,0{,}4\,]$. Es lassen sich für die Sprungantwort des kompensierten Systems kaum Abweichungen von dem unkompensierten System feststellen. Ein charakteristisches Einschwingverhalten ist dennoch marginal zu erkennen. Dahingehend wird zur genaueren Untersuchung der Systemantworten hinsichtlich der gewünschten Anforderungen für den Einsatz am Elektronenkühler zusätzlich eine vertikale Skalierung von $[-10\,\mathrm{ppm}, 10\,\mathrm{ppm}]$ gewählt, sodass die Auswirkungen der Frequenzkompensation auf das Sprungantwortverhalten deutlich zu erkennen sind. Für alle simulierten Spannungsteilerabgriffe kann eine Unterkompensation festgestellt werden. Das Ordnungsrelation von ohmscher und kapazitiver Teilersäule in Hinblick auf Gleichung 3.5 bestätigt die Simulationsresultate für alle fünf Messabgriffe. Wie der Simulation zu entnehmen ist, kann durch die Angleichung der Zeitkonstanten eine Optimierung des Übertragungsverhaltens umgesetzt werden. Die Einschwingverhalten der Sprungantworten des unkompensierten Teilers können unterdrückt werden. Gleichartige Resultate können auch für die vier weiteren Messabgriffe erzielt werden. Entsprechende Darstellungen der Transientensimulationen können dem Anhang A.1 entnommen werden.

4.4. Kompensation der Primärteilerkette mit angeschlossener Messtechnik

Aufbauend auf den Ergebnissen der Frequenzkompensation ohne angeschlossenen messtechnischen Aufbau am Spannungsteilersystem, gilt es nun dessen ohmsch-kapazitiven Einfluss in das Schaltbild zu integrieren und das Gesamtsystem ein zweites Mal analog zu kompensieren. Durch das Zuschalten des Keysight 3458A Digitalvoltmeters zuzüglich des Messabgriffkabels ist das Spannungsteilersystem auf Niederspannungsseite einer weiteren parallelen ohmsch-kapazitiven Impedanz $\underline{Z}_{MEAS}$ ausgesetzt. Ein frequenzunabhängiges Übersetzungsverhältnis ist somit bei ausschließlicher Kompensation der $R||C$-Glieder der Primärteilerkette untereinander für keinen Spannungsteilerabgriff M_n gegeben. Es muss folglich eine zusätzliche Kompensation umgesetzt werden, welche den Messaufbau mit berücksichtigt. Bevor eine gleichartig zu Kapitel 4.3 durchzuführende Frequenzkompensation am ohmsch-kapazitiven System vorgenommen werden kann, gilt

es den Messaufbau hinsichtlich seines Wirk- und kapazitiven Blindwiderstandes zu charakterisieren. Dies erfolgt in dem nachstehenden Unterkapitel 4.4.1.

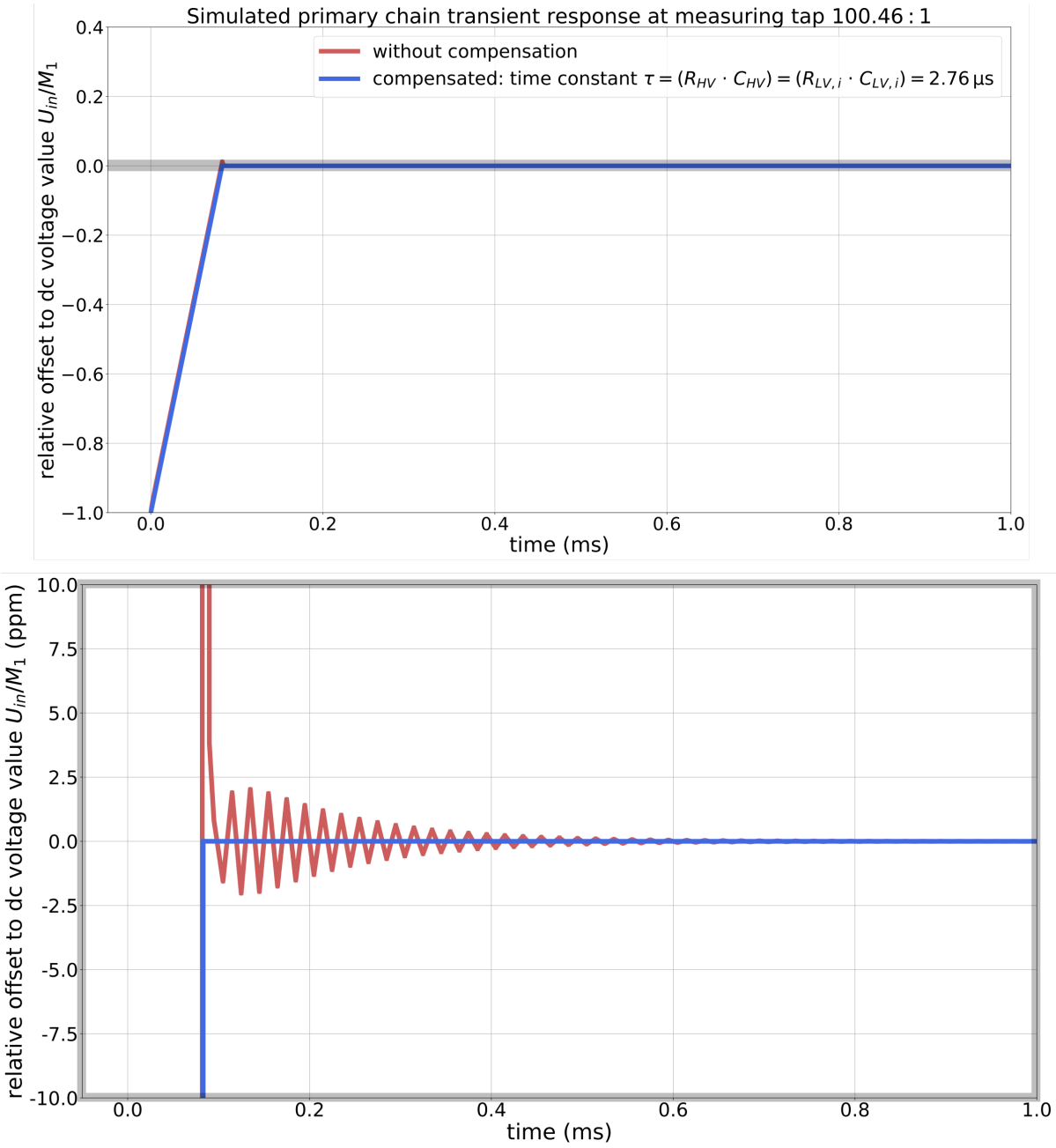


Abbildung 4.4.: **Simulierte Sprungantwort $u_{out}(t)$ des M_1-Teilerabgriffs auf eine Sprungfunktion $u_{in}(t)$ bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration** Gezeigt wird die relative Abweichung der Ausgangsspannung $u_{out}(t)$ zu U_{AC}/M_1 in Abhängigkeit der Zeit t mit vertikaler Skalierung von -1 bis 0,4 (oben) sowie von -10 ppm bis 10 ppm (unten) bei unkompensierter (rot) sowie kompensierter (blau) Systemkonfiguration.

4.4.1. Einfluss des Messaufbaus auf den ohmsch-kapazitiven Teiler

Der messtechnische Aufbau zur Spannungsvermessung über die unterschiedlichen Abgriffkonfigurationen des Präzisionshochspannungsteilers beinhaltet im wesentlichen zwei Komponenten mit insgesamt drei Widerstandsgrößen, die es zu berücksichtigen gilt:

- **Messabgriffkabel**
  - Kapazitiver Blindwiderstand $X_{C_{CAB}}$ mit Kabelkapazität C_{CAB}
- **Keysight 3458A Digitalvoltmeter**
  - Innenwirkwiderstand R_{DVM} (hochohmig)
  - Kapazitiver Blindwiderstand $X_{C_{DVM}}$ mit Eingangskapazität C_{DVM}

Der Innenwirkwiderstand R_{CAB} des Messabgriffkabels kann aufgrund des hochohmigen Digitalvoltmeters in Serienschaltung vernachlässigt werden. Die Kabelkapazität wird analog zur Simulation in [DHN+16] auf $C_{CAB} = 500\,\mathrm{pF}$ geschätzt. Der Innenwirkwiderstand des Keysight 3458A Digitalvoltmeters kann dem Herstellerdatenblatt [Key17] entnommen werden. Dieser wird mit $R_{DVM} > 10\,\mathrm{G\Omega}$ angegeben. Die Eingangskapazität[3] wird durch den Hersteller nicht spezifiziert. Auf Anfrage bei Keysight Technologies wurden zwei 3458A Modelle nachgemessen. Die Eingangskapazitäten der untersuchten Exemplare konnten zu $C_{DVM,1} = 269\,\mathrm{pF}$ und $C_{DVM,2} = 264\,\mathrm{pF}$ bestimmt werden. Es wurde seitens Keysight Technologies allerdings darauf hingewiesen, dass dies keine Spezifikationen sind.

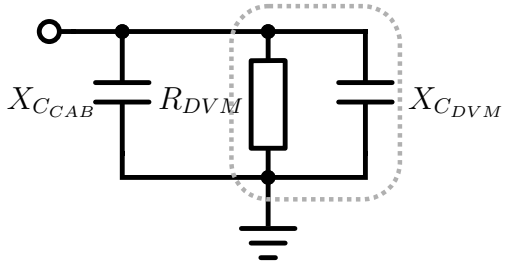


Abbildung 4.5.: **Ersatzschaltbild des messtechnischen Aufbaus.** Der Messaufbau aus Keysight 3458A Digitalvoltmeter und Messabgriffkabel kann als Parallelschaltung von Innenwirkwiderstand R_{DVM} und kapazitiven Blindwiderstand $X_{C_{DVM}}$ des DVMs sowie des kapazitiven Blindwiderstandes $X_{C_{CAB}}$ des Messabgriffkabels charakterisiert werden.

In Abbildung 4.5 ist das Ersatzschaltbild für den messtechnischen Aufbau, welcher an dem zu messenden Spannungsteilerabgriff geschaltet wird, schematisch dargestellt. Vereinfacht lässt sich diese Schaltung durch die Impedanz $\underline{Z}_{MEAS}$ eines $R||C$-Zweipols mit

$$\underline{Z}_{MEAS} = \frac{R_{DVM} X_{C_{DVM}} X_{C_{CAB}}}{R_{DVM} + X_{C_{DVM}} + X_{C_{CAB}}} \tag{4.15}$$

ausdrücken. Die Impedanz wird zu den (je nach Teilerabgriff M_n) spezifischen Abgriffimpedanzen auf Niederspannungsseite parallel geschaltet.

[3] Eingangskapazität bei Gleichspannung

4.4.2. Berechnung der Kapazitäten zur Frequenzkompensation

Mithilfe der in Kapitel 4.4.1 vorgenommenen Charakterisierung des messtechnischen Aufbaus kann eine Frequenzkompensation des Gesamtsystems aus der bereits in Kapitel 4.3 optimierten Primärteilerkette und Messaufbau realisiert werden. Da $\underline{Z}_{MEAS}$ für jeden Teilerabgriff M_n entsprechend anders verschaltet wird, muss für jeden Abgriff separat kompensiert werden, da sich das ohmsch-kapazitive Verhältnis von Hoch- und Niederspannungsseite folglich für jeden Abgriff ändert. Das Ersatzschaldbild der Primärtei-

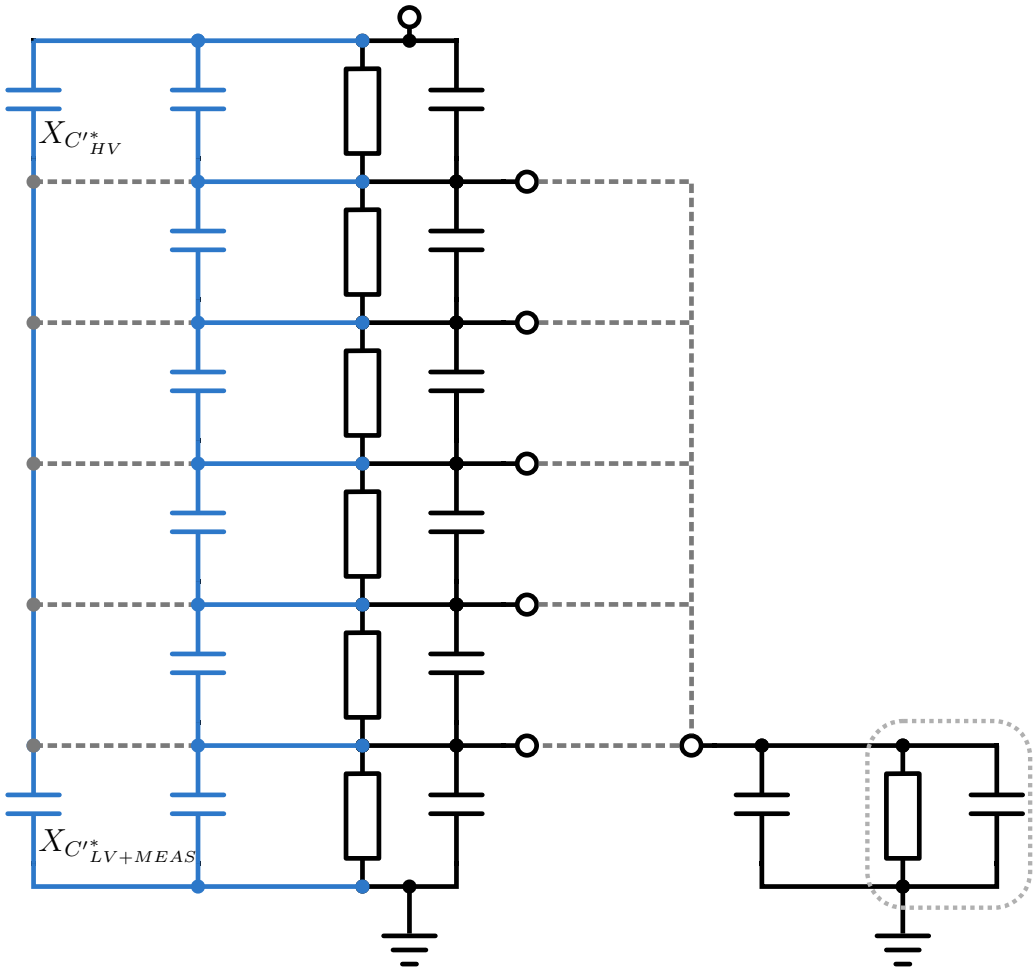


Abbildung 4.6.: **Schematische Schaltung zur Kompensation der Primärteilerkette zuzüglich des messtechnischen Aufbaus am Teilerabgriff.** Die Zuordnung der Widerstände ist analog zur schematischen Schaltung in Abbildung 4.2. Der messtechnische Aufbau (rechts im Bild) wird in 4.5 beschrieben. Da in der Verschaltung die Kompensation der reinen Primärteilerkette impliziert ist, genügt für die minimalkapazitive Kompensation die zusätzliche parallele Verschaltung eines kapazitiven Blindwiderstandes $X_{C'^*_{HV}}$ über die gesamte Hochspannungsseite (d.h. $C'^*_{LV+MEAS} = 0$), welcher je nach dem zu messenden Teilerabgriff variiert.

lerkette zuzüglich des messtechnischen Aufbaus sowie den zu verschaltenden kapazitiven Blindwiderständen kann der Abbildung 4.6 entnommen werden. Je nach Abgriff erfolgt die Zuschaltung von $X_{C'^*_{HV}}$ von der Hochspannungszuführung zum Knoten auf M_n-Abgriffpotential. $X_{C'^*_{LV+MEAS}}$ wird parallel zum messtechnischen Aufbau geschaltet. Bedingt durch die zuvor umgesetzte Kompensation der Primärteilerkette auf die Zeitkonstante $\tau = 2{,}76\,\mu s$, lässt sich je nach gewünschten Abgriff M_n die gesamte spezifische Hoch- und Niederspannungsseite (mit parallelem Messaufbau) durch jeweils ein $R||C$-Glied $R^*_{HV}||C^*_{HV}$ und $R^*_{LV+MEAS}||C^*_{LV+MEAS}$ ersetzen. Die Wirk- und kapazitiven Blindwiderstände (bzw. deren Kapazitätswerte) sind für den entsprechenden Teilerabgriff M_n wie folgt zu definieren:

$$R^*_{HV} = R_{HV} + \sum_{k=2}^{n} R_{LV,k-1} \tag{4.16}$$

$$C^*_{HV} = \frac{\tau}{R^*_{HV}} \tag{4.17}$$

$$R^*_{LV+MEAS} = \frac{(\sum_{k=2}^{6} R_{LV,k-1} - \sum_{k=2}^{n} R_{LV,k-1})R_{DVM}}{\sum_{k=2}^{6} R_{LV,k-1} - \sum_{k=2}^{n} R_{LV,k-1} + R_{DVM}} \tag{4.18}$$

$$C^*_{LV+MEAS} = \frac{\tau}{(\sum_{k=2}^{6} R_{LV,k-1} - \sum_{k=2}^{n} R_{LV,k-1})} + C_{CAB} + C_{DVM} \tag{4.19}$$

Unter Verwendung der oben stehenden Relationen lassen sich die unterschiedlichen Zeitkonstanten τ^*_{HV} und $\tau^*_{LV+MEAS}$ für Hoch- und Niederspannungsseite ermitteln.

	Zeikonstante $\tau^*_{HV} = R^*_{HV}C^*_{HV}$	Zeitkonstante $\tau^*_{LV+MEAS} = R^*_{LV+MEAS}C^*_{LV+MEAS}$
M_1	2,76 µs	924,93 µs
M_2	2,76 µs	572,18 µs
M_3	2,76 µs	347,22 µs
M_4	2,76 µs	122,24 µs
M_5	2,76 µs	29,6 µs

Tabelle 4.2.: Zeitkonstanten der spezifischen Hoch- und Niederspannungsseiten für die jeweiligen Messabgriffe M_n unter Berücksichtigung der angeschlossenen Messtechnik. Da auf Hochspannungsseite keine Zuschaltung externer Komponenten erfolgt, bleibt die Zeitkonstante unverändert, sodass weiterhin $\tau^*_{HV} = \tau = 2{,}76\,\mu s$ gilt. Für die Berechnung von $\tau^*_{LV+MEAS}$ der unterschiedlichen Messabgriffe über Gleichung 4.18 und 4.19 werden die Eingangskapazitäten des Messabgriffkabels sowie des Digitalvoltmeters auf $C_{CAB} = 500\,pF$ sowie $C_{DVM} = 267\,pF$ gesetzt. Für eine minimalkapazitive Kompensation genügt eine τ^*-Modifikation auf den Wert $\tau'^*_{HV} = \tau^*_{LV+MEAS}$, der Zeitkonstante auf Niederspannungsseite für den jeweiligen Abgriff M_n.

Die Kapazitäten der zuzuschaltenden kapazitiven Blindwiderstände können folglich analog zu Unterkapitel 4.3.1 bestimmt werden. Auch hier erfolgt die Kompensation mit kleinstmöglichen Werten für die Kapazitäten. In Tabelle 4.2 sind die errechneten Zeitkonstanten der Hoch- und Niederspannungsseite für die unterschiedlichen Zuschaltungen

des Messaufbaus dargestellt. Es genügt für die minimalkapazitive Kompensation eine Parallelkapazität C'^{*}_{HV} zur Hochspannungsseite zu schalten, sodass

$$\begin{aligned} \tau^{*}_{LV+MEAS} &= R^{*}_{LV+MEAS} C^{*}_{LV+MEAS} = R^{*}_{HV}(C^{*}_{HV} + C'^{*}_{HV}) = \tau'^{*}_{HV} \\ \Leftrightarrow C'^{*}_{HV} &= \frac{\tau^{*}_{LV+MEAS}}{R^{*}_{HV}} - C^{*}_{HV} \end{aligned} \tag{4.20}$$

erfüllt ist. Dementsprechend gilt für jeden Messabgriff bei τ-Modifikation zu $\tau^{*}_{LV+MEAS}$

$$C'^{*}_{LV+MEAS} = 0. \tag{4.21}$$

Mithilfe von Gleichung 4.20 kann die Parallelkapazität auf Hochspannungsseite zur Frequenzkompensation für die jeweilige Messkonfiguration zu

$$C'^{*}_{HV} = 7{,}714\,044\,\text{pF} \quad \text{bei } M_1\text{-Abgriff}, \tag{4.22}$$
$$C'^{*}_{HV} = 4{,}742\,770\,\text{pF} \quad \text{bei } M_2\text{-Abgriff}, \tag{4.23}$$
$$C'^{*}_{HV} = 2{,}862\,050\,\text{pF} \quad \text{bei } M_3\text{-Abgriff}, \tag{4.24}$$
$$C'^{*}_{HV} = 0{,}990\,369\,\text{pF} \quad \text{bei } M_4\text{-Abgriff}, \tag{4.25}$$

sowie

$$C'^{*}_{HV} = 0{,}222\,286\,\text{pF} \quad \text{bei } M_5\text{-Abgriff} \tag{4.26}$$

bestimmt werden. Die Zeitkonstante des Gesamtsystems entspricht dann je nach Messkonfiguration der Zeitkonstante $\tau^{*}_{LV+MEAS}$ gemäß Tabelle 4.2. Diese Werte werden zur Verifizierung der Methode zur Frequenzkompensation des Gesamtsystems unter Berücksichtigung des messtechnischen Aufbaus in der Schaltungssimulation verwendet.

4.4.3. Simulation des Systemverhaltens in LTspiceXVII

Betragsfrequenzgangsimulation

In Analogie zur Primärteilerkette ohne messtechnischen Aufbau erfolgt zur Verifizierung der Frequenzkompensation die Simulation mit dem parallel zur Abgriffimpedanz geschalteten Messaufbau. Die Kapazitätswerte des zuzuschaltenden kapazitiven Blindwiderstandes auf Hochspannungsseite können dem vorherigen Unterkapitel 4.4.2 entnommen werden. Wie die Betragsfrequenzgangsimulation in Abbildung 4.7 zeigt, verursacht der messtechnische Aufbau eine weit größere Frequenzabhängigkeit als im Falle der unkompensierten Primärteilerkette ohne Digitalvoltmeter und Messabgriffkabel. Auch zeigt sich eine Vergrößerung des Maßstabsfaktors für Frequenzen $f > 10^2$ Hz, was auf eine Überkompensation des Teilers schließen lässt. Der kapazitive Einfluss des messtechnischen Aufbaus dominiert das Systemverhalten in diesem Frequenzbereich. Die Verifizierung dieser Annahme kann den Berechnungen der ohmsch-kapazitiven Ordnungsrelationen im Anhang A.2 analog zur den Berechnungen der Primärteilerkette ohne Messaufbau entnommen werden. Die simulierten Betragsfrequenzgänge der vier weiteren Messabgriffe M_2, M_3, M_4 und M_5 weisen gleichartige Resultate in Form von Überkompensation bei umkompensiertem Gesamtsystem auf und können entsprechend dem Anhang A.1 entnommen

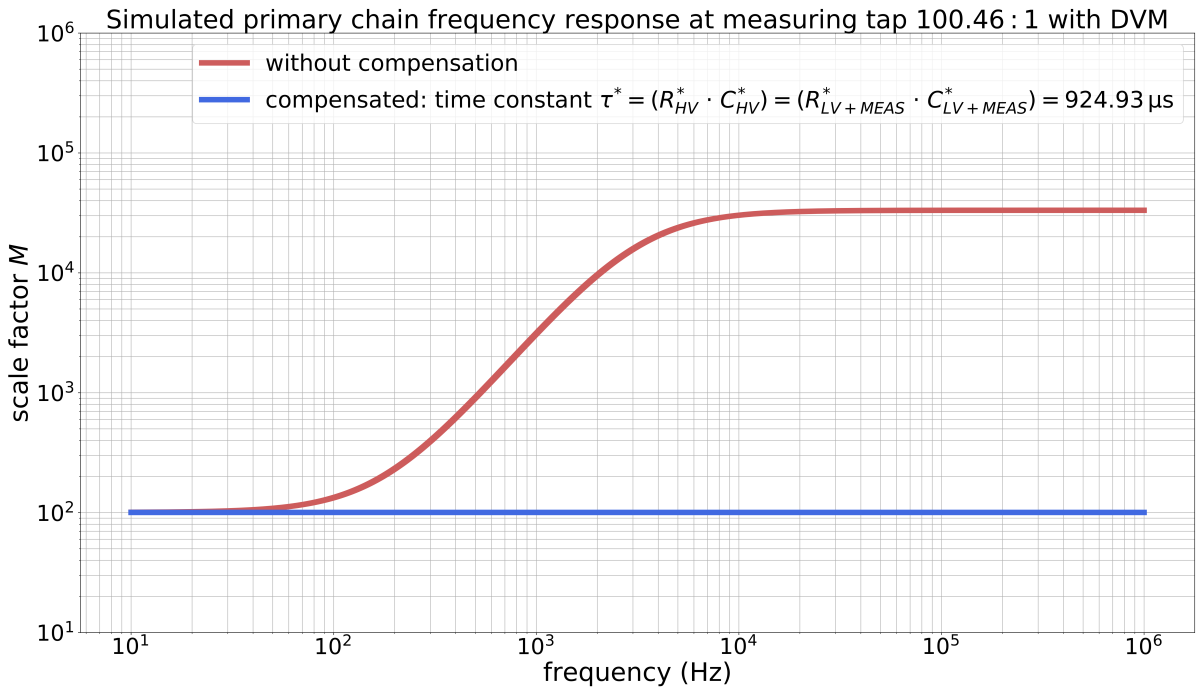


Abbildung 4.7.: **Simulierter Betragsfrequenzgang $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ am M_1-Teilerabgriff mit messtechnischem Aufbau.** Die Betragsfrequenzgangsimulation erfolgte bei unkompensierter (rot) sowie kompensierter (blau) Systemkonfiguration.

werden. Auch hierfür können die beobachteten Überkompensationen systemtheoretisch bestätigt werden, was ebenfalls im Anhang A.2 dargelegt ist. Wie bereits bei der Primärteilerkette ohne Digitalvoltmeter und Messabgriffkabel gezeigt, kann durch die Angleichung der Zeitkonstanten über die parallele Zuschaltung von C'^*_{HV} gemäß der Relation 4.22 ein frequenzunabhängiges Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = 1/M_1 = \text{const.}$ für das Spannungsteilersystem realisiert werden. Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Zeitkonstanten $\tau^*_{LV+MEAS}$ auf Niederspannungsseite für die einzelnen Spannungsteilerabgriffe M_n, können bei der spezifischen Kompensation mittels der teilerabgriffabhängigen Werte für C'^*_{HV} in den Relationen 4.23, 4.24, 4.25 und 4.26 analoge Ergebnisse in Form von $\ddot{u}_n = 1/M_n = \text{const.}$ an den vier weiteren Spannungsteilerabgriffen erzielt werden.

Transientensimulation

In Abbildung 4.8 ist das simulierte Transientenverhalten am M_1-Teilerabgriff bei angeschlossenem messtechnischen Aufbau mit und ohne τ^*-Modifikation der $R^*||C^*$-Zweipole dargestellt. Die vertikalen Skalierungen der relativen Abweichung der Ausgangsspannung $u_{out}(t)$ von der statischen Abgriffteilerspannung U_{in}/M_1 bei Gleichspannung erfolgt analog zur Darstellung der Simulationsergebnisse des Systems ohne messtechnischen Aufbau gemäß Abbildung 4.4. Für die Transientensimulationen der vier weiteren Spannungsteilerabgriffe sei auf Anhang A.1 verwiesen. Das simulierte Eingangssignal an der Hochspannungszuführung ist analog zu der Transientensimulation ohne angeschlossene Messtechnik (siehe Kapitel 4.3.2) gewählt. Die Transientensimulationen aller Spannungsteilerabgriffe bestätigen die Beobachtungen der Überkompensation des Gesamtsystems bei

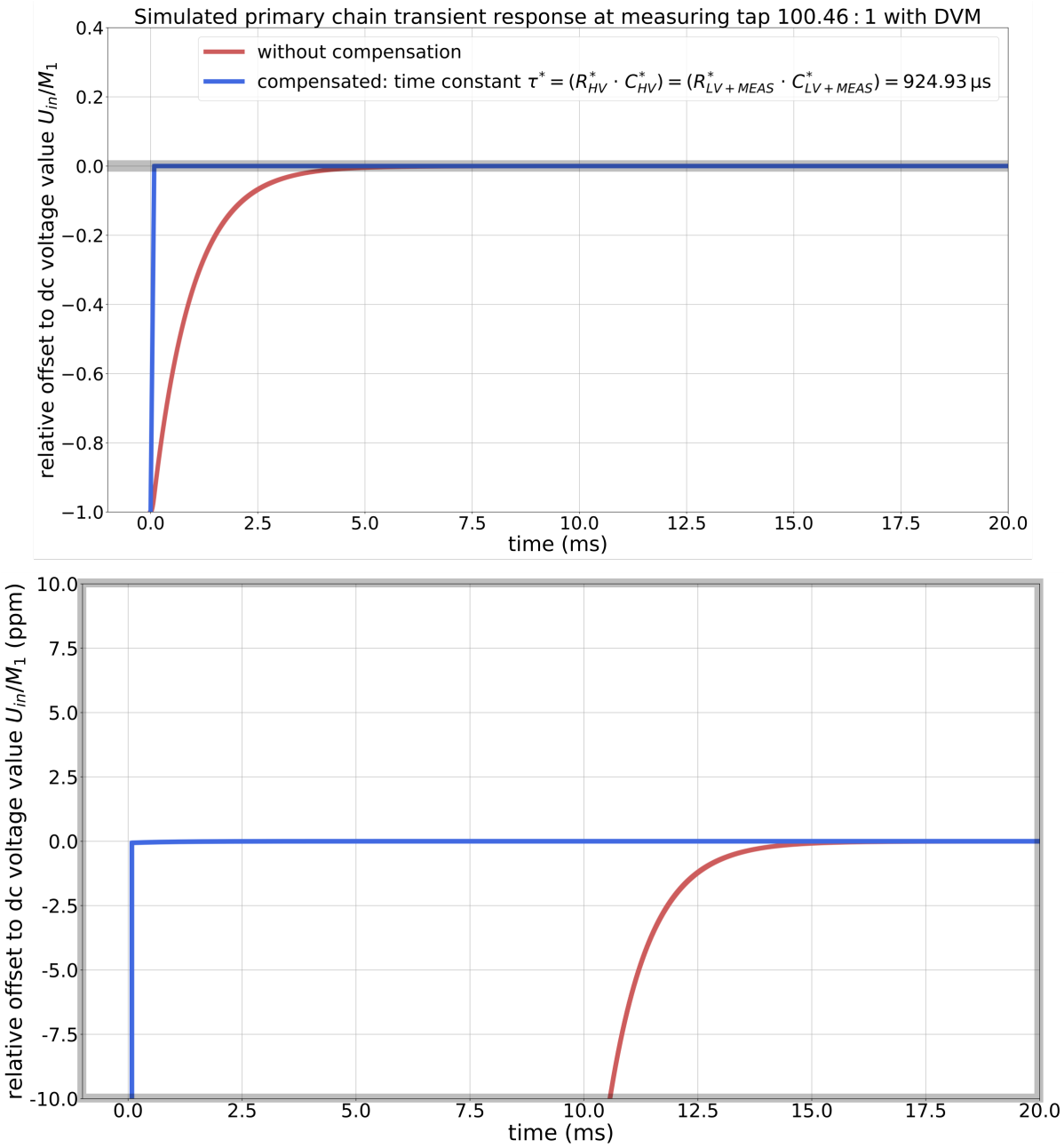


Abbildung 4.8.: **Simulierte Sprungantwort $u_{out}(t)$ des M_1-Teilerabgriffs mit messtechnischem Aufbau auf eine Sprungfunktion $u_{in}(t)$ bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.** Gezeigt wird die relative Abweichung der Ausgangsspannung $u_{out}(t)$ zu U_{AC}/M_1 in Abhängigkeit der Zeit t mit vertikaler Skalierung von -1 bis 0,4 (oben) sowie von $-10\,\text{ppm}$ bis $10\,\text{ppm}$ (unten).

der Betragsfrequenzgangsimulation sowie die Berechnungen aus Anhang A.2 in Hinblick auf Gleichung 3.5. Die simulierte Potentialsprungantwort des unkompensierten Gesamtsystems weist ein deutliches exponentielles Übergangsverhalten für überkompensierte ohmsch-kapazitive Spannungsteiler gemäß Abbildung 3.3 auf. Es können Einschwingvor-

gänge von bis zu 15 ms (am M_1-Spannungsteilerabgriff) bei unkompensierten Gesamtsystemen beobachtet werden. Es ist also von einer deutlichen Abhängigkeit des Systemverhaltens von dem zusätzlich berücksichtigten Digitalvoltmeter sowie der Kabelkapazität des Messabgriffkabels parallel zur Abgriffebene auszugehen. Begründet wird dies durch den steigenden kapazitiven Einfluss der Niederspannungsseite durch das angeschlossene Digitalvoltmeter mit $C_{DVM} \gg C^*_{LV}$ zusammen mit der Kabelkapazität $C_{CAB} \gg C^*_{LV}$ des Messabgriffkabels. Durch die Zuschaltung von C'^*_{HV} kann der kapazitive Einfluss der Niederspannungsseite kompensiert werden, wie bereits in der Betragsfrequenzgangsimulation gezeigt.

Kapitel 5

Testmessungen am KATRIN-Spannungsteileraufbau

Die Schaltungssimulation des geplanten Präzisionshochspannungssystems charakterisiert das Systemverhalten nur hinsichtlich seiner idealen primären Widerstandskette zuzüglich der angeschlossenen Messtechnik zur Spannungsmessung am jeweiligen Teilerabgriff M_n. Auf die Berücksichtigung der sekundären Widerstandskette sowie den Streukapazitäten wurde grundsätzlich verzichtet. Dies lag zum einen daran, dass der Einfluss der Parallelkapazitäten auf die Frequenzabhängigkeit der ohmsch-kapazitiven Primärteilerkette untersucht werden sollte, um so die Methode der Frequenzkompensation am ohmsch-kapazitiven Teiler verifizieren zu können. Zum anderen ist die Konzipierung eines Ersatzschaltbildes, welches die Streukapazitäten des gesamten Aufbaus mit einschließt, nicht ohne weiteres möglich. Daher soll die im vorherigen Kapitel dargelegte Optimierung des Spannungsteilersystems für den Einsatz am Elektronenkühler an einem Testaufbau untersucht werden. Aufgrund von Reparaturarbeiten des KATRIN-Spannungsteilers K65 im Institut für Kernphysik der Universität Münster steht dieser zu Testzwecken zur Verfügung. Da der neue Präzisionshochspannungsteiler gleichartig zum K65 gebaut werden soll, sind ähnliche Streukapazitäten sowie sonstige Störeinflüsse zu erwarten. Am Testaufbau erfolgen Messungen zur Charakterisierung des Betragsfrequenzgangs sowie zum Transientenverhalten bei Potentialsprungfunktionen an der Hochspannungszuführung für unkompensierter und kompensierter Primärteilerkette. Diese gilt es in diesem Kapitel darzustellen und auszuwerten. Zunächst wird daher der Testaufbau, sowie der dazugehörige Messaufbau beschrieben. Im weiteren Verlauf erfolgt die Ausarbeitung der Kompensation für den Testaufbau in Analogie zum geplanten neuen Präzisionshochspannungsteiler in Kapitel 4.4. Abschließend werden die Resultate der durchgeführten Messungen analysiert und in Hinblick auf den zukünftigen Einsatz am Elektronenkühlersystem diskutiert.

5.1. Der Testaufbau

Wegen Reparaturarbeiten am K65 im Institut für Kernphysik kann dieser als Teilaufbau für Testmessungen verwendet werden. Von dem in Abbildung 3.4 dargestellten Gesamtaufbau des K65-Spannungsteilersystems wird im Zuge der gewünschten Messungen ein Aufbau mit insgesamt zwei Ebenen – die Abgriffebene sowie eine Teilerebene mit 33 Präzisionswiderständen – gemäß dem CAD-Modell in Abbildung 5.1 realisiert.

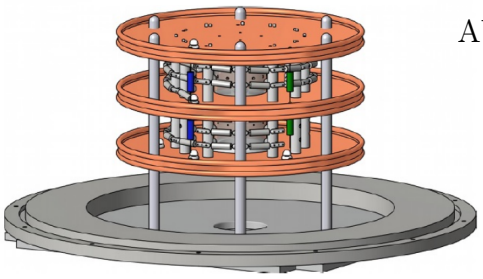


Abbildung 5.1.: **CAD-Modell des Testaufbaus.** Der gesamte Testaufbau setzt sich aus Komponenten des K65-Spannungsteilers zusammen. Prinzipiell entspricht der Aufbau dem K65 abzüglich vier Hochspannungsebenen sowie dem Edelstahlkessel.

Die primäre Widerstandskette des Testaufbaus besteht somit aus insgesamt 57 VHA518-11-Präzisionswiderständen mit ohmschen Widerstandswerten zwischen 121 kΩ und 1,2 MΩ.

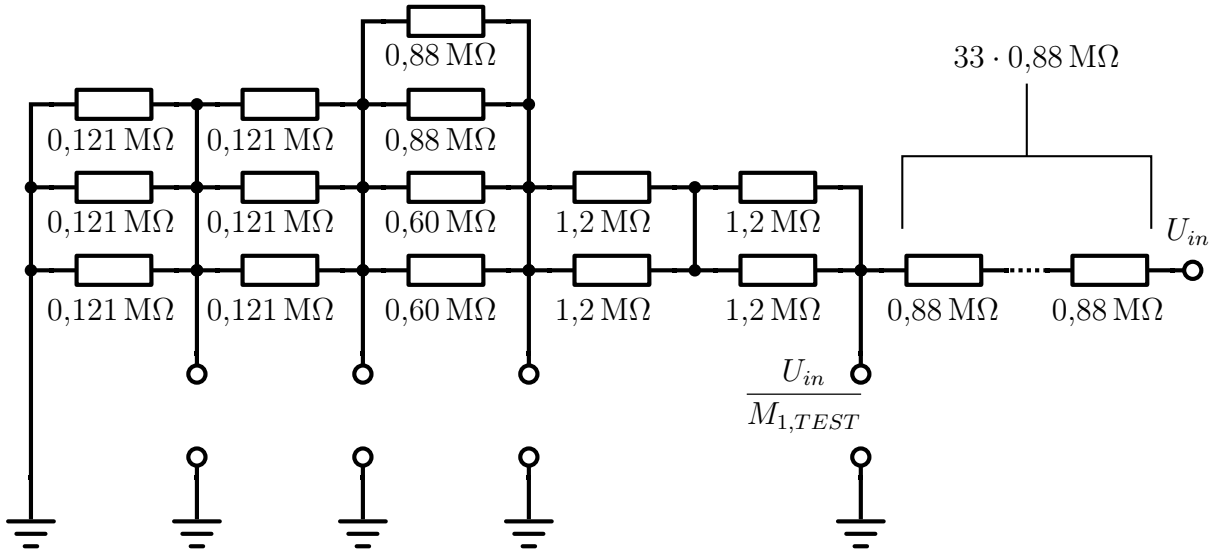


Abbildung 5.2.: **Widerstandskonfiguration der Primärteilerkette des Testaufbaus.** Diese ist gleichartig zur primären Widerstandskette des KATRIN-Spannungsteilers K65. Lediglich die Anzahl der Präzisionswiderstände auf Hochspannungsseite beträgt 33 statt 165 aufgrund der vier fehlenden Teilerebenen. Die Abgriffebene ist mit insgesamt vier Spannungsteilerabgriffen ausgestattet, wovon ausschließlich der Teilerabgriff $M_{1,TEST}$ für die Messungen im Rahmen dieser Arbeit genutzt wird. Das vollständige Ersatzschaltbild des Testaufbaus mit Kontrollteiler, abgeschätzten Streukapazitäten sowie angeschlossenem Digitalvoltmeter mit Messabgriffkabel als messtechnischen Aufbau ist ähnlich zum neuen Präzisionshochspannungsteiler. Für weitere Informationen zum K65-Präzisionshochspannungsteiler sei auf [Bau10] verwiesen.

Die Widerstandskonfiguration der Primärteilerkette in der Abgriffebene ist in Abbildung 5.2 gezeigt. Für den Kontrollteiler auf Hochspannungsseite ist ein Widerstand vom Typ MX480 der Firma Caddock mit einem ohmschen Widerstand von 36 MΩ verbaut. In der Abgriffebene des Kontrollteilers beträgt der ohmschen Widerstand aufgrund zweier seriell verschalteter Parallelschaltungen von je zwei 90 kΩ und 1 MΩ Caddock MS260 Widerstände insgesamt 545 kΩ. Dem gegenüber steht in der Primärteilerkette ein Gesamtwiderstand von 29,04 MΩ auf Hochspannungsseite sowie ein Gesamtabgriffwiderstand von rund 1,46 MΩ auf Niederspannungsseite. Die oberste der insgesamt drei verbauten Kupferelektroden wird analog zum Gesamtaufbau des K65 mit der Hochspannungszuführung kurzgeschlossen, sodass diese auf Eingangspotential liegt. Da während der Messung eine Potentialänderung an der Aluminiumplatte festgestellt werden konnte, wird zusätzlich eine Erdleitung an die Platte geklemmt, sodass diese mit dem Erdpotential kurzgeschlossen ist. Die Messungen erfolgen ausschließlich am ursprünglichen M_1-Teilerabgriff mit $M_1 = 100{,}45$. Damit ergibt sich für die Testmessungen ein Maßstabsfaktor $M_{1,TEST} = (29{,}04\,\mathrm{M\Omega} + 1{,}46\,\mathrm{M\Omega})/(1{,}46\,\mathrm{M\Omega}) \approx 21$ bei Gleichspannung. Der messtechnische Aufbau setzt sich für die Messungen des Transientenverhaltens identisch zum geplanten Messaufbau des neuen Präzisionshochspannungsteilers gemäß Kapitel 4.4.1

aus einem Keysight 3458A Digitalvoltmeter mit Spannungsabzweigung über ein Messabgriffkabel zusammen. Zur Betragsfrequenzgangmessung wird ein Tektronix MSO4054 Oszilloskop mit $R_{OSC} = 1\,\mathrm{M\Omega}$ Innenwiderstand sowie einer Eingangskazität $C_{OSC}12\,\mathrm{pF}$ verwendet. Näheres zu den Messverfahren für den Betragsfrequenzgang sowie dem Transientenverhalten des Testaufbau bei Potentialsprungfunktionen wird im Unterkapitel 5.3 dargelegt.

5.2. Kompensation der Primärteilerkette mit angeschlossener Messtechnik

Die Methode zur Frequenzkompensation der Primärteilerkette für den neuen Präzisionshochspannungsteiler wurde in Kapitel 4 gezeigt. In Analogie dazu erfolgt die τ-Modifikation der einzelnen $R||C$-Glieder des Testaufbaus. Die charakteristische $R||C$-Zweipolschaltung $\underline{Z}_{HV}$ der 33 in Serie geschalteten Präzisionswiderstände mit Eigenkapazität $C_{res} = 1{,}5\,\mathrm{pF}$ auf Hochspannungsseite weist folglich einen ohmschen Wirkwiderstand

$$R_{HV} = 33 \cdot 0{,}88\,\mathrm{M\Omega} = 29{,}04\,\mathrm{M\Omega} \tag{5.1}$$

sowie einen kapazitiven Blindwiderstand $X_{C_{HV}}$ mit der Kapazität

$$\begin{aligned} R_{HV}C_{HV} &= 33 \cdot 0{,}88\,\mathrm{M\Omega} \cdot \frac{C_{res}}{33} \\ \Leftrightarrow C_{HV} &= \frac{33 \cdot 0{,}88\,\mathrm{M\Omega} \cdot 1{,}5\,\mathrm{pF}}{33 \cdot R_{HV}} = \frac{0{,}88\,\mathrm{M\Omega} \cdot 1{,}5\,\mathrm{pF}}{29{,}04\,\mathrm{M\Omega}} \approx 0{,}05\,\mathrm{pF} \end{aligned} \tag{5.2}$$

auf. Die parallel geschalteten Widerstandsgruppen der Abgriffebene sind äquivalent zu $R||C$-Zweipolschaltungen $\underline{Z}_{LV,1}$,$\underline{Z}_{LV,2}$, $\underline{Z}_{LV,3}$ bzw. $\underline{Z}_{LV,4}$ mit den folgenden Wirk- und kapazitiven Blindwiderständen:

$$R_{LV,1} = \frac{1{,}2\,\mathrm{M\Omega}}{2} + \frac{1{,}2\,\mathrm{M\Omega}}{2} = 1{,}2\,\mathrm{M\Omega} \qquad C_{LV,1} = \frac{(1{,}5\,\mathrm{pF} + 1{,}5\,\mathrm{pF})^2}{2 \cdot (1{,}5\,\mathrm{pF} + 1{,}5\,\mathrm{pF})} = 1{,}5\,\mathrm{pF} \tag{5.3}$$

$$R_{LV,2} = \frac{\frac{0{,}88\,\mathrm{M\Omega}}{2} \cdot \frac{0{,}60\,\mathrm{M\Omega}}{2}}{\frac{0{,}88\,\mathrm{M\Omega}}{2} + \frac{0{,}60\,\mathrm{M\Omega}}{2}} \approx 0{,}178\,\mathrm{M\Omega} \qquad C_{LV,2} = 4 \cdot 1{,}5\,\mathrm{pF} = 6\,\mathrm{pF} \tag{5.4}$$

$$R_{LV,3} = R_{LV,4} = \frac{0{,}121\,\mathrm{M\Omega}}{3} \approx 0{,}040\,\mathrm{M\Omega} \qquad C_{LV,3} = C_{LV,4} = 3 \cdot 1{,}5\,\mathrm{pF} = 4{,}5\,\mathrm{pF} \tag{5.5}$$

Die parallel zum jeweiligen $R||C$-Zweipol zu schaltende Kapazität für eine Frequenzkompensation mit minimalkapazitivem Einfluss sowie die jeweiligen Zeitkonstanten der $R||C$-Glieder ohne τ-Modifikation können der Tabelle 5.1 entnommen werden. Es gilt die Zeitkonstanten der Zweipolschaltungen auf die längste Zeitkonstante des Systems anzugleichen.

Zweipol $\underline{Z}_x$	Zeitkonstante $\tau_x = R_x C_x$	Zuzuschaltende Parallelkapazität C'
$\underline{Z}_{HV}$	1,32 µs	0,02 pF
$\underline{Z}_{LV,1}$	1,8 µs	0
$\underline{Z}_{LV,2}$	1,07 µs	4,11 pF
$\underline{Z}_{LV,3}$	0,18 µs	40,5 pF
$\underline{Z}_{LV,4}$	0,18 µs	40,5 pF

Tabelle 5.1.: Zeitkonstanten der definierten Zweipolschaltungen $\underline{Z}_x$ als Parallelschaltung von ohmschen Wirkwiderstand R_x und kapazitiven Blindwiderstand X_{C_x} sowie die notwendige Parallelkapazität für eine τ-Modifikation zu $\tau = 1{,}8\,\mu s$.

Die zusätzliche Kompensation bei Berücksichtigung des messtechnischen Aufbaus aus Messabgriffkabel und Keysight 3458A Digitalvoltmeter für die Transientenmessungen bzw. Tektronik MSO4054 Oszilloskop für die Betragsfrequenzgangmessungen erfolgt ebenfalls gleichartig zum simulierten geplanten Präzisionshochspannungsteiler in Kapitel 4.4.2. Die schematische Schaltung zur Kompensation des Testaufbaus mit Messaufbau ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Bei parallel geschaltetem Keysight 3458A Digitalvoltmeter mit Messabgriffkabel ergibt sich auf Niederspannungsseite über $M_{1,TEST}$ nach Kompensation der Primärteilerkette die Zeitkonstante

$$\begin{aligned}\tau^*_{LV+DVM} &= R^*_{LV+DVM} C^*_{LV+DVM} \\ &= \frac{(\sum_{k=2}^{5} R_{LV,k-1}) R_{DVM}}{\sum_{k=2}^{5} R_{LV,k-1} + R_{DVM}} \cdot \left(\frac{\tau}{\sum_{k=2}^{5} R_{LV,k-1}} + C_{CAB} + C_{DVM} \right) \\ &\approx 785{,}82\,\mu s.\end{aligned} \tag{5.6}$$

Im Zuge der Vorbereitungen für die Messungen am Testaufbau konnte die Kapelkapazität des verwendeten Messabgriffkabels über eine Vierdrahtmessung mittels LCR-Messbrücke LRC400 Aim-TTi auf $C_{CAB} = (270 \pm 10)\,\text{pF}$ entgegen der Annahme in der Simulation von 500 pF gemessen werden. Für die Berechnungen wird daher der mittlere Messwert verwendet. Folglich gilt für die Kapazität C'^*_{HV} parallel zur Hochspannungsseite, welche der τ-Modifikation von τ^*_{HV} auf $\tau^*_{LV+DVM} \approx 785{,}82\,\mu s$ dient,

$$C'^*_{HV} = \frac{\tau^*_{LV+DVM}}{R^*_{HV}} - C^*_{HV} \approx 27{,}04\,\text{pF} \tag{5.7}$$

sowie

$$C'^*_{LV+DVM} = 0 \tag{5.8}$$

für die Niederspannungsseite. Für die Betragsfrequenzgangmessungen ergeben sich für die Kapazitäten bei analoger Berechnung mit $R_{OSC} = 1\,\text{M}\Omega$ und $C_{OSC} = 12\,\text{pF}$ (sowie identischem Messabgriffkabel) für das angeschlossene Tektronix MSO4054 Oszilloskop die Parallelkapazität auf Hochspannungsseite zu

$$C'^*_{HV} \approx 5{,}94\,\text{pF} \tag{5.9}$$

sowie auf Niederspannungsseite zu

$$C'^*_{LV+OSC} = 0 \tag{5.10}$$

mit $\tau^*_{LV+OSC} = \tau'^*_{HV} = 173{,}82\,\mu s$. Zusätzlich werden beide Messarten für die kompensierte Primärteilerkette zuzüglich Messaufbau mit größeren Kapazitäten durchgeführt. Dies dient im wesentlichen der Untersuchung des Systemverhaltens bei höherkapazitivem ohmsch-kapazitiven Teiler und wird für die Betragsfrequenzgangmessung mit dem Oszilloskop über eine Zuschaltung von

$$C'^*_{LV+OSC} \approx 4{,}23\,\mathrm{nF} \tag{5.11}$$

sowie

$$C'^*_{HV} \approx 90{,}00\,\mathrm{pF} \tag{5.12}$$

realisiert, wodurch sich das Gesamtsystem schließlich über die Zeitkonstante $\tau'^*_{LV+OSC} = \tau'^*_{HV} \approx 2{,}61\,\mathrm{ms}$ charakterisieren lässt.

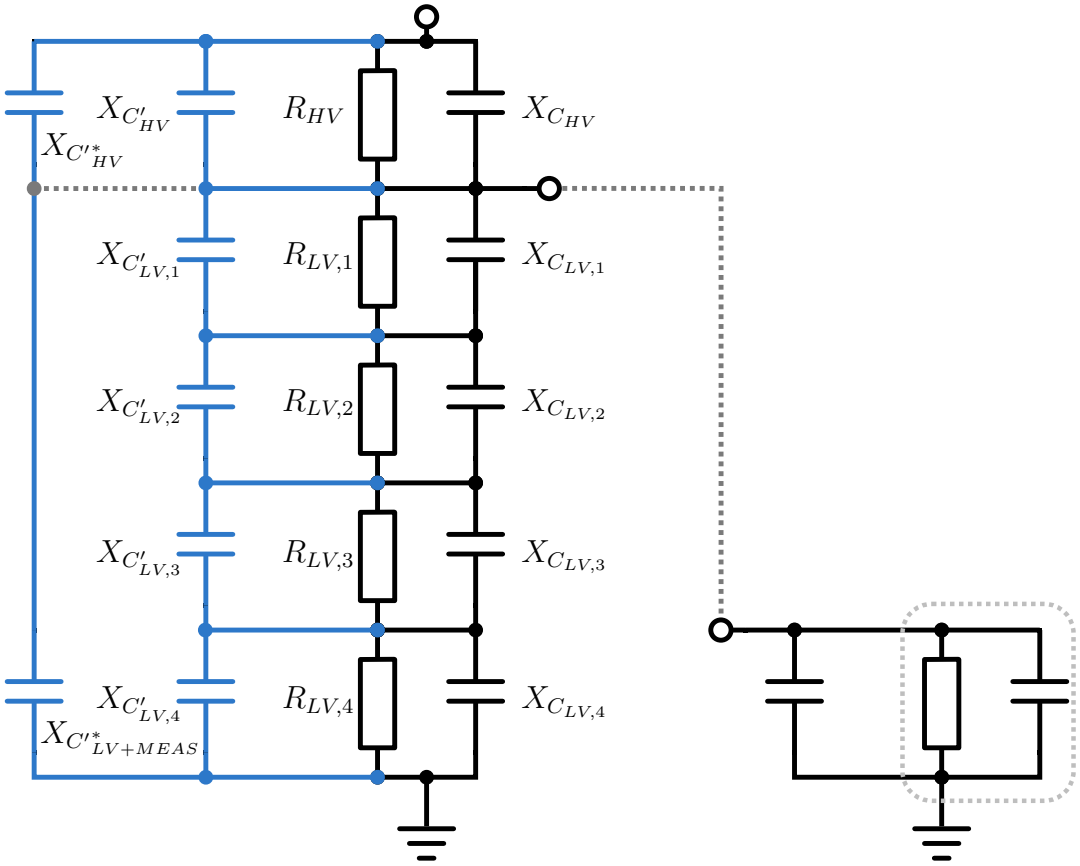


Abbildung 5.3.: **Schematische Schaltung zur Kompensation der Primärteilerkette des Testaufbaus zuzüglich der Messtechnik am Teilerabgriff $M_{1,TEST}$.** Die Kompensation beinhaltet die Verschaltung von $X_{C'_{HV}}$ sowie $X_{C'_{LV,i}}$ zu Angleichung der Zeitkonstanten der $R||C$-Glieder in der Primärteilerkette. Zudem erfolgt die Kompensation unter Berücksichtigung des spezifischen messtechnischen Aufbaus (Tektronix MSO4054 Oszilloskop für die Betragsfrequenzgangmessung sowie Keysight 3458A Digitalvoltmeter für die Transientenmessung am $M_{1,TEST}$-Spannungsteilerabgriff) über $X_{C'^*_{HV}}$ und $X_{C'^*_{LV+MEAS}}$.

Für die Messung des Transientenverhaltens mit dem Keysight 3458A Digitalvoltmeter erfolgt die Frequenzkompensation auf Niederspannungsseite mit $C'^{*}_{LV+DVM} = C'^{*}_{LV+OSC}$, sodass auf Hochspannungsseite eine Zuschaltung mit

$$C'^{*}_{HV} = 239{,}79\,\mathrm{pF} \tag{5.13}$$

umgesetzt werden muss. Die Zeitkonstante des Spannungsteilersystems mit angeschlossener Messtechnik beträgt im diesem Fall $\tau'^{*}_{LV+DVM} = \tau'^{*}_{HV} = 6{,}96\,\mathrm{ms}$. Die größere Zeitkonstante gegenüber dem Gesamtsystem mit angeschlossenem Oszilloskop ist dem höherkapazitiveren Keysight 3458A Digitalvoltmeter geschuldet.

5.3. Resultate der Messungen des Systemverhaltens

Betragsfrequenzgangmessung

Die Messung des Betragsfrequenzgangs am K65-Testaufbau erfolgt über eine automatisierte Ansteuerung sowie Auslese des Tektronix MSO4054 Oszilloskops sowie eines Tektronix AFG3012 Funktionsgenerators. Der Funktionsgenerator dient dabei als Spannungssignalerzeuger an der Hochspannungszuführung. Über eine eigens zu diesem Zweck programmierte LabVIEW-Ansteuerung werden verschiedene Frequenzen eines Sinussignals mit einer Amplitude $U_{AC} = 10\,\mathrm{V}$ durchgefahren und die mittlere Amplitude des übersetzten Signals auf den Spannungsteilerausgang über das Oszilloskop gemessen. Zwecks möglicher Spannungsschwankungen an der Hochspannungszuführung wird zudem die Spannung an der Hochspannungszuführung über einen zweiten Kanal am Oszilloskop vermessen.

Parallelkapazität	Modifikation zu $\tau'^{*} \approx 173{,}82\,\mu\mathrm{s}$	Modifikation zu $\tau'^{*} \approx 2{,}61\,\mathrm{ms}$
$C'_{LV,1}$	$0\,\mathrm{pF}$	$0\,\mathrm{pF}$
$C'_{LV,2}$	$(4{,}5 \pm 1{,}0)\,\mathrm{pF}$	$(4{,}5 \pm 1{,}0)\,\mathrm{pF}$
$C'_{LV,3}$	$(39{,}4 \pm 1{,}0)\,\mathrm{pF}$	$(39{,}4 \pm 1{,}0)\,\mathrm{pF}$
$C'_{LV,4}$	$(34{,}0 \pm 1{,}0)\,\mathrm{pF}$	$(34{,}0 \pm 1{,}0)\,\mathrm{pF}$
C'^{*}_{HV}	$(6{,}3 \pm 1{,}0)\,\mathrm{pF}$	$(88{,}3 \pm 1{,}0)\,\mathrm{pF}$
C'^{*}_{LV+OSC}	$0\,\mathrm{pF}$	$(4{,}53 \pm 0{,}05)\,\mathrm{nF}$

Tabelle 5.2.: Messwerte der Vierdrahtmessung der ausgewählten Kondensatoren für die Frequenzkompensation des Testaufbaus bei angeschlossenem Tektronix MSO4054 Oszilloskop.

Der so entstehende Datensatz beinhaltet die mittleren Amplituden von Eingangs- und Ausgangssignal für definierte Frequenzen, woraus sich der Betragsfrequenzgang des Spannungsteilersystems darstellen lässt. Es wird der Betragsfrequenzgang für den unkompensierten Teiler sowie für die im vorherigen Kapitel ausgearbeiteten kompensierten Teilerkonfigurationen untersucht. Die Parallelkapazitäten werden über ausgewählte Kondensatoren realisiert, welche zur besseren Verschaltung am Teiler an Drahtleitungen

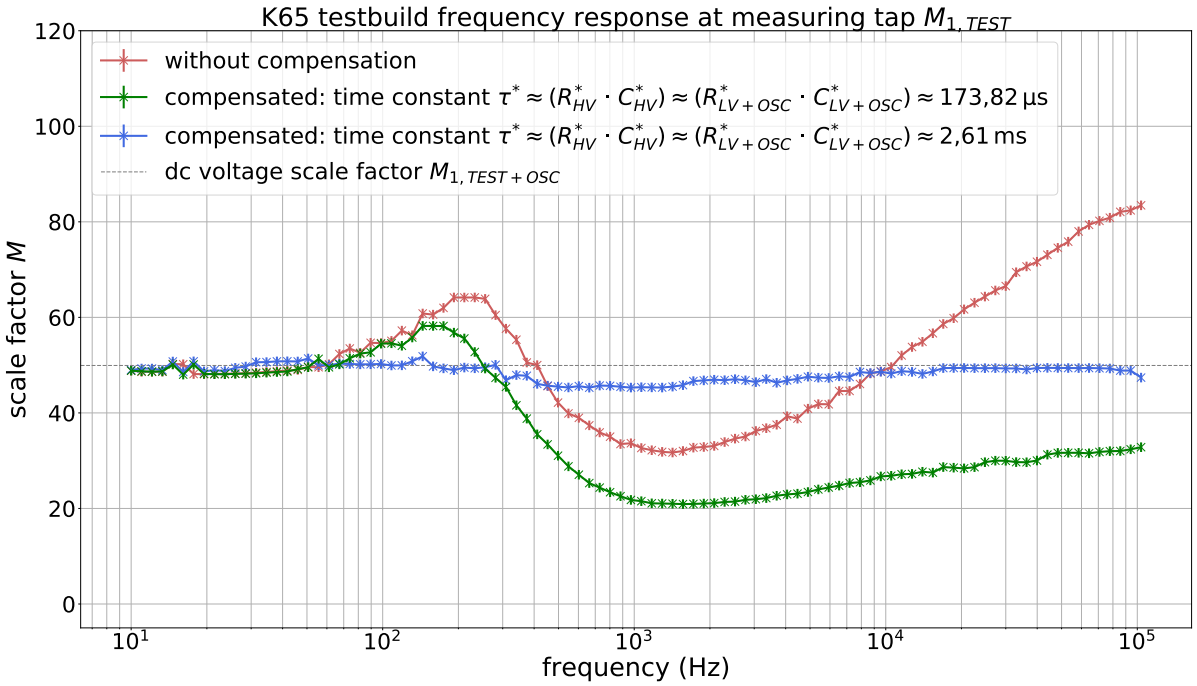


Abbildung 5.4.: **Betragsfrequenzgangmessungen des Testaufbaus.** Gezeigt wird das Verhältnis von gemessener Ein- und Ausgangsamplitude U_{in}/U_{out} über das Oziloskop für den Testaufbau bei unkompensiertem Gesamtsystem (rot) sowie mit den zuvor ausgearbeiteten Kompensationen auf die Zeitkonstanten $\tau^* \approx 173{,}82\,\mu s$ (grün) und $\tau^* \approx 2{,}61\,ms$ (blau). Wegen dem angeschlossenen Oszilloskop mit Innenwirkwiderstand $R_{OSC} = 1\,M\Omega$ erfolgt bei statischer Abgriffteilerspannung bei Gleichspannung der Spannungsabfall am Teilerabgriff mit einem Maßstabsfaktor $M_{1,TEST+OSC} = (29{,}04\,M\Omega + (1/1\,M\Omega + 1/1{,}46\,M\Omega)^{-1})/(1/1\,M\Omega + 1/1{,}46\,M\Omega)^{-1}) \approx 50$.

gelötet werden. Anschließend erfolgt die Zuschaltung durch Anklemmen der Drahtleitungen an den jeweiligen Knoten des Spannungsteilers über Kontaktklemmen. Es wird darauf geachtet, dass die Leitungen sowie das Gehäuse der Kondensatoren keinen Kontakt zu weiteren Komponenten des Testaufbaus haben. Die Kapazitäten der verwendeten Kondensatoren werden analog zu den bisherigen Kapazitätsmessungen über Vierdrahtmessungen der LCR-Messbrücke vom Typ LRC400 der Marke Aim-TTi ermittelt. Die Messwerte sind in Tabelle 5.2 dargelegt. In Abbildung 5.4 ist das Verhältnis von Ein- und Ausgangsamplitude U_{AC}/U_{out} für die gemessenen Frequenzen an unkompensierten sowie kompensierten Testaufbau dargestellt. Wie den Messungen zu entnehmen ist, wird das Spannungsteilersystem bei Kompensation der Primärteilerkette zuzüglich messtechnischem Aufbau mit minimalen Kapazitäten weiterhin durch eine Frequenzabhängigkeit gekennzeichnet, welche dem des unkompensierten Teilers ähnelt. Durch das Zuschalten von höherkapazitiven Kondensatoren kann dieses Verhalten wesentlich unterdrückt werden. Der Betragsfrequenzgang des Spannungsteilersystems bleibt für alle Frequenzen vergleichsweise stabil. Es wird dahingehend für die Transientenmessungen über das Keysight 3458A Digitalvoltmeter bei hinreichend groß gewählten Kapazitäten für die Kompensa-

tion ein besseres Übergangsverhalten als im Falle der minimalkapazitiven Kompensation erwartet.

Transientenmessung

Die Transientenmessung erfolgt mittels Keysight 3458A Digitalvoltmeter, was dem geplanten messtechnischen Aufbau des Präzisionshochspannungsteilers am Elektronenkühlersystem entspricht. Um den Messbereich am hochohmigen DVM ausnutzen zu können, wird das ursprüngliche Eingangsspannungssignal des Tektronix AFG3102 Funktionsgenerators über ein Kepco Bop 100m Spannungsverstärker um einen Faktor 100 amplitudenverstärkt. Da das Keysight 3458A abweichende ohmsch-kapazitive Eigenschaften gegenüber dem Tektronix MSO4054 Oszilloskop aufweist, gilt es mit abweichenden Parallelkapazitäten zu kompensieren.

Parallelkapazität	Modifikation zu $\tau'^{*} = 785{,}82\,\mu s$	Modifikation zu $\tau'^{*} \approx 6{,}96\,ms$
$C'_{LV,1}$	$0\,pF$	$0\,pF$
$C'_{LV,2}$	$(4{,}5 \pm 1{,}0)\,pF$	$(4{,}5 \pm 1{,}0)\,pF$
$C'_{LV,3}$	$(39{,}4 \pm 1{,}0)\,pF$	$(39{,}4 \pm 1{,}0)\,pF$
$C'_{LV,4}$	$(34{,}0 \pm 1{,}0)\,pF$	$(34{,}0 \pm 1{,}0)\,pF$
C'^{*}_{HV}	$(29{,}2 \pm 1{,}0)\,pF$	$(222{,}3 \pm 1{,}0)\,pF$
C'^{*}_{LV+DVM}	$0\,pF$	$(4{,}53 \pm 0{,}01)\,nF$

Tabelle 5.3.: Messwerte der Vierdrahtmessung der Kondensatoren für die Frequenzkompensation des Testaufbaus bei angeschlossenem Keysight 3458A Digitalvoltmeter. Die Kondensatoren $C'_{LV,1}$, $C'_{LV,2}$, $C'_{LV,3}$ und $C'_{LV,4}$ zur Kompensation der reinen Primärteilerkette sind dabei identisch zum kompensierten Testaufbau bei der Betragsfrequenzgangmessung (siehe Tabelle 5.2) ebenso wie die Zuschaltung $C'^{*}_{LV+DVM} = C'^{*}_{LV+OSC}$ parallel zur Niederspannungsseite mit Messaufbau.

Die ermittelten Idealwerte für die Kompensationen können dem Kapitel 5.2 entnommen werden. Die Realwerte der Kapazitäten der verwendeten Kompensationskondensatoren sind in Tabelle 5.3 dargelegt. Die Messwerterfassung aus dem Digitalvoltmeter erfolgt über LabVIEW. Das Keysight 3458A Digitalvoltmeter wird im PRESET FAST-Mode mit NPLC[1] $= 0{,}01 \mathrel{\widehat{=}} 200\,\mu s$ Integrationszeit[2] betrieben. Es folgt die Untersuchung des Übergangsverhaltens einer Potentialsprungantwort am Teilerabgriff $M_{1,TEST}$ für unkompensierten sowie kompensierten (beide Kompensationskonfigurationen) Testaufbau. Dazu wird an der Hochspannungszuführung eine Sprungfunktion von 200 V durch den Funktionsgenerator nach Amplitudenverstärkung am Kepco Bop 1000m eingespeist. Die Potentialänderungsrate des Signals beträgt dabei $1{,}25\,V/\mu s$. In Abbildung 5.5 ist das Übergangsverhalten für die unterschiedlichen Systeme dargestellt. Jede Systemantwort ist durch ein periodisches Rauschen gestört. Da die Frequenz des Rauschens in etwa

[1] Number of Power-Line-Cycles

[2] Dies ist der von Keysight Technologies in [Key17] angegebene Wert. Bei einer durchgeführten zeitlichen Kalibrierung des Digitalvoltmeters zeigte sich, dass die Integrationszeit etwa 220 µs beträgt.

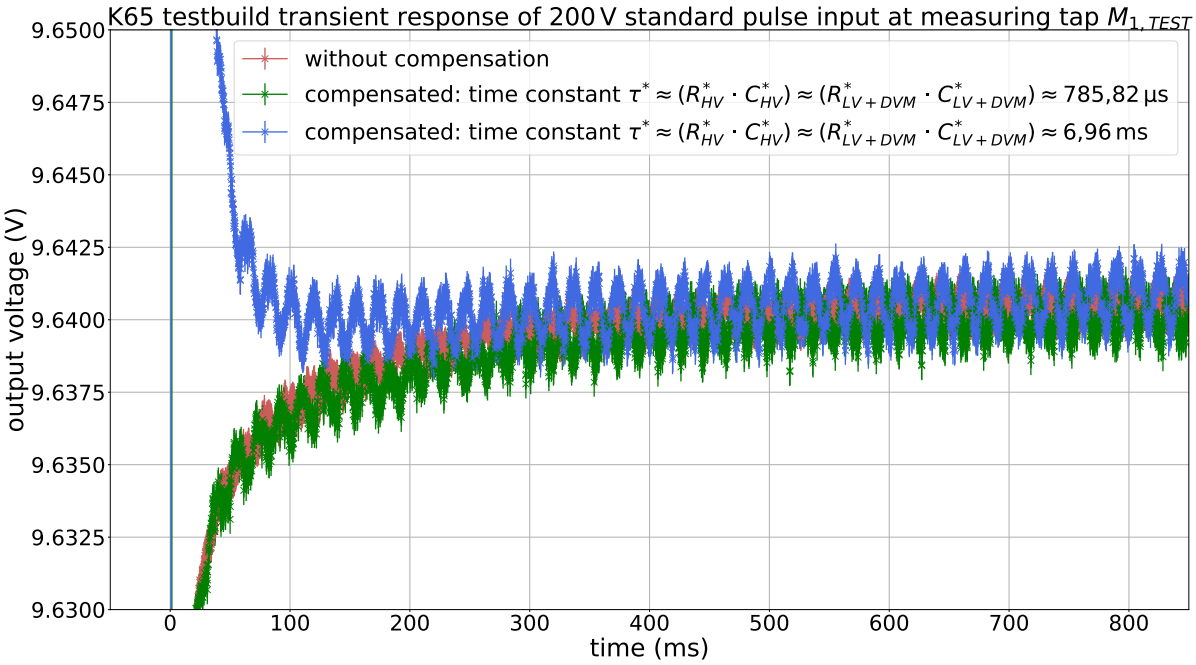


Abbildung 5.5.: **Übergangsverhalten der Potentialsprungantworten für die unterschiedlichen Systeme.** Gezeigt sind die über das Keysight 3458A Digitalvoltmeter gemessenen Übergangsverhalten der unterschiedlich kompensierten Gesamtsysteme. Diese resultieren am Spannungsteilerausgang aus einem Potentialsprung von 200 V mit einer Potentialänderungsrate von 1,25 V/µs an der Hochspannungszuführung des Testaufbaus.

der Netzfrequenz von 50 Hz entspricht, wird dies als Ursache vermutet. Die Frequenzkompensation der Primärteilerkette zuzüglich Messaufbau mit minimalen Kapazitäten beeinflusst das Übertragungsverhalten des Testaufbaus kaum. Das System weist weiterhin ein überkompensiertes Übertragungsverhalten auf. Die Kompensation auf die Zeitkonstante $\tau'^* \approx 6{,}96\,\text{ms}$ verändert das Übergangsverhalten hingegen deutlich. Wegen der potentiellen Abweichungen der Kondensatorkapazitäten von den zuvor berechneten Idealwerten, ist eine vollständige Kompensation ausgeschlossen. Dennoch lässt sich eine Verbesserung des Übergangsverhaltens trotz Unterkompensation auf die statische Abgriffteilerspannung bei Gleichspannung feststellen. Allerdings zeigt sich auch, dass das Spannungsteilersystem empfindlich für Störeinflüsse wie die Netzspannung ist und eine Vermessung von Eingangsspannungen an der Hochspannungszuführung mit einer Genauigkeit von $< 10^{-5}$ mit der Kompensation trotz einer präziseren Wahl der Kapazitäten womöglich nicht umsetzbar ist.

Kapitel 6

Schnelle Spannungsbestimmung durch Anpassung der Potentialsprungantwortfunktion

Wie die Messungen am K65-Testaufbau veranschaulicht haben, kann das Übertragungsverhalten ohmsch-kapazitiver Spannungsteilersysteme durch gezieltes Zuschalten spezifischer Parallelkapazitäten hinreichend beeinflusst werden. Die Optimierung zu einem kompensierten Teiler mit schnellem Übergangsverhalten für Präzisionsmessungen $< 10\,\mathrm{ms}$ von Verstimmungsspannungen am Spannungsteilerabgriff bleibt aufgrund von kapazitiven Einflüssen durch die Geometrie (Streukapazitäten) sowie ungenauer Kenntnis von Wirk- und kapazitiven Blindwiderstand der verbauten Komponenten (sowie des messtechnischen Aufbaus) schwer umzusetzen. Inwieweit sich das Übertragungsverhalten bei genauerer Charakterisierung sowie präziser Kompensation des Gesamtsystems mittels Trimmkondensatoren optimieren lässt, kann zum derzeitigen Kenntnisstand nicht beurteilt werden. Dahingehend wurde durch Prof. Dr. C. Weinheimer eine analytische Methode ausgearbeitet, welche als alternative zur Optimierung des Übertragungsverhaltens über Frequenzkompensation der Primärteilerkette für den Einsatz am Elektronenkühler etabliert werden könnte. Diese Methode setzt die Kenntnis eines vollständig[1] eingeschwungenen übersetzten Referenzspannungssprungs voraus. Über die Charakterisierung der Referenzsprungantwort kann das Übertragungsverhalten des Spannungsteilersystems für beliebige Verstimmungsspannungen mit gleicher Potentialänderungsrate sowie kürzerer Messdauer als im Falle des Referenzspannungssprungs über dessen Dauer prognostiziert werden. Dies ermöglicht eine präzise Vorhersage des Einschwingverhaltens uneingeschwungener Potentialsprungantworten, was hinsichtlich der gewünschten Anforderungen des neuen Präzisionshochspannungsteilers die Vermessung der Elektronenkühlerspannung für Verstimmungen der Pulsdauer $\geq 10\,\mathrm{ms}$ mit der notwendigen Präzision erlaubt. Eingeschränkt wird die Methode durch die Voraussetzung eines reproduzierbaren Übergangsverhaltens der eingespeisten Potentialsprünge an der Hochspannungszuführung. Signifikante Änderungen am Spannungsteileraufbau erzwingen eine erneute Charakterisierung des Übertragungsverhaltens über einen entsprechenden Referenzspannungssprung. In diesem Kapitel soll ein kurzer Einblick in die Methodik des analytischen Verfahrens gegeben werden.

Für systemtheoretische Prognosen des Übertragungsverhaltens von Sprungfunktionen am Spannungsteilersystem wird die Vermessung einer vollständig eingeschwungenen Referenzsprungantwort am Teilerabgriff als Systemantwort auf eine Spannungssprungfunktion an der Hochspannungszuführung vorausgesetzt. Gemäß Abbildung 6.1 kann über dessen lineare Interpolation als Funktion $u_{out,1}(t)$ das Übergangsverhalten einer Potentialsprungantwort $u_{out,2}(t)$ mit gleicher Potentialänderungsrate sowie kürzerer Messdauer $t_2 - t_{on,2}$ über die gesamte Dauer $t_1 - t_{on,1}$ der vermessenen Referenzsprungantwort kalkuliert werden. Dies ermöglicht im Falle der Verstimmung am Elektronenkühlersystem eine präzise Charakterisierung von Verstimmungspotentialen, welche wegen zu geringer Pulsdauer sowie exponentiellem Übergangsverhalten des geteilten Verstimmungspotentials am Spannungsteilerabgriff nicht mit der notwendigen Genauigkeit über das Digitalvoltmeter gemessen werden können. Die ausgearbeitete Methodik wird im Folgenden anhand einer im Rahmen der K65-Testmessungen durchgeführten Messung der Systemantwort auf eine Potentialsprungfolge mit konstanter Potentialänderungsrate erläutert. Die Erzeugung der Potentialsprungfolge wurde in Analogie zu den Transientenmessungen in

[1] Die Bezeichnung „vollständig“ bezieht sich hierbei auf die für den Einsatz am Elektronenkühler erforderliche 6,5-stellige Genauigkeit der statischen Abgriffteilerspannung bei Gleichspannung.

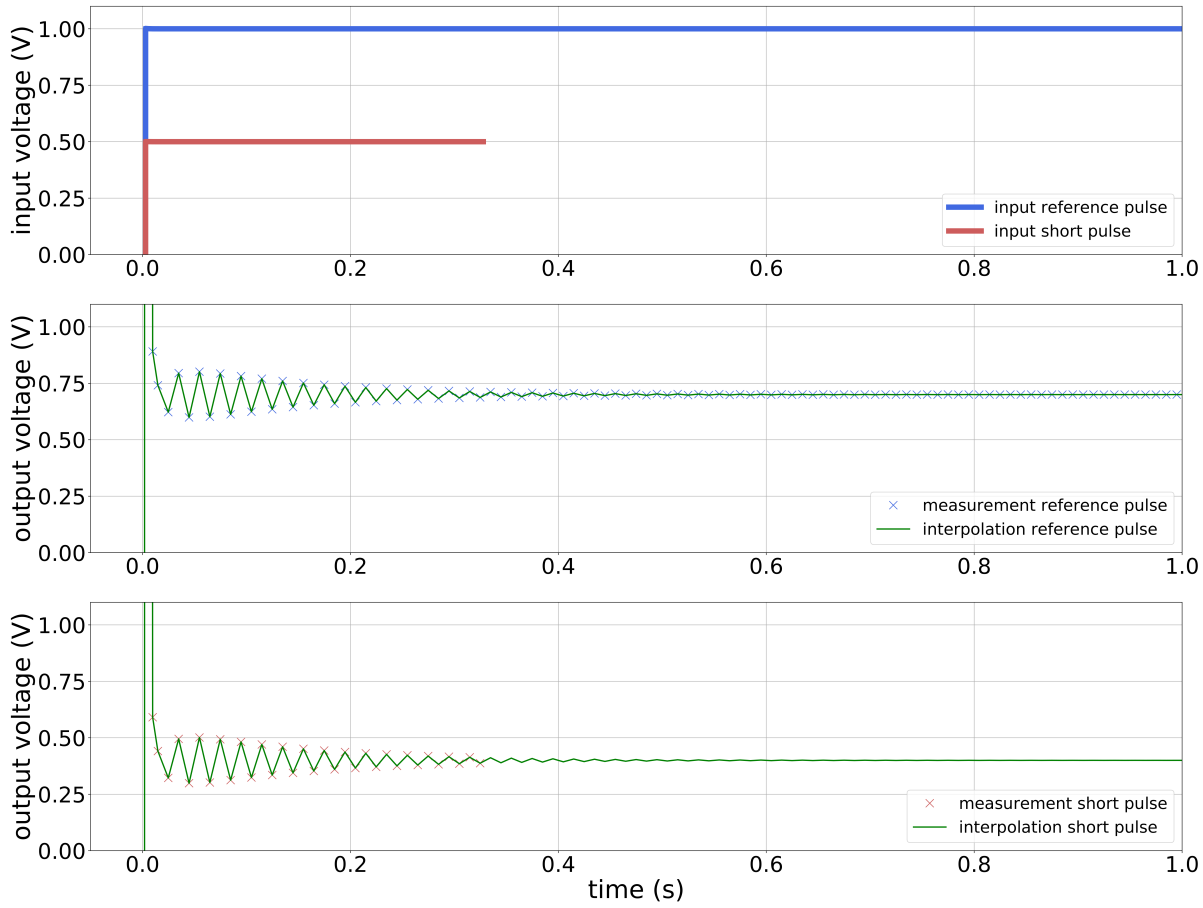


Abbildung 6.1.: **Schematische Prinzipdarstellung der analytischen Prognostizierung einer Potentialsprungantwort $u_{out,2}(t)$ über eine Referenzsprungantwort $u_{in}(t)$.** Über die Kenntnis des Übergangsverhaltens der Referenzsprungantwort $u_{out,1}(t)$ über den Zeitraum $t_1 - t_{on,1}$ kann das Übertragungsverhalten einer gleichartigen Potentialsprungantwort $U_{out,2}(t)$ mit abweichender Amplitude bei einer Messdauer $t_2 - t_{on,2} < t_1 - t_{on,1}$ über den Zeitraum $t_1 - t_{on,1}$ vorhergesagt werden.

Kapitel 5.3 mittels Tektronix AFG3102 Funktionsgenerator mit Amplitudenverstärkung über ein zwischengeschalteten Kepco Bop 1000m realisiert. Die Messwerterfassung der Abgriffteilerspannungen konnte ebenfalls analog über das Keysight 3458A Digitalvoltmeter im PRESET FAST-Mode mit NPLC $= 0{,}01 \mathrel{\widehat{=}} 200\,\mu s$ Integrationszeit erfolgen. Die Potentialänderungsrate der eingespeisten Potentialsprungfolge an der Hochspannungszuführung des Testaufbaus beträgt $1{,}25\,V/\mu s$. Die im Folgenden gelisteten Spannungswerte repräsentieren die voreingestellten Potentialplateaus (nach Amplitudenverstärkung) der eingespeisten Potentialsprungfolge:

$$U_{SEQ,1} = 200\,V \tag{6.1}$$
$$U_{SEQ,2} = 140\,V \tag{6.2}$$
$$U_{SEQ,3} = 40\,V \tag{6.3}$$

$$U_{SEQ,4} = 160\,\mathrm{V} \tag{6.4}$$
$$U_{SEQ,5} = 100\,\mathrm{V} \tag{6.5}$$
$$U_{SEQ,6} = 0\,\mathrm{V} \tag{6.6}$$

In Abbildung 6.2 ist die generierte Potentialsprungfolge vor Amplitudenverstärkung dargestellt. Die Potentialplateaus weisen entsprechende Spannungswerte $U_{SEQ,i}/100$ bedingt durch die fehlende Amplitudenverstärkung des Kepco Bop 1000m auf. Die gemessenen Potentialsprungantworten der Potentialsprungantwortfolge am Spannungsteilerabgriff $M_{1,TEST} \approx 50$ sind aufgrund der geringen Pulsdauer (circa 160 ms pro Sequenz für $U_{SEQ,1}$ bis $U_{SEQ,5}$ sowie aufgrund der begrenzten Messzeit etwa 60 ms für $U_{SEQ,6}$) der amplitudenverstärkten Potentiale pro Spannungssequenz über den gesamten Messzeitraum uneingeschwungen. Es gilt folglich das Übertragungsverhalten der Potentiale über eine Referenzsprungantwort für größere Pulsdauer analytisch zu prognostizieren, um die statischen Abgriffteilerspannungen bei Gleichspannung der unterschiedlichen Potentialsprungantworten $u_{out,SEQ,i}(t)$ auf die eingespeisten Potentialsprünge $U_{SEQ,i}$ mit der erforderlichen Genauigkeit von 6,5-Stellen ermitteln zu können.

Da keine Referenzmessung für die Potentialsprungantwortfolge am Testaufbau durchgeführt wurde und im Rahmen dieser Arbeit lediglich eine Prinzipdarstellung des analytischen Verfahrens dargeboten werden soll, dient die erste Pulssequenz der Potentialsprungantwortfolge (als Systemantwort auf den eingespeisten Spannungsprung auf $U_{SEQ,1}$) im Folgenden als Referenzsprungantwort. Im Zuge dessen erfolgt eine gezielte Messwertmanipulation, sodass der ausgewählte Referenzpuls für größere Zeiten bis $t_1 - t_{on,1}$ mit dem letzten Messwert konstant fortgesetzt wird. Dies gewährleistet eine vollständig eingeschwungene Systemantwort. Da alle Potentialsprungantworten ein gleichartiges Übergangsverhalten aufweisen (identische Potentialänderungsrate sowie die Annahme eines LZI[2]-Spannungsteilersystems), kann über die Messwerte der Referenzsprungantwort als lineare Interpolation $u_{out,SEQ,1}(t)$ eine Prognostizierung des gleichartigen Übergangsverhaltens für die zu untersuchenden nachfolgenden uneingeschwungenen Potentialsprungantworten mit zeitlichem Offset $t_{on,i}$ und der Dauer $t_i - t_{on,i}$ über einen Zeitraum $t_1 - t_{on,1} > t_i - t_{on,i}$ erfolgen. Dies ermöglicht bei hinreichend langer Messdauer $t_1 - t_{on,1}$ der Referenzsprungantwort eine analytische Bestimmung des Spannungswerts nach vollständig abgeschlossenem Übergangsverhalten für die unterschiedlichen nachfolgenden Potentialsprungantworten $u_{out,SEQ,i}(t)$. Das Prinzip soll im Folgenden anhand der funktionalen Beschreibung der zweiten Potentialsprungantwort $u_{out,SEQ,2}(t)$ der Folge auf Basis der definierten Referenzsprungantwort $u_{out,SEQ,1}(t)$ näher erläutert werden. Dazu wird, wie bereits ausgeführt, für die Antwort des Potentialsprungs auf $U_{SEQ,2}$ mit zeitlichen Offset $t_{on,2}$ ein gleichartiges Übergangsverhalten wie für die Referenzsprungantwort $u_{out,SEQ,1}(t)$ auf den Potentialsprung $U_{SEQ,1}$ bei zeitlichem Offset $t_{on,1} = 0$ angenommen, welche sich ausschließlich in der Spannungsamplitude sowie in der Zeitverschiebung von der Referenz unterschiedet. Die nachfolgende Potentialsprungantwort $u_{out,SEQ,2}(t)$ lässt sich folglich durch die Referenzsprungantwort für das Zeitintervall $[t_{on,2}, t_{on,2} + t_1]$ gemäß

[2]Lineares zeitinvariantes (System)



Abbildung 6.2.: **Vermessung der eingespeisten Potentialsprungfolge vor der Amplitudenverstärkung am Kepco Bop 1000m.** Die Messwerterfassung erfolgte über das Tektronix MSO4054 Oszilloskop. Die Potentialplateaus entsprechen dem Hundertstel der eingespeisten Potentialplateaus $U_{SEQ,i}$ an der Hochspannungszuführung des K65-Testaufbaus.

der unten stehenden Relation definieren:

$$u_{out,SEQ,2}(t) = \underbrace{u_{out,SEQ,1}(t)}_{\text{Referenzinterpolation}} \underbrace{+A_2 \cdot u_{out,SEQ,1}(t - t_{on,2})}_{\text{Spannungsoffset}}, \tag{6.7}$$

wobei A_2 als Spannungsoffsetparameter bezeichnet wird. Für die ermittelten Spannungswerte in der Messwerterfassung wird eine Fehlerbehaftung von 0,5 mV angenommen. Die gesamte Messreihe wird durch ein periodisches Rauschverhalten gestört. Als Ursache wird hierfür die Netzspannung vermutet, was eine genauere Betrachtung des sinusartigen Störsignals bestätigt. Die Frequenz stimmt mit der Netzfrequenz von 50 Hz annähernd überein. Da das Rauschsignal in der linearen Interpolation der Referenzsprungantwort abweichende Werte für die Rauschamplitude sowie eine abweichende Phasenverschiebung bezüglich $u_{out,SEQ,2}(t)$ aufweisen kann, erfolgt in der analytischen Berechnung eine Störsignalkorrektur, welche die genannten Abweichungen für die Beschreibung von $u_{out,SEQ,2}(t)$ kompensiert. Zur Berücksichtigung des sinusartigen Rauschens, gilt es die in Gleichung 6.7 dargelegte Funktion wie folgt zu erweitern:

$$u_{out,SEQ,2}(t) = \underbrace{u_{out,SEQ,1}(t)}_{\text{Referenzinterpolation}} \underbrace{+A_2 \cdot u_{out,SEQ,1}(t - t_{on,2})}_{\text{Spannungsoffset}} \underbrace{+C_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)}_{\text{Störsignalkorrektur}}. \tag{6.8}$$

Dabei beschreibt C_2 die Rauschamplitudenkorrektur, ω die Kreisfrequenz sowie φ_2 die Phasenverschiebungskorrektur des Störsignals in der Potentialsprungantwort. Die unbe-

kannten Parameter A_2, C_2, ω und φ_2 (sowie $t_{on,2}$, falls nicht bekannt) lassen sich folglich über eine Parameterschätzung[3] an die Messwerte ermitteln, sodass $u_{out,SEQ,2}(t)$ bis zum Zeitpunkt $t_{on,2}+t_1$ definiert ist, obwohl die Messwerterfassung nur bis $t_{on,2}+t_2 < t_{on,2}+t_1$ erfolgte. Die Potentialsprungantworten $u_{out,SEQ,i}(t)$ können dementsprechend für beliebige Zeiten bei hinreichend langer Messzeit t_1 der Referenzsprungantwort charakterisiert werden, was eine Berechnung der statischen Abgriffteilerspannung bei Gleichspannung für uneingeschwungene Potentialsprungantworten mit 6,5-stelliger Präzision möglich macht. Die analytische Vorhersage von $u_{out,SEQ,2}(t)$ kann folglich als Referenz für die nächste Potentialsprungantwort $u_{out,SEQ,3}(t)$ verwendet werden, welche wiederum als Referenz für die darauffolgende Sprungantwort dient. So lassen sich die Übergangsverhalten einer Potentialsprungantwortfolge mit beliebig vielen Potentialplateaus für die Dauer $t_1-t_{on,i}$ analytisch vorhersagen. Die Beschreibung der n-ten Potentialsprungantwort einer Folge erfolgt dabei ausschließlich auf Basis der linearen Interpolation der ursprünglichen Referenzsprungantwort $u_{out,SEQ,1}(t)$ gemäß

$$u_{out,SEQ,n}(t) = u_{out,SEQ,1}(t) + \sum_{i=2}^{n} \left(A_i \cdot u_{out,SEQ,1}(t - t_{on,i}) + C_i \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) \right). \quad (6.9)$$

Da einige Messpunkte der Sprungstellen bei linearer Interpolation eine zu große Fehlerbehaftung aufweisen, jedoch für das analytische Verfahren keine Rolle spielen, werden diese nicht weiter berücksichtigt. Für die analytische Vorhersage des Übergangsverhaltens der Potentialsprungantworten auf $U_{SEQ,2}$,$U_{SEQ,3}$, $U_{SEQ,4}$, $U_{SEQ,5}$ sowie $U_{SEQ,6}$, gilt es, wie bereits erläutert, die Messwerte der jeweiligen Potentialsprungantworten unter Verwendung der linearen Interpolation $u_{out,SEQ,1}(t)$ der Referenzsprungantwort zu approximieren. Dazu erfolgt für die aufeinanderfolgenden Potentialsprungantworten eine Fitfunktionsmodellierung (siehe Quellcode im Anhang B.1) basierend auf der Formulierung in Gleichung 6.9 mit 21 unbekannten Parametern, welche unter anderem die jeweiligen Spannungsoffsetparameter A_i (par [2], par [6], par [10], par [14]) für die jeweiligen Potentialsprungantworten beinhalten. Die Parameterwerte par [1], par [5], par [9], par [13] sowie par [17] definieren die zeitlichen Offsets $t_{on,i}$ der Potentialsprungantworten von der linear interpolierten Referenzsprungantwort. Der für alle Pulse auftretende Parameter par [0] beschreibt die Kreisfrequenz ω des periodischen Rauschsignals innerhalb der Messreihe. Für die Rauschamplitudenkorrekturfaktoren C_1 sowie die Phasenverschiebungskorrekturfaktoren φ_i des Rauschsignals für die unterschiedlichen Potentialsprungantworten erfolgt eine Parameterabschätzung über die Parameter par [3], par [7], par [11], par [15] und par [19] bzw. par [4], par [8], par [12], par [16] und par [20]. Die vollständigen Resultate der Parameterschätzung können dem Anhang B.2 entnommen werden. Die ermittelten Werte für die Spannungsoffsetparameter A_i der unterschiedlichen Potentialsprungantworten $u_{out,SEQ,i}(t)$ sind zudem in Tabelle 6.1 gelistet. Wie der Tabelle entnommen werden kann, lassen sich diese mit einer Präzision von etwa 10^{-6} berechnen. Entsprechend kann das reduzierte χ^2 in Abhängigkeit der Anzahl der Messwerte N sowie die Anzahl der Fitparameter $F = 21$ zu

$$\frac{\chi^2}{N-F} = 0{,}554\,596 \quad (6.10)$$

[3] In der englischsprachigen Literatur unter dem weit verbreiteten Begriff „Fit“ bekannt.

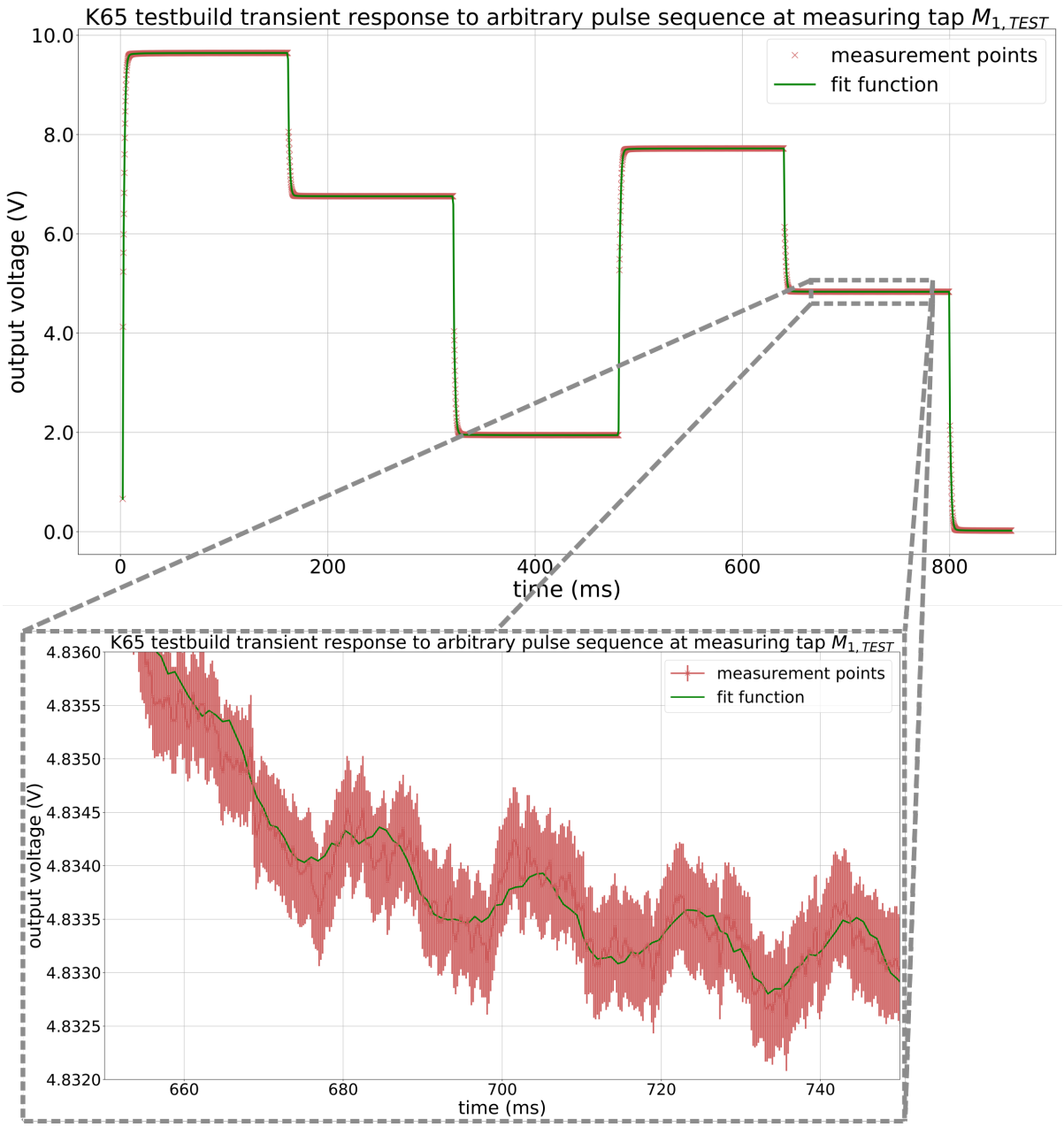


Abbildung 6.3.: **Manipulierte Messreihe der Potentialsprungantwortfolge am Spannungsteilerabgriff $M_{1,TEST}$ des K65-Testaufbaus.** Gezeigt wird die Potentialsprungantwortfolge des unkompensierten Testaufbaus auf eine eingespeiste Potentialsprungfolge mit $U_{SEQ,1} = 200\,\mathrm{V}$, $U_{SEQ,2} = 140\,\mathrm{V}$, $U_{SEQ,3} = 40\,\mathrm{V}$, $U_{SEQ,4} = 160\,\mathrm{V}$, $U_{SEQ,5} = 100\,\mathrm{V}$ und $U_{SEQ,6} = 0\,\mathrm{V}$ an der Hochspannungszuführung, sowie die Funktion der Ausgleichsrechnung zur Prognostizierung des Übergangsverhaltens auf Basis der ersten Potentialsprungantwort $u_{out,SEQ,1}(t)$ als Referenzsprungantwort. Die vergrößerte Darstellung unten zeigt die erfolgreiche Berücksichtigung des periodischen Rauschverhaltens in der Funktionsmodellierung.

Potentialsprungantwort	Spannungsoffsetparameter A_i	Fehlerbehaftung
$u_{out,SEQ,2}(t) = u_{SEQ,2}(t)/M_{1,TEST}$	$-2{,}993\,770 \cdot 10^{-1}$	$\pm 2{,}0 \cdot 10^{-6}$
$u_{out,SEQ,3}(t) = u_{SEQ,3}(t)/M_{1,TEST}$	$-4{,}990\,193 \cdot 10^{-1}$	$\pm 2{,}8 \cdot 10^{-6}$
$u_{out,SEQ,4}(t) = u_{SEQ,4}(t)/M_{1,TEST}$	$5{,}988\,652 \cdot 10^{-1}$	$\pm 2{,}8 \cdot 10^{-6}$
$u_{out,SEQ,5}(t) = u_{SEQ,5}(t)/M_{1,TEST}$	$-2{,}993\,476 \cdot 10^{-1}$	$\pm 2{,}8 \cdot 10^{-6}$
$u_{out,SEQ,6}(t) = u_{SEQ,6}(t)/M_{1,TEST}$	$-4{,}991\,080 \cdot 10^{-1}$	$\pm 3{,}8 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 6.1.: Ermittelte Spannungsoffsetparameter A_i aus der Parameterschätzung sowie deren absolute Fehlerbehaftung. Eine vollständige Auflistung aller ermittelten Parameterwerte der Parameterabschätzung kann dem Anhang B.2 entnommen werden.

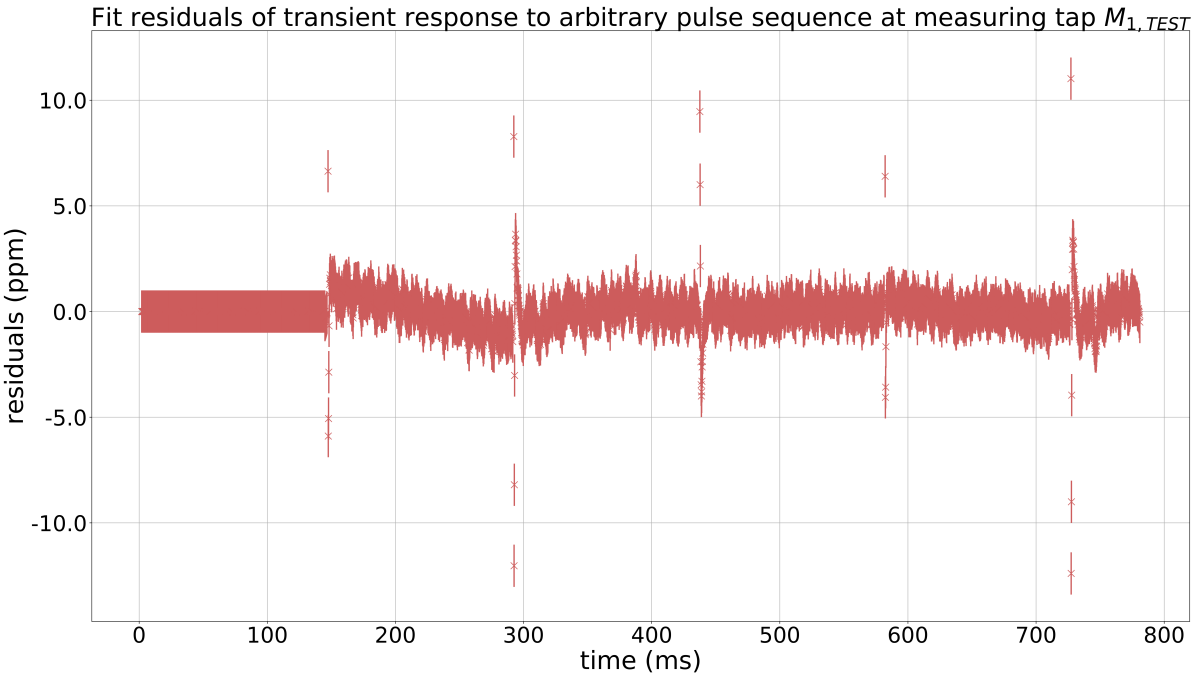


Abbildung 6.4.: **Residuen der Messwerte von dem Funktionsmodell mit Parameterschätzung über den Messzeitraum.** Gezeigt werden die Residuen als Abweichung der Messwerte von dem Funktionsmodell zur Beschreibung des Systemverhaltens des K65-Testaufbaus gemäß Abbildung 6.3. Die Fehlerbehaftung beschränkt sich im wesentlichen auf den Bereich $< 5\,\text{ppm}$. Für die erste Potentialsprungantwort $u_{out,SEQ,1}(t)$ kann eine konstante Fehlerbehaftung von etwa $\pm 1\,\text{ppm}$ ermittelt werden. Dies wird durch die Funktion als Referenzsprungantwort begründet.

bestimmt werden. In Abbildung 6.3 ist die Messreihe der aufgenommenen Potentialsprungantwortfolge mit dem Funktionsmodell für die Parameterschätzung der gesamten Folge dargestellt. Der Teilausschnitt von 650 ms bis 750 ms zeigt eine stark verkleinerte Vertikalskalierung der gemessenen Abgriffteilerspannung am K65-Testaufbau. Die berechneten Parameter des Funktionsmodells beschreiben das Verhalten der Abgriffteilerspannung unter Berücksichtigung des Rauschverhaltens sowie des absoluten Messfehlers hinreichend präzise. Zur genaueren Untersuchung der Genauigkeit des Funktionsmodells

mit der Parameterschätzung gegenüber der Messreihe folgt eine Darstellung der Residuen in Abbildung 6.4. Diese beschreiben die Abweichungen des Funktionsmodells von den realen Messwerten über den gesamten Zeitraum der Messung. Wie den Residuen zu entnehmen ist, kann die Spannung der Potentialsprungantwortfolge mithilfe des Funktionsmodells annähernd vollständig mit einer Genauigkeit $< 5\,\mathrm{ppm}$ bestimmt werden, womit die Voraussetzung für den Einsatz am Elektronenkühlersystem erfüllt wäre. Lediglich die Sprungstellen zwischen den Potentialen weisen eine höhere Fehlerbehaftung auf, was für den Anwendungszweck der analytischen Prognostizierung keine Einschränkung mit sich bringt. Für Potentialsprungantwortfolgen mit einer weit höheren Anzahl von Potentialplateaus kann eine gleichartige Präzision bei der Charakterisierung der einzelnen Potentialsprungantworten erwartet werden. Die Bestimmung der Spannungsverstimmungen mit der gewünschten Präzision am Hochleistungselektronenkühler wäre somit realisierbar.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Die Spektroskopie von Elektron-Ion-Rekombinationsprozessen an Speicherringen ist ein hochsensitives Messverfahren, welches für ein breites Spektrum in der atom- und molekularphysikalischen Forschung genutzt wird. Begründet durch die Vielseitigkeit in den Anwendungsmöglichkeiten ist hierfür am zukünftigen Beschleunigerkomplex FAIR ein essenzielles Experimentalforschungsprogramm vorgesehen. Das umverlegte Synchrotron CRYRING@ESR soll am GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung in Darmstadt als Teil des geplanten Beschleunigerkomplexes die Voraussetzungen für Experimente zur Rekombination von Elektronen und Ionen erfüllen. Wichtiger Bestandteil in der Synchrotronkonfiguration des Ionenspeicherrings für das Messverfahren ist ein Hochleistungselektronenkühler, welcher zur Verringerung des Phasenraums des injizierten Ionenstrahls dient sowie als Elektronentarget fungiert. Die für die Experimente notwendige Variation der Kollisionsenergien am Elektronentarget wird über die Verstimmung der Beschleunigungsspannung der Elektronenkanone am Hochleistungselektronenkühlersystem realisiert. Die Verstimmungspotentiale sollen über einen Präzisionshochspannungsteiler auf den Messbereich eines kommerziellen Digitalvoltmeters heruntergeteilt werden, sodass sich diese mit einer Präzision im ppm-Bereich zum Zweck der experimentellen Auswertung bestimmen lassen. Das Spannungsteilersystem soll mit den entsprechenden Anforderungen am Institut für Kernphysik der Westfälischen Wilhelms-Universität gebaut werden.

Da Präzisionsmessungen von Beschleunigungsspannungen mit Verstimmungszeiten von $\geq 10\,\mathrm{ms}$ erfolgen sollen, ist ein schnelles Übertragungsverhalten des Spannungsteilersystems erforderlich. Dahingehend wurde der geplante Messaufbau des Hochleistungselektronenkühlers bestehend aus Präzisionshochspannungsteiler und Digitalvoltmeter hinsichtlich des Betragsfrequenzgangverhaltens untersucht, da sich die Frequenzabhängigkeit eines ohmsch-kapazitiven Systems durch ein exponentielles Übergangsverhalten von Potentialsprüngen an der Hochspannungszuführung auf den Spannungsteilerabgriff charakterisiert. Dies stört die gewünschte Präzisionsmessung der eingespeisten Verstimmungsspannungen. Es zeigte sich in Simulationen sowie in systemtheoretischen Berechnungen, dass die ohmsch-kapazitive Primärteilerkette des Spannungsteilersystems mit messtechnischem Aufbau am Spannungsteilerabgriff aus Messabgriffkabel und Keysight 3458A Digitalvoltmeter nicht frequenzkompensiert ist und folglich für alle geplanten Teilerabgriffe ein exponentielles Übergangsverhalten erwartet werden kann. Infolgedessen wurde eine Optimierung des Gesamtsystems für die Schaltungssimulation ausgearbeitet, welche die Frequenzabhängigkeit kompensiert. Diese basiert auf der Kompensationsbedingung ohmsch-kapazitiver Teiler, welche besagt, dass alle Zeitkonstanten der $R||C$-Glieder des Systems übereinstimmen müssen. Schaltungstechnisch erfolgte die Optimierung über die parallele Zuschaltung spezifischer kapazitiver Blindwiderstände über unterschiedliche Knoten der Primärteilerkette, was der Angleichung der Zeitkonstanten für die unterschiedlichen $R||C$-Glieder diente. Die Angleichung wurde mit kleinstmöglichen Kapazitäten realisiert, um den kapazitiven Einfluss zunächst so gering wie möglich zu halten. Die Simulationen zum Betragsfrequenzgang- sowie Transientenverhalten jedes Spannungsteilerabgriffs bestätigten bei optimierter Schaltung den gewünschten Einfluss der Parallelkapazitäten. Die simulierten Betragsfrequenzgänge der unterschiedlichen Teilerabgriffe sind für alle Frequenzen durch den konstanten Wert des jeweiligen Maßstabsfaktors M_n bzw. des reziproken Übersetzungsverhältnisses $\ddot{u}$ definiert. Für die Transientensimulation

konnte für alle Abgriffe ein annähernd instantanes Übergangsverhalten von Potentialsprungantworten simuliert werden.

Um die Optimierungsmethode für den Einsatz in der Praxis zu prüfen, wurde ein gleichartiger Testaufbau zum geplanten Präzisionshochspannungsteiler aus Komponenten des K65-Spannungsteilers für das KATRIN-Experiment gefertigt. Da die Simulation der Optimierungsmethode nur anhand eines idealisierten Ersatzschaltbildes der Primärteilerkette zuzüglich des messtechnischen Aufbaus erfolgte, und somit die Einflüsse des Kontrollteilers sowie möglicher Streukapazitäten des realen Aufbaus unberücksichtigt blieben, wurden für die Kompensation des Testaufbaus Abweichungen im Betragsfrequenzgang- sowie Transientenverhalten erwartet. Der Grund für die Nichtberücksichtigung war unter anderem, dass sich die Streukapazitäten trotz genauer Kenntnis der Geometrie sowie elektrischer Bauteile nicht trivial in das Ersatzschaltbild für die Simulation integrieren ließen. Die Betragsfrequenzgangmessung des Testaufbaus für unkompensierte sowie kompensierte Primärteilerkette mit minimalkapazitiver Frequenzkompensation bestätigten die Annahmen eines abweichenden Systemverhaltens für den Testaufbau. Beide Systeme wiesen (trotz kompensierter Primärteilerkette) eine deutliche Frequenzabhängigkeit auf. Über die Zuschaltung der Kondensatoren ließ sich kein Allpassverhalten am Spannungsteilersystem herstellen. Als Ursache für die Frequenzabhängigkeit werden die Streukapazitäten vermutet. Zusätzlich erfolgte eine dritte Betragsfrequenzgangmessung am Testaufbau mit höherkapazitiven Kondensatoren zur τ-Modifikation. Es konnte ein weitaus besseres Ergebnis für die dritte Betragsfrequenzgangmessung erzielt werden. Die Realisierung einer höherkapazitiven Primärteilerkette kann die Streukapazitäten offenbar unterdrücken, da der kapazitive Einfluss der kompensierten Teilerkette das Systemvehalten dominiert. Die Untersuchung des Übertragungsverhalten des Testaufbaus bei eingespeister Spannungssprungfunktion bestätigte dies, auch wenn keine vollständige Kompensation realisiert werden konnte. Dies wäre auch im Idealsystem der Primärteilerkette nicht zu erwarten, da die berechneten Kapazitäten zur vollständigen Kompensation nicht zur Verfügung standen. Der Einsatz von Trimmkondensatoren ist daher für präzisere Kompensationen zu empfehlen. Allgemein konnte gezeigt werden, dass sich das Übertragungsverhalten ab einer bestimmten Größe der Kapazitäten für die Kompensationskondensatoren hinreichend beeinflussen lässt. Ferner gilt es das System bei präziser τ-Modifikation über Trimmkondensatoren sowie genauerer Charakterisierung der elektrischen Komponenten in der primären Widerstandskette (zuzüglich Messaufbau) hochkapazitiv zu kompensieren. Womöglich kann dabei auf eine Berücksichtigung der Eigenkapazitäten der Präzisionswiderstände verzichtet werden, was der Betrachtung der Primärteilerkette als rein ohmschen Teiler gleicht. Dies reduziert die Anzahl zu verschaltender Zusatzkapazitäten auf zwei – C_{HV} parallel zur spezifischen Hochspannungsseite sowie C_{LV} parallel zur Niederspannungsseite bzw. messtechnischem Aufbau (R_{DVM}, C_{DVM}, C_{CAB}). Für eine annähernd vollständige Kompensation für den Teilerabgriff M_n mit hinreichend hochkapazitiver Kompensation muss folglich

$$(R_{HV}+\sum_{k=2}^{n} R_{LV,k-1})C_{HV} = \frac{(\sum_{k=2}^{6} R_{LV,k-1} - \sum_{k=2}^{n} R_{LV,k-1})R_{DVM}}{\sum_{k=2}^{6} R_{LV,k-1} - \sum_{k=2}^{n} R_{LV,k-1} + R_{DVM}}(C_{LV}+C_{CAB}+C_{DVM}) \tag{7.1}$$

erfüllt sein. Sollte sich die hochkapazitive Frequenzkompensation bewähren, kann die-

se als Optimierung für den Einsatz am Hochleistungselektronenkühler dienen. Nachteil dieser Optimierungsmethode ist die umständliche Verschaltung zur Kompensation jedes Teilerabgriffs. In der finalen Bauform ist der Präzisionshochspannungsteiler im Edelstahlkessel isoliert, was Änderungen an der Primärteilerkette auf Hochspannungsseite erschwert.

Zusätzlich wurde durch Prof. Dr. C. Weinheimer ein alternatives Verfahren zur Bestimmung der Verstimmungsspannungen an der Hochspannungszuführung ausgearbeitet, was die Problematik der Schaltungsoptimierung umgeht. Dieses basiert auf der analytischen Prognostizierung uneingeschwungener geteiler Verstimmungsspannungen am Spannungsteilerabgriff, wodurch eine Frequenzkompensation des Präzisionshochspannungsteilers nicht zwingend erforderlich ist. Voraussetzung für die Methodik ist ein vollständig eingeschwungenes Verstimmungspotential als Referenzsprungantwort, worüber sich das Verhalten aller gleichartigen Verstimmungsspannungen (mit identischer Potentialänderungsrate) über den gesamten Messzeitraum der Referenzsprungantwort analytisch prognostizieren lässt. Zur Verifizierung der Methode wurde die Antwort des Testaufbaus auf eine Potentialsprungfolge vermessen. Über die Kenntnis der Messwerte der ersten Potentialsprungantwort konnte das Verhalten der nachfolgenden Potentialsprungantworten mit einer Genauigkeit $< 5\,\mathrm{ppm}$ prognostiziert werden. Dies gelang allerdings nur auf Basis einer Messwertmanipulation, da die Referenzsprungantwort selbst nicht vollständig eingeschwungen war. Zukünftige Messungen von Referenzsprungantworten sollten daher mit einer langen Messzeit durchgeführt werden. Auch muss sichergestellt werden, dass die eingespeiste Potentialsprungfolge absolut gleichartige Pulse liefert. Inwieweit die Verstimmungspotentiale am Elektronenkühler diese Anforderungen erfüllen, gilt es in Zukunft nachzuweisen. Das Verfahren lässt sich für beliebig viele aufeinanderfolgende Potentialsprünge anwenden. Ein der wichtigsten Voraussetzung für die Anwendung der Methode ist ein LZI-Spannungsteilersystem, was hinsichtlich der Langzeitstabilitätsmessungen des K65-Spannungsteilers in [Res14] für den neuen Präzisionshochspannungsteiler zu erwarten ist.

Anhang A

Ergänzungen zur Schaltungssimulation

A.1. Simulationsresultate der Teilerabgriffe M_2 bis M_5

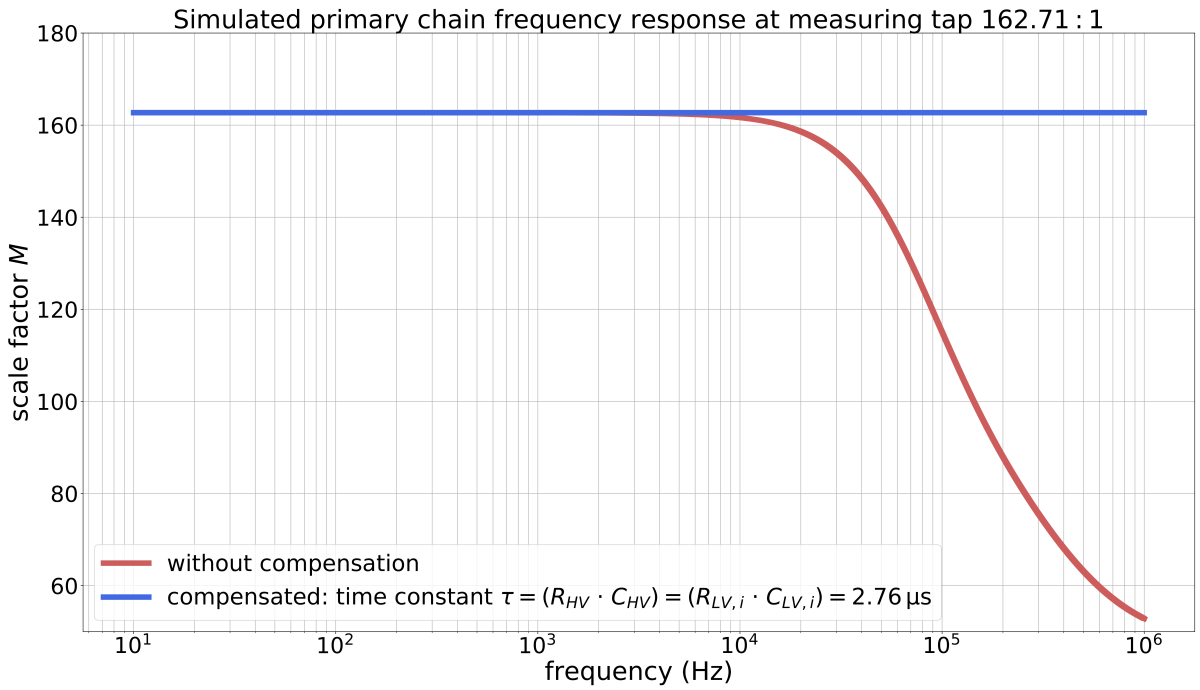


Abbildung A.1.: **Simulierter Betragsfrequenzgang $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ am M_2-Teilerabgriff bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

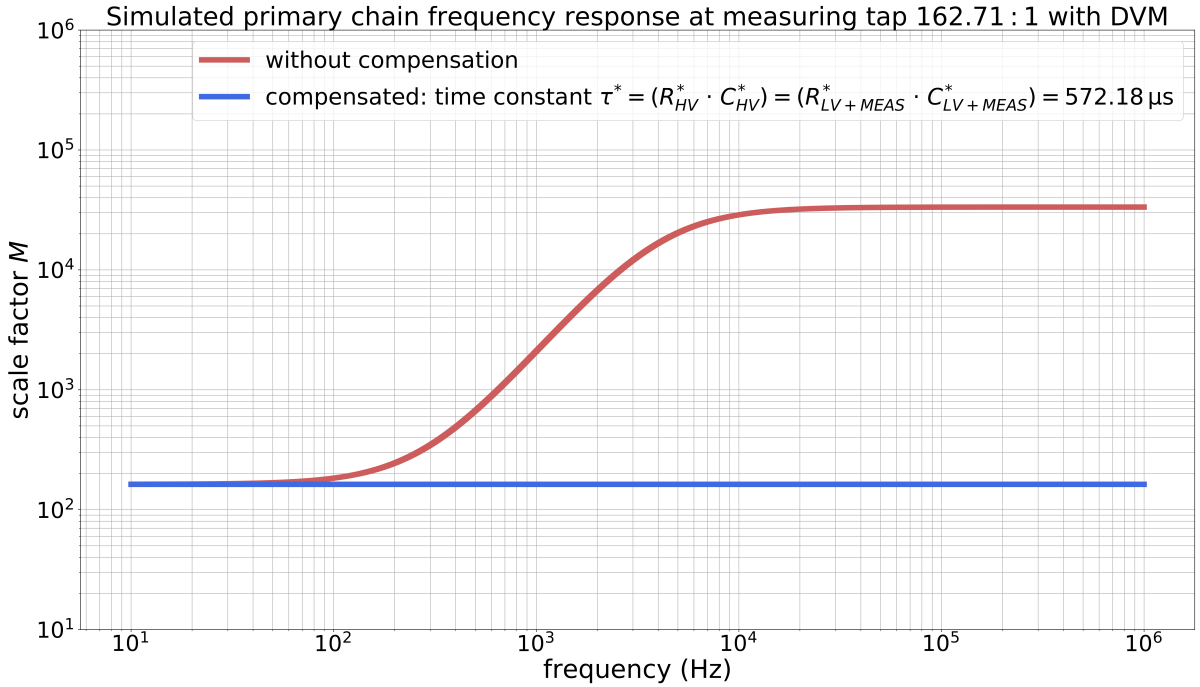


Abbildung A.2.: **Simulierter Betragsfrequenzgang $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ am M_2-Teilerabgriff mit messtechnischem Aufbau bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

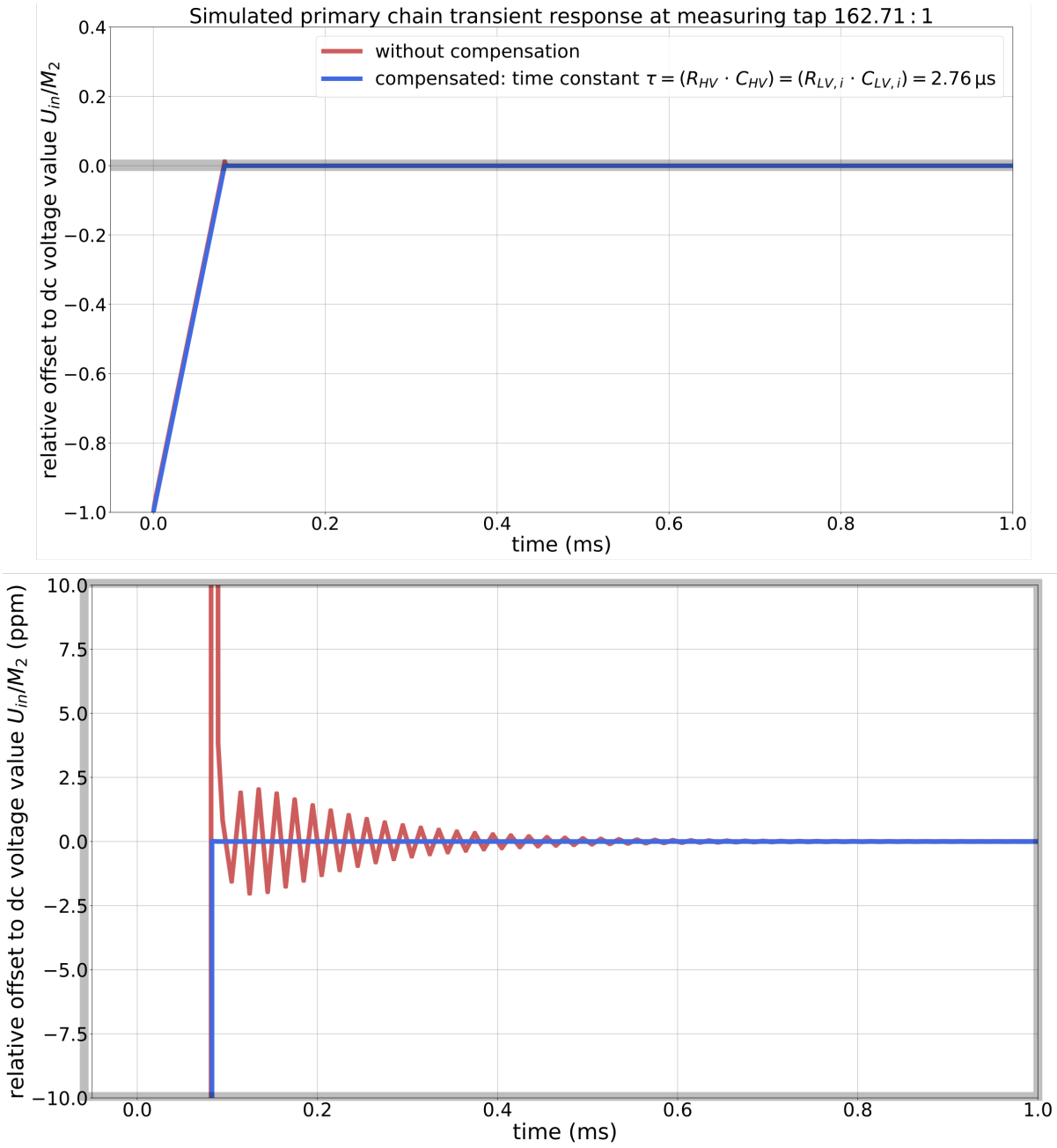


Abbildung A.3.: **Simulierte Sprungantwort $u_{out}(t)$ des M_2-Teilerabgriffs auf eine Sprungfunktion $u_{in}(t)$ bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

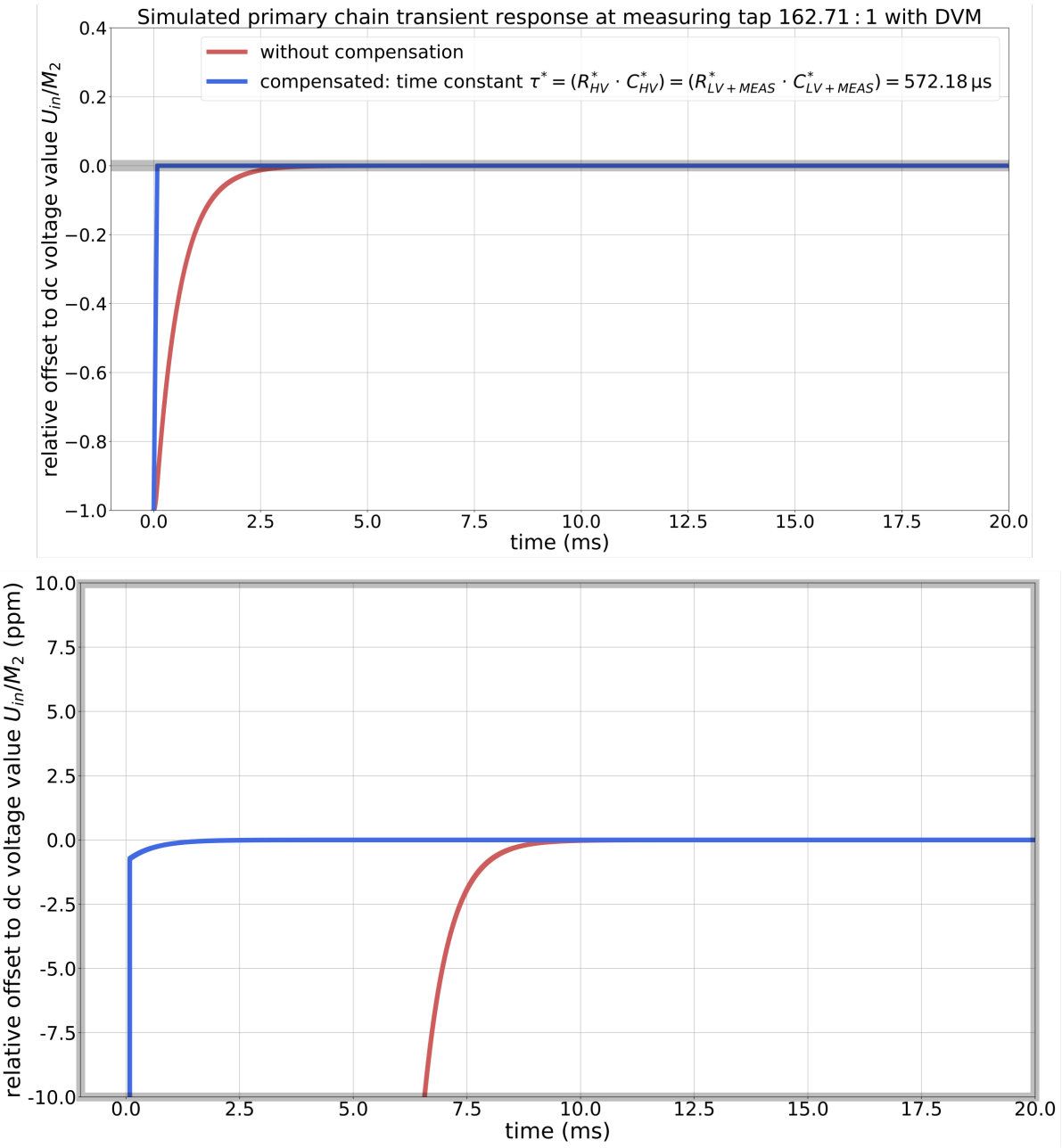


Abbildung A.4.: **Simulierte Sprungantwort $u_{out}(t)$ des M_2-Teilerabgriffs mit messtechnischem Aufbau auf eine Sprungfunktion $u_{in}(t)$ bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

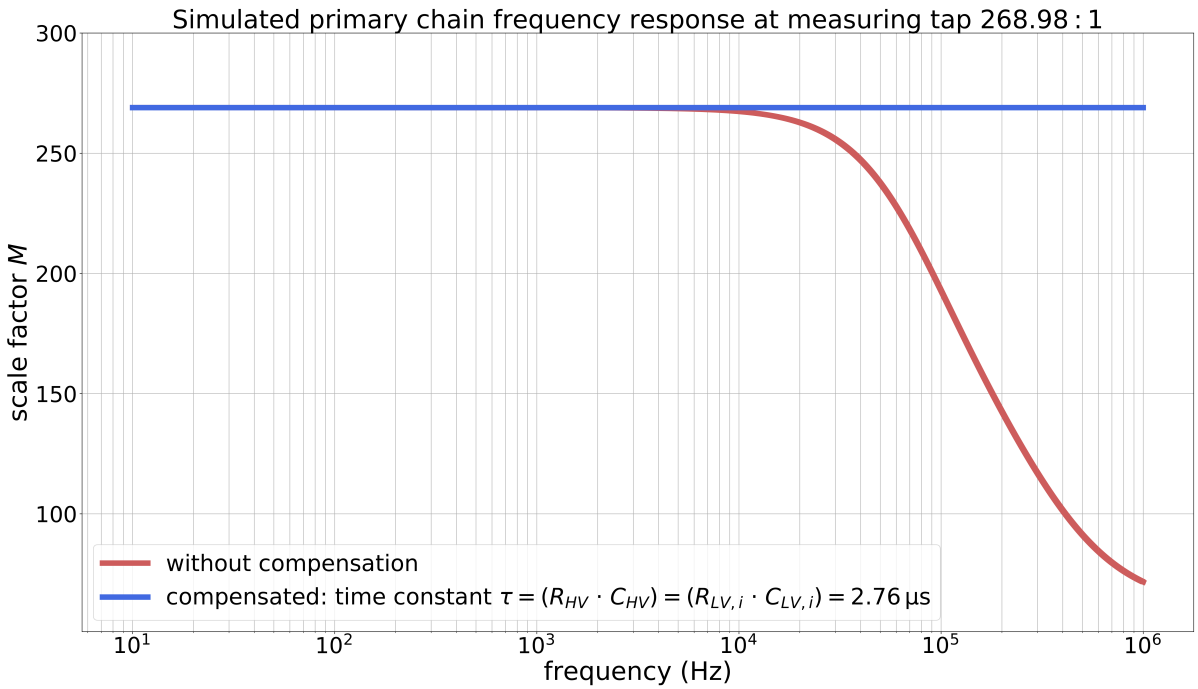


Abbildung A.5.: **Simulierter Betragsfrequenzgang $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ am M_3-Teilerabgriff bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

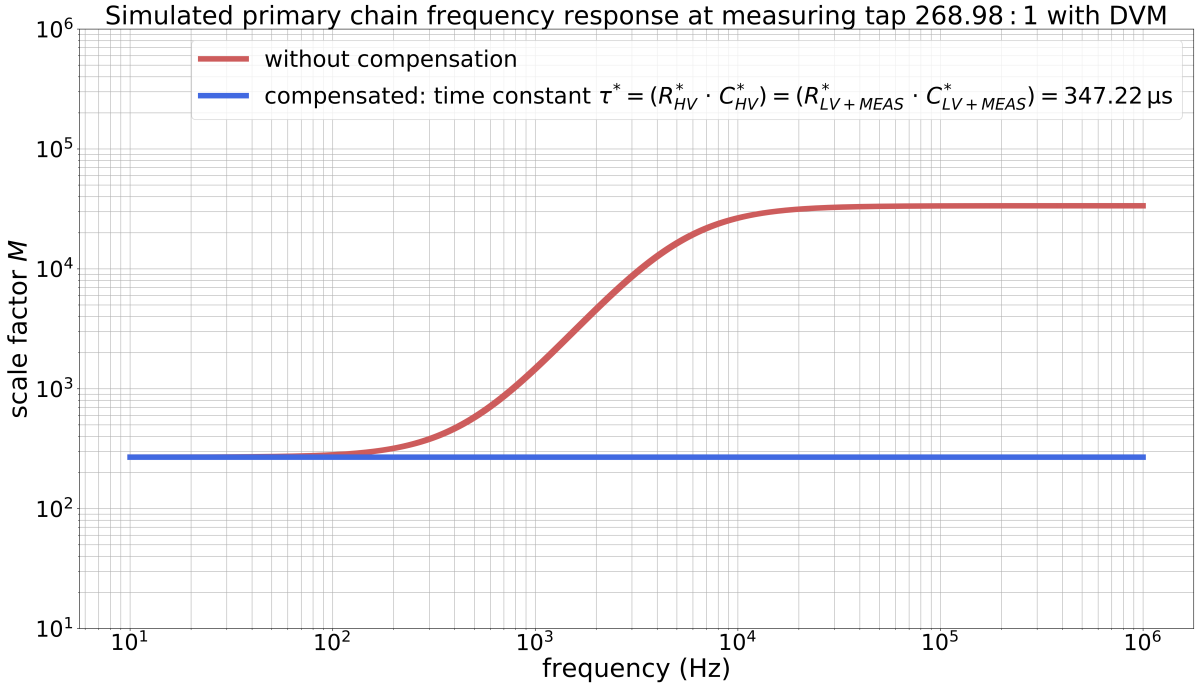


Abbildung A.6.: **Simulierter Betragsfrequenzgang $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ am M_3-Teilerabgriff mit messtechnischem Aufbau bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

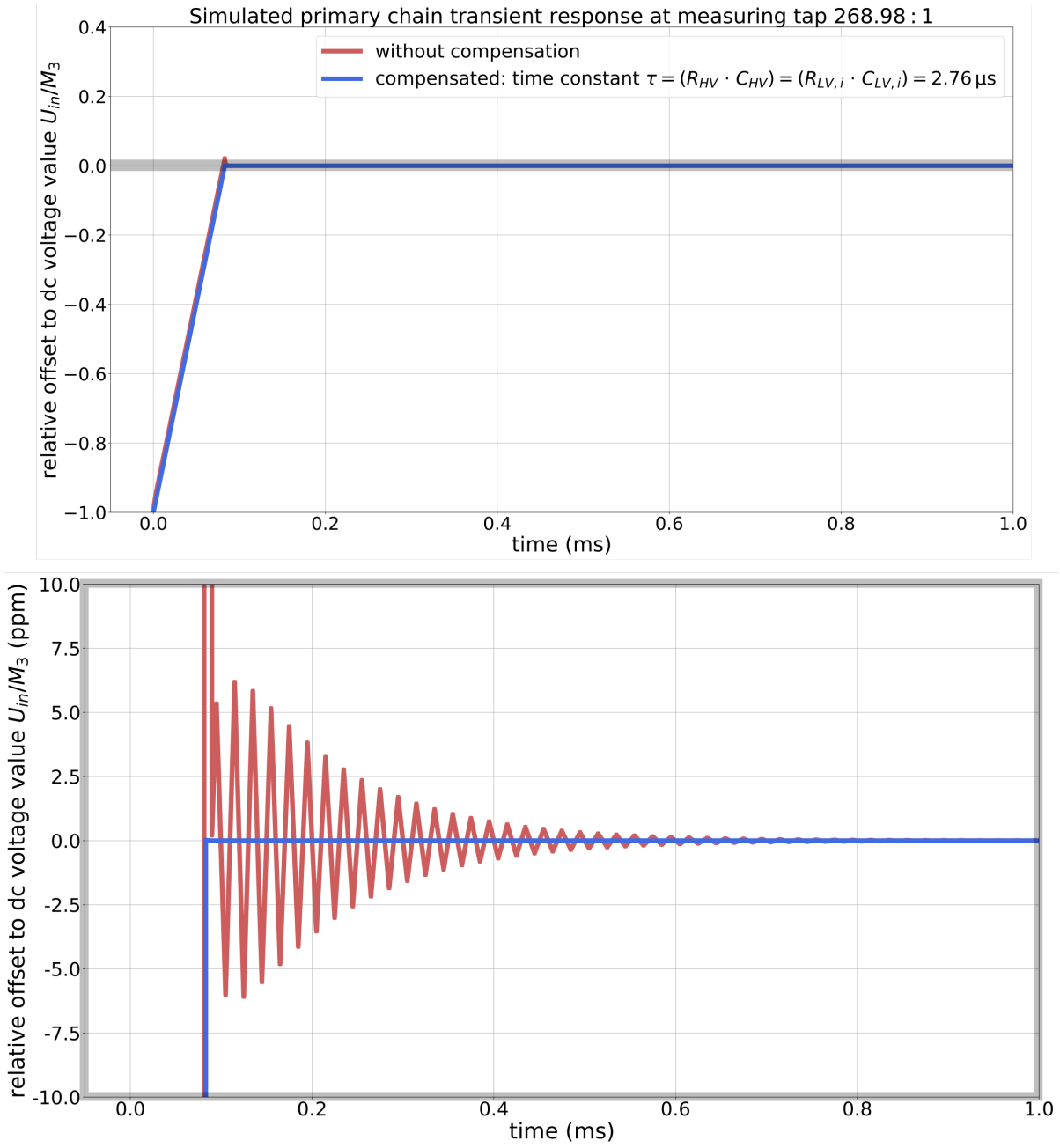


Abbildung A.7.: **Simulierte Sprungantwort $u_{out}(t)$ des M_3-Teilerabgriffs auf eine Sprungfunktion $u_{in}(t)$ bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

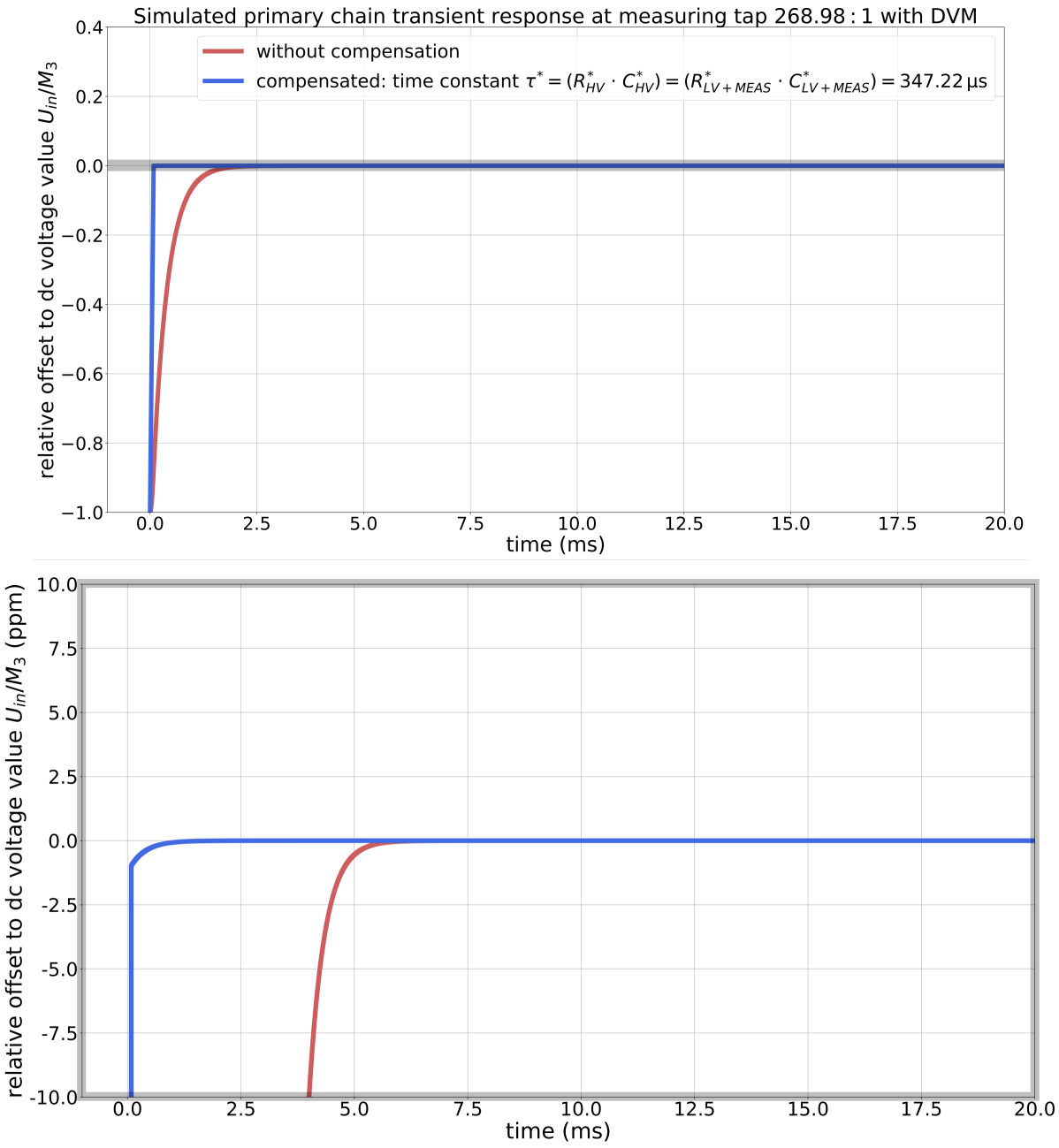


Abbildung A.8.: **Simulierte Sprungantwort $u_{out}(t)$ des M_3-Teilerabgriffs mit messtechnischem Aufbau auf eine Sprungfunktion $u_{in}(t)$ bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

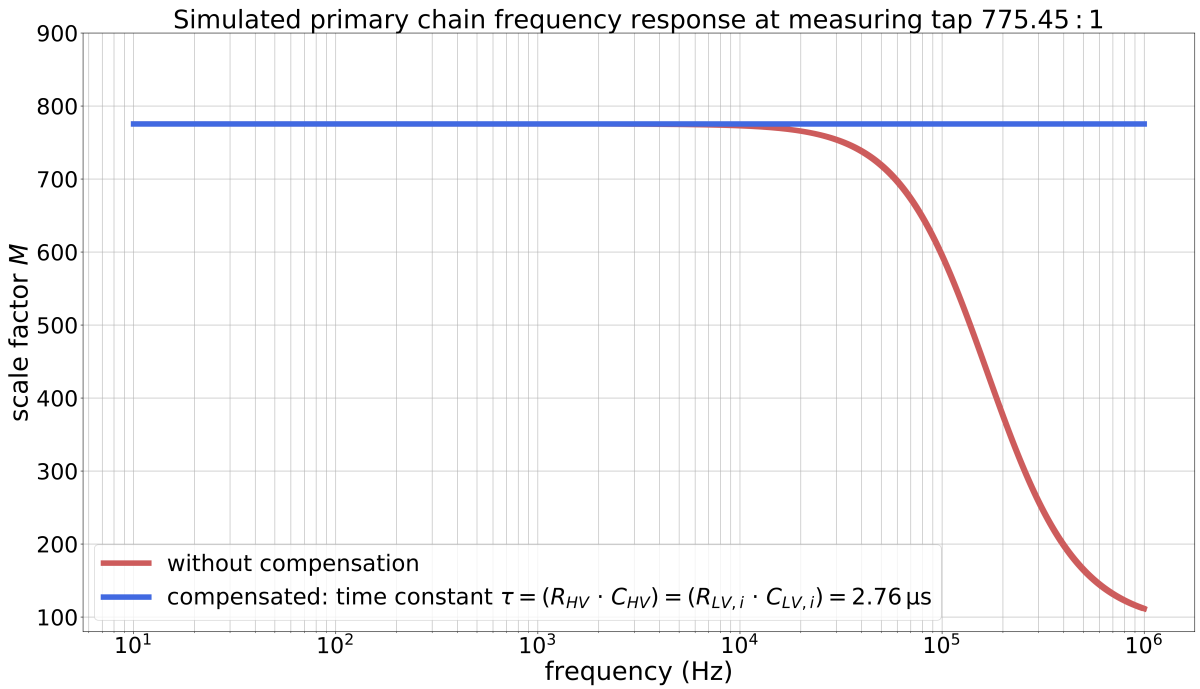


Abbildung A.9.: **Simulierter Betragsfrequenzgang $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ am M_4-Teilerabgriff bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

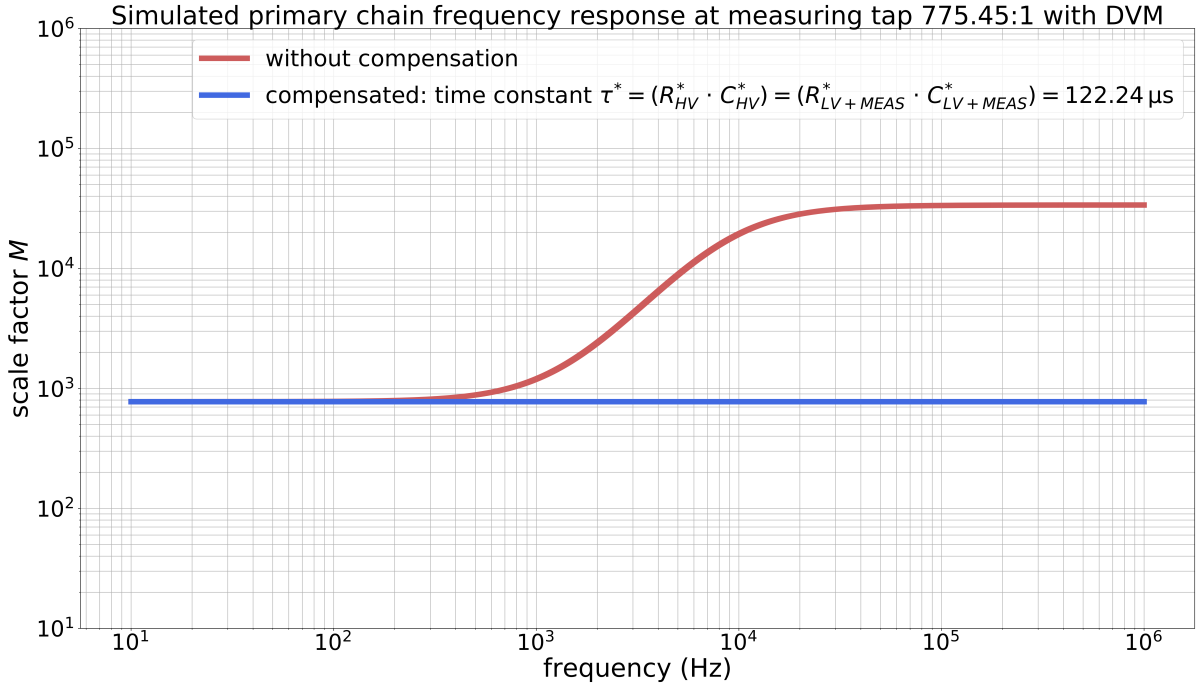


Abbildung A.10.: **Simulierter Betragsfrequenzgang $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ am M_4-Teilerabgriff mit messtechnischem Aufbau bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

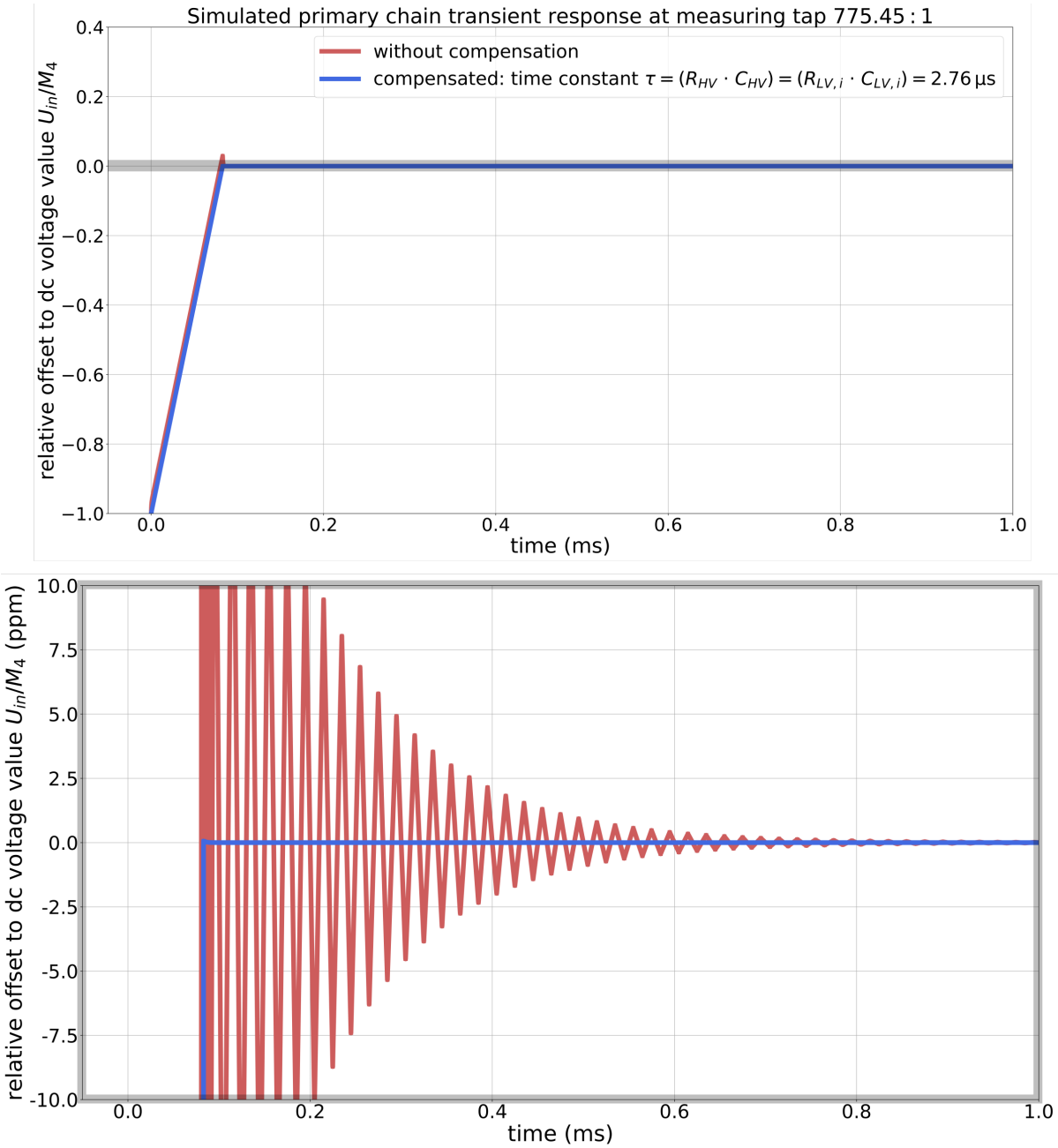


Abbildung A.11.: **Simulierte Sprungantwort $u_{out}(t)$ des M_4-Teilerabgriffs auf eine Sprungfunktion $u_{in}(t)$ bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

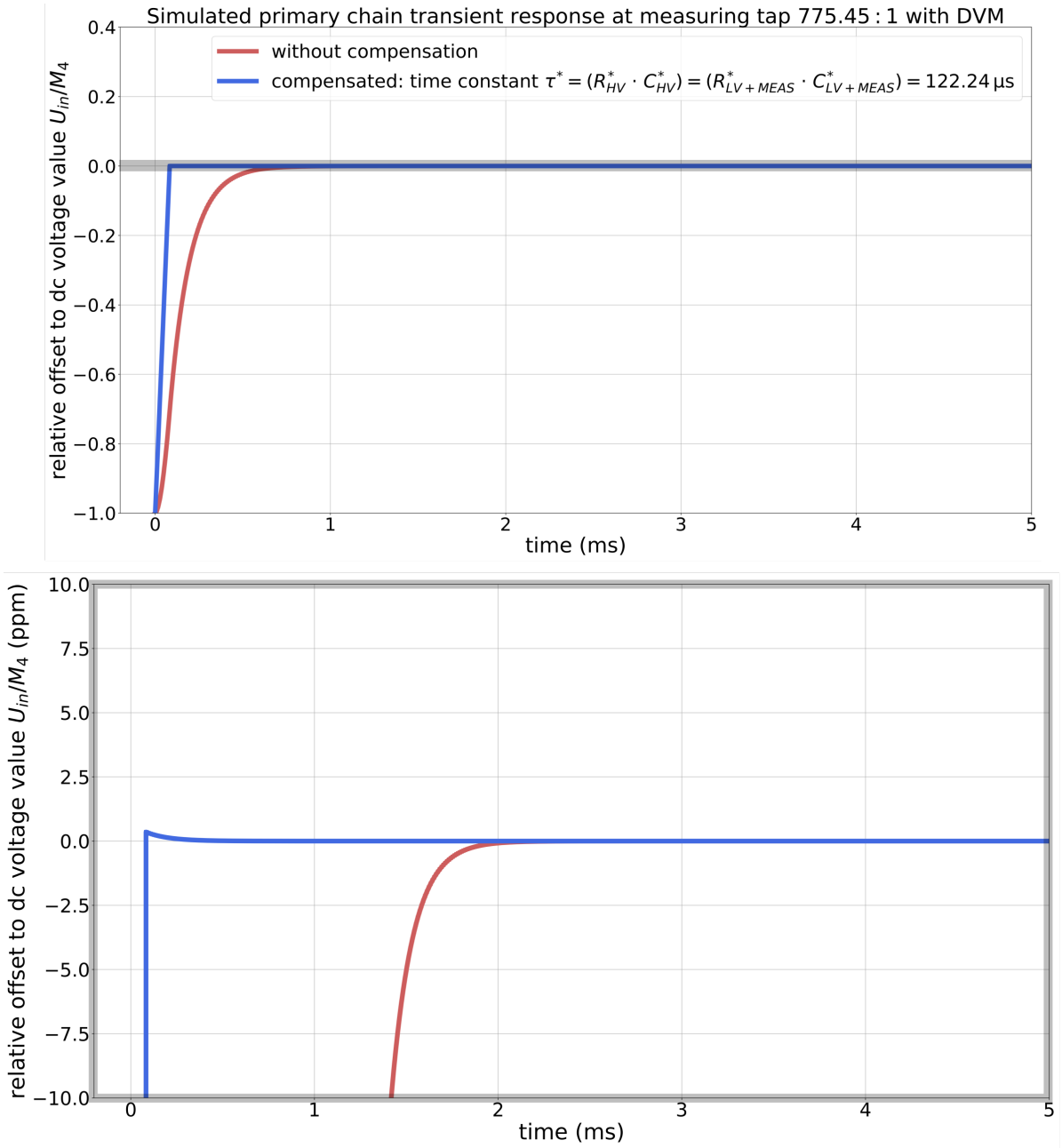


Abbildung A.12.: **Simulierte Sprungantwort $u_{out}(t)$ des M_4-Teilerabgriffs mit messtechnischem Aufbau auf eine Sprungfunktion $u_{in}(t)$ bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

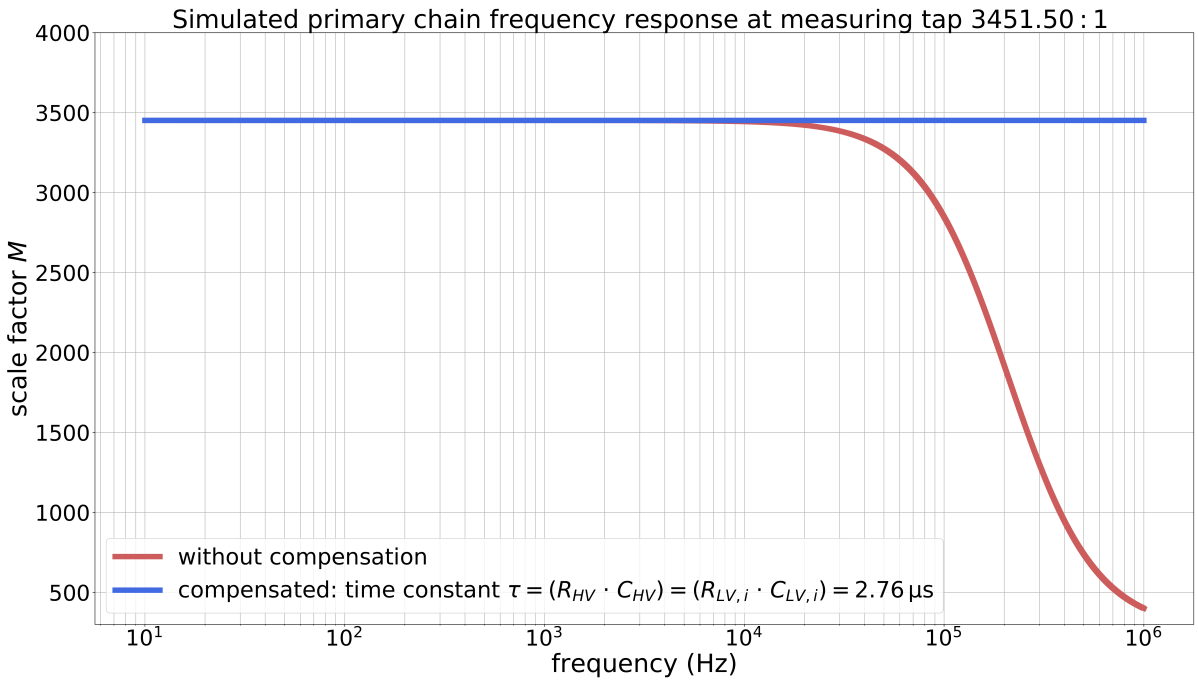


Abbildung A.13.: **Simulierter Betragsfrequenzgang $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ am M_5-Teilerabgriff bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

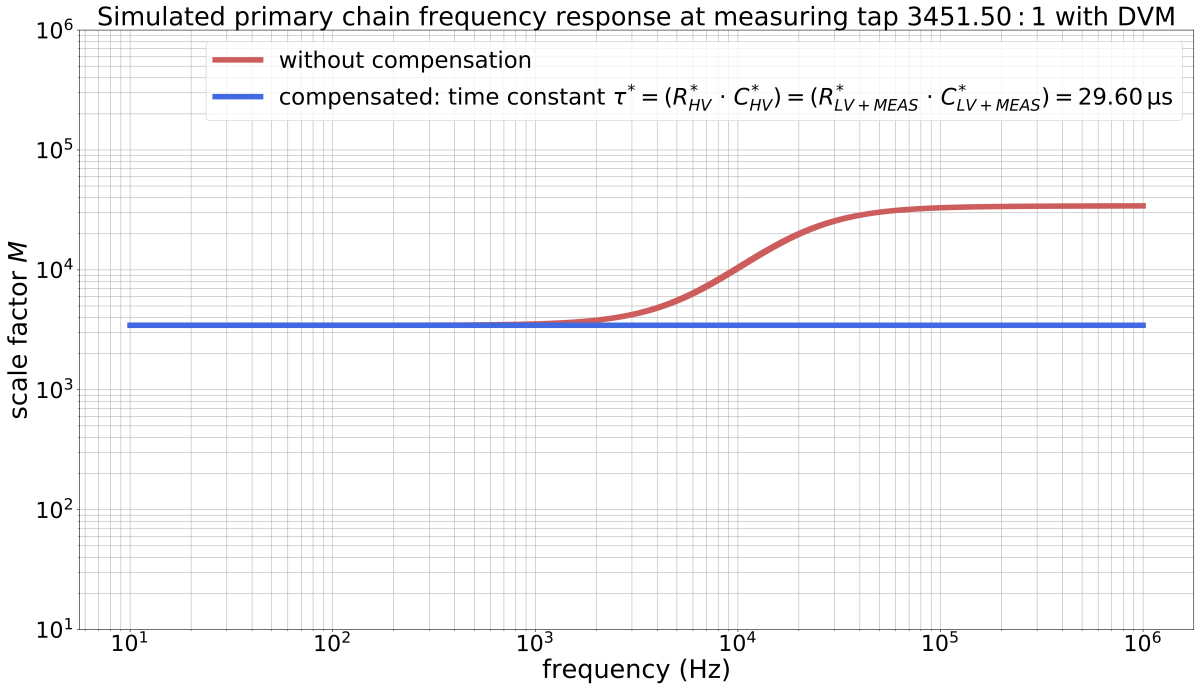


Abbildung A.14.: **Simulierter Betragsfrequenzgang $M(f) = U_{AC}/U_{out}(f)$ am M_5-Teilerabgriff mit messtechnischem Aufbau bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

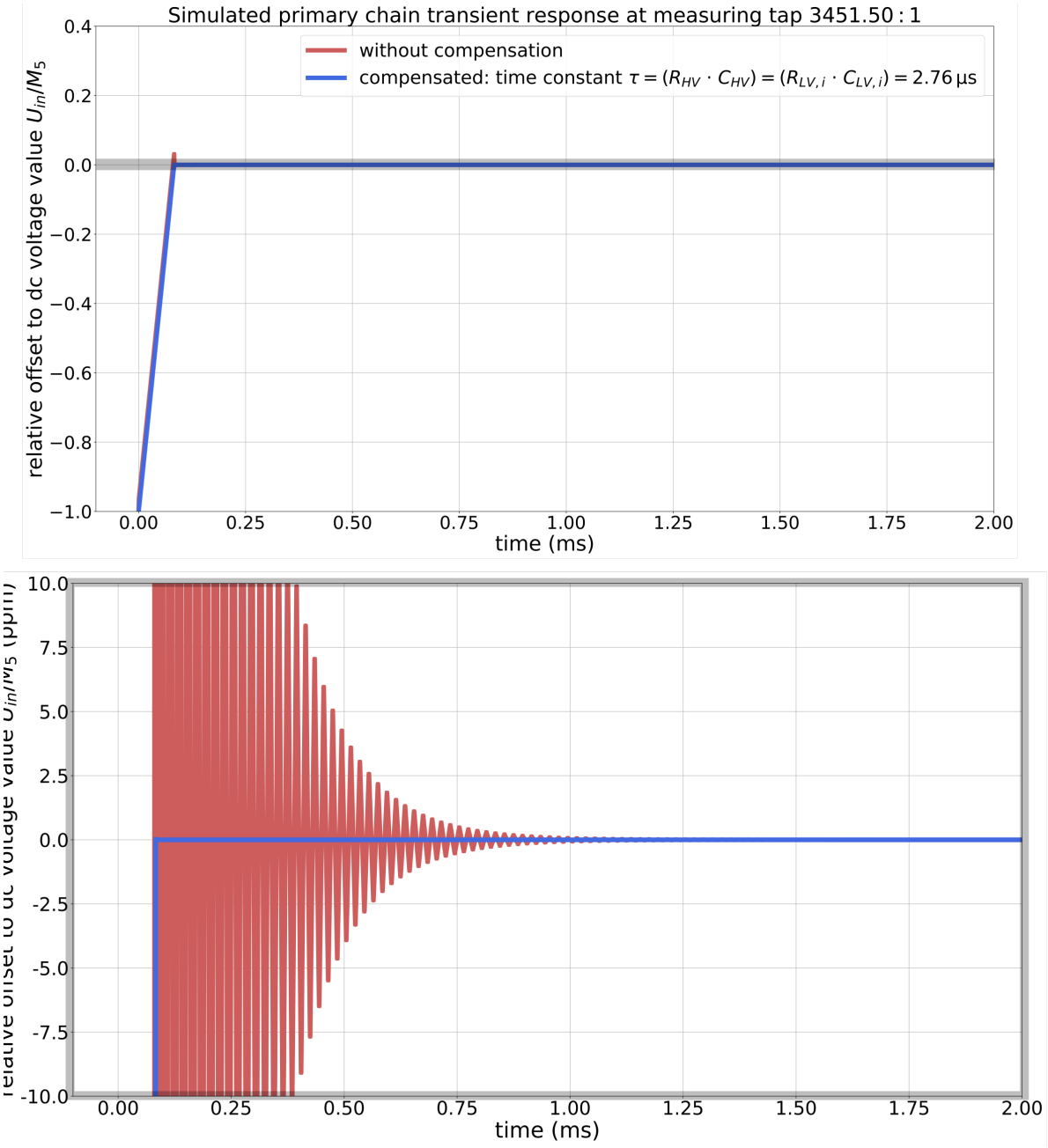


Abbildung A.15.: **Simulierte Sprungantwort $u_{out}(t)$ des M_5-Teilerabgriffs auf eine Sprungfunktion $u_{in}(t)$ bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

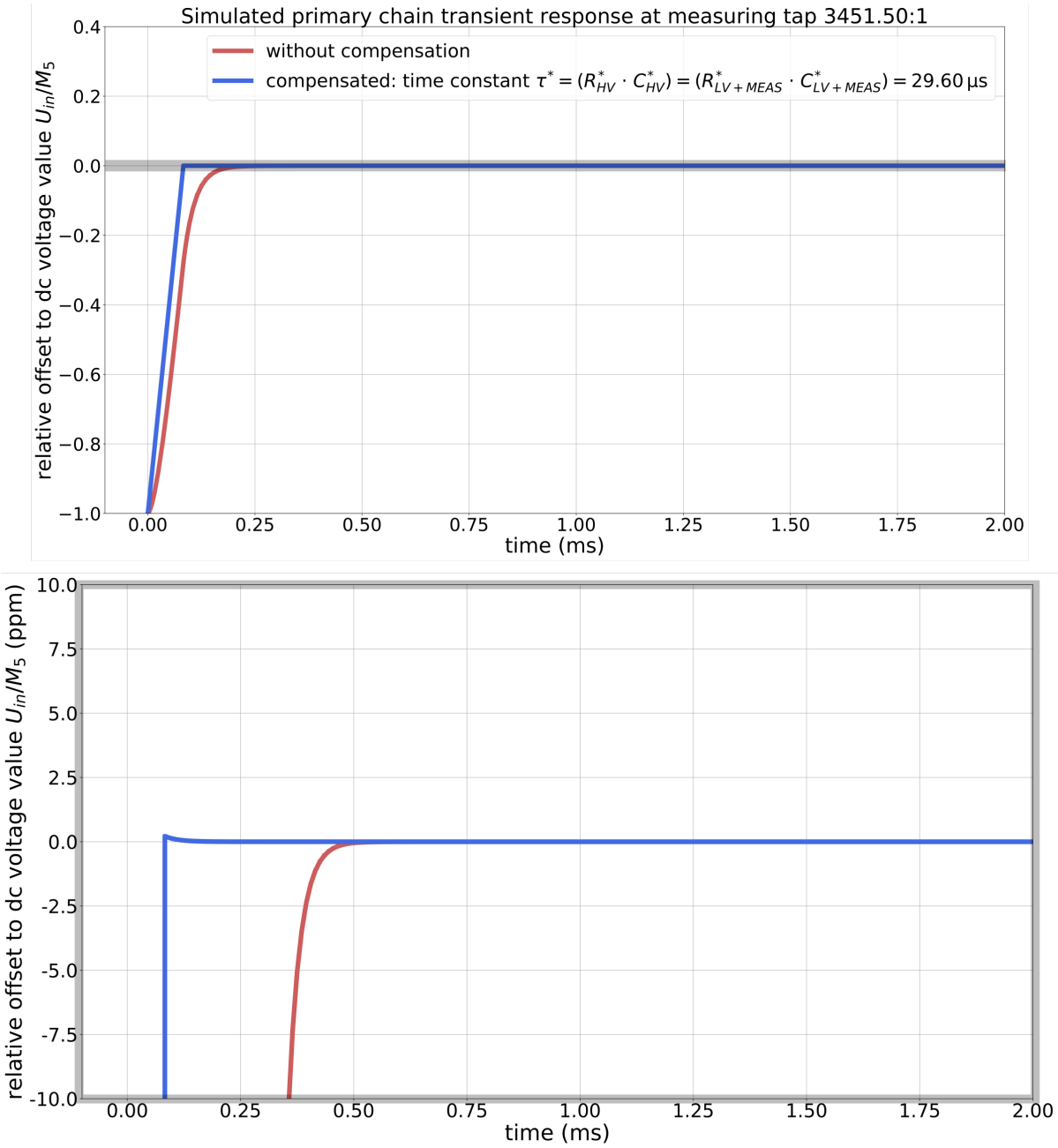


Abbildung A.16.: **Simulierte Sprungantwort $u_{out}(t)$ des M_5-Teilerabgriffs mit messtechnischem Aufbau auf eine Sprungfunktion $u_{in}(t)$ bei unkompensierter sowie kompensierter Systemkonfiguration.**

A.2. Mathematische Berechnungen der ohmsch-kapazitiven Ordnungsrelationen

In diesem Abschnitt sollen die Simulationsergebnisse hinsichtlich der systemtheoretischen Gesetzmäßigkeiten ohmsch-kapazitiver Spannungsteilersysteme verifiziert werden. Dazu erfolgt die Ordnungsrelation der Teilerverhältnisse gemäß Gleichung 3.5, wodurch auf eine Unter- oder Überkompensation bei unkompensierten Teilern geschlossen werden kann. Die Resultate des Systems ohne messtechnischen Aufbau sind in Tabelle A.1 gelistet. Für das System mit messtechnischem Aufbau sei auf Tabelle A.2 verwiesen.

	$\kappa_R = R_{LV}/(R_{HV} + R_{LV})$	$\kappa_C = C_{HV}/(C_{HV} + C_{LV})$	
M_1	$9{,}9 \cdot 10^{-3}$	$2{,}2 \cdot 10^{-2}$	$\kappa_R < \kappa_C$
M_2	$6{,}1 \cdot 10^{-3}$	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$	$\kappa_R < \kappa_C$
M_3	$3{,}7 \cdot 10^{-3}$	$1{,}4 \cdot 10^{-2}$	$\kappa_R < \kappa_C$
M_4	$1{,}3 \cdot 10^{-3}$	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$	$\kappa_R < \kappa_C$
M_5	$0{,}3 \cdot 10^{-3}$	$3{,}3 \cdot 10^{-3}$	$\kappa_R < \kappa_C$

Tabelle A.1.: Untersuchung der Ordnungsrelation zur Charakterisierung des Systems ohne messtechnischen Aufbau bezüglich Unter- oder Überkompensation gemäß Gleichung 3.5.

Für alle Spannungsteilerabgriffe kann für die Primärteilerkette ohne messtechnischen Aufbau eine Unterkompensation mit $\kappa_R < \kappa_C$ festgestellt werden. Die Ergebnisse verifizieren die Simulationsresultate. Auch das Verhalten einer weniger starken Unterkompensation (vgl. Transientensimulationen) für größer werdenden Maßstabsfaktor M_n kann durch die Annäherung der Werte für κ_R und κ_C begründet werden.

	$\kappa_R = R_{LV+MEAS}/(R_{HV} + R_{LV+MEAS})$	$\kappa_C = C_{HV}/(C_{HV} + C_{LV+MEAS})$	
M_1	$9{,}9 \cdot 10^{-3}$	$2{,}6 \cdot 10^{-5}$	$\kappa_R > \kappa_C$
M_2	$6{,}1 \cdot 10^{-3}$	$2{,}6 \cdot 10^{-5}$	$\kappa_R > \kappa_C$
M_3	$3{,}7 \cdot 10^{-3}$	$2{,}6 \cdot 10^{-5}$	$\kappa_R > \kappa_C$
M_4	$1{,}3 \cdot 10^{-3}$	$2{,}6 \cdot 10^{-5}$	$\kappa_R > \kappa_C$
M_5	$0{,}3 \cdot 10^{-3}$	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$	$\kappa_R > \kappa_C$

Tabelle A.2.: Untersuchung der Ordnungsrelation zur Charakterisierung des Systems mit messtechnischen Aufbau bezüglich Unter- oder Überkompensation gemäß Gleichung 3.5.

Die Primärteilerkette mit messtechnischen Aufbau ist für das kapazitive Teilerverhältnis κ_C annähernd konstant, da der kapazitive Einfluss des Messaufbau gegenüber den Eigenkapazitäten der Präzisionswiderstände dominiert. Entsprechend resultiert dies in eine Überkompensation des Gesamtsystems mit $\kappa_R > \kappa_C$, was den Simulationsergebnissen entspricht. Die Kompensationssituation der simulierten Systeme kann in allen Fällen systemtheoretisch vorhergesagt werden.

Anhang B

Ergänzungen zur Methode der schnellen Spannungsbestimmung

B.1. Fitfunktionsmodellierung in C

Der unten stehende C Quellcode zeigt die von Prof. Dr. Weinheimer modellierte Fitfunktion zur analytischen Charakterisierung uneingeschwungener Sprungantworten der eingespeisten Potentialsprungfolge an der Hochspannungszuführung des Testaufbaus. Die integrierte Funktion `response(t)` beschreibt die lineare Interpolation der Referenzsprungantwort zum Zeitpunkt `t−t_on` auf Basis der Messwerte des Keysight 3458A Digitalvoltmeters.

```
double fitfunction(double x, double par[]){
    double temp, x_ofs, amp;
    omega_sinus = par[0];
    amp = 1.0;
    temp += amp*response(x-x_ofs);
    if (x>par[1]){
        x_ofs=par[1];
        amp = par[2];
        temp += amp*response(x-x_ofs);
        temp += par[3]*sin(omega_sinus*(x)+par[4]);
    }
    if (x>par[5]){
        x_ofs=par[5];
        amp = par[6];
        temp += amp*response(x-x_ofs);
        temp += par[7]*sin(omega_sinus*(x)+par[8]);
    }
    if (x>par[9]){
        x_ofs=par[9];
        amp = par[10];
        temp += amp*response(x-x_ofs);
        temp += par[11]*sin(omega_sinus*(x)+par[12]);
    }
    if (x>par[13]){
        x_ofs=par[13];
        amp = par[14];
        temp += amp*response(x-x_ofs);
        temp += par[15]*sin(omega_sinus*(x)+par[16]);
    }
    if (x>par[17]){
        x_ofs=par[17];
        amp = par[18];
        temp += amp*response(x-x_ofs);
        temp += par[19]*sin(omega_sinus*(x)+par[20]);
    }
    return temp;
}
```

B.2. Ermittelte Fitparameterwerte aus der Parameterabschätzung

Fitparameter `par [ ]`	Ermittelter Fitparameterwert	Fehlerbehaftung
`par [0]`	$3{,}463\,059\,48 \cdot 10^{-1}$	$\pm 9{,}317\,348\,25 \cdot 10^{-4}$
`par [1]`	$1{,}595\,221\,20 \cdot 10^{2}$	$\pm 3{,}002\,737\,62 \cdot 10^{-4}$
`par [2]`	$-2{,}993\,769\,97 \cdot 10^{-1}$	$\pm 1{,}951\,951\,68 \cdot 10^{-6}$
`par [3]`	$+3{,}446\,347\,17 \cdot 10^{-4}$	$\pm 2{,}653\,353\,96 \cdot 10^{-5}$
`par [4]`	$-5{,}777\,017\,81 \cdot 10^{-1}$	$\pm 2{,}185\,808\,60 \cdot 10^{-1}$
`par [5]`	$3{,}189\,984\,42 \cdot 10^{2}$	$\pm 1{,}809\,843\,43 \cdot 10^{-4}$
`par [6]`	$-4{,}990\,192\,54 \cdot 10^{-1}$	$\pm 2{,}761\,409\,46 \cdot 10^{-6}$
`par [7]`	$-1{,}494\,632\,54 \cdot 10^{-4}$	$\pm 4{,}420\,162\,90 \cdot 10^{-5}$
`par [8]`	$-3{,}168\,031\,10$	$\pm 6{,}557\,121\,62 \cdot 10^{-1}$
`par [9]`	$4{,}784\,972\,01 \cdot 10^{2}$	$\pm 1{,}489\,876\,42 \cdot 10^{-4}$
`par [10]`	$5{,}988\,651\,80 \cdot 10^{-1}$	$\pm 2{,}762\,569\,58 \cdot 10^{-6}$
`par [11]`	$3{,}276\,477\,69 \cdot 10^{-4}$	$\pm 3{,}834\,815\,25 \cdot 10^{-5}$
`par [12]`	$2{,}581\,687\,16$	$\pm 3{,}051\,958\,84 \cdot 10^{-1}$
`par [13]`	$6{,}379\,956\,94 \cdot 10^{2}$	$\pm 3{,}002\,843\,07 \cdot 10^{-4}$
`par [14]`	$-2{,}993\,476\,23 \cdot 10^{-1}$	$\pm 2{,}762\,813\,94 \cdot 10^{-6}$
`par [15]`	$-2{,}553\,750\,27 \cdot 10^{-4}$	$\pm 3{,}774\,297\,28 \cdot 10^{-5}$
`par [16]`	$2{,}916\,402\,59$	$\pm 7{,}172\,170\,26 \cdot 10^{-1}$
`par [17]`	$797\,486\,332 \cdot 10^{2}$	$\pm 1{,}871\,911\,82 \cdot 10^{-4}$
`par [18]`	$-4{,}991\,079\,58 \cdot 10^{-1}$	$\pm 3{,}798\,928\,10 \cdot 10^{-6}$
`par [19]`	$6{,}843\,656\,79 \cdot 10^{-5}$	$\pm 6{,}537\,849\,74 \cdot 10^{-5}$
`par [20]`	$4{,}371\,374\,40$	$\pm 9{,}709\,845\,40 \cdot 10^{-1}$

Tabelle B.1.: Ermittelte Fitparameterwerte aus der modellierten Fitfunktion (siehe Anhang B.1) sowie deren absolute Fehlerbehaftung auf Basis der Referenzsprungantwort nach der Messwertmanipulation.

Literaturverzeichnis

[All97] J. Allday: *Quarks, Leptons and the Big Bang.* Institute of Physics Publishing. 1997.

[Bau10] S. Bauer: *Aufbau und Inbetriebnahme des zweiten Präzisions-Hochspannungsteilers bis 65 kV für das KATRIN-Experiment* - Diplomarbeit. 2010.

[Bau13a] S. Bauer: *Next generation KATRIN high precision voltage divider for voltages up to 65kV.* In: Journal of Instrumentation 8, P10026. 2013.

[Bau13b] S. Bauer: *Energy calibration and stability monitoring of the KATRIN experiment.* - Dissertation. 2013

[BLS14] C. Brandau; M. Lestinsky; S. Schippers: *Collision spectroscopy at the CRYRING@ESR electron cooler.* In: Technical Design Report: Experimental Instrumentation of CRYRING@ESR, Chapter 3. 2014.

[Cad17a] Caddock: *Type MX Precision High Voltage Resistors.* In: Datenblatt http://www.caddock.com/Online_catalog/Mrktg_Lit/TypeMX.pdf. Version 2017 [Aufgerufen am 29.11.17].

[Cad17b] Caddock: *Type MS Power Film Resistors.* In: Datenblatt http://www.caddock.com/Online_catalog/Mrktg_Lit/TypeMS.pdf. Version 2017 [Aufgerufen am 29.11.17].

[Den17] I. Denesjuk: *Charakterisierung der Präzisionswiderstände des Spannungsteilers für CRYRING.* - Bachelorthesis. 2017.

[DHN+16] I. Denesjuk; V. Hannen; W. Nörtershäuser; H.-W. Ortjohann; O. Rest; C. Weinheimer; D. Winzen: *Precision high voltage divider for the electron cooler at CRYRING.* SR GSI Jahresbericht. 2016.

[Ein05] A. Einstein: *Über die von der molekulartheoretischen Theorie der Wärme geforderten Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen.* In: Annalen der Physik, Band 322. 1905.

[Fey88] R. P. Feynman: *QED: The Strange Theory of Light and Matter.* Princeton University Press. 1985.

[HNR+15] V. Hannen; W. Nörtershäuser; O. Rest; C.Weinheimer; D. Winzen: *Precision high voltage divider for the electron cooler at CRYRING.* Technical Design Report. 2015.

[HNO+15] V. Hannen; W. Nörtershäuser; H.-W. Ortjohann; O. Rest; C. Weinheimer; D. Winzen: *Precision high voltage divider for the electron cooler at CRYRING.* Metrology Summer School 2015 Poster. 2015.

[Key01] Keysight Technologies: *3458A Multimeter User's Guide*, Appendix A, Page 285. Version 2001.

[Key17] Keysight Technologies: *Keysight 3458A Multimeter - Shattering performance barriers of speed and accuray.* In: Datenblatt https://literature.cdn.keysight.com/litweb/pdf/5965-4971E.pdf?id=1000073270:epsg:dow. Version 2017 [Aufgerufen am 14.12.17].

[Res14] O. Rest: *Inbetriebnahme der Präzisionshochspannung am Hauptspektrometer des KATRIN-Experiments.* - Masterthesis. 2014.

[Rut11] E. Rutherford: *The scattering of alpha and beta particles by matter and the structure of the atom.* In: Philosophical Magazine, Volume 21. 1911.

[Tho97] J. J. Thomson: *XL. Cathode Rays.* In: Philosophical Magazine, Series 5, Volume 44, Issue 269. 1897.

[Thu09] T. Thuemmler: *KATRIN 35kV high voltage divider.* In: New Journal of Physics 11, 103007. 2009.

[Vis17] Vishay: *Hermetically Sealed High Precision Bulk Metal Foil Technology Resistors.* In: Datenblatt http://www.vishaypg.com/docs/63006/hmetlab.pdf. Version 2017 [Aufgerufen am 29.11.17].