

Masterarbeit

Energiekalibrierung des Vorwärtsdetektors  
an WASA-at-COSY unter besonderer Berücksichtigung  
der Reaktion  $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \eta'$

*Energy Calibration for the Forward Detector  
at WASA-at-COSY with particular Consideration  
of the Reaction  $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \eta'$*

vorgelegt von

**Kay Demmich**

– März 2013 –



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. WASA-at-COSY</b>	<b>5</b>
2.1. COSY . . . . .	5
2.2. Mesonenphysik an WASA-at-COSY . . . . .	7
2.3. Der experimentelle Aufbau WASA-at-COSY . . . . .	11
2.3.1. Der Vorwärtsdetektor . . . . .	12
2.3.2. Der Zentraldetektor . . . . .	20
2.3.3. Das Pellettarget . . . . .	23
2.3.4. Das Triggersystem . . . . .	30
2.3.5. Simulations- und Analysesoftware . . . . .	32
<b>3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes</b>	<b>35</b>
3.1. Messverfahren . . . . .	36
3.2. Kalibrierungsvorschrift . . . . .	38
3.3. Korrektur der Winkelabhängigkeit . . . . .	40
3.3.1. LS-Methode . . . . .	42
3.3.2. Mittelwertmethode . . . . .	46
3.3.3. Gaußmethode . . . . .	48
3.3.4. LTS-Methode . . . . .	50
3.3.5. Wahl der Kalibrierungsmethode . . . . .	55
3.4. Korrektur der Energieabhängigkeit . . . . .	56
3.4.1. Reaktionskinematik . . . . .	58
3.4.2. Unterschiede zur Korrektur der Winkelabhängigkeit . . . . .	64
3.4.3. Mehrdimensionale LS-Methode . . . . .	65
3.4.4. Einschränkung der Lagen und Winkelbereiche . . . . .	67
3.4.5. Funktionaler Ansatz . . . . .	68

3.4.6. Grafische Oberfläche . . . . .	76
3.4.7. Vergleich der Methoden . . . . .	81
3.5. Nachkorrektur der Winkelabhängigkeit . . . . .	82
3.6. Zusammenfassung der Kalibrierung des FRHs . . . . .	86
<b>4. Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes</b>	<b>89</b>
4.1. Auswahl der $^3\text{He}$ -Kerne . . . . .	90
4.2. Beschreibung der Simulationen . . . . .	93
4.3. Korrektur der Nicht-Uniformität . . . . .	94
4.4. Korrektur der Nicht-Linearität . . . . .	96
4.4.1. Die LS-/LTS-Methode . . . . .	97
4.4.2. Das RANSAC-Verfahren . . . . .	98
4.4.3. Die Gaußmethode . . . . .	99
4.4.4. Wahl der Anpassungsmethode . . . . .	100
4.5. Kontrolle der Winkelkalibrierung . . . . .	101
4.6. Zusammenfassung der Kalibrierung des FTHs . . . . .	103
<b>5. Vorsortierung und Datenanalyse</b>	<b>107</b>
5.1. Die Missing Mass und die invariante Masse . . . . .	107
5.2. Die Vorsortierung . . . . .	109
5.3. Die Datenanalyse . . . . .	111
5.3.1. Auswahl der $^3\text{He}$ -Kerne im Forward Range Hodoscope . . . . .	111
5.3.2. Engere Auswahl im Forward Trigger Hodoscope . . . . .	113
5.3.3. Invariante Masse der Photonen . . . . .	114
5.3.4. Winkelbereich im Schwerpunktsystem . . . . .	117
5.4. Zusammenfassung der Analyseschritte und Ausblick . . . . .	118
<b>6. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>121</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>125</b>
<b>Literatur</b>	<b>131</b>

# 1. Einleitung

Die Frage, wie die Materie beschaffen ist, aus der sowohl kleinste Gegenstände als auch die Erde und die Sterne, nicht zuletzt der Mensch selbst, aufgebaut sind, beschäftigte schon die Philosophen der Antike. Obwohl schon damals Theorien entwickelt wurden, nach der die Materie aus kleinsten, unteilbaren Grundbausteinen aufgebaut sei, konnte erst der technische Fortschritt der letzten gut ein hundert Jahre diese Idee durch einen experimentellen Zugang zu diesen Bausteinen bestärken. Seitdem wurde eine Vielzahl von Teilchen entdeckt, die teilweise als elementar gelten (Leptonen und Quarks) und teilweise als gebundene Zustände mehrerer Elementarteilchen beschrieben werden, wie beispielsweise die Hadronen. Doch nicht nur die Existenz der Teilchen ist Grundlage kern- und teilchenphysikalischer Theorien und Experimente. Auch die Wechselwirkungen zwischen ihnen, die nicht zuletzt die Bildung der zusammengesetzten Teilchen ermöglichen, bieten einen ebenso wichtigen Forschungsschwerpunkt.

Das heute bekannte Bild dieses Teilchenzoos wird durch das Standardmodell der Teilchenphysik eingerahmt. Dieses Modell beschreibt die Eigenschaften der Quarks, der Leptonen und deren drei stärksten Wechselwirkungen. Das Standardmodell interpretiert die Wechselwirkung zwischen Elementarteilchen als den Austausch spezifischer Wechselwirkungsteilchen, die als zusätzliche Elementarteilchen auftreten. Es beschreibt sowohl die elektromagnetische, die schwache als auch die starke Wechselwirkung.

Die Geschichte der Entwicklung des Standardmodells zeigt, dass physikalische Theorien nicht von Anfang an unabänderlich fest stehen. Es ist vielmehr so, dass naturwissenschaftliche Hypothesen ständig durch die Realität überprüft und an neue experimentell gefundene Erkenntnisse angepasst werden müssen. Dazu werden auf der Grundlage von Hypothesen Vorhersagen gebildet und durch Experimente überprüft, deren Ergebnisse wiederum neue Aspekte für die theoretischen Modelle liefern.

## 1. Einleitung

---

In der Teilchenphysik gibt es verschiedene Teilcheneigenschaften, die durch ein Modell vorhergesagt und experimentell nachgeprüft werden können. Dies sind neben grundlegenden Eigenschaften, wie beispielsweise der Masse und der Ladung auch Reaktionsverhalten, also die Häufigkeit, mit der sie entstehen und zerfallen, sowie die Arten der Teilchen, in die sie zerfallen. An ein Experiment, das diese Eigenschaften überprüfen kann, sind hohe Anforderungen gestellt, wie das Beispiel der Mesonenforschung zeigt. Diese Teilchen sind sehr klein und leicht, da sie aus einem Quark und einem Antiquark bestehen, sehr kurzlebig und nur mit großem Aufwand zu produzieren. Einen experimentellen Zugang bieten Beschleunigerexperimente, in denen kleinste Teilchen auf hinreichend große Energien beschleunigt und mit anderen Teilchen zur Kollision gebracht werden. Bei diesen Kollisionen können die gesuchten Mesonen entstehen und – auf Grund der Kurzlebigkeit der Teilchen – in der Regel indirekt nachgewiesen werden. Ein für diese Ansprüche konstruiertes Experiment ist WASA-at-COSY, welches die Untersuchung von Mesonen und ihrer Zerfallsteilchen bei einer fast vollständigen Raumwinkelakzeptanz ermöglicht. Der Beschleunigerstrahl von COSY trifft auf ein internes Pellettarget mit hoher Dichte und stellt eine hohe Luminosität bereit, die speziell die Untersuchung seltener Mesonenproduktionen und -zerfälle erlaubt.

An WASA-at-COSY konnten schon Eigenschaften zahlreicher Mesonenreaktionen bestimmt werden. Dazu zählen sowohl differentielle Wirkungsquerschnitte für Produktionsreaktionen als auch obere Grenzen für Wahrscheinlichkeiten seltener und verbotener Zerfälle. Forschungsschwerpunkte sind  $\pi$ -,  $\eta$ - und  $\omega$ -Mesonen, doch zusätzlich wurden bereits zwei Teststrahlzeiten zur Produktion der  $\eta'$ -Mesonen in Proton-Deuteron-Kollisionen durchgeführt, deren Wirkungsquerschnitt deutlich geringer ist als bei den anderen Mesonen.

Im Rahmen dieser Masterarbeit wird zur Vorbereitung der Analyse dieser Teststrahlzeiten ein Verfahren zur Energiekalibrierung des Vorwärtsdetektors an WASA-at-COSY gesucht. Mit den verwendeten Szintillationsdetektoren werden die Energiedepositionen der vorwärtsgestreuten Teilchen gemessen. Das Detektorsystem ist aus vielen Elementen aufgebaut, die alle einzeln zu kalibrieren sind. Zur Kalibrierung werden sowohl Teilchen mit bekanntem Energieverlust betrachtet als auch gemessene und simulierte Energieverlustbänder vergleichend analysiert. Durch die Komplexität der mehrstufigen Energierekonstruktion mit zahlreichen Kalibrierungsparametern und

---

die Korrelation der Korrekturfunktionen mehrerer Detektorelemente gestaltet sich die Kalibrierung der Detektoren als eine große Herausforderung. Sind die Kalibrierungsfunktionen für ein Detektorelement gefunden, muss das Verfahren auf die anderen Detektorelemente übertragen werden. Im Rahmen dieser Arbeit ist ein Computerprogramm entwickelt worden, das mit wenigen und übersichtlichen Benutzereingaben schnell und zuverlässig die Kalibrierung durchführt. Es werden alle Schritte der Energiekalibrierung der Detektoren durchgeführt. Das Programm ist auf alle Detektorelemente anwendbar und lässt sich überdies problemlos auf andere Strahlzeiten übertragen.

In dieser Arbeit werden neben der Kalibrierung der Detektoren auch erste Selektionsbedingungen für die spätere Analyse untersucht. Neben Verfahren zur Identifikation der entstandenen  ${}^3\text{He}$ -Kernen werden Auswahlkriterien mit dem Ziel entwickelt, die Produktion der  $\eta'$ -Mesonen von derjenigen anderer Teilchen zu unterscheiden.



## 2. WASA-at-COSY

Das WASA-Experiment ist Teil der Beschleunigeranlage des Forschungszentrums Jülich [Büs<sup>+</sup>11]. Kernstück ist der Beschleuniger- und Speicherring COSY. Als Vorbeschleuniger und Injektor dient JULIC<sup>1</sup>. In COSY (COoler SYnchrotron [Mai97]) sind die internen Experimente WASA (Wide Angle Shower Apparatus), ANKE<sup>2</sup> und PAX<sup>3</sup> sowie der EDDA<sup>4</sup>-Detektor als Strahlpolarimeter integriert. Zusätzlich ist TOF<sup>5</sup> als externe Experimentierstation angeschlossen. Der Aufbau des gesamten Beschleunigerkomplexes ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

Der Beschleuniger, das WASA-Experiment und dessen physikalischer Forschungsschwerpunkt werden im Folgenden detailliert vorgestellt.

### 2.1. COSY

Der Beschleunigerring COSY ist ein 184 m langer Synchrotronring im Forschungszentrum Jülich. COSY ist in der Lage Protonen- und Deuteronenstrahlen auf Impulse zwischen 300 und 3700 MeV/c zu beschleunigen und zu speichern [Mai97].

In einer Ionenquelle werden negativ geladene Wasserstoff- beziehungsweise Deuteriumionen erzeugt, die im Zyklotron JULIC vorbeschleunigt und über das Injektionsstrahlrohr in das COSY-Strahlrohr injiziert werden. Die Ionen verlieren bei diesem Prozess an einer Folie ihre Elektronen, sodass Protonen oder Deuteronen in den Speicherring eingespeist werden.

---

<sup>1</sup> Jülich Isochronous Cyclotron

<sup>2</sup> Apparatus for Studies of Nucleon and Kaon Ejectiles

<sup>3</sup> Polarisierte Antiprotonen Experimente

<sup>4</sup> Excitation functions Data acquisition Designed for the Analysis of phase shifts.

<sup>5</sup> Time Of Flight.

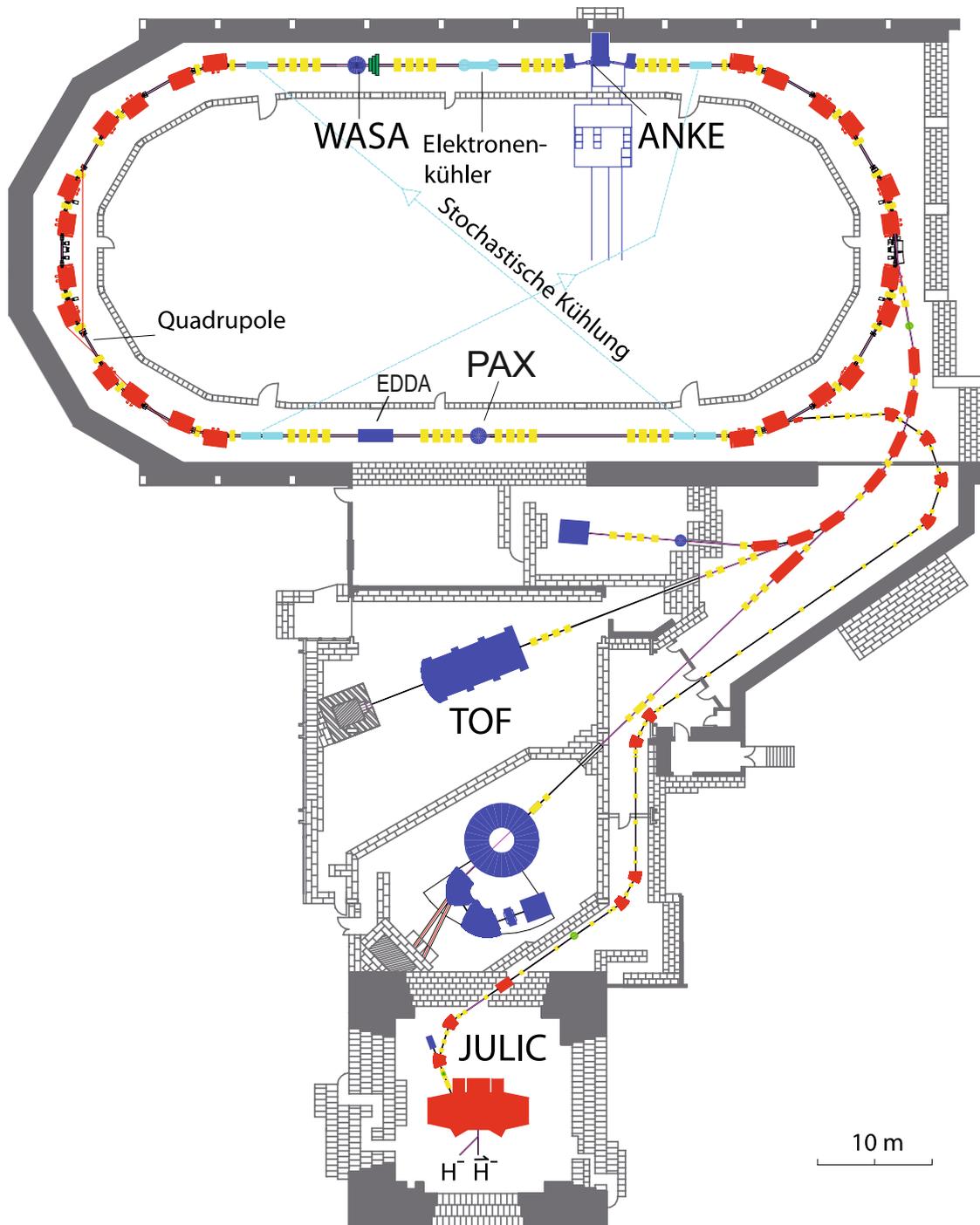


Abbildung 2.1.: Der Beschleunigerkomplex COSY mit dem Zyklotron und den angeschlossenen Experimenten, nach [Ada<sup>+</sup>04].

Nach der Injektion befinden sich bis zu  $10^{11}$  Teilchen im Beschleuniger. Der Strahl wird beschleunigt und steht dann für interne Experimente bereit oder kann für externe Experimente ausgekoppelt werden.

Es stehen mehrere Methoden zur Strahlkühlung bereit. Für niedrige Strahlenergien im Bereich der Injektionsenergie wird der Strahl über einen Elektronenkühler phasenraumgekühlt. Für hohe Energien wird der Beschleunigerstrahl stochastisch gekühlt. Des Weiteren steht eine Barrier Bucket Kühlung zur Verfügung, die jedoch erst nach der in dieser Arbeit analysierten Strahlzeit im Jahr 2008 installiert worden ist [GMS09].

An COSY können Messungen mit polarisierten Strahlteilchen durchgeführt werden. Dazu dient der Aufbau des vormaligen EDDA-Experiments als Polarisator. Weitere Informationen zum Beschleuniger finden sich in [Mai97].

## 2.2. Mesonenphysik an WASA-at-COSY

Die Beschleunigeranlage und insbesondere das WASA-Experiment ist speziell für die Untersuchung leichter Mesonen und deren Wechselwirkungen konstruiert worden [Ada<sup>+</sup>04]. Diese Teilchen sind aus Quark-Antiquark-Paaren zusammengesetzt und werden durch die starke Wechselwirkung gebunden. Eine anerkannte Theorie, die die Elementarteilchen, ihre Wechselwirkungen und gebundene Zustände charakterisiert, stellt das Standardmodell der Teilchenphysik dar [Pov<sup>+</sup>06].

Es beschreibt Elementarteilchen, die sich in die Klasse der Quarks, der Leptonen und der Austauschbosonen einordnen lassen. Abbildung 2.2 zeigt diese Elementarteilchen. Obwohl das Standardmodell weit mehr Elementarteilchen beschreibt, ist die stabile Materie lediglich aus drei dieser Teilchen aufgebaut, die die Atome bilden. Der größte Teil der Masse eines Atoms ist im Atomkern konzentriert, welcher wiederum aus Protonen und Neutronen zusammengesetzt ist. Diese beiden Nukleonen schließlich werden aus up- und down-Quarks gebildet. Das dritte im Atom beobachtbare Elementarteilchen ist das Elektron. Die Elektronen bilden eine negative Ladungshülle um den Atomkern. Es gibt jedoch auch Teilchen, die andere Kombinationen der Quarks enthalten als die Nukleonen. Dabei werden zwei Gruppen unterschieden: die Baryonen, die als gebundene Zustände aus drei Quarks beschrieben werden und zu denen die Nukleonen gehören, sowie die Mesonen, die jeweils aus einem Quark-Antiquark-Paar

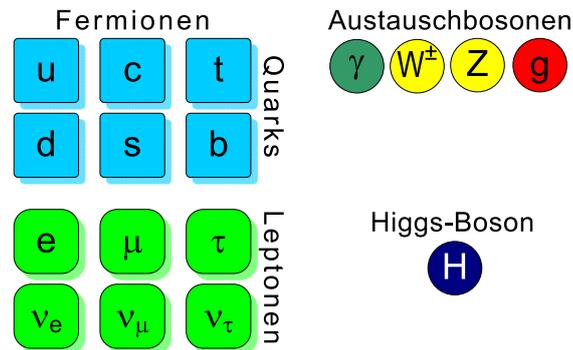


Abbildung 2.2.: Die Elementarteilchen des Standardmodells der Teilchenphysik. Sie unterteilen sich in die Quarks, die Leptonen und die Austauscbosonen. Zu den Quarks und Leptonen existieren zusätzlich Antiteilchen.

bestehen. Es existieren sechs Quarks mit entsprechenden Antiquarks, woraus sich eine Vielzahl solcher Paare konstruieren lässt.

Bereits aus den drei leichtesten Quarks, dem up-, dem down- und dem strange-Quark, lassen sich neun verschiedene Kombinationen bilden. Zu beachten ist jedoch, dass die Eigenschaft eines Mesons nicht nur durch die enthaltenen Quarks sondern auch durch deren relative Ausrichtung und Bewegung entscheidend bestimmt wird. Die Quarks besitzen einen Drehimpuls, den Spin, wobei die Quantenmechanik nur zwei Möglichkeiten zulässt, wie die Spins zweier Teilchen relativ zueinander ausgerichtet sein können, nämlich parallel oder antiparallel.

Mesonen, deren Spins parallel ausgerichtet sind, sind die pseudoskalaren Mesonen, Vektormesonen besitzen parallel ausgerichtete Spins. Für beide dieser Gruppen existieren die neun verschiedenen Quarkkombinationen, die sich in sogenannte Mesonennonette einordnen lassen, wie in Abbildung 2.3 dargestellt. Aufgetragen sind die Mesonen in ein Koordinatensystem, das die dritte Komponente des Isospins und die Strangeness zeigt. Beide Größen sind Quantenzahlen, die bei Reaktionen der starken Wechselwirkung erhalten bleiben. Der Isospin ist eine Größe, die up- und down-Quarks unterscheidet und für alle anderen Quarks Null beträgt. Mit der Strangeness sind nur strange-Quarks behaftet.

Die mit WASA-at-COSY zugänglichen Mesonen sind die Pionen, das  $\eta$ - und das  $\eta'$ -Meson aus der Gruppe der pseudoskalaren Mesonen sowie das Vektormeson  $\omega$ . Der Experimentieraufbau ermöglicht dabei die Erzeugung dieser Mesonen durch Proton-Proton-Stöße aber auch durch Proton-Deuteron-Kollisionen, bei denen  $^3\text{He}$ -Kerne

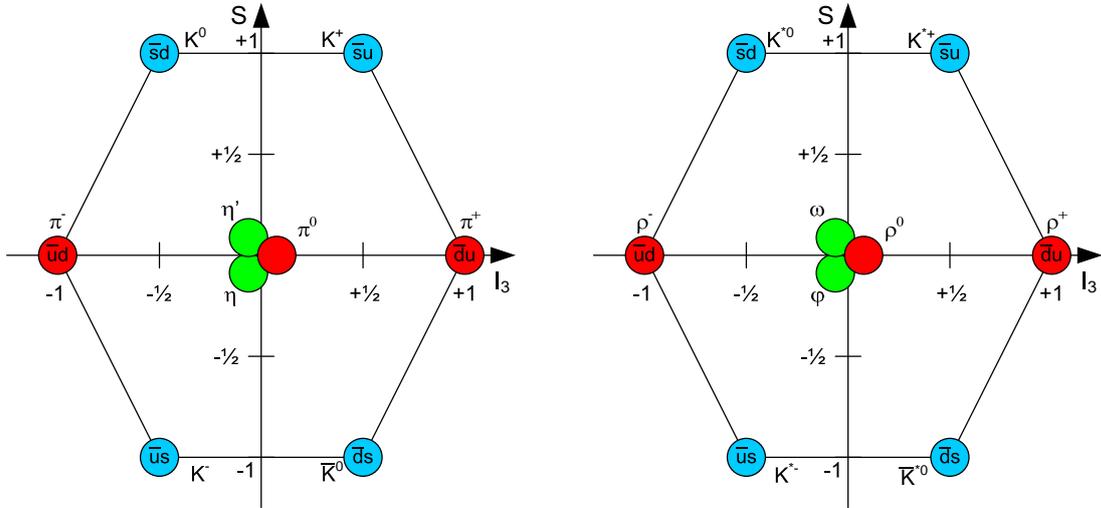


Abbildung 2.3.: Die Nonette der pseudoskalaren (links) und der Vektormesonen (rechts) im Isospin-Strangeness-Diagramm. Die Quarkinhalte von  $\pi^0$ ,  $\eta$  und  $\eta'$  sowie  $\rho^0$ ,  $\phi$  und  $\omega$  sind nicht angegeben. Sie sind jeweils Mischungen der Zustände  $|u\bar{u}\rangle$ ,  $|d\bar{d}\rangle$  und  $|s\bar{s}\rangle$ .

entstehen. Diese Reaktionen haben den Vorteil, dass sie durch den Nachweis der  ${}^3\text{He}$ -Teilchen leicht von der elastischen Proton-Deuteron-Streuung unterscheiden lassen. Daher werden solche Reaktionen an WASA schon häufig genutzt, um Mesonen zu untersuchen. Verbesserte obere Grenzen für verbotene Zerfälle, wie den C-Parität verletzenden Zerfall  $\eta \rightarrow \pi^0 + \gamma^* \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$  [Win11] oder Zerfälle in Lepton-Antilepton-Paare [Ber<sup>+</sup>08b] konnten bestimmt werden. Totale Wirkungsquerschnitte der  $\eta$ - und Mehrpionenproduktion [Sch<sup>+</sup>10] sowie differentielle Wirkungsquerschnitte der  $\omega$ -Produktion [Sch<sup>+</sup>09] wurden gemessen. Am  $\eta$ -Zerfall  $\eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \gamma$  wurden Streuwellenanalysen durchgeführt [Adl<sup>+</sup>12]. WASA bietet darüber hinaus die Möglichkeit Deuteron-Deuteron-Streuexperimente durchzuführen. Als Beispiel sei die Suche nach dem  $\eta$ -mesonischen  ${}^4\text{He}$  über die Reaktion  $d + d \rightarrow ({}^4\text{He} - \eta) \rightarrow {}^3\text{He} + p + \pi^-$  genannt, die im Ausgangskanal ebenfalls ein  ${}^3\text{He}$ -Kern aufweist [Adl<sup>+</sup>13]

Ein an WASA-at-COSY bisher wenig untersuchtes Meson ist das  $\eta'$ -Meson. Dieses Meson ist das schwerste der pseudoskalaren Mesonen. Die folgenden Herleitungen und Teilcheneigenschaften sind entnommen aus [Pov<sup>+</sup>06]. Beim  $\eta'$ -Meson beträgt die dritte Komponente des Isospins  $I_3 = 0$  ebenso wie die Strangeness  $S = 0$ . Diese Quantenzahlen lassen sich durch verschiedene Kombinationen von Quarks realisie-

ren: Wird zunächst das Isospin-Multiplett betrachtet, sind  $|u\bar{u}\rangle$  und  $|d\bar{d}\rangle$  die beiden möglichen Zustände. Beide Zustände besitzen identische Quantenzahlen, sodass sie im Allgemeinen mischen. Dabei ergeben sich ein Triplet-Zustand mit  $I = 1$

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) \quad (2.1)$$

und ein Singulett-Zustand mit  $I = 0$

$$|\eta_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle). \quad (2.2)$$

Wird das strange-Quark miteinbezogen ergibt sich zusätzlich der  $|s\bar{s}\rangle$ -Zustand, der mit dem  $\eta_0$ -Zustand mischt. Dadurch ergeben sich wieder ein Singulett-Zustand

$$|\eta_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle) \quad (2.3)$$

und ein Triplet-Zustand

$$|\eta_8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2 |s\bar{s}\rangle). \quad (2.4)$$

Die physikalisch beobachtbaren Teilchen ergeben sich im Allgemeinen als Linearkombinationen der drei Zustände  $|\pi_0\rangle$ ,  $|\eta_0\rangle$  und  $|\eta_8\rangle$ . In diesem Fall ist es jedoch so, dass das physikalische  $\pi^0$ -Meson dem  $|\pi^0\rangle$ -Zustand entspricht und die beiden  $\eta$ -Zustände einen Mischungswinkel von nur  $15^\circ$  besitzen, sodass auch sie ungefähr den physikalischen Teilchen  $\eta'$  und  $\eta$  entsprechen:

$$|\eta'\rangle \approx |\eta_1\rangle \quad |\eta\rangle \approx |\eta_8\rangle. \quad (2.5)$$

Die dominanten Zerfallskanäle des  $\eta'$ -Mesons sind nach [Pdg]:

$$\begin{aligned} \eta' &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \eta \quad (43,4 \pm 0,7) \% \\ \eta' &\rightarrow \rho^0 + \gamma \quad (29,3 \pm 0,6) \% \\ \eta' &\rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \eta \quad (21,6 \pm 0,8) \% . \end{aligned} \quad (2.6)$$

Tabelle 2.1 zeigt einige elementare Eigenschaften des  $\eta'$ -Mesons.

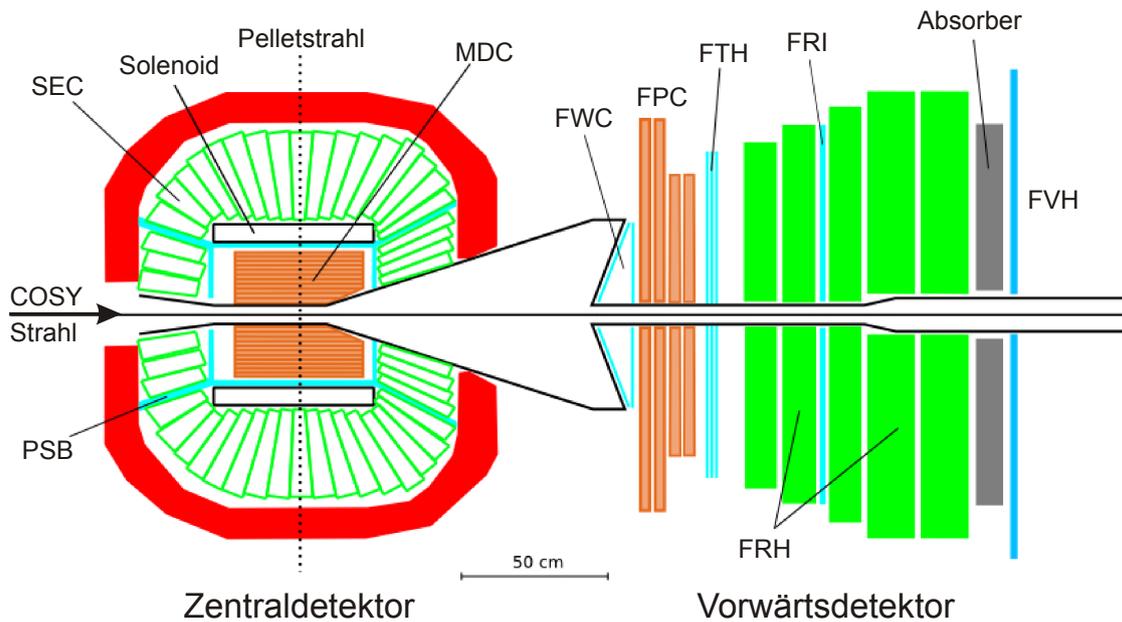


Abbildung 2.4.: Schematische Querschnittsansicht des WASA-Detektors [Ada<sup>+</sup>04]. Die Hauptkomponenten sind der Zentraldetektor, der Vorwärtsdetektor und das Pellettarget. Sie werden im Text detailliert vorgestellt.

## 2.3. Der experimentelle Aufbau WASA-at-COSY

Das WASA-Experiment (**Wide Angle Shower Apparatus**) wurde zur Untersuchung von leichten Mesonen entwickelt. Konstruiert wurde WASA für den Einsatz am CELSIUS<sup>6</sup>-Beschleuniger im schwedischen Uppsala, an dem es bis zu dessen Schließung 2004 erfolgreich in Betrieb war [Bar<sup>+</sup>08]. Danach wurde WASA an COSY installiert und wird dort seit 2006 betrieben. Die im Vergleich zu CELSIUS höheren Strahlenergien ermöglichen seitdem auch die Untersuchung schwererer Mesonen, wie der  $\omega$ - und der  $\eta'$ -Mesonen [Ada<sup>+</sup>04].

<sup>6</sup> Cooling with **E**lectrons and **S**toring of **I**ons from the **U**ppsala **S**ynchrotron.

Masse	$(957,78 \pm 0,06) \frac{\text{MeV}}{c^2}$	Baryonenzahl	0
Zerfallsbreite	$(199 \pm 9) \text{ keV}$	Leptonenzahl	0
Ladung	0	Parität	-1
Isospin	0	C-Parität	+1
Strangeness	0	G-Parität	+1

Tabelle 2.1.: Einige Eigenschaften des  $\eta'$ -Mesons [Pdg].

Der WASA-Detektor, schematisch in Abbildung 2.4 gezeigt, ist aus mehreren Komponenten zusammengesetzt. Der Zentraldetektor (CD: Central Detector) ist um den Wechselwirkungspunkt herum aufgebaut und besitzt eine geometrische Akzeptanz von nahezu  $4\pi$ . Er dient zum Nachweis von Photonen und leichten Reaktionsteilchen wie Elektronen und geladenen Pionen. In Strahlrichtung hinter dem Interaktionspunkt befindet sich der Vorwärtsdetektor (FD: Forward Detector), der zur Messung schwerer Reaktionsteilchen wie Protonen, Deuteronen, Heliumkerne und Neutronen konstruiert worden ist. Als Reaktionspartner für die Strahlteilchen werden wahlweise Protonen oder Deuteronen in Form eines Pellettargets bereit gestellt. Das Targetsystem stellt neben den Detektorsystemen eine wesentliche Komponente des Experimentaufbaus dar.

### 2.3.1. Der Vorwärtsdetektor

Der Vorwärtsdetektor, dargestellt in Abbildung 2.5, befindet sich in Strahlrichtung hinter dem Wechselwirkungspunkt und detektiert Reaktionsteilchen, die im Laborsystem unter kleinen Polarwinkeln vorwärts gestreut werden. Dies betrifft hauptsächlich schwere geladene Teilchen, wie Protonen, Deuteronen und Heliumkerne. Neben den geladenen Teilchen ist der Detektor auch für Neutronen sensitiv. Einige Eigenschaften des Vorwärtsdetektors sind in Tabelle 2.2 aufgelistet.

Durch den Vorwärtsdetektor wird ein Polarwinkelbereich von  $3^\circ$  bis  $17^\circ$  abgedeckt; Teilchen mit größerem Streuwinkel erreichen den Zentraldetektor, Teilchen mit kleineren Polarwinkeln als  $3^\circ$  fliegen durch das Strahlrohr, das mittig durch den ganzen Vorwärtsdetektor verläuft.

Der Vorwärtsdetektor ist aus mehreren Detektorkomponenten aufgebaut, die hintereinander angeordnet sind und zusammen eine vollständige Viererimpulsbestimmung ermöglichen. Die einzelnen Komponenten werden im Folgenden detailliert vorgestellt.

#### **Forward Window Counter**

Der Forward Window Counter (FWC) ist ein Plastikszintillator, der aus zwei jeweils 3 mm dicken Lagen besteht. Eine Zeichnung des Detektors ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Die Lagen sind aus jeweils 24 radial angeordneten Elementen zusammengesetzt

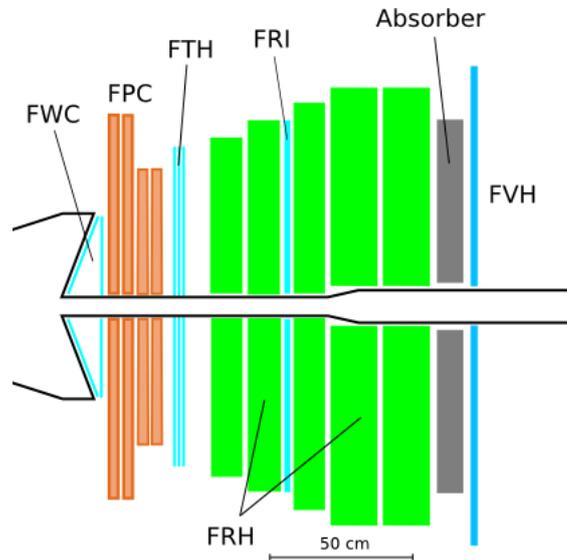


Abbildung 2.5.: Der Vorwärtsdetektor mit seinen verschiedenen Komponenten schließt sich an das Öffnungsfenster zum Zentraldetektor an [Ada<sup>+</sup>04]. Die Strahlrichtung verläuft von links aus der Streukammer kommend nach rechts.

Anzahl Szintillatorelemente	340
Abgedeckter Winkelbereich	3° - 17°
Winkelauflösung	≈ 0,2°
Max. kin. Energie zum Stoppen von $\pi^\pm$ /Protonen/Deuteronen/ $\alpha$	170/300/400/900 MeV
Zeitauflösung	< 3 ns
Energieauflösung für gestoppte Teilchen	1,5% - 3%
Teilchen mit $E_{\text{stop}} < E_{\text{kin}} < 2 \cdot E_{\text{stop}}$	3% - 8%
Teilchenidentifikationsmethode	$\Delta E/E$

Tabelle 2.2.: Einige Eigenschaften des Vorwärtsdetektors (nach [Win11]).

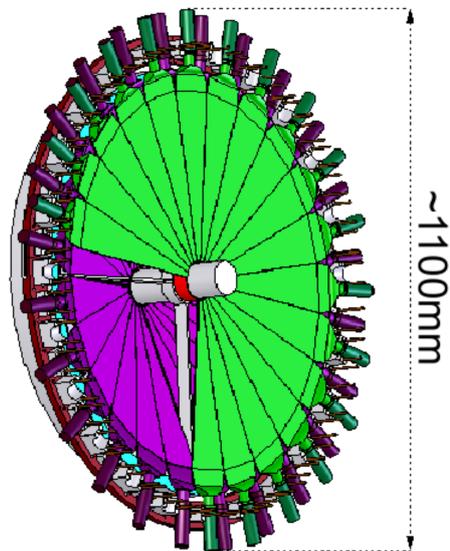


Abbildung 2.6.: Zeichnung des Forward Window Counters. Violett die erste konisch geformte Lage und grün die zweite planare Lage aus radialen Szintillatorelementen. Außen ist jeweils ein Photomultiplier über einen Lichtleiter angebracht [Pri10].

und gegeneinander um ein halbes Element verdreht, um einen bestmöglichen Überlapp der Elemente zu gewährleisten. Die erste Lage ist direkt an das Fenster zwischen Zentral- und Vorwärtsdetektor montiert. Die Elemente dieser Lage sind deshalb um  $20^\circ$  gegen die Strahlrichtung gekippt. Die zweite Lage ist planar und vertikal zum Strahlrohr ausgerichtet [Pri10].

Der Forward Window Counter übernimmt zwei Funktionen als Trigger. Zum einen werden bei der Datenaufnahme nur solche Teilchenspuren übernommen, die in dieser Detektorkomponente eine Energiedeponierung aufweisen. Dadurch werden keine Ereignisse gespeichert, bei denen Teilchen erst im Vorwärtsdetektor beispielsweise am Strahlrohr gestreut und in den hinteren Teil des Vorwärtsdetektors abgelenkt werden. Zum anderen kann die gemessene Energiedeponierung im Window Counter zur Separation von Protonen und Heliumkernen verwendet werden. Letztere besitzen auf Grund ihrer größeren Masse in der Regel geringere kinetische Energien als Protonen. Zusammen mit der im Vergleich doppelt so großen elektrischen Ladung ergibt sich ein deutlich höherer Energieverlust von Heliumkernen im Forward Window Counter verglichen mit Protonen und auch Deuteronen. Eine entsprechend eingestellte

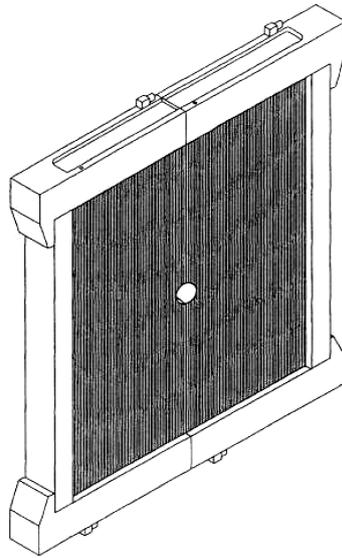


Abbildung 2.7.: Eines von vier Elementen der Forward Proportional Chamber [Ada<sup>+</sup>04].

Energieschwelle kann den Untergrund bei Reaktionen mit Heliumproduktion deutlich verringern.

#### **Forward Proportional Chamber**

An den Window Counter schließt sich die Forward Proportional Chamber (FPC) an, die aus vier Modulen mit jeweils vier Lagen von je 122 Driftrohren zusammengesetzt ist. Die Module sind um jeweils  $45^\circ$  um die Strahlachse zueinander gedreht, sodass sich die zweidimensionale Trefferposition in der Ebene senkrecht zur Strahlrichtung sehr genau bestimmen lässt. Eines dieser Module ist in Abbildung 2.7 gezeigt. Die Teilchen bewegen sich nahezu parallel zum Solenoidfeld des Zentraldetektors (s. Abschnitt 2.3.2) geradlinig vom Interaktionspunkt fort. Der Vorwärtsdetektor ist feldfrei. Die vorwärts gestreuten Teilchen werden somit nicht durch Magnetfelder abgelenkt und aus den Messungen der Proportional Chamber lassen sich Azimut- und Polarwinkel bestimmen.

#### **Forward Trigger Hodoscope**

Hinter der Forward Proportional Chamber ist das Forward Trigger Hodoscope (FTH) platziert. Diese Komponente besteht aus drei Lagen von je 5 mm dicken Szintillatoren.

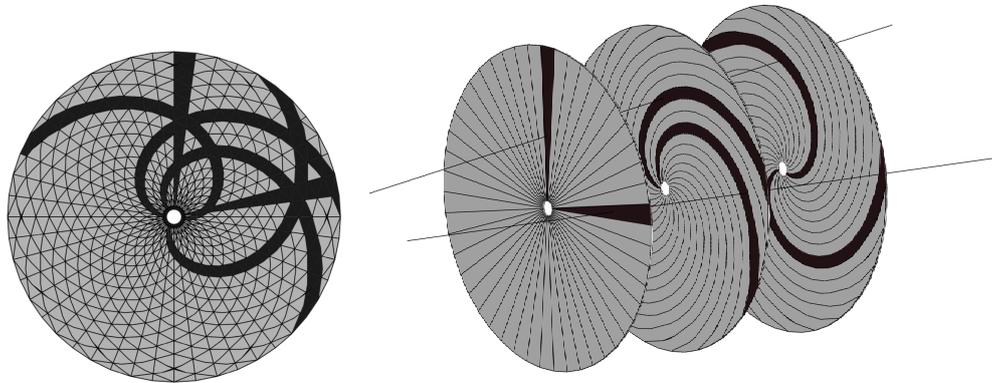


Abbildung 2.8.: Das FTH ist aus drei Lagen aufgebaut: Die erste ist aus radialen, die beiden anderen aus spiralförmigen Elementen zusammengesetzt. Links: Zwei Teilchen durchdringen den Detektor und deponieren Energie in unterschiedlichen Detektorelementen. Rechts: In der Überlagerung ergibt sich eine zweidimensionale Auflösung und eine Trennung der Teilchenspuren ist möglich.

Die erste Lage ist radial in 48 Elemente aufgeteilt, die zweite und dritte Lage in jeweils 24 Elemente, die wie archimedische Spiralen geformt sind. Diese beiden Lagen sind entgegengesetzt orientiert, sodass die Überlagerung aller Lagen eine Pixelstruktur ergibt, mit deren Hilfe mehrere gleichzeitig detektierte Teilchen korrekt separiert und ihre Energiedeponierungen gemessen werden können. Abbildung 2.8 zeigt schematisch die drei Lagen des Forward Trigger Hodoscopes und die Pixelstruktur, die sich durch die Überlagerung ergibt.

### **Forward Range Hodoscope**

An das Forward Trigger Hodoscope schließt sich das Forward Range Hodoscope (FRH) an. Bei dem Umzug des WASA-Experiments nach Jülich wurde das Design an die höheren Strahlenergien angepasst. Es besteht nun aus fünf Lagen mit jeweils 24 radialen Plastiksintillatorelementen. Die vorderen drei Lagen sind jeweils 11 cm dick, die beiden hinteren je 15 cm. Die neue Anordnung ist in Abbildung 2.9 dargestellt.

Das Range Hodoscope übernimmt zusammen mit dem Trigger Hodoscope die Energiemessung der detektierten Teilchen. Über die  $\Delta E/E$ -Methode wird darüber hinaus

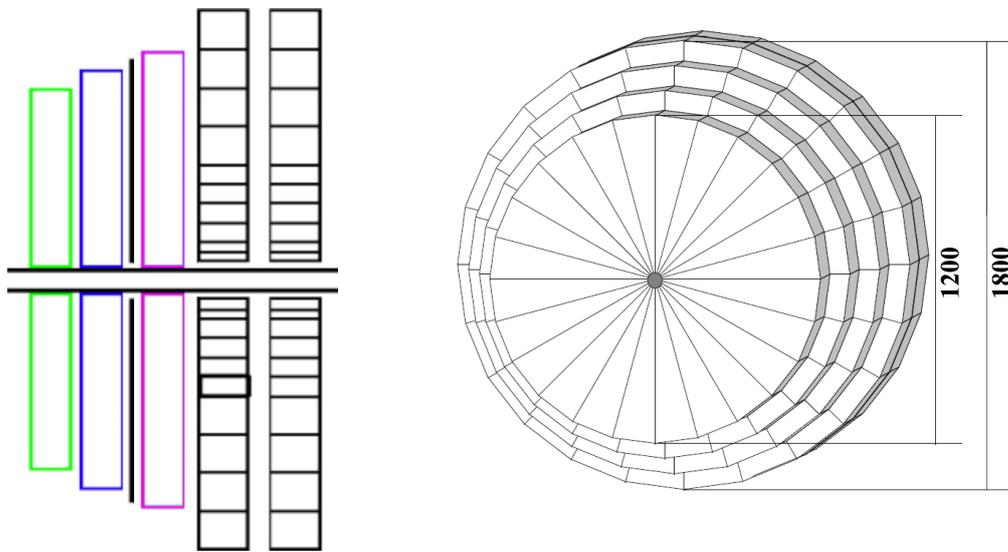


Abbildung 2.9.: Das Forward Range Hodoscope ist aus fünf Szintillatorlagen aufgebaut. Das Forward Range Interleaving Hodoscope ist zwischen der zweiten und der dritten Lage montiert. Links: Seitenansicht [Ada<sup>+</sup>04], rechts: Sicht in Strahlrichtung, entnommen aus [Ber<sup>+</sup>08a] nach [Ada<sup>+</sup>04].

die Teilchenidentifikation durchgeführt. Der Detektor kann mit hoher Genauigkeit die deponierte Energie messen, sowohl von gestoppten Teilchen als auch von Teilchen, die den Detektor vollständig durchdringen. Die kinetische Energie wird aus den Energieverlusten in den einzelnen Lagen rekonstruiert.

Die vorliegende Arbeit befasst sich unter anderem mit der Kalibrierung dieses Detektors, sodass die Energieverluste in den einzelnen Detektorelementen korrekt rekonstruiert und die kinetischen Teilchenenergien berechnet werden können.

### Forward Range Interleaving Hodoscope

Die Streuwinkel für vorwärtsgestreute geladene Teilchen werden aus den Messungen der Forward Proportional Chamber rekonstruiert. Neutronen können mit einer Driftkammer nicht nachgewiesen werden. Deshalb ist als zusätzliche ortsauflösende Detektorkomponente das Forward Range Interleaving Hodoscope (FRI) zwischen die zweite und dritte Lage des Forward Range Hodoscopes eingefügt Abbildung 2.10. Es besteht aus zwei Lagen mit jeweils 32 parallelen Szintillatorstreifen. Die beiden Lagen sind orthogonal zueinander ausgerichtet, sodass in der Überlagerung ein zweidi-

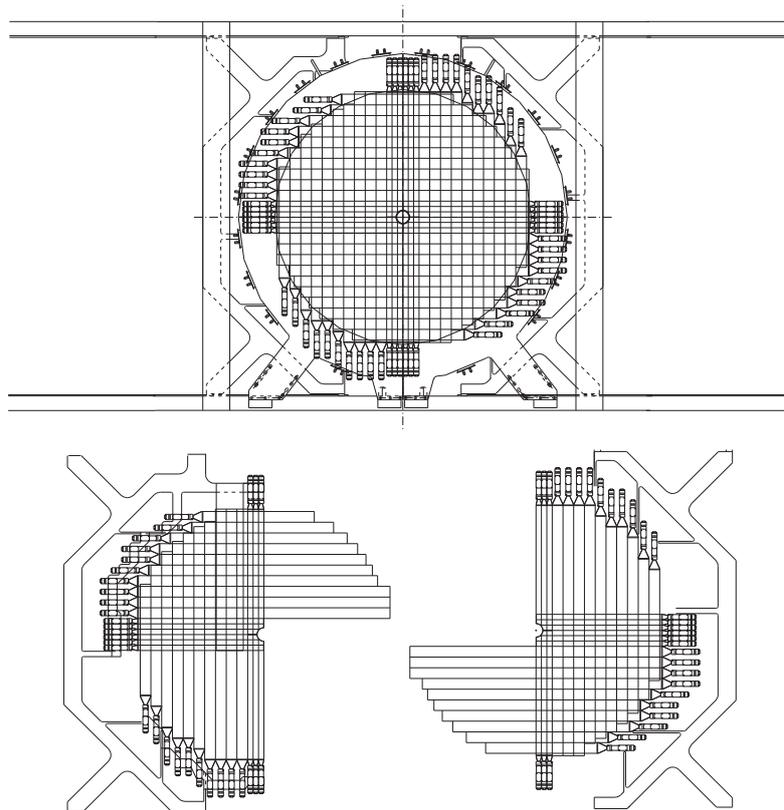


Abbildung 2.10.: Die orthogonal zueinander ausgerichteten Lagen des Forward Range Interleaving Hodoscopes ermöglichen eine zweidimensionale Rekonstruktion der Trefferposition [Ada<sup>+</sup>04].

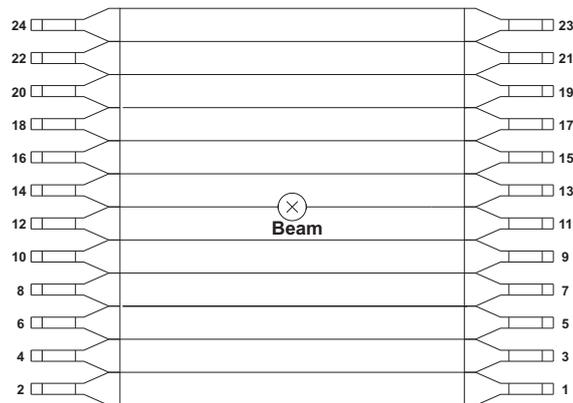


Abbildung 2.11.: Der Vorwärtsdetektor wird durch das Forward Veto Hodoscope abgeschlossen. Gezeigt ist eine der beiden Lagen mit horizontalen Detektorstreifen und beidseitig angebrachten Photomultipliern [Ada<sup>+</sup>04].

mensionales Pixelmuster entsteht. Aus den Trefferpositionen können die Streuwinkel berechnet werden.

#### Forward Veto Hodoscope

Die in Strahlrichtung letzte Detektorkomponente stellt das Forward Veto Hodoscope (FVH) dar. Es besteht aus zwei hintereinander stehenden Lagen von Plastiksintillatortwänden mit jeweils 12 parallelen Elementen, wie in Abbildung 2.11 gezeigt. Die beiden Lagen sind gekreuzt zueinander angeordnet. Dieser Detektor wird als Veto für schnelle Teilchen verwendet. Mit ihm lassen sich beispielsweise elastisch gestreute Protonen, die das Forward Trigger Hodoscope erreichen, von inelastisch gestreuten Teilchen unterscheiden, die in vorderen Komponenten gestoppt werden. An beiden Enden jedes Szintillatorelements sind Photomultiplier angebracht. Aus der Zeitdifferenz der beiden Signale lässt sich die Trefferposition eines Teilchens entlang eines Elements rekonstruieren.

#### Forward Absorber

Das Forward Veto Hodoscope wird eingesetzt, um Teilchen auf Triggerebene danach zu separieren, ob sie das Forward Range Hodoscope durchdringen oder gestoppt werden. Um die Energieschwelle anzupassen, können zwischen Forward Range und

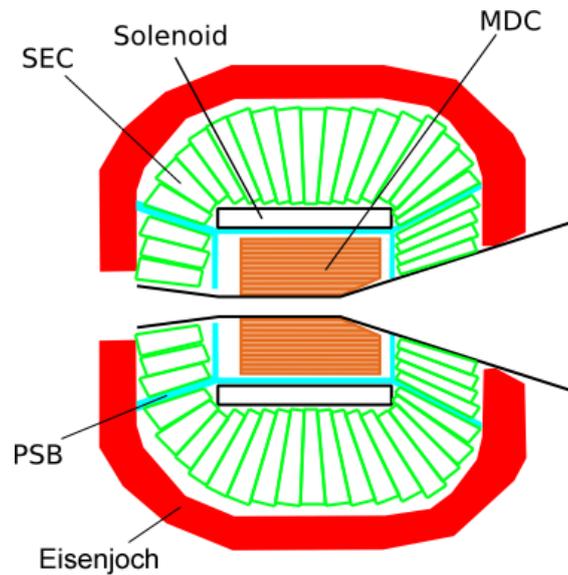


Abbildung 2.12.: Der Zentraldetektor umschließt den Wechselwirkungspunkt. Der Beschleunigerstrahl verläuft von links nach rechts in Richtung des Vorwärtsdetektors [Ada<sup>+</sup>04].

Veto Hodoscope unterschiedlich starke Eisenplatten zwischen 5 und 100 mm Dicke eingesetzt werden, die als passives Absorbermaterial dienen. Damit können auch Teilchen unterschieden werden, die zwar das Range Hodoscope durchdringen, aber unterschiedliche Energie besitzen.

### 2.3.2. Der Zentraldetektor

Der Zentraldetektor ist um den Wechselwirkungspunkt herum aufgebaut und besteht aus mehreren Detektorkomponenten, die zusammen eine volle Viererimpulsmessung ermöglichen. Außerdem enthält er einen supraleitenden Solenoiden zur ladungs- und impulsabhängigen Ablenkung geladener Teilchen. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 2.12 gezeigt.

#### Mini Drift Chamber

Die innerste Detektorkomponente des Zentraldetektors bildet eine Minidriftkammer (MDC: Mini Drift Chamber). Sie ist aus 17 zylindrischen Lagen um das Strahlrohr herum aufgebaut. Jede Lage besteht aus Driftröhren mit Durchmessern zwischen 4 mm

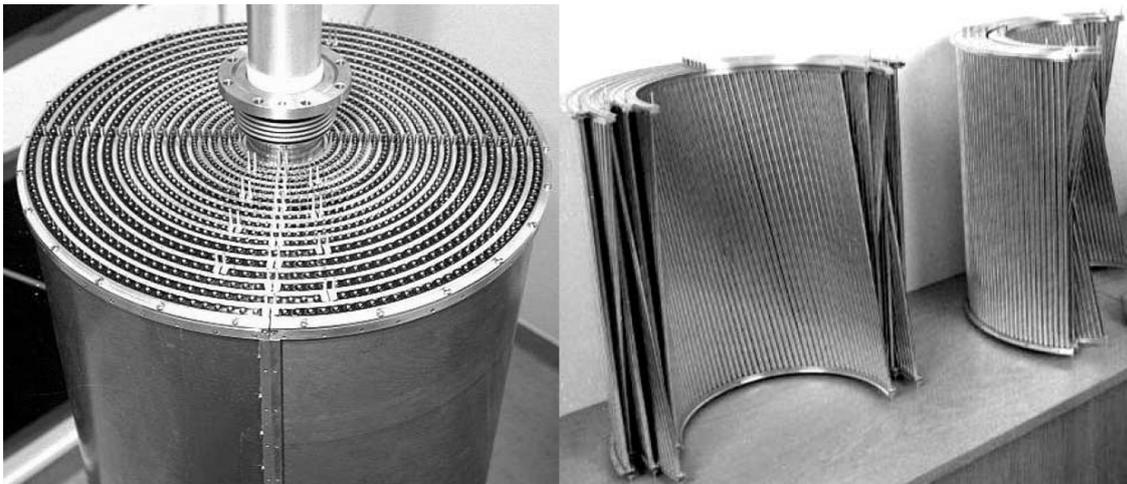


Abbildung 2.13.: Foto der Mini Drift Chamber. Links: im zusammengebauten Zustand mit Al-Be-Mantel. Rechts: einzelne Lagen mit abwechselnder Ausrichtung der Driftröhren [Ada<sup>+</sup>04].

in den innersten und 8 mm in den äußersten Lagen. Die Röhren sind in einigen Lagen parallel zum Strahlrohr, in anderen um  $6^\circ$  bis  $9^\circ$  gedreht dazu ausgerichtet, um den Überlapp zu optimieren. In Abbildung 2.13 sind einige ausgebaute Lagen und der zusammengesetzte Detektor dargestellt.

Die Mini Drift Chamber ermöglicht eine genaue Messung der Spuren geladener Teilchen und deren Streuwinkel. Da sie sich innerhalb des Solenoidfeldes befindet, werden geladene Teilchen abgelenkt. Die Bahnkrümmung kann gemessen werden und somit die Ladung und der Impuls der Teilchen bestimmt werden.

#### **Plastic Scintillator Barrel**

Die Mini Drift Chamber ist von einem Szintillationsdetektor umschlossen, dem Plastic Scintillator Barrel (PSB). Eine zylindrische Lage besteht aus Szintillatorleisten parallel zum Strahlrohr, die sich gegenseitig leicht überlappen. Zusätzlich schließen zwei radial aufgeteilte Endkappen die Mini Drift Chamber senkrecht zur Strahlachse ab. Die drei Komponenten sind in Abbildung 2.14 gezeichnet. Dieser Detektor dient als Trigger für geladene Teilchen, als Veto für Photonen und kann in Verbindung mit den anderen Detektorkomponenten zur Teilchenidentifikation über die  $\Delta E/E$ - bzw.  $\Delta p/E$ -Methode genutzt werden.

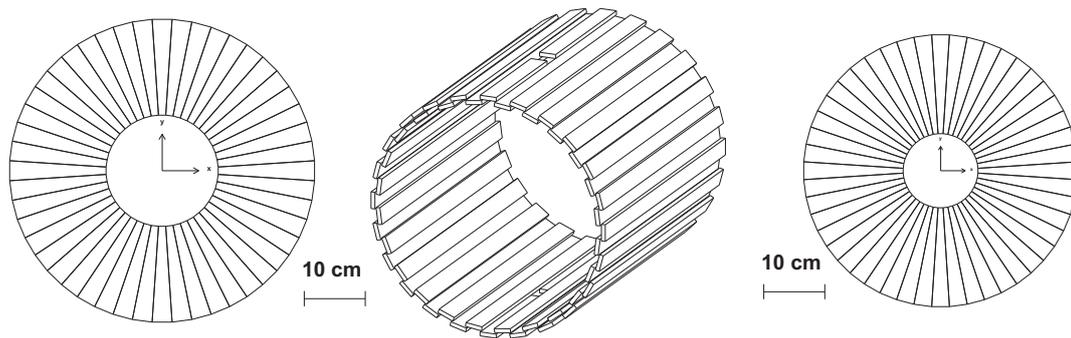


Abbildung 2.14.: Schematische Zeichnung der Komponenten des Plastic Scintillator Barrels [Ada<sup>+</sup>04]. Von links: in Strahlrichtung hintere Polkappe mit großer Öffnung in der Mitte, zylindrischer Mittelteil mit Durchführungen für das Target und überlappenden Szintillatorelementen, vordere Polkappe.

### Superconducting Solenoid

Die Ladungs- und Impulsbestimmung über die Bahnkrümmung erfordert ein konstantes Magnetfeld. Dieses wird durch einen supraleitenden Solenoiden (SCS) erzeugt, der Mini Drift Chamber und Plastic Scintillator Barrel umschließt. Der Solenoid erzeugt ein Magnetfeld von bis zu 1,3 T, welches durch ein fünf Tonnen schweres Eisenjoch abgeschirmt wird. Das Eisenjoch befindet sich außerhalb des Kalorimeters und schützt die außenliegende Ausleselektronik.

### Scintillator Electromagnetic Calorimeter

Der Solenoid wird von einem Cäsiumiodid-Szintillator umfasst (s. Abbildung 2.15), der mit Natrium dotiert ist – CsI(Na) –, dem Scintillator Electromagnetic Calorimeter (SEC). Das Kalorimeter ist aus 1012 Szintillationskristallen zusammengesetzt, die jeweils die Form eines Pyramidenstumpfs haben und zusammen die inneren Detektorkomponenten fast komplett umschließen. Die einzelnen Elemente besitzen eine Länge von 20 cm bis 30 cm. Die geometrische Akzeptanz des Kalorimeters beträgt 96%; lediglich die Durchführungen für das Beschleuniger- und das Pelletstrahlrohr, die Heliumzuleitung für den Solenoiden sowie das Fenster zum Vorwärtsdetektor schränken die Akzeptanz ein. Mit dem Kalorimeter kann die Energie sowohl von geladenen Teilchen (Elektronen, Pionen) als auch die von Photonen gemessen werden.

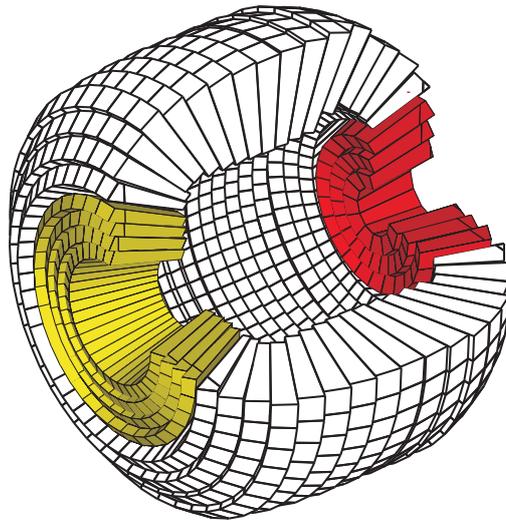


Abbildung 2.15.: Zeichnung des Scintillator Electromagnetic Calorimeters [Ada<sup>+</sup>04]. Vorwärtsteil (gelb) und Rückwärtsteil (rot) sind hervorgehoben.

Die Energie eines Teilchens wird mit Hilfe des Kalorimeters und der Impuls mit der Driftkammer gemessen. Zusammen mit der Information aus dem Plastic Scintillator Barrel lässt sich die Teilchenart identifizieren und der Viererimpuls ist vollständig bestimmt. Das Scintillator Electromagnetic Calorimeter ist in [Koc04] näher beschrieben.

### 2.3.3. Das Pellettarget

An ein Target für das WASA-Experiment werden hohe Anforderungen gestellt. Es soll wahlweise Protonen oder Deuteronen als Targetmaterial zur Verfügung stellen. Ferner muss die Dichte des Targets möglichst groß sein, sodass eine hohe Luminosität erreicht wird, bei gleichzeitig möglichst kleinem Querschnitt, damit der Vertex präzise definiert ist und die Teilchenbahnen der Ejektile korrekt rekonstruiert werden können.

Für WASA wurde deshalb ein Pellettarget entwickelt, das alle diese Anforderungen erfüllt. Ein Strahl aus gefrorenen Wasserstofftröpfchen<sup>7</sup>, den Pellets, wird im Pelletgenerator erzeugt und durch den Zentraldetektor hindurch zum Wechselwirkungspunkt mit dem COSY-Strahl geführt.

<sup>7</sup> Das Target kann sowohl mit Wasserstoff- als auch mit Deuteriumgas betrieben werden. Im Folgenden wird deshalb, wenn nicht anders angegeben, der Begriff Wasserstoff für beide Gase verwendet.

### **Funktionsweise**

Die Funktionsweise des Pelletgenerators ist in Abbildung 2.16 gezeigt. Für die Erzeugung von Pellets wird flüssiger Wasserstoff verwendet, der durch eine oszillierende Glasdüse gepresst wird. Der Wasserstoff wird zunächst durch einen Kaltkopf geleitet und dabei verflüssigt. Typische Betriebstemperaturen sind 17 K für ein Protonen- und 20 K für ein Deuteronentarget.

Die Düse ist zusammen mit einem zylindrischen Piezoelement auf einem Halter befestigt, wie in Abbildung 2.17 gezeigt. Im oberen Teil der Düse ist ein Sinterfilter eingeschmolzen, der kleinste Partikel im Gasstrom zurückhält und die eng zusammenlaufende Düsenspitze vor Verstopfungen schützt. Die Düsenspitze hat einen Öffnungsdurchmesser von ca. 12  $\mu\text{m}$ . Zur Pelleterzeugung muss der durchfließende Wasserstoffstrom gleichmäßig in kleinen Tropfen von der Düsenspitze abreißen. Für eine gleichmäßige Tröpfchenerzeugung wird der Piezo mit einer Wechsellspannung in Schwingungen versetzt. Typischerweise liegt die Frequenz dieser Schwingung zwischen 40 kHz und 80 kHz. Die Schwingung wird über den Halter auf die Düse übertragen. Bei bestimmten Frequenzen, die von dem verwendeten Halter-Düsen-System und den weiteren Betriebsparametern (Drücke, Temperatur, Gasart) abhängen, bildet sich ein sehr regelmäßiger Strom von Tröpfchen, den sogenannten Droplets, an der Düsenspitze.

Die Eigenschaften des schwingenden Systems, das Verhalten im Betrieb sowie eine Verlängerung der Einsatzdauer der Düsen sind Gegenstand aktueller Untersuchungen [Hus12; Sch13].

Die flüssigen Droplets werden in der sogenannten Dropletkammer erzeugt, einer Vakuumkammer die mit Helium auf einen konstanten Druck leicht oberhalb des Tripelpunktes des verwendeten Gases gehalten wird. Das Helium wird wie der Wasserstoff durch den Kaltkopf geführt, sodass das Gas in der Dropletkammer dieselbe Temperatur besitzt wie die Droplets. Die Heliumumgebung ist nötig, damit die Droplets nicht direkt an der Düsenspitze ausfrieren und diese verstopfen.

Die Droplets durchqueren die Dropletkammer und gelangen durch eine Glaskapillare in eine zweite Vakuumkammer, die Skimmerkammer, in der ein Druck um  $10^{-3}$  mbar herrscht. Während dieser Vakuuminjektion verdampfen die äußeren Schichten der Droplets. Dies führt zu einer Abkühlung und einem Gefrieren der Droplets zu Pellets mit Durchmessern von 20  $\mu\text{m}$  bis 35  $\mu\text{m}$ . Durch den Druckunterschied während der

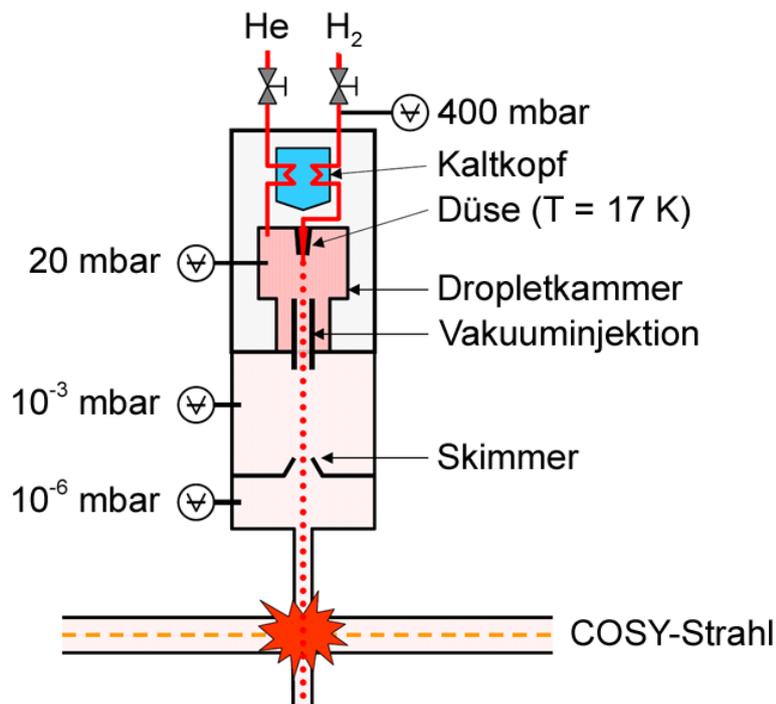


Abbildung 2.16.: Schematische Zeichnung des Pelletgenerators, entnommen aus [Hus12] nach [Nor04]. Helium und Wasserstoffgas werden durch einen Kältekopf geleitet. Der Wasserstoff wird verflüssigt durch die Düse in die mit dem seitlich einströmenden Heliumgas befüllte Droplettkammer gepresst. Die von einem Piezoelement erzeugte Oszillation der Düse lässt den Flüssigkeitsstrom tröpfchenweise abreißen. Diese Droplets fallen durch eine Vakuuminjektionskapillare in die Skimmerkammer und frieren dabei zu Pellets aus. Der Skimmer lässt einen schmalen, nicht divergenten Pelletstrahl passieren, der durch das Pelletstrahlrohr den Wechselwirkungspunkt in der Streukammer erreicht.

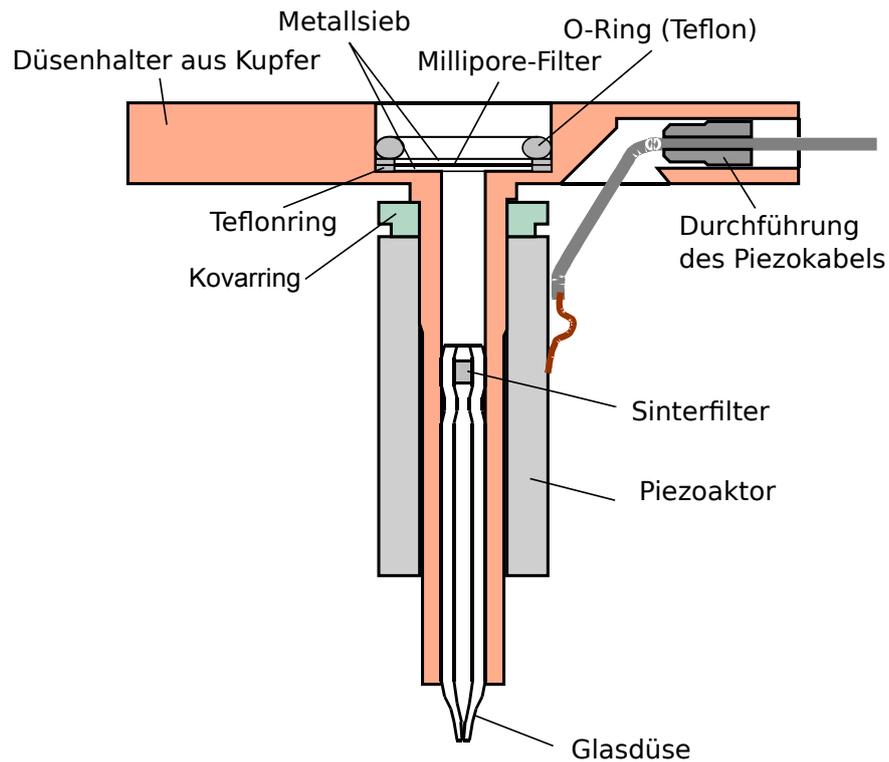


Abbildung 2.17.: Querschnitt eines Düsenhalters, entnommen aus [Hus12] nach [Nor04]. Die Glasdüse ist in den zylindrischen Teil des Kupferhalters eingeklebt. Umgeben wird sie von dem zylindrischen Piezoelement. Die Düse wird zusätzlich durch eine Presshölse und eine Überwurfmutter (nicht dargestellt) befestigt. Zur Vermeidung von Blockierungen der Düsen Spitze ist zum einen ein Millipore-Filter im Halter befestigt und zum anderen ein Sinterfilter in die Düse eingeschmolzen.

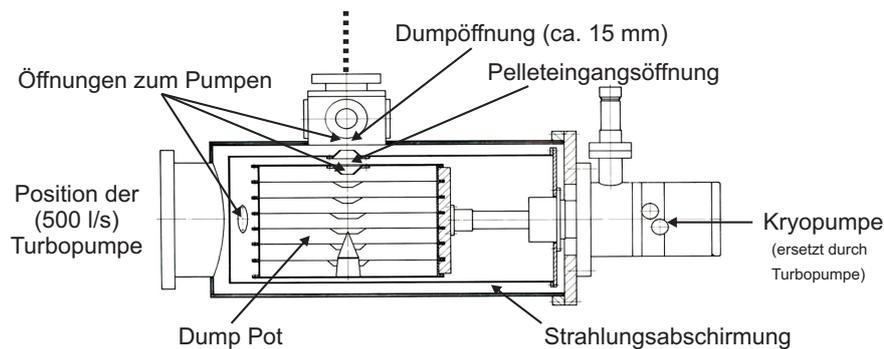


Abbildung 2.18.: Auffänger des Pellettarget. Die Pellets werden im Dump Pot mehrfach zwischen Blechen reflektiert und verdampfen dabei. Das Gas wird durch zwei Turbomolekularpumpen abgepumpt. Entnommen aus [Ber09] nach [Cal08].

Vakuuminjektion werden die Droplets beschleunigt und es entstehen Turbulenzen, die den Strahl leicht divergieren lassen.

Nach 70 cm erreicht der Pelletstrahl den Skimmer, eine Blende in Form eines Kegelstumpfes mit einem Öffnungsdurchmesser von 1 mm. Er lässt nur den Teil des Strahls mit geringer Divergenz in die nächste Vakuumkammer passieren. Seitlich abgelenkte Pellets werden reflektiert und von zwei Turbomolekularpumpen abgepumpt. An den Skimmer schließt sich zunächst eine weitere Vakuumkammer an, die mit zwei Turbopumpen auf einen Druck von  $10^{-6}$  mbar gepumpt wird, um den Restgasuntergrund in der WASA-Streukammer zu reduzieren. Die Pellets werden durch das Pelletstrahlrohr bis zu dem 2 m entfernten Wechselwirkungspunkt durch den Zentraldetektor geführt. In der Streukammer hat der Pelletstrahl einen Durchmesser von nur 2 mm bis 3 mm, was zu einem scharf definierten Vertexpunkt führt. Pro Sekunde erreichen bis zu 20 000 Pellets den Wechselwirkungspunkt. Damit können Targetdichten von  $10^{15} \frac{\text{Atomen}}{\text{cm}^2}$  und Luminositäten um  $10^{31} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  erreicht werden [Tro95].

Die Pellets passieren die Streukammer und werden durch ein zweites Pelletstrahlrohr bis zu einem Auffänger, dem Beam Dump, geführt. Dort treffen sie auf Metallbleche, platzen auf und verdampfen. Das entstehende Gas wird durch Turbomolekularpumpen abgepumpt. Auf diese Weise wird verhindert, dass Pellets und das beim Verdampfen entstehende Gas zurück in die Streukammer gelangen und dort die Vakuumbedingungen beeinflussen können. Der Aufbau des Auffängers ist in Abbildung 2.18 dargestellt.

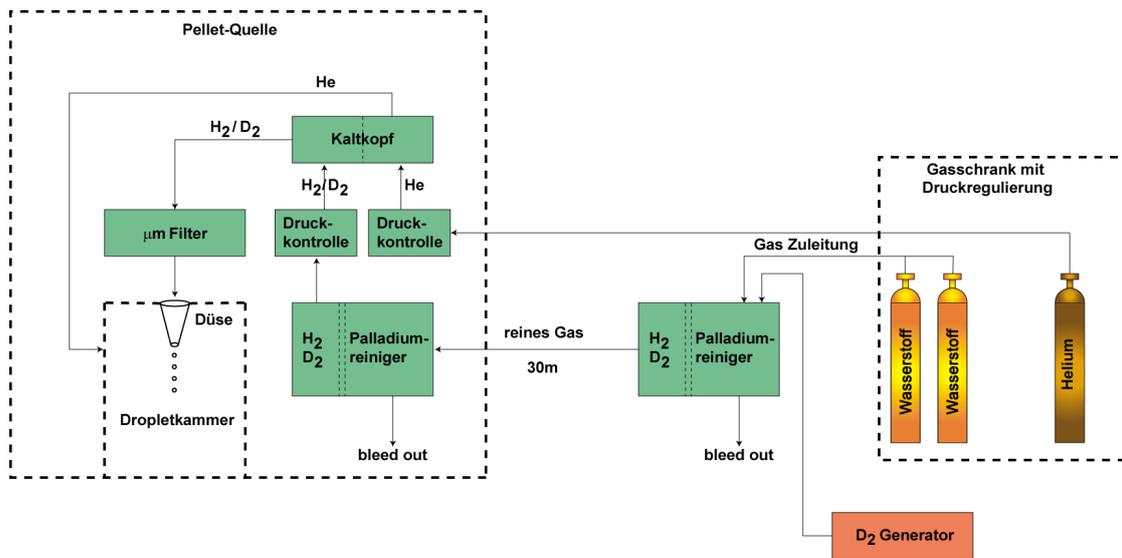


Abbildung 2.19.: Das Gassystem des Pellettargets während der Strahlzeit im Herbst 2008 [Ber09]. Das Target kann mit zwei verschiedenen Gasen betrieben werden. Wasserstoff wird in Flaschen bereitgestellt, Deuterium wird während des Betriebs elektrolytisch aus schwerem Wasser gewonnen. Das jeweilige Targetgas wird in einem Palladiumreiniger gereinigt, zum Targetgenerator geführt und dort ein weiteres Mal gereinigt. In einem Kaltkopf wird das Gas verflüssigt und durch einen Mikrofilter zur Düse geleitet. Das Heliumgas wird nach einer Druckkontrolle durch den Kaltkopf direkt in die Droplettkammer geleitet.

## Gassystem

Als Targetgas können Wasserstoff und Deuterium verwendet werden. Außerdem wird Helium als Hintergrundgas in der Droplettkammer benötigt. Die im Rahmen dieser Masterarbeit analysierten Daten wurden im Herbst 2008 gemessen. Zu diesem Zeitpunkt war das Gassystem aufgebaut wie in Abbildung 2.19 dargestellt. Beim Betrieb mit Wasserstoff wird das Targetgas in Flaschen bereitgestellt. Deuterium wird kontinuierlich von einem Generator aus schwerem Wasser elektrolytisch gewonnen. Schon kleinste Anteile von Fremdgasen können bei den niedrigen Betriebstemperaturen zu einem Ausfrieren im Kaltkopf oder an der Düsenspitze und damit zu einem Blockieren des Gasflusses führen. Aus diesem Grund wird das Targetgas durch Palladiumreiniger geleitet. Eine auf 300 °C erhitzte Palladiummembran ist nur für die kleinen Wasserstoffatome durchlässig; andere Gase werden zurückgehalten. Der erste Reiniger befindet sich nahe

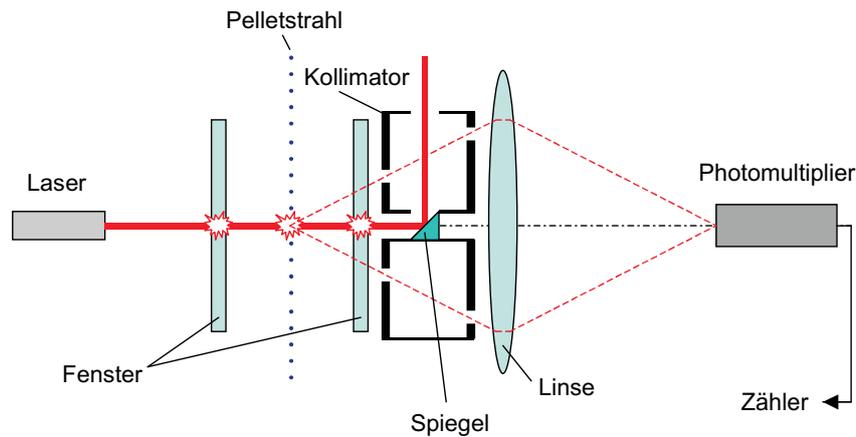


Abbildung 2.20.: Der Pellet Counter, entnommen aus [Hus12] nach [Nor04]. Ein Laser beleuchtet seitlich den Pelletstrahl. Nur das von einem Pellet gestreute Licht erreicht den Photomultiplier und erzeugt ein elektrisches Signal. Die Signalarate entspricht der Pelletrate.

an den Gasflaschen und dem Deuteriumgenerator. Das gereinigte Gas wird durch eine ungefähr 30 m lange Leitung zum Pelletgenerator geführt und ein zweites Mal gereinigt. Nach einer Druckkontrolle wird das nun hochreine Gas im Kaltkopf heruntergekühlt und verflüssigt. Der Millipore-Filter vor der Glasdüse und der in ihr eingeschmolzene Sinterfilter schützen die Düsenspitze zusätzlich vor kleinsten Partikeln, die eventuell vom Gasfluss mitgetragen werden.

Das Helium wird ebenfalls in Flaschen bereitgestellt. Es wird durch eine separate Leitung durch den Kaltkopf als Hintergrundgas in die Dropletkammer geleitet.

Seit dem Jahr 2008 ist das Gassystem umgebaut worden. Einige Gasleitungen wurden ersetzt und für Deuterium und Wasserstoff steht nun jeweils ein separater Palladiumreiniger zur Verfügung, der sich nahe an der jeweiligen Gasquelle befindet.

### Pellet Counter

Die Rate der Pellets wird mit dem Pellet Counter gemessen, dessen Funktionsprinzip in Abbildung 2.20 verdeutlicht wird. Er ist unterhalb des Skimmers angebracht und zählt somit nur die Pellets, die zum Interaktionspunkt weiter fallen. Der Pelletstrahl wird seitlich mit einem Laser bestrahlt. Der nicht gestreute Hauptstrahl wird mit einem Spiegel aus dem Strahlengang gelenkt. Befindet sich ein Pellet im Strahlengang,

wird Licht seitlich gestreut und passiert eine Blende. Mit einem Kollimator wird das gestreute Licht auf einen Photomultiplier fokussiert. Jedes Pellet erzeugt ein Signal im Photomultiplier. Ein Zähler registriert die Signale und gibt die Anzahl der Pellets pro Sekunde aus.

### 2.3.4. Das Triggersystem

Beim Betrieb des WASA-Experiments werden Luminositäten um  $10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  erreicht und entsprechend hohe Ereignisraten detektiert. Eine erste Auswahl auf gesuchte Reaktionssignaturen und eine drastische Reduzierung von Untergrundreaktionen werden bereits bei der Datenaufnahme durchgeführt, sodass die gespeicherte Datenmenge deutlich gesenkt werden kann. Dazu steht ein zweistufiges hardwarebasiertes Triggersystem zur Verfügung [Fra02].

Als Trigger erster Stufe werden die Signale der schnellen Plastikszintillatoren ausgewertet, wie dem Plastic Scintillator Barrel im Zentraldetektor und dem Forward Trigger Hodoscope im Vorwärtsdetektor. Mögliche Kriterien sind neben einer durchgängigen Spur in hintereinander liegenden Detektorlagen die Anzahl der detektierten Teilchen und der Energieverlust in den Lagen.

Für die zweite Triggerstufe werden auch die Informationen des langsameren Kalorimeters verwendet. Ein Teilchen erzeugt in mehreren benachbarten Elementen Signale, die als Cluster zusammengefasst werden. Die Anzahl der in einem Cluster enthaltenen Elemente sowie die gemessene Energie werden als Triggerkriterium verwendet.

Das Triggersystem kann beispielsweise bei der Reaktion  $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \eta'$  eingesetzt werden. Nur Ereignisse mit einem geladenen Teilchen ( ${}^3\text{He}$ ) im Vorwärtsdetektor werden akzeptiert. Als zusätzliche Einschränkung kann eine für Heliumkerne typische hohe Energiedeposition im Forward Window Counter gefordert werden, die die Zahl von Protonenereignissen signifikant reduziert. Ist ferner ein bestimmter Zerfall des  $\eta'$ -Mesons Gegenstand der Untersuchung, beispielsweise  $\eta' \rightarrow \pi^- + \pi^+ + \eta$  und weiter  $\eta \rightarrow 2\gamma$ , können zusätzlich zwei geladene Teilchen (die Pionen) und zwei neutrale Teilchen (die Photonen aus dem  $\eta$ -Zerfall) im Zentraldetektor gefordert werden.

Die Datenaufnahme ist so konzipiert, dass zunächst alle Detektorsignale (Energie- und Zeitinformationen) digitalisiert werden. Die Daten werden an das Triggersystem weitergeleitet, welches prüft, ob die zuvor gewählten Konditionen erfüllt sind. Nur

dann werden die Daten zu Ereignissen (*Events*) zusammengefasst und abgespeichert. Aus praktischen Gründen werden bei der Speicherung die Daten in 20 GB große Dateien (*runs*) aufgeteilt, die fortlaufend durchgezählt werden (*run numbers*). Nähere Details zum Triggersystem und der Datenaufnahme sind in [Fra02] zu finden.

### 2.3.5. Simulations- und Analysesoftware

Für die Vorbereitung und Analyse der mit WASA durchgeführten Experimente steht ein umfangreiches Softwarepaket zur Verfügung, das sich in zwei Pakete unterteilen lässt, den Simulationswerkzeugen Pluto zur Reaktionssimulation und WASA Monte Carlo zur Detektorsimulation auf der einen Seite und dem RootSorter zur Datenanalyse auf der anderen Seite [Frö<sup>+</sup>07; BC93; HHM04].

#### Die Simulationssoftware

Simulationen von Reaktionen werden verwendet, um die Machbarkeit von geplanten Experimenten abzuschätzen und um die erwartete Verteilung von Reaktionen mit den Ergebnissen realer Experimente zu vergleichen. Insbesondere die Beschreibung von Untergrundreaktionen ist bei der quantitativen Untersuchung einer bestimmten Reaktion von großer Wichtigkeit. Ebenso können Filter (*Cuts*) zunächst an simulierten Daten getestet und optimiert werden.

Die Reaktionssimulation wird mit der Software Pluto durchgeführt [Frö<sup>+</sup>07]. Jedes Streuexperiment kann inklusive sekundärer Zerfälle der beteiligten Teilchen simuliert werden. Die Software simuliert beliebig oft die Reaktion und erzeugt für jedes Ejektill den Viererimpuls. Die Viererimpulse sind entsprechend des physikalischen Phasenraums verteilt.

Als zweite Stufe der Simulationssoftware verarbeitet WASA Monte Carlo (WMC) die mit Pluto erzeugten Reaktionen. WMC ist eine an WASA angepasste Version der am CERN<sup>8</sup> entwickelten GEANT3-Software<sup>9</sup> zur Simulation von Teilchenwechselwirkungen in Materie. Für jedes Teilchen wird abhängig von der Teilchenart und dem Viererimpuls die Flugbahn und die Wechselwirkung mit dem Detektor simuliert. Dabei werden nicht nur Wechselwirkungen mit aktiven Detektorkomponenten sondern auch mit passivem Material und Effekte wie Bremsstrahlung und Paarbildung berücksichtigt [BC93].

---

<sup>8</sup> Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire.

<sup>9</sup> GEometry ANd Tracking

### Die Analysesoftware

Die Analyse wird mit dem `RootSorter` durchgeführt. Dieses Programmpaket wurde für ANKE entwickelt [HHM04] und basiert auf `ROOT`, einer Erweiterung der Programmiersprache C++. `ROOT` wurde am CERN für teilchenphysikalische Anwendungen entworfen und enthält beispielsweise Klassen für kinematische Berechnungen und Klassen zur Darstellung von Graphen und Histogrammen. Außerdem werden Klassen für eine grafische Benutzeroberfläche bereitgestellt [BRus].

Der `RootSorter` analysiert die Daten. Dabei können sowohl die mit WASA gemessenen Daten als auch die von WMC ausgegebenen Daten verarbeitet werden, da beide Datensätze im selben Format vorliegen. Die Analyse findet ereignisorientiert statt, das heißt, die Ereignisse werden einzeln nacheinander verarbeitet. Zunächst werden die Detektorsignale, die zu einem Ereignis gehören, zu Teilchenspuren, den *tracks* zusammengefasst. Daraufhin werden die digitalisierten Werte in die entsprechenden physikalischen Werte (Energie, Zeit, ...) umgerechnet. Ein wesentlicher Bestandteil dieser Umrechnung stellt die Anwendung von Kalibrierungsfunktionen dar, die für jedes einzelne Detektorelement die Zuordnung zwischen digitalisiertem Wert und entsprechender physikalischer Größe darstellt. In einem zweiten Schritt werden dann aus den vielen Einzelmessungen die Teilcheneigenschaften wie die kinetische Energie oder der Impuls berechnet.

Ein Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung von Kalibrierungsmethoden für die Energieverlustdetektoren des Vorwärtsdetektors. Für die Analyse wird dabei die `RootSorter` Version 3574 verwendet.



# 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

Die einzelnen Detektorkomponenten von WASA-at-COSY messen verschiedene Eigenschaften der im Experiment gestreuten oder entstandenen Teilchen. Der Detektor gibt nicht direkt den Wert der gemessenen physikalischen Größe (beispielsweise einen Energiewert in Elektronenvolt) aus, sondern lediglich einen digitalisierten Messwert, aus dem der physikalische Wert berechnet werden muss. Diese Zuordnungsfunktion muss ermittelt und bei der Analyse der Daten angewendet werden. Dies wird unter dem Begriff Kalibrierung zusammengefasst.

Ziel der in diesem Kapitel vorgestellten Energiekalibrierung ist es, für jedes Element des Forward Range Hodoscopes den mathematischen Zusammenhang zwischen den digitalisierten Messdaten und der Energiedeposition zu finden. Diese Zuordnung hängt von Material- und geometrischen Eigenschaften sowie den Betriebsparametern des Detektorsystems ab, sodass für jedes Detektorelement ein anderer Zusammenhang gilt, der sich zudem zeitlich ändern kann.

Der zu Grunde liegende Datensatz wurde am 24.10.2008 gemessen (run 11302 bis 11455). Dabei wurde ein Protonenstrahl mit der Strahlenergie  $T_p = 1800 \text{ MeV}$  (Impuls  $p_p = 2573 \text{ MeVc}^{-1}$ ) mit einem Deuteriumtarget zur Kollision gebracht und die Produktion des  $\eta'$ -Mesons gemäß



untersucht. Die Überschussenergie beträgt für diese Reaktion  $Q \approx 64 \text{ MeV}$  und die  ${}^3\text{He}$ -Kerne werden in den Vorwärtsdetektor gestreut. Für die Kalibrierung wird ein vorsortierter Teildatensatz aus 15 Runs verwendet. Zur Untergrundreduzierung werden  ${}^3\text{He}$ -Kerne durch einen Cut um das Heliumband in einem Energieverlustdiagramm identifiziert, das die mittlere Energiedeposition in den beiden Lagen des Forward Win-

dow Counters und der ersten Lage des Forward Trigger Hodoscopes gegen den Energieverlust in der ersten Lage des Forward Range Hodoscopes zeigt [Zlo09]. Im Anhang ist ein solches Energieverlustdiagramm mit eingezeichneter Selektionslinie dargestellt (Abbildung A.1).

## 3.1. Messverfahren

Das Forward Range Hodoscope ist ein Plastikszintillator mit angeschlossenen Photomultipliern. Die Energiemessung erfolgt in mehreren Schritten. Ein geladenes Teilchen dringt in das aktive Detektormaterial ein und verliert dabei kinetische Energie. Der spezifische Energieverlust wird energieabhängig von verschiedenen Theorien beschrieben. Der mittlere Energieverlust schneller Teilchen kann durch die Bethe-Bloch-Gleichung [Ber<sup>+</sup>12] berechnet werden:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \cdot \left( \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right). \quad (3.2)$$

Dabei bezeichnen  $Z$  und  $A$  die Ladungs- und die Massenzahl des Mediums,  $z$  und  $\beta c$  die Ladungszahl und die Geschwindigkeit des eindringenden Teilchen.  $m_e$  ist die Elektronenmasse und  $K = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2$  eine Konstante mit der Avogadrozahl  $N_A$  und dem klassischen Elektronenradius  $r_e$ .  $T_{\max}$  und  $I$  sind Konstanten, die von der Art des Teilchens und des Mediums abhängen. Der Dichtekorrekterterm  $\delta$  ist energieabhängig, ist jedoch nur für sehr hohe Geschwindigkeiten relevant, die von den schweren  $^3\text{He}$ -Kernen während des Experiments nicht erreicht werden. Für sehr langsame Teilchen gilt die Gleichung nicht, allerdings werden diese Teilchen in der Regel im Detektor gestoppt und verlieren ihre gesamte kinetische Energie. Der Verlauf des spezifischen Energieverlustes ist in Abbildung 3.1 für in der Messung relevante Energiebereiche dargestellt. Im Experiment treten Heliumkerne mit unterschiedlichen Energien auf. Die Schnellsten befinden sich im Energieverlustdiagramm auf der abfallenden Flanke des gezeigten Maximums, die Langsamsten verlieren ihre gesamte Energie und werden gestoppt. Neben den Reaktionen, bei denen Helium entsteht, finden noch zahlreiche Reaktionen statt, bei denen Elektronen, Myonen und Pionen entstehen, die zum Teil vorwärtsgestreut den Vorwärtsdetektor erreichen. Wegen ihrer geringen Masse besitzen sie tendenziell höhere Geschwindigkeiten als die schweren Heliumkerne. Diese

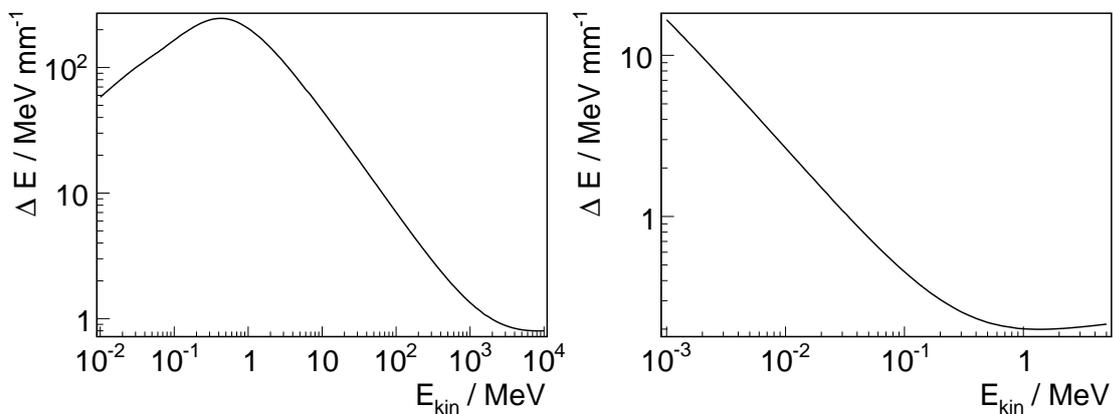


Abbildung 3.1.: Links: Spezifischer Energieverlust von  $^3\text{He}$ -Kernen in einem Plastikszintillator. Teilchen mit mittlerer Energie werden durch die Bethe-Bloch-Gleichung beschrieben und deponieren weniger Energie, je größer ihre kinetische Energie ist. Höhere kinetische Energien, bei denen der Energieverlust wieder ansteigt, werden bei dem vorliegenden Experiment nicht erreicht.

Rechts: Spezifischer Energieverlust von Elektronen in Szintillatormaterial. Die höheren Geschwindigkeiten führen zu Energieverlusten im Bereich der minimalen Ionisation.

Zu beachten ist die logarithmische Skalierung der Achsen. Erstellt mit dem Programm SRIM-2011 ([www.srim.org](http://www.srim.org)).

leichten Teilchen decken deshalb den Bereich der minimal ionisierenden Teilchen ab und deponieren deutlich weniger Energie im Detektor als die Heliumkerne.

Ionisierende Teilchen verlieren in Materie gemäß den vorherigen Überlegungen eine spezifische Energiemenge. Diese Eigenschaft kann für die Konstruktion eines Detektors ausgenutzt werden, der die Energiedeposition von geladenen Teilchen misst. Eine Möglichkeit ist das Prinzip eines Szintillationsdetektors, bei dem ein Teilchen Szintillatormoleküle zur Emission von monoenergetischem ultravioletten Licht anregt. An jedem Detektorelement ist an einer Seitenfläche ein Lichtleiter angebracht, der das Szintillationslicht zu einem Photomultiplier führt. Die anderen Seitenflächen des Elements sind nach innen verspiegelt, sodass das gesamte emittierte Licht zum Photomultiplier geleitet werden kann. Die Intensität des emittierten Lichts ist näherungsweise proportional zur deponierten Energie. Der Photomultiplier gibt ein elektrisches Signal aus, das wiederum proportional zur einfallenden Lichtintensität ist. Das Signal wird

verstärkt, mit einem Analog-Digital-Wandler<sup>1</sup> digitalisiert und von der Datenaufnahme weiterverarbeitet.

## 3.2. Kalibrierungsvorschrift

Die Information über die Energiedeposition wird in mehreren Schritten zu einem digitalen Messwert umgewandelt. Jeder dieser Schritte entspricht im Idealfall einer proportionalen Zuordnung, die nur vom Energieverlust abhängt. Dementsprechend würde als Kalibrierungsfunktion, die dem digitalen Messwert wieder eine Energiedeposition zuordnet, eine Skalierung mit einem konstanten Faktor genügen. Tatsächlich wird aber ein nicht-linearer Anteil beim Zusammenhang zwischen ADC- und Energiewerten beobachtet. Außerdem tritt eine Nicht-Uniformität des Detektors auf, die eine Abhängigkeit der Messung vom Polarwinkel  $\vartheta$  bewirkt.

Ein Teilchen, das in ein Detektorelement eindringt, deponiert Energie im Detektor, die sich aus dem spezifischen Energieverlust pro Weglänge und der im Detektor zurückgelegten Strecke berechnet. Der Einfluss des Streuwinkels ist in Abbildung 3.2 illustriert. Wird der Szintillator komplett durchdrungen, ist die Strecke nur von der konstanten Detektordicke und dem Polarwinkel des Teilchens abhängig, also rein geometrisch bedingt. Um diesen Effekt zu normalisieren und nur die spezifischen Energieverluste zu betrachten, werden die Teilchenspuren und Energieverluste auf die Strahlachse  $z$  projiziert. Aus der Zuordnung zwischen ADC-Werten  $A$  und Energieverlusten  $\Delta E$  ergibt sich nun eine Zuordnung zwischen den Projektionen gemäß:

$$\Delta E_z = \Delta E \cdot \cos \vartheta \mapsto A_z = A \cdot \cos \vartheta . \quad (3.3)$$

Durch die Projektion lassen sich insbesondere minimal ionisierende Teilchen vergleichen. Dies sind schnelle Teilchen, die über einen weiten Bereich der kinetischen Energie hinweg einen nahezu gleichbleibend geringen spezifischen Energieverlust aufweisen. Diese Teilchen weisen daher unabhängig vom Streuwinkel denselben Wert für  $\Delta E_z$  auf, nur verschmiert durch die Auflösung des Detektorsystems.

Im Idealfall ist die Zuordnung zwischen der deponierten Energie  $\Delta E_z$  und dem gemessenen Wert  $A_z$  linear und nicht abhängig von den Streuwinkeln. Tatsächlich werden

---

<sup>1</sup> Analog-to-Digital-Converter (ADC).

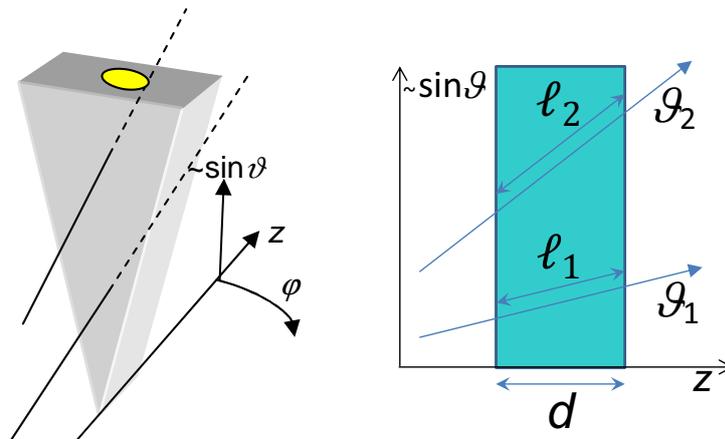


Abbildung 3.2.: Einfluss des Streuwinkels auf die Weglänge  $\ell$ , die ein Teilchen im Detektor zurücklegt. Links: Detektorelement, rechts: Seitenansicht. Eine Projektion der Weglängen auf die Strahlachse gleicht die Unterschiede der zurück gelegten Strecken aus. Die ersten drei Lagen des Forward Range Hodoscopes sind jeweils 11 cm dick, die hinteren beiden jeweils 15 cm.

aber zwei Effekte beobachtet, die diesen Erwartungen nicht entsprechen. Die Detektorelemente sind in Form von Kreissektoren gefertigt mit einem Lichtleiter zum angeschlossenen Photomultiplier. Je nach Entstehungsort des Szintillationslichts muss es unterschiedlich weite Wege bis zum Lichtleiter zurücklegen und wird unter Umständen mehrfach an den verspiegelten Seiten des Detektorelements reflektiert. Es ist zu erwarten, dass eine größere Strecke und eine Vielzahl von Reflektionen die Lichtintensität dämpft. Der Abstand zwischen Entstehungsort und Lichtleiter ist direkt von  $\sin(\vartheta)$ , also vom Streuwinkel  $\vartheta$  abhängig. Es ist daher zu erwarten, dass mit größer werdendem Streuwinkel auch bei gleichen Energiedepositionen  $E_z$  die gemessenen  $A_z$ -Werte größer sind. Diese Winkelabhängigkeit der Energiemessung wird als Nicht-Uniformität des Detektors bezeichnet. Desweiteren tritt eine Nicht-Linearität des Zusammenhangs zwischen Energiemenge und Messwert auf, die beispielsweise mit unterschiedlichen Effizienzen des Szintillatormaterials, des Lichtleiters oder des Photomultipliers erklärt werden kann. Bei der Energierekonstruktion beziehungsweise der Kalibrierung müssen die Nicht-Uniformität und die Nicht-Linearität des Detektorsystem berücksichtigt werden.

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

Für die Energierekonstruktion werden die projizierten ADC-Werte zunächst mit der winkelabhängigen Nicht-Uniformitätsfunktion  $f_{\text{NU}}$  korrigiert:

$$A'_z = \frac{A_z}{f_{\text{NU}}(\vartheta)}. \quad (3.4)$$

Der Wert  $A'_z$  ist nur noch von der deponierten Energie abhängig, die Winkelabhängigkeit ist durch die Korrektur mit  $f_{\text{NU}}$  aufgehoben. Als letzter Schritt der Energierekonstruktion wird die Nicht-Linearitätsfunktion angewendet, die den auf die Strahlachse projizierten Energieverlust liefert

$$\Delta E_z = f_{\text{NL}}(A'_z). \quad (3.5)$$

Als gesamte Rekonstruktionsvorschrift ergibt sich somit

$$\Delta E \cdot \cos \vartheta = f_{\text{NL}}\left(\frac{A \cdot \cos \vartheta}{f_{\text{NU}}}\right). \quad (3.6)$$

Die Erfahrung früherer Strahlzeiten hat gezeigt, dass die beiden Kalibrierungsfunktionen  $f_{\text{NL}}$  und  $f_{\text{NU}}$  als Polynome dritten Grades angenommen werden können.

### 3.3. Korrektur der Winkelabhängigkeit

Die Korrektur der Nicht-Uniformität, der Abhängigkeit vom Polarwinkel  $\vartheta$ , wird zunächst anhand der minimal ionisierenden Teilchen (**M**inimal **I**onisierende **P**artikel: MIPs) durchgeführt. Diese deponieren der vorherigen Betrachtung folgend immer denselben Wert  $\Delta E_z$  in einem Detektorelement. Durch die Wahl der Rekonstruktionsvorschrift (3.6) sind damit auch die  $A'_z$ -Werte identisch und nicht vom Winkel abhängig. Nach Gleichung (3.4) gilt dann

$$A_z = A'_z \cdot f_{\text{NU}}(\vartheta) \propto f_{\text{NU}}(\vartheta). \quad (3.7)$$

Die Wahl von  $A'_z$  ist beliebig und es wird  $A'_z = 1$  festgelegt. Die Skalierung wird im späteren Verlauf durch die Nicht-Linearitätskorrektur vorgenommen. Abbildung 3.3 zeigt die winkelabhängige Verteilung der  $A_z$ -Werte für die in den Messdaten gefundenen minimal ionisierenden Teilchen in zwei Detektorelementen. Die Teilchen besitzen im Szintillatormaterial einen spezifischen Energieverlust von etwa  $2 \text{ MeVcm}^{-1}$ , sodass

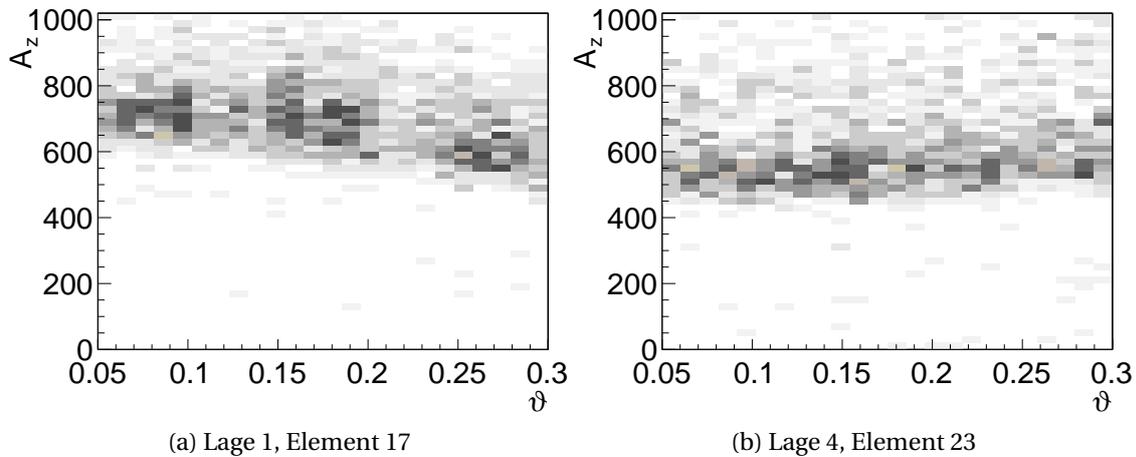


Abbildung 3.3.: Winkelabhängige Verteilung der auf die Strahlachse projizierten ADC-Werte der gemessenen minimal ionisierenden Teilchen für zwei Detektorelemente.

bei einer Detektordicke von 11 cm eine Energiedeposition von 22 MeV erwartet wird. Daher werden sie nicht gestoppt, sondern durchdringen den gesamten Detektor.

Diese charakteristische Energiedeposition wird für die Auswahl der Teilchen ausgenutzt. Dazu werden zunächst Kalibrierungsparameter einer früheren Strahlzeit verwendet, um eine ungefähre Information über die Energien zu erhalten. Zur Auswahl wird gefordert, dass in den beiden Lagen des Forward Window Counters und in allen Lagen des Forward Range Hodoscopes eine Energiedeposition gemessen wird. Der relative Energieverlust der Teilchen ist gering. Trotzdem kann es sein, dass ein Teilchen, das in der ersten Lage minimal ionisierend ist, bis zur letzten Lage so viel Energie verloren hat, dass es dort mehr Energie deponiert. Daher wird für jede Lage des Forward Range Hodoscopes eine separate Auswahl getroffen. Es werden nur geladene Teilchen ausgewählt, die in der jeweiligen Lage maximal 50 MeV deponieren. Dieser Wert ist deutlich größer als die erwartete Energiedeposition, damit weder durch die Energieverschmierung noch durch die nicht korrekte Kalibrierung minimal ionisierende Teilchen aus dem Datensatz entfernt werden. Weitere Energiebedingungen zur Untergrundreduzierung sind in Tabelle A.1 im Anhang aufgelistet.

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

Die gesuchte Winkelkorrekturfunktion  $f_{\text{NU}}$  kann durch die Anpassung eines Polynoms dritten Grades an die Datenpunkte gefunden werden:

$$f_{\text{NU}}(\vartheta) = \sum_{i=0}^3 p_i \vartheta^i. \quad (3.8)$$

Zur Funktionsanpassung werden vier verschiedene Ansätze getestet.

Bei der ersten Methode (LS-Methode) wird ein Polynom dritten Grades an die Messpunkte angepasst. Die optimale Funktion wird durch die Methode der Minimierung der Abstandsquadrate gefunden.

Die zweite Methode (Mittelwertmethode) teilt zunächst den Datensatz in gleich breite Winkelabschnitte ein. Jeder Teildatensatz wird zu einem neuen Datenpunkt zusammengefasst. Dabei wird als Abszissenwert die Mitte des Winkelabschnittes gewählt. Für die Bestimmung des Ordinatenwerts wird jeder Teildatensatz auf die Ordinate projiziert. Der Mittelwert der auf die Weise gefundenen Histogramme wird als Ordinatenwert verwendet. Die so erhaltenen Datenpunkte werden durch ein Polynom dritten Grades angepasst.

Bei der dritten Methode (Gaußmethode) wird der Datensatz ebenfalls aufgeteilt und es werden Projektionen erstellt. Diese Projektionen werden jedoch anders als bei der Mittelwertmethode mit einer Gaußkurve angepasst und deren Mittelwert wird als Ordinatenwert des neuen Datenpunktes verwendet.

Die vierte Methode (LTS-Methode) fasst keine Messpunkte zusammen, sondern führt die Anpassung an den unveränderten Messpunkten durch. Dabei wird eine angepasste Definition der Summe der Abstandsquadrate verwendet.

Die Methoden werden in den folgenden Abschnitten detailliert beschrieben, die unterschiedlichen Ergebnisse diskutiert und eine für die Kalibrierung geeignete Methode wird ausgewählt.

#### 3.3.1. LS-Methode

Die LS-Methode (Least Square Fit) folgt dem Prinzip der Minimierung der Abstandsquadrate zur Funktionsanpassung, wie es beispielsweise in [Cow98] beschrieben ist. Die vier Parameter  $p_i$  der Funktion  $f_{\text{NU}}$  werden variiert und es wird bewertet, wie gut

die Funktion die Daten beschreibt. Als Bewertungskriterium wird die Summe  $\chi^2$  der vertikalen Abstandsquadrate verwendet.

Die Methode ist geeignet für Datenpunkte, deren Verteilung dem Verlauf einer Funktion folgt und deren Residuen normalverteilt sind. Die Wahrscheinlichkeitsdichte für den vertikalen Abstand  $\delta$  zwischen Mess- und Funktionswert ist somit durch die Normalverteilung

$$w(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.9)$$

gegeben, deren Intergral auf Eins normiert ist:

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(\delta) d\delta = 1. \quad (3.10)$$

Es wird hierbei angenommen, dass die Streuung der Messwerte um die Funktion rein statistisch bedingt ist und durch die statistische Unsicherheit  $\sigma$  gegeben ist. Die Standardabweichung der Verteilung ist dann identisch mit der Unsicherheit  $\sigma$ . Die Summe der Abstandsquadrate ist definiert durch:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i^2}{\sigma^2}. \quad (3.11)$$

Hierbei bezeichnet  $N$  die Anzahl der Datenpunkte und  $\delta_i$  das Residuum des  $i$ -ten Datenpunktes. Die Anpassung besitzt auf Grund der Überbestimmtheit des mathematischen Problems eine von Null verschiedene Anzahl an Freiheitsgraden. Eine Funktion mit  $n$  freien Parametern ist durch  $N = n$  Punkte eindeutig festgelegt. Jeder weitere Datenpunkt führt zu einer Überbestimmtheit. Die Anzahl der Freiheitsgrade  $n_d$  ergibt sich daher als

$$n_d = N - n. \quad (3.12)$$

Es kann gezeigt werden, dass unter den genannten Voraussetzungen der Wert  $\chi^2$  der minimalen Abstandssumme der sogenannten  $\chi^2$ -Verteilung folgt, deren Erwartungswert gerade bei der Anzahl der Freiheitsgraden liegt [BSM05]. Auf Grund dieser Eigenschaft

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

wird die reduzierte Form als Division von Gleichung (3.11) durch die Zahl der Freiheitsgrade definiert:

$$\tilde{\chi}^2 = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i^2}{\sigma^2} = \frac{\chi^2}{n_d}. \quad (3.13)$$

Der Erwartungswert der reduzierten Form der Abstandssumme beträgt im Idealfall Eins. Wird die statistische Streuung  $\sigma$  der Daten zu hoch angenommen, ist der Quotient kleiner als Eins. Eine Unterschätzung der Unsicherheiten oder eine falsche Funktion zur Datenbeschreibung führen zu einem Wert größer als Eins. Ein von Eins verschiedener Wert kann auch dann erwartet werden, wenn die Bedingung der normalverteilten Residuen nicht erfüllt ist.

Das Konzept der Summe der Abstandsquadrate kann verwendet werden, um zu bewerten, wie gut verschiedene Funktionen einen Datensatz beschreiben. Das wiederum kann zur Funktionsanpassung genutzt werden. Dabei wird eine Funktionsvorschrift vorgegeben, die einen oder mehrere freie Parameter besitzt. Die Parameter werden variiert und bei jedem Schritt wird die Summe der Abstandsquadrate berechnet. Der Parametersatz, der zu der kleinsten Summe der Quadrate führt, wird als optimale Anpassung interpretiert. Weitere Ausführungen zu der Methode der Minimierung der Abstandsquadrate und zur Interpretation der reduzierten Form sind in [Cow98] nachzulesen.

In dem Fall der Winkelkalibrierung wird nach Gleichung (3.8) als Funktion ein Polynom dritten Grades vorgegeben, dessen vier Parameter  $p_0$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  variiert werden. Die angepasste Funktion für zwei Detektorelemente ist in Abbildung 3.4 eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass die Funktion nicht dem Verlauf der Messdaten folgt. Insbesondere für das 17. Element der ersten Lage verläuft die Funktion verglichen mit den Daten bei doppelt so hohen  $A_z$ -Werten. Die starken Krümmungen entsprechen ebenfalls nicht dem Datenverlauf. Die unpassende Funktionsanpassung spiegelt sich in der Summe der Abstandsquadrate wider, die reduzierte Form beträgt

$$\tilde{\chi}^2 = 2,5 \cdot 10^6 \gg 1. \quad (3.14)$$

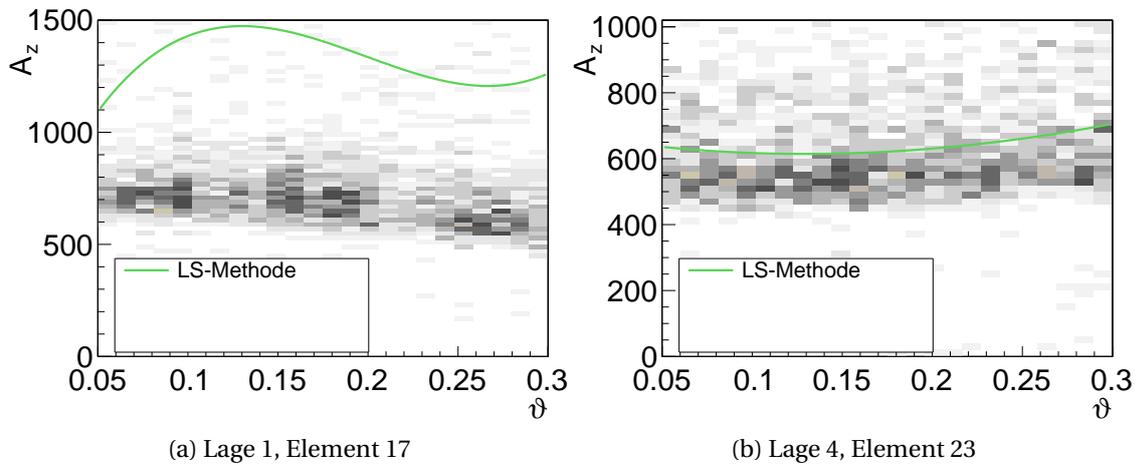


Abbildung 3.4.: An die winkelabhängige Verteilungen wurden jeweils mit der LS-Methode kubische Polynome angepasst. Zu beachten ist die unterschiedliche Ordinatenskalierung.

Für das zweite gezeigte Element beschreibt die gefundene Funktion die Daten deutlich besser, liegt aber weiterhin bei zu hohen  $A_z$ -Werten. Die reduzierte Summe der Abstandskvadratrate weist mit

$$\tilde{\chi}^2 = 49 \cdot 10^3 \gg 1 \quad (3.15)$$

auch auf eine nicht adäquate Funktionsanpassung hin. Die großen Werte der reduzierten Abstandssummen können verschiedene Gründe haben. Die Annahme eines falschen funktionalen Zusammenhangs der Messdaten kann ausgeschlossen werden. Die Unsicherheiten  $\sigma$ , die in die Berechnung der Abstandskvadratrate einfließen, werden mit Eins angenommen. Tatsächlich können die Unsicherheiten größer sein, aber die Diskrepanz von mehreren Größenordnungen ist dadurch nicht zu erklären. Die großen Abstandssummen und die offensichtlich falschen Kurvenverläufe deuten eher darauf hin, dass die Abstände teilweise nicht normalverteilt sind.

Insbesondere bei Element 17 der ersten Lage wird der Einfluss des asymmetrisch verteilten Untergrundes deutlich. Durch die weitgefaste Energiegrenze von maximal 50 MeV in dem Detektorelement werden auch Teilchen mit hohen  $A_z$ -Werten bis über 5000 ausgewählt. Die Datenpunkte mit sehr hohen  $A_z$ -Werten tragen mit ebenfalls hohen Residuen zur Berechnung des  $\chi^2$  nach Gleichung (3.11) bei. Eine Minimierung des  $\chi^2$  führt dann zu einem Kurvenverlauf jenseits des Energiebandes der

minimal ionisierenden Teilchen. Der Effekt kann durch eine niedrigere Energiegrenze gemindert werden. Dann ist es aber notwendig, dass für jedes Detektorelement geprüft wird, ob das Energieband vollständig im Datensatz enthalten ist oder durch die Energiegrenze Messpunkte aussortiert werden. Das Kalibrierungsverfahren soll aber möglichst unabhängig von individuellen Einstellungen und der vorhandenen Kalibrierung sein. Zudem enthält auch der Datensatz nach strengerer Teilchenauswahl noch einen unkorrelierten, nicht normalverteilten Untergrund, für den die Methode der Minimierung der Abstandsquadrate nicht gültig ist.

#### 3.3.2. Mittelwertmethode

Mit der LS-Methode kann der Verlauf der Messpunkte nicht zufriedenstellend angepasst werden. Als alternatives Verfahren wird bei der Mittelwertmethode der Datensatz in 25 Teildatensätze aufgeteilt, die jeweils gleich große Winkelbereiche von 0,01 rad abdecken. Für jeden Abschnitt wird eine Projektion auf die Ordinate erstellt, wie in Abbildung 3.5 dargestellt ist. Der gewichtete Mittelwert  $\bar{A}_z$  der Projektion berechnet sich durch

$$\bar{A}_z = \sum_{i=1}^{N_{\text{bins}}} \bar{A}_{z,i} \cdot h_i . \quad (3.16)$$

Dabei bezeichnet  $N_{\text{bins}}$  die Anzahl der Unterteilungen der Abszisse,  $\bar{A}_{z,i}$  den Mittelpunkt und  $h_i$  die Höhe des  $i$ -ten Bins. Zu jedem der 25 Teildatensätze wird ein Hilfspunkt  $M_j$  gebildet. Der Abszissenwert dieses Punktes ist das Mittel  $\bar{\vartheta}_j$  des  $j$ -ten Winkelintervalls, die Unsicherheit ist die Intervallbreite geteilt durch  $\sqrt{12}$ . Als Ordinatenwert wird der Mittelwert  $\bar{A}_z$  der jeweiligen Projektion verwendet und dessen Unsicherheit übernommen. In Abbildung 3.5 sind zusammen mit den Projektionen auch die Mittelwerte und Unsicherheiten eingezeichnet.

Die Projektionen unterscheiden sich in ihrer Form teilweise erheblich. In Abbildung 3.5a ist ein deutlicher, symmetrischer Peak gezeigt, dessen Position mit dem berechneten Mittelpunkt der Projektion übereinstimmt. Die Projektion in Abbildung 3.5b enthält keinen deutlichen Peak, sondern vielmehr eine breite Verteilung. Abbildung 3.5c zeigt einen Peak mit einem asymmetrisch verteilten Untergrund, der den Mittelwert der Projektionen zu hohen  $A_z$  verschiebt, sodass er nicht mit der Position des Peaks übereinstimmt. Der Untergrund ist tendenziell zu hohen  $A_z$ -Werten verschmiert, was durch

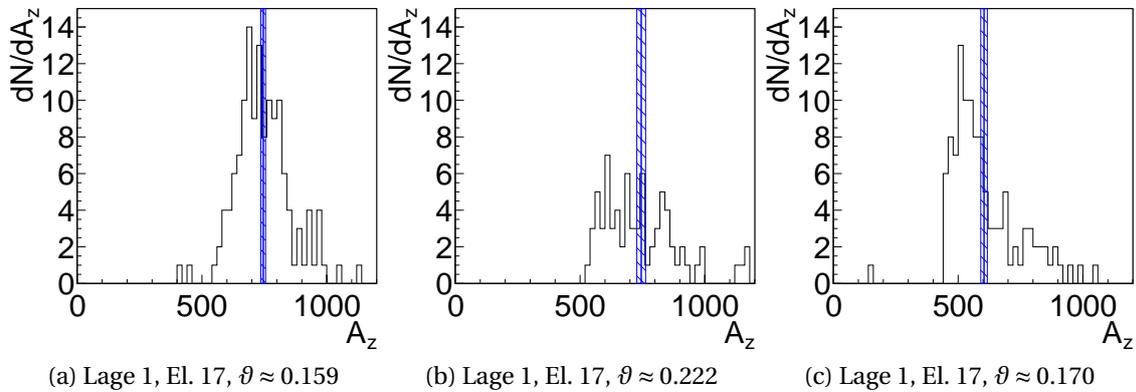


Abbildung 3.5.: Drei Projektionen der Verteilung der minimal ionisierenden Teilchen. Der gewichtete Mittelwert ist als blaue Senkrechte eingezeichnet. Der Bereich, der durch die Unsicherheit abgedeckt wird, ist schraffiert dargestellt.

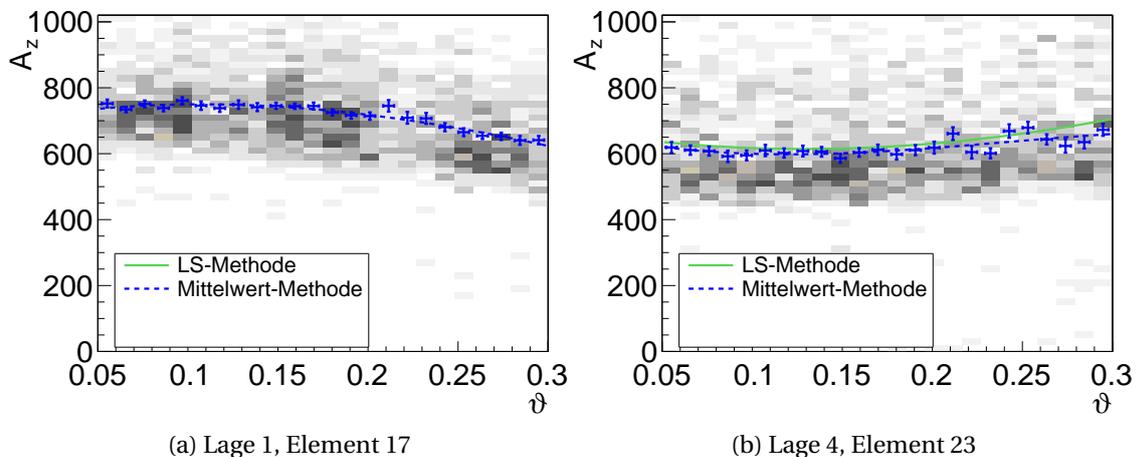


Abbildung 3.6.: Winkelabhängige Verteilung der minimal ionisierenden Teilchen. Die aus den Projektionen ermittelten Punkte sind blau eingezeichnet und mit einem Polynom dritten Grades angepasst. Die Funktion verläuft bei zu hohen  $A_z$ -Werten. Zu beachten ist die geänderte Skalierung der  $A_z$ -Achse im linken Diagramm, wodurch das LS-Polynom nicht mehr dargestellt wird.

das Energieverlustdiagramm erklärt werden kann. Während minimal ionisierende Teilchen den kleinsten spezifischen Energieverlust besitzen, deponieren Teilchen mit höherer oder niedrigerer Energie mehr Energie und ergeben einen größeren  $A_z$ -Wert.

Die Funktion  $f_{\text{NU}}$  wird an die Punkte  $M_j$  durch das bereits beschriebene Verfahren der kleinsten Abstandsquadrate angepasst. In Abbildung 3.6 sind die Punkte  $M_j$  und die angepasste Funktion eingezeichnet.

Die mit der Mittelwert-Methode gefundenen Funktionen beschreiben den Verlauf der Messpunkte besser, liegen aber durchgängig bei zu hohen Werten. Dies kann durch die Asymmetrie der Projektionen erklärt werden.

#### 3.3.3. Gaußmethode

Die Mittelwertmethode ist anfällig für die asymmetrische Verteilung des Untergrundes unter dem Peak der minimal ionisierenden Teilchen. Für die Kalibrierung ist aber die Position des Peaks relevant. Deshalb werden bei der Gaußmethode zunächst wie bei der Mittelwertmethode Projektionen erstellt, die dann aber nicht über alle Einträge gemittelt werden, sondern mit einer Gaußfunktion angepasst werden. Die Gaußfunktion ist definiert durch

$$f(x) = c \cdot \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (3.17)$$

mit der Position des Peaks bei  $x_0$  und der Standardabweichung  $\sigma$  [BSM05]. Die im letzten Abschnitt diskutierten Projektionen sind mit angepassten Gaußkurven in Abbildung 3.7 dargestellt.

Ähnlich wie bei der Mittelwert-Methode zeigen sich bei der Gauß-Anpassung unterschiedliche Effekte bei den Projektionen. Der symmetrische Peak in Abbildung 3.7a wird passend durch die Gaußkurve beschrieben und deren Mittelwert stimmt mit dem Mittelwert der Projektion überein. Die beiden anderen Profile sind nicht gaußförmig und können nur unzureichend angepasst werden.

Für die Kalibrierung werden Hilfspunkte  $M_j$  aus den Mittelwerten der Gaußfunktion und den Unsicherheiten dieses Mittelwertes gebildet. Die berechneten Punkte sowie die angepasste Funktion  $f_{\text{NU}}$  sind in Abbildung 3.8 gezeigt. Die Kurve, die mit dieser Methode gefunden wird, beschreibt die Datenpunkte für das Element in der ersten Detektorlage besser. Allerdings kann die Anpassung der Gaußfunktion nur mit

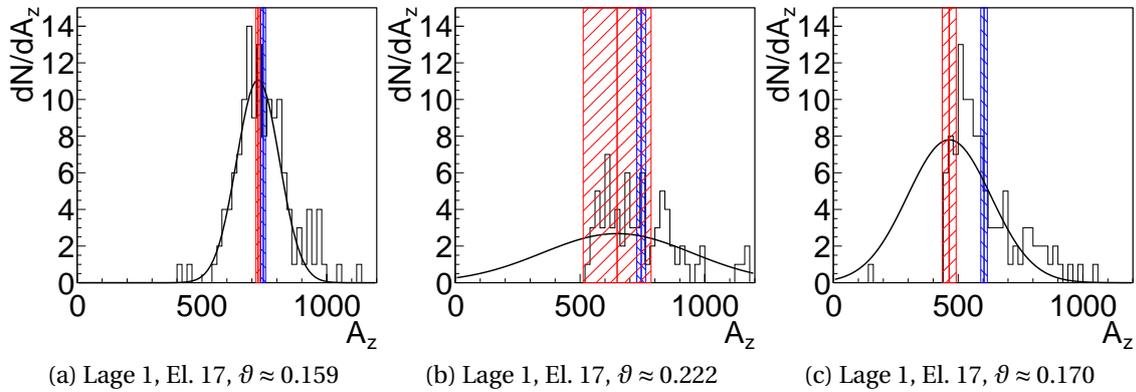


Abbildung 3.7.: Projektionen und angepasste Gaußfunktionen. Die Mittelwerte der Funktionen sind durch rote senkrechte Geraden, die Unsicherheiten der Mittelwerte durch rot schraffierte Bereiche dargestellt. Zum Vergleich sind die Mittelwerte der Projektionen und deren Unsicherheiten ebenfalls eingezeichnet (blau).

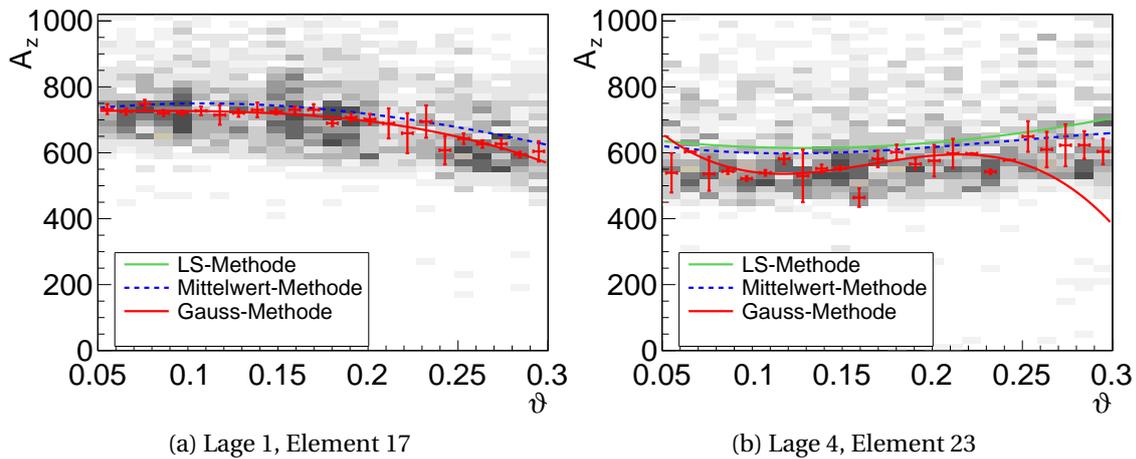


Abbildung 3.8.: Winkelabhängige Verteilung der minimal ionisierenden Teilchen. Die aus den Gaußfunktionen ermittelten Punkte sind rot eingezeichnet und mit einem Polynom dritten Grades angepasst.

einer ausreichenden Menge an Einträgen in den Projektionen erfolgreich durchgeführt werden und führt andernfalls nicht zu sinnvollen Werten, wie das Element 23 der vierten Lage zeigt. Die Anpassung wird zusätzlich dadurch erschwert, dass die aus den Gaußfunktionen ermittelten Unsicherheiten stark streuen.

Teildatensätze mit geringer Statistik müssen entweder bei der späteren Polynom Anpassung komplett ignoriert werden oder mit benachbarten Intervallen zusammengefasst werden. Da gerade bei großen Winkeln die Anzahl der Einträge gering ist, führt ein Ignorieren dieser Daten zu einer großen Unsicherheit der Kalibrierungsfunktion im Randbereich. Auch ein Zusammenfassen führt zu einer großen Unsicherheit der berechneten Werte.

#### 3.3.4. LTS-Methode

Die beiden zuletzt vorgestellten Methoden teilen den vorhandenen Datensatz auf und analysieren die Projektionen. Durch die Aufteilung in Intervalle sinkt die Genauigkeit der Informationen, die in die Berechnung einfließen. Die Auswertung der Projektionen kann bei beiden Methoden zu Fehlern führen, entweder bei zu geringer Statistik in einem Winkelintervall oder bei zu hohem Untergrund. Letzteres führt auch bei der LS-Methode über die Minimierung der Abstandsquadrate zu falschen Ergebnissen. Im Folgenden wird die LTS-Methode vorgestellt, ein Verfahren zur Anpassung von Funktionen an Datensätze mit einem hohen Anteil an Ausreißern, also Punkten, die nicht zu dem eigentlichen Datenverlauf gehören.

LTS steht für Least Trimmed Squares (etwa: kleinstes begrenztes Abstandsquadrat) und modifiziert die Methode der kleinsten Abstandsquadrate in zwei Merkmalen: der Berechnung der Summe der Abstandsquadrate und der Wahl der Startparameter. Für lineare Funktionen ist in ROOT bereits ein LTS-Verfahren implementiert, das für den Umgang großer Datensätze angepasst ist [RD99].

#### Ausreißer

Die Methode des minimalen Abstandsquadrates setzt voraus, dass die zu Grunde liegenden Datenpunkte dem Verlauf einer Funktion folgen und die Abstände der Punk-

te von der Funktion normalverteilt sind. Der Erwartungswert für den Abstand eines Punktes von der Funktion besitzt einen endlichen Wert  $\sigma$ .

Falls sich im Datensatz auch Ausreißer befinden, die nicht korreliert und weit gestreut sind, so können sie einen großen Einfluss auf die Summe der Abstandsquadrate haben. Der Erwartungswert des reduzierten  $\chi^2$  ist abhängig von der Verteilungsfunktion der Residuen, wie in Gleichung (3.13) gezeigt. Die unkorrelierten Daten werden durch eine sehr flache und breite Verteilung beschrieben. Dies führt dazu, dass das  $\chi^2$  durch die sehr großen Summanden dieser Datenpunkte dominiert wird und keine adäquate Beschreibung der korrelierten Daten darstellt. Insbesondere ist der Wert kein Entscheidungskriterium mehr dafür, wie gut eine Funktion den Verlauf der Daten beschreibt.

### Die begrenzte Summe der Abstandsquadrate

Ausreißer haben auf die Summe der Abstandsquadrate einen großen Einfluss, weil sie sehr weit gestreut sind und ihr Abstand zur Funktion quadratisch in die Berechnung eingeht. Zur Robustheit der Anpassungsmethode gegen Ausreißer muss ihre Gewichtung bei der Summation eingeschränkt werden. Am effektivsten wäre es, die korrelierten Daten von den nicht korrelierten zu trennen und nur erstere zu berücksichtigen. Ist dies nicht möglich, weil beide Datensätze sich überlappen und kein striktes Trennungskriterium gefunden werden kann, muss eine Trennung anderweitig durchgeführt werden.

Die LTS-Methode verwendet deshalb eine modifizierte Definition der Summe der Quadrate. Es wird die Größe  $h$  vorgegeben, die den Anteil der korrelierten Daten am gesamten Datensatz darstellt. Die Summe der Abstandsquadrate wird nicht mehr über alle Abstandsquadrate gebildet, sondern nur noch über die  $h$  kleinsten Werte:

$$Q^2 = \sum_{i=1}^h (r^2)_{i:n} . \quad (3.18)$$

Dabei sind  $(r^2)_{1:n} \leq \dots \leq (r^2)_{n:n}$  die geordneten Residuenquadrate. Der Datensatz wird dadurch in zwei Teile separiert. Der eine Teil besteht aus  $h$  Datenpunkten, die in einem schmalen Bereich um die Funktion verteilt sind. Die Abstandsquadrate werden wie gewöhnlich berechnet und summiert. Die Punkte des zweiten Teils liegen außerhalb dieses Bereiches und werden bei der Berechnung der Summe als Ausreißer ignoriert.

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

Diese Punkte haben keinen Einfluss auf die Summe der Abstandsquadrate und die Parametervariation passt somit die korrelierten Datenpunkte an. Der Anteil  $h$  muss passend gewählt werden. Ist er für einen Datensatz nicht genau bekannt, müssen gegebenenfalls verschiedene Werte getestet werden.

Der Zahlenwert von  $Q^2$  beziehungsweise die reduzierte Form kann nicht in derselben Weise quantitativ interpretiert werden wie bei der Standardmethode, wird jedoch ebenfalls durch die beste Anpassung minimiert. Die begrenzte Summe  $Q^2$  ist deutlich sensitiver auf kleine Änderungen der Funktionsparameter als die unmodifizierte Summe  $\chi^2$ .

#### **Zufällige Wahl von Startpunkten**

Der Erfolg einer Funktionsanpassung kann stark von der Wahl der Startparameter abhängen. Bei der Methode des beschränkten Abstandsquadrates kann es geschehen, dass bei schlecht gewählten Startparametern viele der korrelierten Daten weit von der Funktion entfernt liegen und nicht zur Berechnung beitragen. Eine kleine Variation der Funktionsparameter ändert daher das  $Q^2$  kaum, unabhängig davon, ob die Funktion näher an den Verlauf der Datenpunkte rückt oder sich entfernt.

Die LTS-Methode wählt daher aus dem Datensatz zufällig eine Stichprobe aus  $p$  Punkten aus, wobei  $p$  die Anzahl der Punkte ist, die zur eindeutigen Anpassung der Funktion nötig sind. Dabei können prinzipiell zwei Fälle auftreten. Möglicherweise werden zufällig nur korrelierte Daten ausgewählt. Die angepasste Funktion nähert dann den Datenverlauf an<sup>2</sup>. Andererseits ist es möglich, dass bei der Auswahl Ausreißer vorhanden sind. Dann wird die Funktion den Datenverlauf nicht beschreiben. Während im ersten Fall gute Startparameter gefunden werden, ist im zweiten Fall eine Anpassung nicht möglich. Die LTS-Methode verwendet deswegen ein mehrschrittiges Vorgehen, das eine sinnvolle Wahl der Startpunkte sicherstellt und im Folgenden erläutert wird.

#### **Die Funktionsanpassung mit der LTS-Methode**

Das Verfahren zur Funktionsanpassung verläuft in mehreren Schritten, die teilweise wiederholt werden, bis ein optimales Ergebnis gefunden wird.

<sup>2</sup> Der Fall, dass die Stichprobe aus korrelierten Daten besteht, die den Datenverlauf nicht beschreiben, ist ebenfalls möglich, wird durch das weitere Verfahren aber zwanglos ausgeschlossen.

Die Methode beruht auf folgendem Verfahren: Aus einem Datensatz mit  $n$  Punkten wird zufällig eine Stichprobe  $J$  mit  $p$  Punkten ausgewählt und eine Funktion über die Methode des kleinsten Abstandsquadrates angepasst (LS-Methode). Die Residuen aller  $n$  Datenpunkte bezüglich dieser Funktion werden berechnet, die  $h$  Punkte mit den kleinsten Residuen zu einem neuen Teildatensatz  $H_1$  zusammengefasst und die begrenzte Summe  $Q_1^2$  dieses Teildatensatzes wird berechnet. Der neu gefundene Teildatensatz  $H_1$  kann nun wieder als Stichprobe aufgefasst und das Verfahren wiederholt werden. Wie in [RD99] hergeleitet, gilt  $Q_{i+1}^2 \leq Q_i^2$ . Die Anpassung wird bei jedem Schritt besser. Zusätzlich folgt aus der Definition (3.18)  $Q^2 \geq 0$ . Die Folge der begrenzten Summen  $Q_i$  konvergiert somit und es lässt sich eine Iteration aufbauen. Jeder Schritt – Konzentrationsschritt (oder C-Step für concentration step) genannt – liefert einen Parametersatz, der zu einer gleich guten oder besseren Datenbeschreibung führt.

Die Funktionsanpassung einer Funktion mit  $p$  freien Parametern an einen Datensatz mit  $n$  Datenpunkten geschieht dann folgendermaßen:

Zunächst wird zufällig eine Stichprobe mit  $p$  Datenpunkten aus dem Datensatz ausgewählt und es werden mehrere C-Steps durchgeführt, bis die Folge der begrenzten Summen konvergiert. Jeder C-Step erzeugt wie oben beschrieben einen Parametersatz und einen Teildatensatz mit  $h$  Punkten, der besser als der vorherige mit der Funktion angepasst werden kann.

Möglicherweise führt nicht jede Stichprobe zu einer Anpassung, die nur die korrelierten Daten beschreibt. In diesem Fall ist die reduzierte Summe jedoch größer als bei der optimalen Anpassung. Deshalb wird das Verfahren mehrere Male mit jeweils unterschiedlichen Stichproben wiederholt, sodass eine optimale Lösung für zahlreiche Stichproben gefunden wird. Als beste Funktionsanpassung wird der Parametersatz verwendet, der zum kleinsten Wert von  $Q$  führt.

#### **Kalibrierung mit der LTS-Methode**

Das LTS-Verfahren wird nun auf die Kalibrierung angewendet. Die Funktion  $f_{\text{NU}}$  ist ein Polynom dritten Grades und hat vier freie Parameter. Für die Suche nach geeigneten Startparametern werden jeweils vier Datenpunkte verwendet. Der relative Anteil  $h_{\text{rel}}$  korrelierter Datenpunkte muss für die Funktionsanpassung abgeschätzt werden. Abbildung 3.9 zeigt Polynome, die mit unterschiedlichen Werten von  $h_{\text{rel}}$  zwischen

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

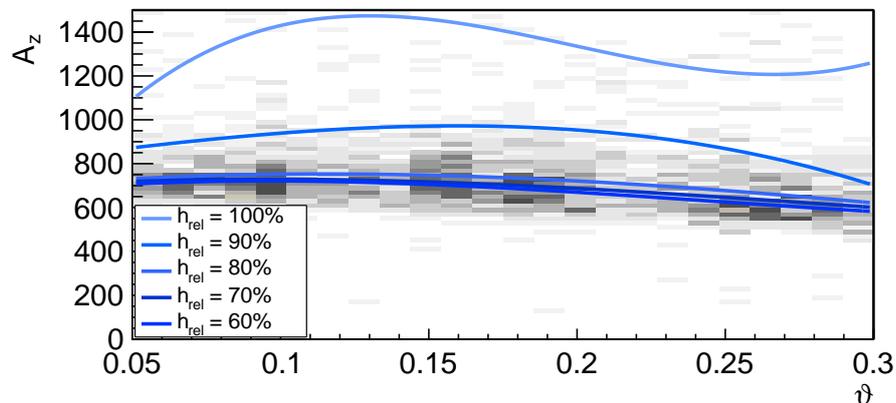


Abbildung 3.9.: Polynomanpassung nach der LTS-Methode mit verschiedenen Werte für den Anteil  $h_{rel}$  (Lage 1, Element 17).

60% und 100% angepasst sind. Für  $h_{rel} < 80\%$  unterscheiden sich die Kurven nur noch geringfügig. Um auch bei größeren Untergrundanteilen als in Abbildung 3.9 gezeigt optimale Ergebnisse zu erzielen, wird im Folgenden immer ein Wert von  $h_{rel} = 60\%$  verwendet. Zwei Ergebnisse der LTS-Anpassung mit  $h_{rel} = 60\%$  sind exemplarisch in Abbildung 3.10 gezeigt.

Die LTS-Methode findet in beiden Beispielen ein Polynom, das den Datenverlauf der minimal ionisierenden Teilchen beschreibt. Die Methode ist resistent sowohl gegen den asymmetrischen Untergrund als auch gegen die geringe Datenmenge in den hinteren Detektorlagen. Die Daten werden im gesamten Winkelbereich korrekt beschrieben.

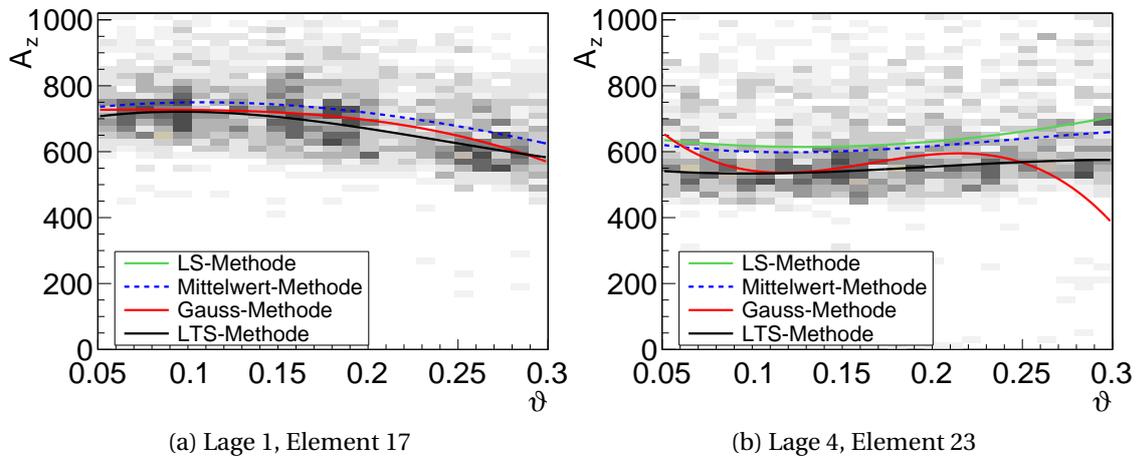


Abbildung 3.10.: Verteilung der minimal ionisierenden Teilchen. Die Polynome sind mit den vier vorgestellten Methoden angepasst worden. Die LTS-Methode beschreibt den Verlauf der Daten in beiden Beispielen am besten.

### 3.3.5. Wahl der Kalibrierungsmethode

Die Polynome, die mit den vorgestellten Anpassungsmethoden für das 17. Element der ersten Lage und das 23. Element der vierten Lage des Forward Range Hodoscopes gefunden worden sind, sind in Abbildung 3.10 gezeigt. Die vier vorgestellten Methoden zur Anpassung der Kalibrierungsfunktion  $f_{NU}$  zeigen unterschiedliche Stärken und Schwächen.

Die LS-Methode ist nicht robust gegen einen hohen Anteil an Untergrundreaktionen, die Mittelwertmethode liefert falsche Ergebnisse wegen des asymmetrisch verteilten Untergrundes, die Gaußmethode ist bei Datensätzen mit wenigen Einträgen nicht praktikabel und die LTS-Methode erfordert die Abschätzung der Menge an Ausreißern im Datensatz.

Der Vergleich der Methoden an zahlreichen Elementen zeigt, dass die LTS-Methode für die Winkelkalibrierung am besten geeignet ist. Daher wird sie für die Kalibrierung aller 120 Elemente in den fünf Lagen verwendet. Die Winkelkorrektur ist damit abgeschlossen. Exemplarisch ist ein Energieverlustdiagramm für das 10. Element der 1. Detektorlage in Abbildung 3.11 mit unterschiedlichen Korrekturfunktionen gezeigt. Das linke Diagramm zeigt die unkalibrierten ADC-Werte, das rechte die Anwendung

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

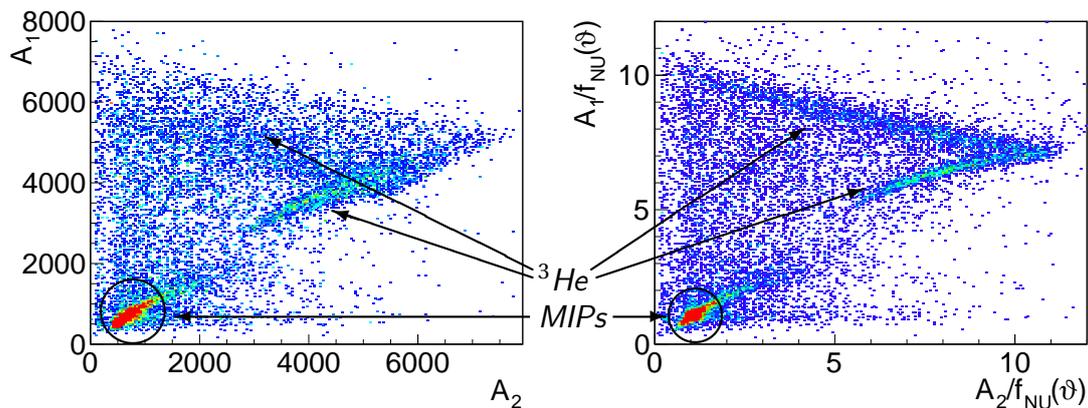


Abbildung 3.11.: Dargestellt sind die gemessenen Daten vor (links) und nach (rechts) der Anwendung der Winkelkalibrierung. Der Bereich der minimal ionisierenden Teilchen ist schärfer geworden. Das Heliumband ist nach der Kalibrierung deutlich zu erkennen, während es vor der Kalibrierung so sehr verschmiert ist, dass es sich nicht vom Untergrund abhebt.

der in diesem Kapitel vorgestellten Kalibrierung. Der Vergleich der beiden Diagramme zeigt, dass der Bereich der minimal ionisierenden Teilchen kleiner geworden ist. Dies ist gleichbedeutend mit einer kleineren Unsicherheit in der Energierekonstruktion. Noch deutlicher zeigt sich der Effekt beim Heliumband, das vor der Korrektur stark verschmiert ist und sich kaum vom Untergrund abhebt. Mit der neuen Kalibrierungsfunktion tritt es deutlich und sehr schmal hervor.

## 3.4. Korrektur der Energieabhängigkeit

Die Energierekonstruktion beinhaltet nach Gleichung (3.6) zwei Kalibrierungsfunktionen  $f_{\text{NU}}$  und  $f_{\text{NL}}$ , die beide als Polynom dritten Grades angenommen werden. Im letzten Kapitel wurden mehrere Methoden vorgestellt, wie die Parameter der winkelabhängigen Funktion  $f_{\text{NU}}$  gefunden werden können, und die Kalibrierung wurde durchgeführt.

Im folgenden Kapitel werden Methoden zur Anpassung der zweiten Kalibrierungsfunktion  $f_{\text{NL}}$  untersucht und die Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes vervollständigt. Diese Funktion ordnet den von der Winkelabhängigkeit korrigierten ADC-Werten

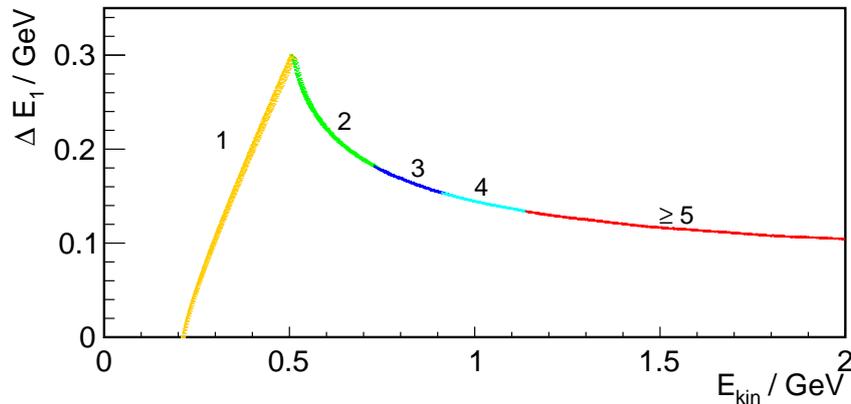


Abbildung 3.12.: Simulierter Energieverlust von  ${}^3\text{He}$ -Teilchen in der ersten Lage des Forward Range Hodoscopes in Abhängigkeit der kinetischen Energie. Die Datenpunkte sind abhängig von der Stopp-Lage farblich dargestellt. Die Ziffern an den Bereichen bezeichnen die Lage.

die Energieverluste zu, die die gesuchte Messgröße darstellen. Nach Gleichung (3.5) gilt

$$\Delta E \cdot \cos \vartheta = f_{\text{NL}}(A'_z) . \quad (3.19)$$

Für die Anpassung der Kalibrierung wäre es von großem Vorteil, sowohl den tatsächlichen Energieverlust der Teilchen als auch die gemessenen  $A'_z$ -Werte zu kennen und die Kalibrierungsfunktion an diese Daten anzupassen. Allerdings gibt es nur wenige Gruppen von Teilchen, für die beide Größen bekannt sind. Eine Gruppe sind die minimal ionisierenden Teilchen, deren spezifischer Energieverlust bekannt ist. Sie stellt somit einen Datenpunkt dar, der zur Anpassung eines Polynoms allerdings nicht ausreichend ist.

Für die Kalibrierung werden deshalb die gemessenen  ${}^3\text{He}$ -Kerne ausgewertet. Der spezifische Energieverlust ist bei einer festen Kombination aus Medium und ionisierendem Teilchen eindeutig von der Teilchenenergie abhängig. Auf das Detektorsystem übertragen, zeigt sich eine scharfe Linie in einem Diagramm, das den Energieverlust gegen die kinetische Energie der  ${}^3\text{He}$ -Kerne zeigt. Dieses Heliumband zeigt sich in Simulationen wie in Abbildung 3.12 dargestellt.

Bei kleinen Energien werden die Teilchen gestoppt und deponieren ihre gesamte kinetische Energie im Detektor und das Heliumband liegt auf der Winkelhalbierenden. Bei größeren Energien durchdringen die Teilchen den Detektor. Die mit zunehmenden

der kinetischer Energie sinkenden Energieverluste stimmen mit dem abnehmenden spezifischen Energieverlust im Bethe-Bloch-Bereich überein (siehe Abbildung 3.1). Für die Darstellung des Energiebandes sind  $^3\text{He}$ -Kerne in einem weiten Bereich der kinetischen Energie simuliert worden. Da sich die nachfolgende Kalibrierung auf die tatsächlich gemessenen  $^3\text{He}$ -Teilchen stützt, ist der kinematisch erlaubte Energiebereich der Teilchen im untersuchten Experiment von großer Wichtigkeit. Zum einen können nur Detektorkomponenten kalibriert werden, die von den  $^3\text{He}$ -Kernen getroffen werden, zum anderen ist eine Kalibrierung nur für die Energiebereiche wichtig, die die  $^3\text{He}$ -Kerne der untersuchten Reaktion enthalten, in diesem Fall  $p + d \rightarrow ^3\text{He} + \eta'$ . Der Energiebereich, der von  $^3\text{He}$ -Kernen aus der Proton-Deuteron-Kollision abgedeckt werden kann, lässt sich durch die Reaktionskinematik ermittelt. Der Bereich hängt von der Strahlenergie und den zusätzlich erzeugten Teilchen ab.

#### 3.4.1. Reaktionskinematik

Bei der untersuchten Reaktion  $p + d \rightarrow ^3\text{He} + \eta'$  handelt es sich um eine Zweiteilchenreaktion, da sich sowohl im Eingangs- als auch im Ausgangskanal jeweils genau zwei Teilchen befinden. Für solche Reaktionen bietet sich neben der Betrachtung im Laborsystem ein Übergang in das Schwerpunktsystem an. Dabei wird das Koordinatensystem so gewählt, dass der gemeinsame Schwerpunkt der Teilchen im Ursprung ruht. Für den allgemeinen Fall  $a + b \rightarrow c + d$  ist die Bewegung der Reaktionspartner in Abbildung 3.13 dargestellt. Im Laborsystem ruht das Targetteilchen  $b$ , während sich im Schwerpunktsystem die beiden Ejektile aufeinander zu bewegen.

Das Schwerpunktsystem bewegt sich dabei mit einer Geschwindigkeit  $\beta$  in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit relativ zum Laborsystem, für die gilt:

$$\beta = \frac{p_a^L}{E_a^L + m_b}, \quad (3.20)$$

wenn die Einheiten so gewählt werden, dass  $c = 1 = \hbar$  erfüllt ist. Die gesamte im Schwerpunktsystem verfügbare Energie beträgt

$$E^{\text{cm}} = \sqrt{m_a^2 + m_b^2 + 2E_a^L m_b} \quad (3.21)$$

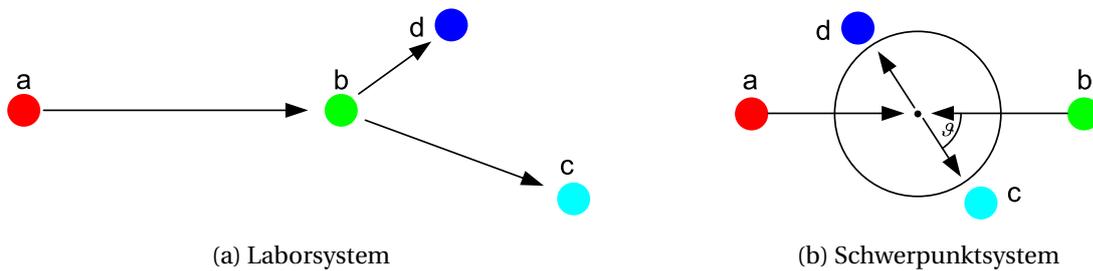


Abbildung 3.13.: Teilchen a wechselwirkt mit Teilchen b und es entstehen Teilchen c und d. Im Laborsystem werden beide Teilchen vorwärts gestreut. Im Schwerpunktsystem besitzen die Ejektile und Projektile jeweils gleiche Impulse.

und verteilt sich bei der Reaktion auf die Massen und die kinetischen Energien der entstehenden Teilchen c und d. Im Schwerpunktsystem ruht der gemeinsame Schwerpunkt der Teilchen im Ursprung, sodass gilt:

$$\vec{p}_a^{\text{cm}} = -\vec{p}_b^{\text{cm}}. \quad (3.22)$$

Die Impulserhaltung führt dazu, dass auch nach der Reaktion der Schwerpunkt im Ursprung ruht und die Projektile mit entgegengesetzt gleich großen Impulsen auseinander streben:

$$\vec{p}_c^{\text{cm}} = -\vec{p}_d^{\text{cm}} = \sqrt{(E_c^{\text{cm}})^2 - m_c^2}. \quad (3.23)$$

Hierbei ist

$$E_c^{\text{cm}} = \frac{(E^{\text{cm}})^2 + m_c^2 - m_d^2}{2E^{\text{cm}}} \quad (3.24)$$

die Energie des Teilchens c im Schwerpunktsystem.

Die Flugbahnen im Detektor sowie die abgedeckten Energie- und Impulsbereiche lassen sich durch eine Rücktransformation in das Laborsystem berechnen. Die Lorentztransformation zwischen zwei Bezugssystemen, die sich relativ zueinander entlang der z-Achse bewegen, ist durch die Gleichungen

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_z \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad p'_{x,y} = p_{x,y} \quad (3.25)$$

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

gegeben. Dabei bezeichnen  $E$  und  $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$  die Energie und den Impuls eines Teilchens im Ursprungssystem und die gestrichelten Variablen die transformierten Größen im zweiten Bezugssystem.  $\beta$  ist die Geschwindigkeit des zweiten Systems bezogen auf das erste und es gilt:  $\gamma = \sqrt{1 - \beta^2}$ . Für die Rücktransformation ist das Vorzeichen der Geschwindigkeit  $\beta$  umzukehren. Die aus der Energie und dem Impuls zusammengesetzte Größe

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

heißt Viererimpuls. Dessen Betragsquadrat,

$$|\mathbb{P}|^2 = E^2 - (\vec{p})^2 = m_0^2, \quad (3.27)$$

entspricht dem Quadrat der Ruhemasse des Teilchens und ändert sich nicht unter Transformation des Bezugssystems. Für den Gesamtviererimpuls eines Systems gilt ein Erhaltungssatz, der für die spätere Datenanalyse angewendet werden kann (vgl. Kapitel 5).

Der Betrag  $|\vec{p}^{\text{cm}}|$  der Impulse und die Energie  $E$  der Projektile c und d im Schwerpunktsystem sind durch die Kinematik festgelegt, nicht jedoch die Richtung und  $p_z^{\text{cm}} = |\vec{p}^{\text{cm}}| \cos \vartheta$ . Mögliche Werte für  $p_z^{\text{cm}}$  liegen in einem Bereich zwischen  $-|\vec{p}^{\text{cm}}|$  für  $\vartheta = 180^\circ$  (Rückwärtsstreuung) und  $+|\vec{p}^{\text{cm}}|$  für  $\vartheta = 0^\circ$  (Vorwärtsstreuung):

$$-|\vec{p}^{\text{cm}}| \leq p_z^{\text{cm}} \leq +|\vec{p}^{\text{cm}}| \quad \text{und} \quad E_c = \text{const.} \quad (3.28)$$

Nach der Transformation in das Laborsystem gemäß Gleichung (3.25) ergibt sich für die Energie des Teilchens c im Laborsystem:

$$(\gamma E_c^{\text{cm}} - \beta \gamma |\vec{p}^{\text{cm}}|) \leq E_c^{\text{L}} \leq (\gamma E_c^{\text{cm}} + \beta \gamma |\vec{p}^{\text{cm}}|). \quad (3.29)$$

Über Gleichung (3.24) ist dieser Energiebereich auch von der Masse des Teilchens d abhängig. Dieser Umstand ist für die Analyse der Daten und die Kalibrierung des Detektors wichtig, weil so die Notwendigkeit einer Kalibrierung einzelner Detektorkomponenten und Auswahlbedingungen zur Identifikation gesuchter Reaktionen abgeschätzt werden können (s. dazu Kapitel 5). Für die folgenden Betrachtungen wird das Teilchen c als  $^3\text{He}$ -Kern, d als das zusätzlich erzeugte Teilchen angenommen.

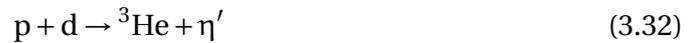
Für die Kalibrierung ist das Wissen darüber notwendig, welche Detektorbereiche bei der gegebenen Strahlenergie prinzipiell von  $^3\text{He}$ -Kernen getroffen werden und welche Lagen Teilchen aus der  $\eta'$ -Produktion erreichen. Abbildung 3.12 veranschaulicht, dass die Teilchen umso weiter in den Detektor eindringen, je höher ihre Energie ist, die Gleichungen (3.24) und (3.29) zeigen, dass die maximal mögliche Energie mit Abnahme der Masse des zweiten Teilchens steigt. Als Abschätzung für die obere Grenze der maximalen Helium-Energie wird daher die hypothetische Reaktion



mit einem masselosen Photon als zweitem Teilchen betrachtet. Für die Strahlenergie von  $T_p = 1,8\text{ GeV}$  ergibt sich ein Bereich für die kinetische Energie von

$$144\text{ MeV} \leq T_{^3\text{He}+\gamma} \leq 1333\text{ MeV}. \quad (3.31)$$

Heliumkerne, die aus der Reaktion



stammen, decken einen schmaleren Energiebereich von

$$391\text{ MeV} \leq T_{^3\text{He}+\eta'} \leq 798\text{ MeV} \quad (3.33)$$

ab.

Beide Energiebereiche sind in Abbildung 3.14a eingezeichnet, wodurch die Detektorlagen bestimmt werden können, die von den entstandenen  $^3\text{He}$ -Teilchen erreicht werden können. Die Teilchen, die aus der  $\gamma$ -Reaktion stammen, können bis in die fünfte Detektorlage des Forward Range Hodoscopes vordringen, während diejenigen aus der  $\eta'$ -Produktion spätestens in der dritten Lage gestoppt werden. Zu beachten ist, dass Teilchen, die eine der hinteren Lagen erreichen, alle vorherigen Lagen durchdringen. Die Analyse der Reaktion (3.33) kann sich somit auf Teilchen beschränken, die die vierte Lage nicht erreichen. Demnach ist eine Kalibrierung nur für die ersten drei Lagen notwendig.

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

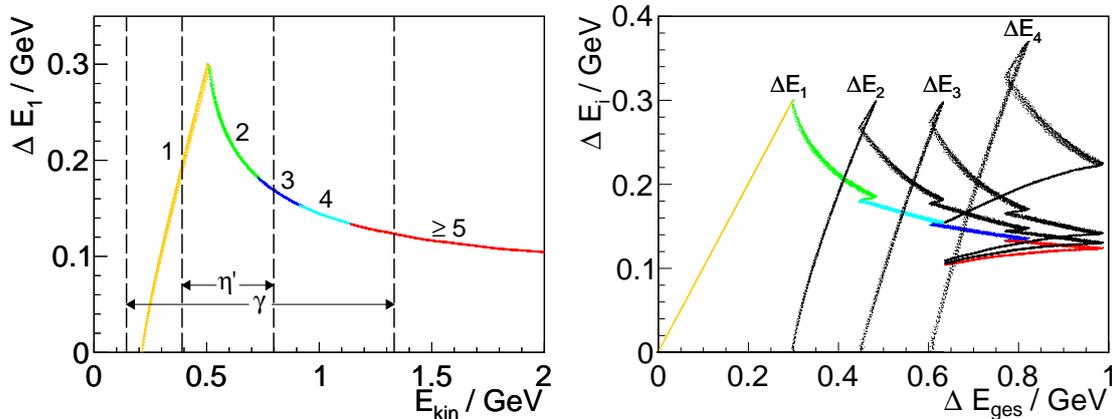


Abbildung 3.14.: Links: Simulierter Energieverlust von  ${}^3\text{He}$ -Teilchen in der ersten Lage des Forward Range Hodoscopes in Abhängigkeit der *kinetischen* Energie. Die Farben und Zahlen bezeichnen die Stopp-Lage. Die kinematischen Grenzen sind für die  $\eta'$ - und die hypothetische  $\gamma$ -Produktion eingezeichnet. Rechts: Energieverluste in den Detektorlagen abhängig von der *deponierten* Energie im gesamten Forward Range Hodoscope.

Es wurde bereits dargelegt, dass sich die weitere Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes auf die Betrachtung des Energieverlustbandes der  ${}^3\text{He}$ -Kerne stützen muss. In der Darstellung wie in Abbildung 3.14a kann das Energieband zunächst nicht ausgewertet werden, weil die kinetische Energie der Teilchen mit dem Vorwärtsdetektor an WASA experimentell nicht direkt zugänglich ist. Jedoch können die Energieverluste in den einzelnen Lagen genau gemessen werden. Abbildung 3.14b zeigt daher eine andere Darstellung des Energiebandes. Die Energiedeponierung eines Teilchens ist in Abhängigkeit der gesamten im Forward Range Hodoscope deponierten Energie aufgetragen, die für Teilchen, die den Detektor nicht durchdringen, mit der kinetischen Energie ansteigt.

Teilchen mit geringer Gesamtenergie werden in der ersten Lage des Forward Range Hodoscopes gestoppt und deponieren ihre gesamte kinetische Energie, die sie beim Eindringen in das Forward Range Hodoscope besitzen, im Detektor. Daher liegt das Heliumband auf der Winkelhalbierenden. Mit steigender Energie können die Teilchen die erste Lage durchdringen und deponieren Energie in der zweiten Lage. Der Verlauf des Energieverlustes in der ersten Lage in Abhängigkeit der deponierten Energie entspricht im Wesentlichen dem Verlauf in Abhängigkeit der kinetischen Energie (vgl. Abbil-

dung 3.14a). Bei sehr hohen Energien wird das Forward Range Hodoscope vollständig durchdrungen und der Gesamtenergieverlust sinkt gemäß der Bethe-Bloch-Gleichung (s. Abbildung 3.1). Dies führt zu einem retrograden Verlauf des Energiebandes. Die Heliumbänder in den anderen Lagen des Forward Range Hodoscopes setzen bei höheren Energien ein, da eine Mindestenergie zum Erreichen der jeweiligen Lage vorhanden sein muss. Die ersten drei Lagen besitzen eine Dicke von 11 cm, die vierte und fünfte Lage sind jeweils 15 cm dick. Dadurch erklärt sich die im Vergleich zu den ersten Lagen höhere maximale Energiedeponierung in der vierten Lage.

In den Energiebereichen, bei denen die Teilchen gerade die nächste Lage erreichen sind Abweichungen vom stetigen Verlauf der Kurven zu beobachten. Trotz gleichmäßig steigender kinetischer Energie der Teilchen nimmt der gemessene Gesamtenergieverlust ab. Dieses Verhalten ist nicht durch den Verlauf des spezifischen Energieverlustes zu erklären und tritt auch nicht bei der Auftragung gegen die kinetische Energie auf (vgl. Abbildung 3.14a). Vielmehr ist für diesen Effekt eine Eigenschaft des Detektordesigns verantwortlich. Die einzelnen Detektorelemente sind mit einer Folie umhüllt, deren verspiegelte Innenseite das Szintillationslicht zu den Lichtleitern des Photomultipliers reflektiert. Des Weiteren ist die Folie nötig, um die Messung des Multipliers vor Umgebungslicht und dem Szintillationslicht anderer Detektorelemente zu schützen. Diese Folienumhüllung wirkt als passives Material, das heißt, Teilchen verlieren in diesem Material Energie, die nicht gemessen werden kann. Dadurch wird bei jedem Durchdringen des Bereichs zwischen zwei Detektorlagen das Energieverlustband schrittweise zu kleineren Gesamtenergien versetzt. Dieser Effekt hat insbesondere auf Teilchen einen Einfluss, die im passiven Material zwischen zwei Lagen, beispielsweise zwischen den ersten beiden, gestoppt werden. Sie besitzen verglichen mit Teilchen, die gerade noch in der ersten Lage gestoppt werden, eine höhere kinetische Energie und deponieren dementsprechend weniger Energie in der ersten Lage. Zusammen mit dem oben beschriebenen Effekt erklärt sich das teilweise rückläufige Verhalten der Kurven.

Der nicht messbare Anteil der Energiedeposition beim Übergang zweier Lagen wird durch den Algorithmus zur Berechnung der kinetischen Energien aus den gemessenen Energieverlusten berechnet und die kinetische Energie korrekt bestimmt.

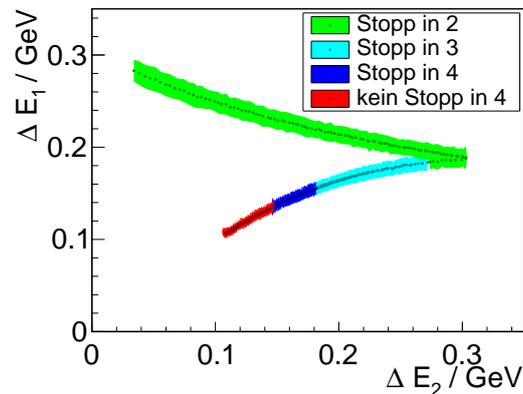


Abbildung 3.15.: Energiedeposition für  ${}^3\text{He}$ -Teilchen im Forward Range Hodoscope in der ersten Lage in Abhängigkeit von der zweiten Lage mit Unsicherheiten.

#### 3.4.2. Unterschiede zur Korrektur der Winkelabhängigkeit

Bei der Winkelkorrektur werden bei der Anpassung der Kalibrierungsfunktionen die Abstände zwischen den gemessenen ADC-Werten und den bekannten, wahren Energiewerten (skaliert auf den Wert  $A'_z = 1$ ) für jeden einzelnen Punkt verglichen. Im Heliumband sind die Energiedepositionen aber nicht bekannt, sondern nur der Verlauf aller Punkte. Der Grundgedanke bei der Energiekalibrierung ist es daher, die Kalibrierungsparameter so anzupassen, dass die gemessenen, rekonstruierten Energieverlustbänder mit simulierten Verläufen übereinstimmen.

Zum Vergleich von gemessenen und simulierten Daten ist auch ein Diagramm wie in Abbildung 3.14b nur bedingt geeignet, weil der Gesamtenergieverlust aus den unkali-brierten Energiemessungen mehrerer Detektorlagen berechnet wird. Deshalb werden die Daten in einer anderen Darstellung gezeichnet (siehe Abbildung 3.15). Der Energieverlust  $\Delta E_1$  der ersten Lage im Forward Range Hodoscope wird in Abhängigkeit des Energieverlustes  $\Delta E_2$  der zweiten Lage betrachtet. Dies hat den Vorteil, dass nur zwei Kalibrierungsfunktionen, in diesem Fall die der ersten und die der zweiten Lage, Einfluss haben.

Die für die Nicht-Uniformitätskorrektur vorgestellten Anpassungsverfahren variieren die Funktionsparameter derart, dass sich die Funktionswerte parallel zur Ordinate verschieben. Im Fall der Nicht-Linearität sind diese Verfahren nicht ausreichend. Es müssen simultan die Parameter der Kalibrierungsfunktionen für mehrere Lagen ver-

ändert werden. Dies führt dazu, dass die rekonstruierten Datenpunkte sich in einer Darstellung wie in Abbildung 3.15 entlang der Abszisse und der Ordinate verschieben. Es müssen daher andere Methoden gefunden werden, um die Kalibrierungsfunktion korrekt anzupassen. Einige Ansätze werden in diesem Kapitel vorgestellt, diskutiert und das für die Kalibrierung am besten geeignete Verfahren wird angewendet.

Die erste Methode verwendet eine mehrdimensionale Erweiterung der LS-Methode zur Minimierung der Residuen.

Die zweite Methode schränkt die Anzahl der gleichzeitig untersuchten Detektorlagen und den Winkelbereich des verwendeten Datensatzes ein.

Die dritte Methode kombiniert die zwei Kalibrierungsfunktionen zu einer einzigen Funktion, die nach der LS-Methode oder dem RANSAC-Verfahren, einem Vorgehen ähnlich der LTS-Methode, angepasst wird.

Zuletzt wird eine Methode vorgestellt, bei der die Startparameter mit Hilfe einer grafischen Oberfläche manuell gefunden und die Kalibrierungsparameter mehrerer Lagen gleichzeitig angepasst werden können.

#### 3.4.3. Mehrdimensionale LS-Methode

Die detektierten  $^3\text{He}$ -Kerne erreichen abhängig von ihrer Energie mehrere hintereinander liegende Lagen des Forward Range Hodoscopes, die im Folgenden mit der Variablen  $\ell$  nummeriert werden. Da der Detektor aus fünf Lagen besteht, lässt sich jedem detektierten Teilchen ein fünf-dimensionaler Messpunkt zuordnen, der als Komponenten die ADC-Werte der fünf Lagen besitzt. Die Kalibrierungsfunktionen weisen jedem Messpunkt einen Datenpunkt zu, bestehend aus den rekonstruierten Energieverlusten in allen Lagen. Die simulierten Daten lassen sich ebenfalls in fünf-dimensionale Datenpunkte zusammenfassen. Die endliche Detektorauflösung ist in den Simulationen berücksichtigt, sodass jeder Energiewert mit einer Unsicherheit  $\sigma^{\text{FRH}\ell}$  behaftet ist. Das in Abschnitt 3.3.1 vorgestellte Verfahren zur Minimierung der Abstandsquadrate kann auf dieses mehrdimensionale Problem erweitert werden, indem die Definition des

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

Abstandquadrates angepasst wird. Als Abstandsquadrat  $\delta_{i,j}^2$  eines Messpunktes  $P_i$  mit den Energien  $\Delta E_i^{\text{FRH}\ell}$  und eines simulierten Punktes  $\mathcal{P}_j$  mit den Energien  $\Delta \mathcal{E}_j^{\text{FRH}\ell}$  wird

$$\delta_{i,j}^2 = \left(\Delta_{i,j}^{\text{FRH1}}\right)^2 + \left(\Delta_{i,j}^{\text{FRH2}}\right)^2 + \dots \quad \text{mit} \quad (3.34)$$

$$\left(\Delta_{i,j}^{\text{FRH}\ell}\right)^2 = \frac{\left(\Delta E_i^{\text{FRH}\ell} - \Delta \mathcal{E}_j^{\text{FRH}\ell}\right)^2}{\left(\sigma_j^{\text{FRH}\ell}\right)^2} \quad (3.35)$$

definiert. Das heißt, der Abstand in einer Dimension (Detektorlage) wird jeweils mit dem Kehrwert der Unsicherheit  $\sigma^{\text{FRH}\ell}$  gewichtet, die sich aus den Simulationen ergibt. Bei der Summe wird unterschieden, welche Lage der Heliumkern erreicht, und es werden nur die Lagen summiert, in denen das Teilchen Energie deponiert hat. Zur Bestimmung des Abstandes eines Messpunktes  $P_i$  vom simulierten Verlauf des Energieverlustbandes wird das Abstandsquadrat  $\delta_{i,j}^2$  zu allen simulierten Punkten  $\mathcal{P}_j$  berechnet und das kleinste als Abstandsquadrat  $\delta_i^2$  verwendet:

$$\delta_i^2 = \min_j \left(\delta_{i,j}^2\right). \quad (3.36)$$

Die Summe der Abstandsquadrate ist dann definiert über

$$\chi^2 = \sum_i \delta_i^2. \quad (3.37)$$

Die Parameter der Kalibrierungsfunktionen  $f_{\text{NL}}^{\text{FRH}\ell}$  werden variiert, bis das Minimum gefunden wird. Da das Forward Range Hodoscope fünf Lagen besitzt und die Kalibrierungsfunktionen Polynome dritten Grades mit jeweils vier Parametern sind, ergeben sich 20 Parameter, die angepasst werden. Zur Anpassung wird das MIGRAD-Verfahren der ROOT-Klasse TMinuit verwendet. Nähere Informationen zum MINUIT- und zum MIGRAD-Verfahren finden sich in [Jam00].

Das beschriebene Anpassungsverfahren mit der mehrdimensionalen Definition der Abstandsquadrate wird auf den vorliegenden Datensatz angewendet. Die Minuit-Routine findet keine Konvergenz für die Summe der Abstandsquadrate. Exemplarisch ist ein Ergebnis in Abbildung 3.16 gezeigt. Es sind Abweichungen zwischen rekonstruierten und simulierten Kurven zu erkennen. Dabei sind nicht nur die Skalierungen der beiden Energieachsen falsch, auch die Krümmung des oberen Astes bei kleinen Energien in der

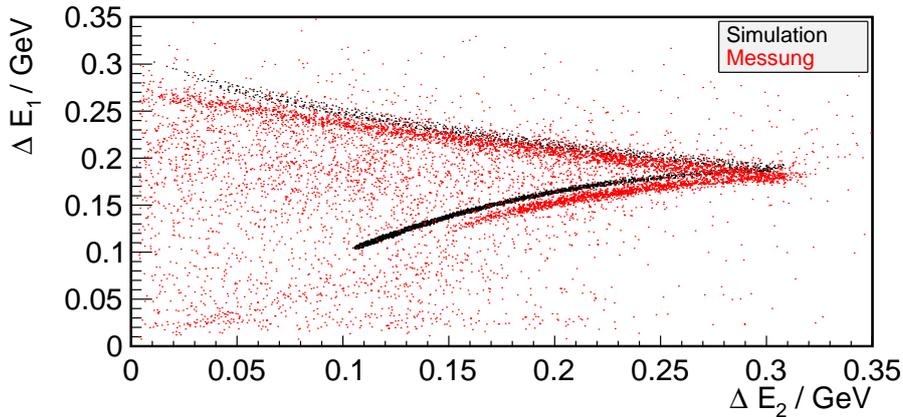


Abbildung 3.16.: Simuliertes und rekonstruiertes  $^3\text{He}$ -Band. Aufgetragen ist die Energie in der ersten Lage des Forward Range Hodoscopes gegen die Energie in der zweiten Lage. Es sind deutliche Abweichungen zu erkennen (Element 11).

zweiten Lage entspricht nicht dem simulierten Verlauf. Dies lässt sich auf nicht korrekt bestimmte Koeffizienten der quadratischen und kubischen Terme zurückführen.

### 3.4.4. Einschränkung der Lagen und Winkelbereiche

Die beschriebene Methode zur Anpassung enthält viele Freiheitsgrade durch die 20 Polynomkoeffizienten und weitere mögliche Quellen von Unsicherheiten. Um die Anzahl der Freiheitsgrade zu reduzieren, werden nun nur die ersten beiden Detektorlagen betrachtet. Das heißt, es werden weiterhin alle Teilchen berücksichtigt, die mindestens die zweite Lage erreichen. Das Abstandsquadrat wird aber nur für die erste und die zweite Lage berechnet. Die in Gleichung (3.35) gegebene Abstandsdefinition wird demnach modifiziert zu

$$\delta_{i,j}^2 = \left(\Delta_{i,j}^{\text{FRH1}}\right)^2 + \left(\Delta_{i,j}^{\text{FRH2}}\right)^2. \quad (3.38)$$

Die Anpassung kann weiterhin durch eine nicht optimale Winkelkorrektur beeinflusst werden. Ist dieser erste Korrekturschritt nicht exakt, verbreitern sich die Energiebänder und sie können für unterschiedliche Streuwinkel leicht abweichenden Verläufen folgen. Um den Einfluss dieses Effekts zu reduzieren, wird nur ein kleiner Winkelbereich ausgewählt. Der Polarwinkelbereich wird in acht jeweils  $2^\circ$  breite Intervalle geteilt ( $3^\circ - 5^\circ, \dots, 17^\circ - 19^\circ$ ). Für diesen und die folgenden Ansätze wird der Bereich von

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

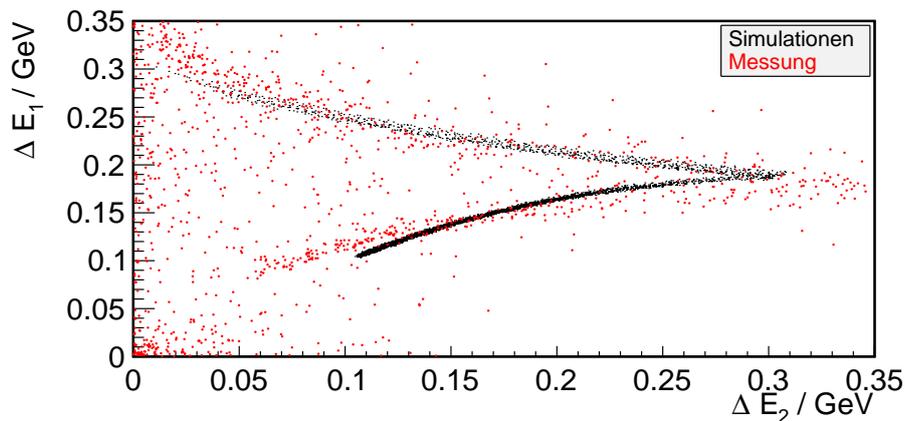


Abbildung 3.17.: Ergebnis der Kalibrierung, wenn nur die ersten beiden Lagen und ein kleiner Winkelbereich berücksichtigt wird. Wieder sind Abweichungen zu erkennen (Element 11).

$11^\circ$  bis  $13^\circ$  gewählt, der sich etwa in der Mitte der Akzeptanz des Detektors befindet und die höchste Statistik aufweist. Mit diesem Teildatensatz und dem vereinfachten Abstandsquadrat werden die Kalibrierungsfunktionen für die ersten beiden Lagen angepasst. Exemplarisch ist dies für das 11. Element in Abbildung 3.17 gezeigt.

Auch mit der modifizierten Definition des Abstandsquadrates erreicht Minuit keine Konvergenz. Die rekonstruierten Daten weichen in ihrem Verlauf deutlich von den simulierten Daten ab. Nach Anwendung der gefundenen Kalibrierungsfunktionen liegt die maximale Energiedeposition in beiden Detektorlagen oberhalb des tatsächlichen, durch Simulationen bestimmten Maximums. Die Krümmungen der Energieverlustbänder stimmen nicht mit den Simulationen überein. Dies zeigt sich insbesondere bei den Teilchen mit hohem Energieverlust in der ersten und geringem Energieverlust in der zweiten Lage. Das Ergebnis der Anpassung ist für diese Anwendung nicht geeignet.

#### 3.4.5. Funktionaler Ansatz

Die bisher beschriebenen Ansätze versuchen die Kalibrierungsfunktionen so anzupassen, dass die rekonstruierten und die simulierten Datenpunkte übereinstimmen. Die mehrdimensionale Erweiterung führt dazu, dass durch die Variation der Koeffizienten eine Verschiebung in jeder der bis zu fünf Dimensionen erfolgt. Ein anderer Ansatz wird in diesem Abschnitt beschrieben.

Das mathematische Problem der Kalibrierung enthält unterschiedliche Größen und deren Zusammenhänge. Dies ist schematisch in Gleichung (3.39) für die Abhängigkeiten der ersten beiden Lagen dargestellt.

$$\begin{array}{ccc}
 A_2 & \xrightarrow{g} & A_1 \\
 \downarrow f_2 & & \downarrow f_{\text{sim}} \\
 \Delta E_1 & \xrightarrow{f_1} & \Delta E_1
 \end{array} \tag{3.39}$$

Die physikalisch interessanten Größen sind die tatsächlichen Energieverluste  $\Delta E_1$  und  $\Delta E_2$  in den beiden ersten Detektorlagen. Die Zuordnung dieser beiden Größen lässt sich aus den Simulationen ableiten und durch die Funktion  $f_{\text{sim}}$  beschreiben. Als Messwerte liegen die vom Detektor ausgegebenen ADC-Werte  $A_1$  und  $A_2$  vor, die über die Kalibrierungsfunktionen mit den jeweiligen Energieverlusten verknüpft sind. Es lässt sich eine Kette von Zuordnungen konstruieren, die jedem Wert  $A_2$  einen Wert  $A_1$  zuordnet:

$$A_2 \xrightarrow{f_2} \Delta E_2 \xrightarrow{f_{\text{sim}}} \Delta E_1 \xrightarrow{f_1^{-1}} A_1. \tag{3.40}$$

Die Zuordnung lässt sich in eine Funktion  $g : A_2 \mapsto A_1 = f_1^{-1}(f_{\text{sim}}(f_2(A_2)))$  zusammenfassen, die mehrere Parameter besitzt. Dies sind zum einen die Parameter der Funktion  $f_{\text{sim}}$ , welche sich aus Simulationen bestimmen lassen. Zum anderen sind es die gesuchten Kalibrierungsparameter der Funktionen  $f_1$  und  $f_2$ . Gelingt es, die Funktion  $g$  an den gemessenen Verlauf von  $A_1$  abhängig von  $A_2$  anzupassen, sind die Kalibrierungsparameter gefunden.

Die beschriebenen Zuordnungen sind nicht eindeutig. Vielmehr gibt es zwei Gruppen von Teilchen, die sich durch verschiedene Funktionen  $f_{\text{sim}}$  unterscheiden. Dies ist in Abbildung 3.18 gezeigt. Die beiden Teilchengruppen (oberer Ast und unterer Ast) unterscheiden sich durch die Detektorlage, in der sie gestoppt sind, wie bereits in Abschnitt 3.4 beschrieben (s. Abbildung 3.15). Der obere Ast enthält Teilchen, die die erste Lage durchdringen und in der zweiten ihre restliche Energie deponieren. Der untere Ast wird aus Teilchen gebildet, die auch die zweite Lage durchdringen. Eine Trennung beider Teildatensätze erfolgt deshalb je nachdem, ob in der zweiten Lage eine Energie gemessen worden ist (unterer Ast) oder nicht (oberer Ast). Der obere Ast

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

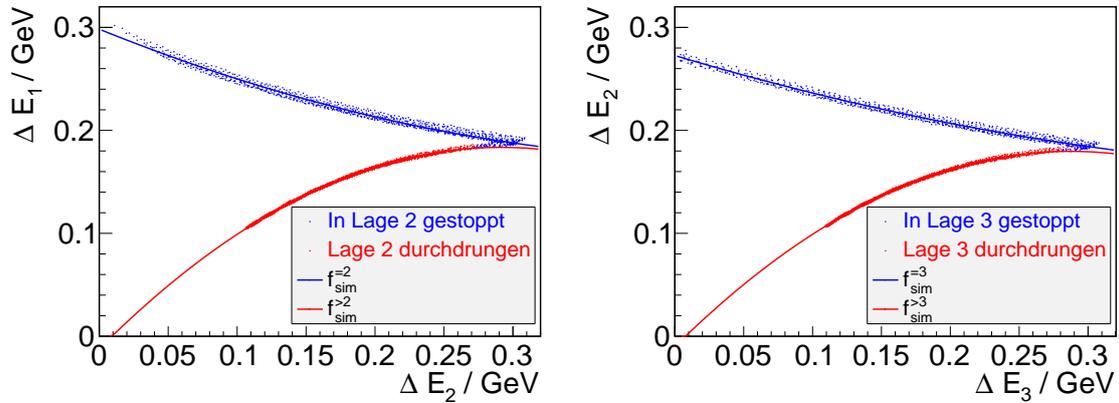


Abbildung 3.18.: Simulierter Energieverlust für  ${}^3\text{He}$ -Kerne in der ersten, zweiten und dritten Lage. Die beiden Äste sind nach ihrer Stopp-Lage separiert und jeweils quadratisch mit der Funktion  $f_{\text{sim}}$  angepasst.

(Stopp in der zweiten Lage) wird durch die Funktion  $f_{\text{sim}}^{=2}$ , der untere (Durchdringen der zweiten Lage) durch  $f_{\text{sim}}^{>2}$  angepasst. Beide Funktionen sind quadratische Funktionen:

$$f_{\text{sim}}(\Delta E_2) = \sum_{i=0}^2 s_i \Delta E_2^i. \quad (3.41)$$

Da jetzt die Zuordnungsfunktionen zwischen den Energieverlusten bekannt sind, kann die Funktion  $g$  an die gemessenen ADC-Werte angepasst werden. Auch dieser Datensatz muss nach der Stopp-Lage getrennt werden und es muss die passende Funktion  $f_{\text{sim}}$  verwendet werden. Für die Anpassung wird die LS-Methode zur Minimierung der Abstandsquadrate verwendet. Dazu wird das Migrad-Verfahren der Minuit-Routine angewendet, das über die Methode `Fit` der ROOT-Klasse `TGraph` bereitgestellt wird. Abbildung 3.19 zeigt das Ergebnis dieser Anpassung. Es ist deutlich zu erkennen, dass die angepassten Funktionen den Verlauf der Daten nicht gut beschreiben. Beispielsweise verläuft die Funktion, die den oberen Ast beschreiben soll, bei zu niedrigen  $A_1$ -Werten. Die Ursache liegt an dem großen Untergrundanteil. Der Einfluss der Ausreißer auf die LS-Methode wurde bereits bei der Winkelkorrektur (Abschnitt 3.3.1) diskutiert.

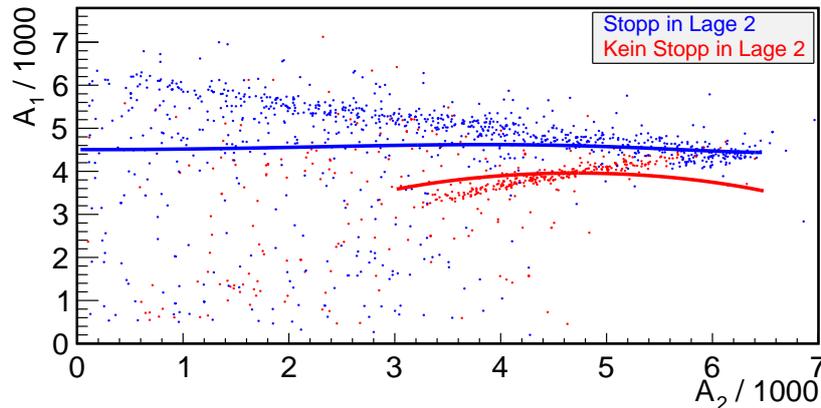


Abbildung 3.19.: Verteilung der gemessenen ADC-Werte und Anpassung der Funktionen  $g(A_2) = f_1^{-1}(f_{\text{sim}}(f_2(A_2)))$  nach der LS-Methode (Element 11).

### Die RANSAC-Methode

Die Polynom Anpassung für die Winkelkorrektur stellte ein lineares Problem dar, zu dessen Lösung die in ROOT implementierte LTS-Methode (**L**east **T**rimmed **S**quares) verwendet werden konnte. Die verschachtelte Funktionsdefinition von  $g$  ist nicht linear und es wird daher ein anderes Verfahren, die RANSAC-Methode, benutzt.

RANSAC (**R**ANdom **S**Ample **C**onsens) bedeutet in etwa zufällige Übereinstimmung einer Stichprobe und verwendet grundlegende Konzepte, die auch bei der LTS-Methode zum Einsatz kommen [FB81]. Zur Bestimmung von Startparametern wird eine zufällige Stichprobe  $J$  gewählt, wobei der Probenumfang der Anzahl der Freiheitsgrade der Funktionsanpassung entspricht. Die Funktion wird an die Stichprobe angepasst und es werden alle Punkte  $P_i$  zum sogenannten Consensus Set  $H$  zusammengefasst, deren Residuen  $\delta_i^2$  einen zuvor festgelegten Maximalwert  $\delta_{\text{max}}^2$  nicht überschreiten:

$$H = \{P_i \mid \delta_i^2 \leq \delta_{\text{max}}^2\}. \quad (3.42)$$

Umfasst das Consensus Set weniger als einen ebenfalls vorher festgelegten Anteil  $h$ , so wird die Stichprobe verworfen. Andernfalls wird die Funktion an das Consensus Set angepasst. Als Bewertungsgröße für die Funktion wird im ursprünglichen Konzept des RANSAC-Verfahrens lediglich die Anzahl der Punkte im Consensus Set verwendet. Torr und Zisserman haben das Verfahren weiter entwickelt [TZ00]: Die Bewertungsgröße

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

$Q^2$  der Anpassung stellt eine modifizierte Definition der Summe der Abstandsquadrate dar:

$$Q^2 = \sum_{P_i \in H} \delta_i^2 + \sum_{P_i \notin H} \delta_{\max}^2. \quad (3.43)$$

Der erste Term ist die Summe über die Residuenquadrate der Punkte im Consensus Set  $H$  bezogen auf die angepasste Funktion. Alle Punkte außerhalb des Consensus Sets werden als Ausreißer interpretiert. Sie gehen mit dem Abstandsquadrat  $\delta_{\max}^2$  in die Summation ein. Die so definierte Größe  $Q^2$  reagiert wie bei der LTS-Methode deutlich sensibler auf kleine Variationen der Funktionsparameter, weil dabei die Gewichtung der Ausreißer konstant bleibt. Die Grenze  $\delta_{\max}^2$  muss passend gewählt werden. Es sollten alle korrelierten Daten umfasst werden bei gleichzeitig möglichst großer Unterdrückung der Ausreißer. Eventuell müssen verschiedene Grenzen getestet werden, bis ein optimales Ergebnis erzielt wird. Die Wahl des minimalen Anteils  $h$  ist nicht entscheidend für die eigentliche Anpassung, sondern reduziert den Zeit- und Rechenaufwand, weil sie nur einer groben Selektion zwischen repräsentativen und nicht geeigneten Stichproben dient. Im Folgenden wird das RANSAC-Verfahren immer mit der Bewertungsgröße nach Gleichung (3.43) durchgeführt.

Der Vergleich mit der LTS-Methode zeigt, dass es nur geringe Unterschiede gibt. Zum einen unterscheidet sich die Art, in der zwischen korrelierten Daten und Ausreißern getrennt wird. In der LTS-Methode werden die  $h$  Punkte mit den kleinsten Residuen gewählt, bei RANSAC alle Punkte mit Residuen kleiner als ein Grenzwert  $\delta_{\max}$ . Dies ist aber kein grundlegender Unterschied. Durch passende Wahl von  $h$  und  $\delta_{\max}$  lassen sich dieselben Teildatensätze auswählen. Zum anderen unterscheidet sich die Anpassungsprozedur darin, dass RANSAC das Consensus Set nur einmal anpasst, während die LTS-Methode iterativ mehrere Anpassungen durchführt. Auch dieser Unterschied ist gering, wenn hinreichend viele Stichproben getestet werden. In der Anwendung kann die nötige Anzahl an Stichproben jedoch sehr groß werden.

Die RANSAC-Methode bietet sich zur Bestimmung der Kalibrierungsfunktionen wegen ihrer Robustheit gegenüber Ausreißern an. Ein Ergebnis der Anpassung der Funktion  $g(A_1)$  ist in Abbildung 3.20 gezeigt. Die angepassten Funktionen beschreiben die beiden Teildatensätze sehr gut. Die Funktionen verlaufen mittig durch die korrelierten Daten und werden nicht von den Ausreißern gestört. Diese Anpassung kann jedoch nicht zur Kalibrierung verwendet werden, weil die Teildatensätze unabhängig vonein-

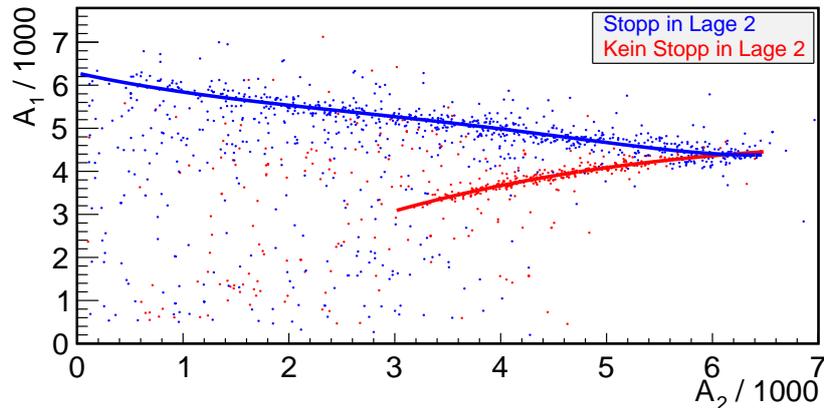


Abbildung 3.20.: Verteilung der gemessenen ADC-Werte und Anpassung der Funktionen  $g(A_2) = f_1^{-1}(f_{\text{sim}}(f_2(A_2)))$  mit Hilfe der RANSAC-Methode (Element 11).

ander betrachtet werden. Dies führt dazu, dass die gefundenen Parametersätze für  $f_1$  und  $f_2$  unterschiedlich sind. Ein Vergleich der Funktionsverläufe ist in Abbildung 3.21 gezeigt. Die durch die Anpassung an den oberen Ast gefundene Funktion  $f_1$  sollte mit der am unteren Ast bestimmten Funktion  $f_1$  übereinstimmen. Die unterschiedlichen Verläufe sind deutlich zu erkennen, sodass eine Optimierung und Erweiterung der Anpassungsmethode nötig sind.

### RANSAC mit stückweise stetiger Funktion

Bei der Kalibrierung treten verschiedene Abhängigkeiten auf. Werden die ersten drei Lagen berücksichtigt, lässt sich der Zusammenhang zwischen erster und zweiter sowie zweiter und dritter Lage betrachten. Bei beiden Zuordnungen muss der Datensatz in den oberen Ast (Teilchen in zweiter bzw. dritter Lage gestoppt) und unteren Ast (zweite bzw. dritte Lage durchdrungen) aufgeteilt werden. Es ergeben sich somit vier Teildatensätze, die jeweils von einer Funktion  $g_i$  beschrieben werden können. Diese Funktionen sind über die drei Kalibrierungsfunktionen  $f_1, f_2, f_3$  gekoppelt. Gewöhnliche Funktionsanpassungen und auch die RANSAC-Methode passen jedoch nur eine eindimensionale Funktion an einen Datensatz an. Die Daten werden deshalb so zusammengefasst, dass sie durch eine stückweise stetige Funktion beschrieben werden können. Das Vorgehen ist in Abbildung 3.22 illustriert.

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodosopes

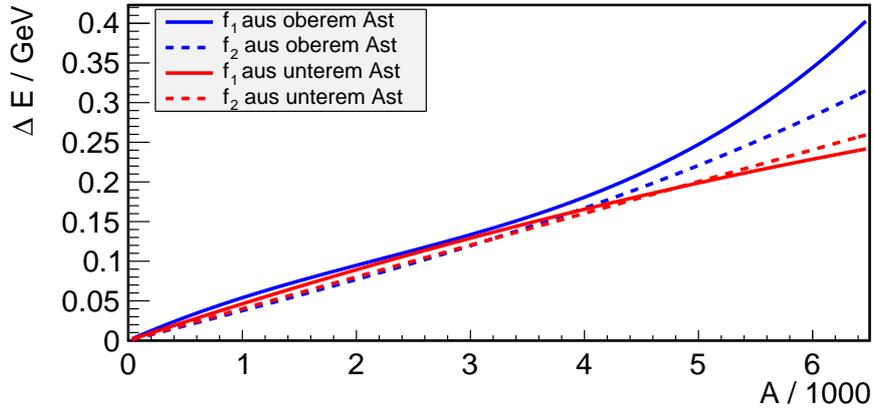


Abbildung 3.21.: Verlauf der gefundenen Kalibrierungsfunktionen für die ersten beiden Lagen als Ergebnis der Anpassung an den oberen und den unteren Ast des gemessenen  $^3\text{He}$ -Bandes. Die durchgezogenen und die gestrichelten Kurven weichen jeweils voneinander ab. Dies ist gleichbedeutend mit unterschiedlichen Werten der Kalibrierungsparameter (Element 11).

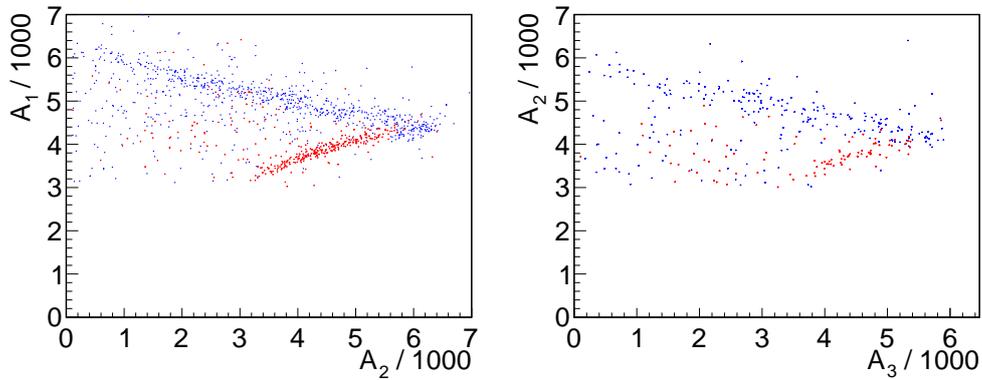
Abbildung 3.22a zeigt die Daten in der FRH1-FRH2- und der FRH2-FRH3-Darstellung, farblich getrennt nach den vier Ästen. Die vier Teildatensätze werden zunächst getrennt in vier Diagrammen dargestellt (Abbildung 3.22b). Der erste Teildatensatz wird unverändert gezeichnet, beim zweiten wird die Abszisse um 10000 Einheiten verschoben, beim dritten um 20000 Einheiten und beim vierten um 30000 Einheiten. Die unterschiedlichen Größen auf den Abszissen ( $A_2$ ,  $A_3$ ) werden einheitlich  $x$ , die Ordinatengrößen  $y$  genannt. In ein gemeinsames Koordinatensystem (Abbildung 3.22c) übertragen, sind die Teildatensätze in unterschiedlichen  $x$ -Intervallen voneinander getrennt. Bei korrekten Kalibrierungsparametern werden die einzelnen Äste durch Funktionen  $g_i$  beschrieben, die über die Kalibrierungsfunktionen  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  definiert sind:

$$g_1(A_2) = f_1^{-1}(f_{\text{sim}}^{-2}(f_2(A_2))) \quad (3.44)$$

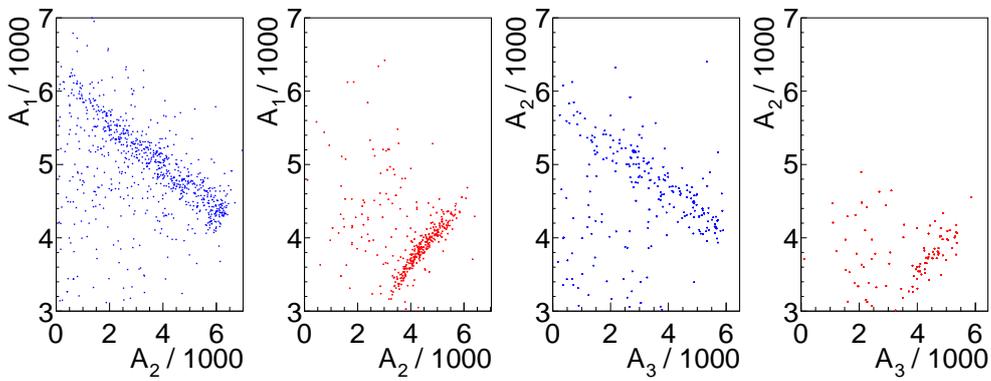
$$g_2(A_2) = f_1^{-1}(f_{\text{sim}}^{>2}(f_2(A_2))) \quad (3.45)$$

$$g_3(A_3) = f_2^{-1}(f_{\text{sim}}^{-3}(f_3(A_3))) \quad (3.46)$$

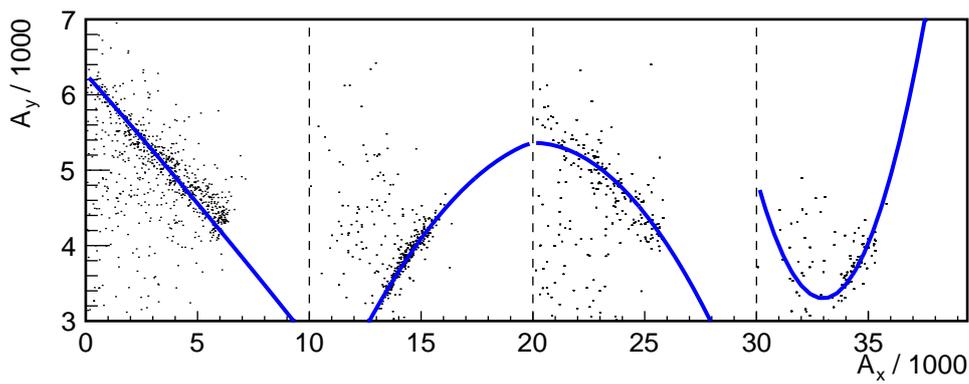
$$g_4(A_3) = f_2^{-1}(f_{\text{sim}}^{>3}(f_3(A_3))). \quad (3.47)$$



(a) Gemessene ADC-Werte im Forward Range Hodoscope.  
Links: Erste gegen zweite Lage. Rechts: zweite gegen dritte Lage.



(b) Aufteilung in die vier Äste je nach Stopp-Lage in separate Diagramme.



(c) Die vier Diagramme sind entlang der Abszisse verschoben und in ein gemeinsames Koordinatensystem übertragen. Eine stückweise stetig aus quadratischen Funktionen zusammengesetzte Funktion ist angepasst, beschreibt die Daten jedoch nicht optimal.

Abbildung 3.22.: Konstruktion des Datensatzes zur Beschreibung durch eine stückweise stetige Funktion (Element 11).

Die Funktionen  $g_i$  werden ebenfalls zu einer gemeinsamen Funktion  $g$  zusammengefasst, die dann festgelegt ist durch

$$g(x) = \begin{cases} g_1(x) & \text{für } 0 \leq x < 10000 \\ g_2(x - 10000) & \text{für } 10000 \leq x < 20000 \\ g_3(x - 20000) & \text{für } 20000 \leq x < 30000 \\ g_4(x - 30000) & \text{für } 30000 \leq x \leq 40000 \end{cases} \quad (3.48)$$

Diese Funktion ist auf dem gesamten Intervall  $[0, 40000]$  definiert und stückweise stetig. Sie ist aus vier Funktionen zusammengesetzt, die jeweils acht freie Parameter besitzen. Da die Funktionen  $g_i$  gemäß den Gleichungen (3.44) bis (3.47) über die drei Funktionen  $f_i$  mit jeweils vier Parametern gekoppelt sind, besitzt  $g(x)$  zwölf freie Parameter.

Mit der RANSAC-Methode wird die zusammengesetzte Funktion  $g$  an den ebenfalls zusammengesetzten Datensatz angepasst, wobei das Verfahren wegen der stückweisen Stetigkeit der Funktion verändert wird. Als Stichprobe werden nicht zufällig zwölf Punkte ausgewählt, sondern aus jedem Teildatensatz jeweils vier Punkte. Auch bei 10000 verschiedenen Stichproben kann kein Parametersatz gefunden werden, der eine Anpassung an alle Teildatensätze ermöglicht. Die Ursache ist die Komplexität des Problems. Die RANSAC-Methode testet viele verschiedene Stichproben, bis eine optimale gefunden ist. Die Anzahl der notwendigen Versuche liegt bei einem der vorliegenden Teildatensätze in der Größenordnung von 100. In dem Fall der zusammengesetzten Funktion müssen gleichzeitig vier Stichproben gefunden werden, die den jeweiligen Teildatensatz repräsentieren. Die Anzahl der nötigen Versuche potenziert sich damit um vier, sodass in etwa  $10^8$  Stichproben getestet werden müssten, bis eine optimale Anpassung gefunden werden kann. Diese Zahl an Versuchen ist auf Grund der hohen Rechenzeit nicht praktikabel.

Dieser Ansatz erscheint daher nicht erfolgsversprechend und wird nicht weiter untersucht.

#### 3.4.6. Grafische Oberfläche

Die bisher vorgestellten Methoden zur Bestimmung der Korrekturfunktionen zeigen an verschiedenen Aspekten der Kalibrierung Schwächen. Dies sind unter anderem die Existenz von Untergrund (Ausreißern) in den Daten, die hohe Anzahl an Frei-

heitsgraden und die Abhängigkeiten der Funktionen voneinander sowie die daraus resultierende Schwierigkeit passende Startparameter für die Anpassung zu finden. In diesem Abschnitt wird eine Methode vorgestellt, die diese Aspekte berücksichtigt.

In Simulationen wurde gezeigt, dass die  $^3\text{He}$ -Kerne bei der verwendeten Strahlenergie maximal die dritte Lage des Forward Range Hodoscopes erreichen. In der Kalibrierung sollten deshalb die ersten drei Lagen berücksichtigt werden. Mit keiner der vorgestellten Methoden gelang eine zufriedenstellende Wahl der Startparameter für die Kombination aller drei Lagen. Deshalb wird eine grafische Oberfläche bereitgestellt, die eine manuelle Einstellung der Parameter ermöglicht. Bei jeder Veränderung der Parameter werden die Datenpunkte neu berechnet und dargestellt, sodass sich die Parameterwahl unmittelbar kontrollieren lässt. Sind Startparameter gefunden, werden die Funktionen mit dem Minuit-Verfahren angepasst. Das von RANSAC bekannte Prinzip der Summe der begrenzten Abstandsquadrate wird dabei zur Untergrundseparation verwendet. Die grafische Oberfläche ist in Abbildung 3.23 gezeigt.

#### **Programmbeschreibung**

Im linken Bereich befinden sich die Einstellungsmöglichkeiten für die zwölf Parameter der drei Kalibrierungsfunktionen. Die Parameter können als Zahlenwerte eingegeben werden oder mit den jeweiligen Schieberegler verändert werden. Im rechten Bereich sind untereinander zwei Diagramme gezeichnet, die die Energiedeponierung  $\Delta E_1$  in der ersten Lage des Forward Range Hodoscopes gegen diejenige in der zweiten Lage,  $\Delta E_2$ , zeigt und entsprechend  $\Delta E_2$  gegen  $\Delta E_3$ . In die Koordinatensysteme sind sowohl die simulierten Energieverlustbänder (schwarz) als auch die gemessenen Daten (rot/blau) dargestellt. Der Datensatz ist aufgeteilt nach der Lage, in der die  $^3\text{He}$ -Kerne gestoppt werden. Teilchen, die in Lage 2 gestoppt werden (keine Energiedeponierung in Lage 3), bilden den ersten Teildatensatz und werden im oberen Diagramm rot dargestellt. Teilchen, die die dritte Lage erreichen, bilden den zweiten Datensatz und werden dort blau dargestellt. Entsprechend werden die Teilchen getrennt, die in der dritten Lage gestoppt werden (rot) oder sie durchdringen (blau), und in das untere Diagramm eingetragen. Zur Umrechnung werden die Kalibrierungsparameter verwendet, die in der linken Fensterseite gewählt sind. Wird ein Parameter geändert, werden die Diagramme sofort neu berechnet und aktualisiert, sodass eine direkte Kontrolle der Parameterwahl erfolgen kann. Mit Hilfe der Schieberegler lassen sich

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

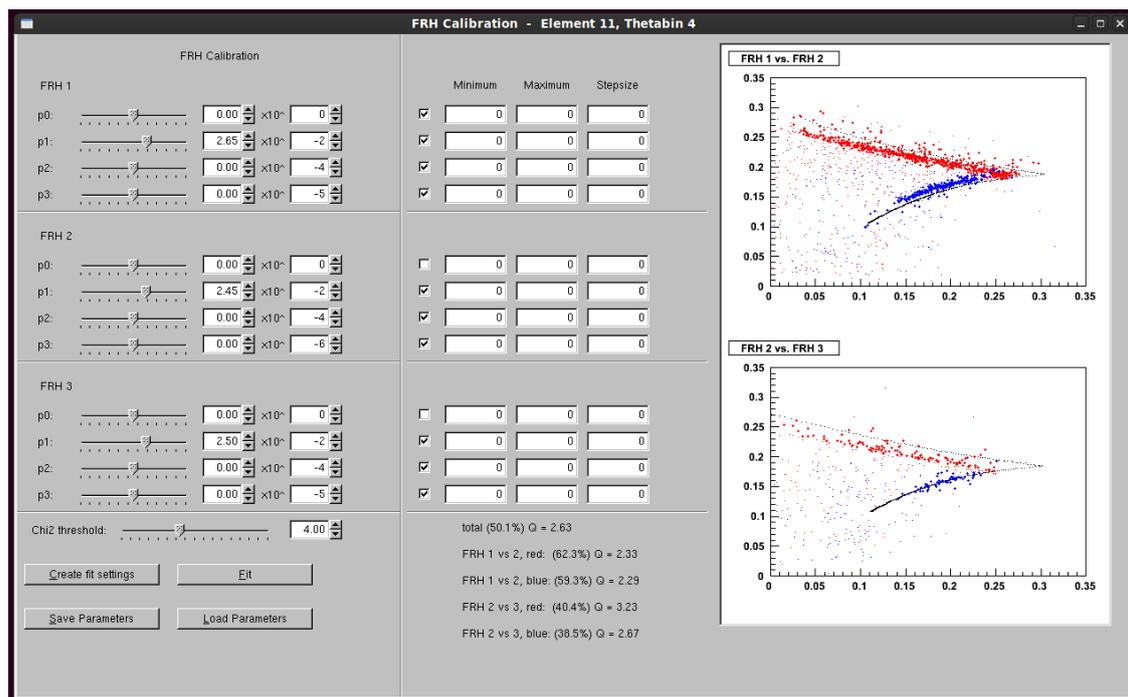


Abbildung 3.23.: Grafische Oberfläche zur Bestimmung der Kalibrierungsfunktion für die ersten drei Lagen des Forward Range Hodoscopes. Die Parameter können manuell eingestellt werden, das Ergebnis der Energierekonstruktion wird in den Diagrammen sofort dargestellt und eine Anpassungsroutine mit begrenztem Abstandsquadrat kann aufgerufen werden. Das Programm ist im Text detailliert beschrieben.

geeignete Startparameter finden, indem die rekonstruierten Daten auf die simulierten Energieverlustbänder geschoben werden.

Nachdem geeignete Startparameter gefunden sind, kann die Anpassung der Kalibrierungsparameter durch das Minit-Verfahren verwendet werden. Zur Anpassung der Parameter werden die Konzepte aus der mehrdimensionalen LS-Methode und dem RANSAC-Verfahren kombiniert. Die Anpassung berücksichtigt alle vier Teildatensätze, die eine unterschiedliche Anzahl an Datenpunkten enthalten. Damit bei der Anpassung alle Teildatensätze gleich gewichtet werden, werden die Datensätze normalisiert: Es wird zunächst die Punktzahl  $N_i$  aller Teildatensätze und das Maximum  $N_{\max}$  bestimmt. Enthält ein Teildatensatz weniger als  $N_{\max}$  Punkte, wird der Datensatz  $n$ -mal vervielfältigt, bis die Differenz zwischen  $n \cdot N_i$  und  $N_{\max}$  kleiner als  $N_i$  ist. Dann werden zufällig einzelne Punkte kopiert, bis der Datensatz  $N_{\max}$  Punkte enthält. Dieses Verfahren stellt sicher, dass alle Teildatensätze  $N_{\max}$  Punkte enthalten und möglichst gleichmäßig mit Punkten aufgefüllt sind.

Die Bewertungsgröße  $Q^2$  einer Anpassung wird zunächst für jeden Teildatensatz separat berechnet durch den Vergleich mit der jeweiligen Simulation. Das Abstandsquadrat  $\delta_i^2$  eines rekonstruierten Messpunktes  $P_i$  von der Theoriekurve ist analog zu Gleichung (3.35) und Gleichung (3.36) definiert. Es ist das Quadrat des Abstandes zum nächst liegenden Simulationspunkt  $\mathcal{P}_j$  dividiert durch das Quadrat der Unsicherheit, die sich aus den Simulationen ergibt. In der FRH1-FRH2-Ebene gilt

$$\delta_{i,j}^2 = \left(\Delta_{i,j}^{\text{FRH1}}\right)^2 + \left(\Delta_{i,j}^{\text{FRH2}}\right)^2 \quad \text{mit} \quad (3.49)$$

$$\left(\Delta_{i,j}^{\text{FRH}\ell}\right)^2 = \frac{\left(\Delta E_i^{\text{FRH}\ell} - \Delta \mathcal{E}_j^{\text{FRH}\ell}\right)^2}{\left(\sigma_j^{\text{FRH}\ell}\right)^2} \quad \text{und} \quad (3.50)$$

$$\delta_i^2 = \min_j \left(\delta_{i,j}^2\right). \quad (3.51)$$

Das Abstandsquadrat ist analog in der FRH2-FRH3-Ebene definiert. Für alle Messpunkte werden die Abstandsquadrate  $\delta_i^2$  berechnet und die Punkte, deren Abstandsquadrate einen vorgegebenen Maximalwert  $\delta_{\max}^2$  nicht überschreiten, werden zu einem Consensus Set  $H$  zusammengefasst. In den Diagrammen auf der grafischen Oberfläche werden Punkte, die Teil eines Consensus Sets sind, als kleine ausgefüllte Kreise gezeichnet, während die anderen Punkte (Ausreißer) punktförmig dargestellt sind. Die

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

Bewertungsgröße  $Q_t^2$  für einen Teildatensatz ist analog zu Gleichung (3.43) definiert gemäß

$$Q_t^2 = \sum_{P_i \in H} \delta_i^2 + \sum_{P_i \notin H} \delta_{\max}^2. \quad (3.52)$$

Die Punkte innerhalb des Consensus Sets tragen mit ihrem Abstand zu der Summe bei, die Ausreißer lediglich mit dem Schrankenwert  $\delta_{\max}^2$ . Die Bewertungsgröße  $Q^2$  ergibt sich als Summe über die einzelnen  $Q_t^2$ . Es lässt sich analog zu Gleichung (3.13) eine reduzierte Form  $\tilde{Q}^2$  durch Division mit der Anzahl der Freiheitsgrade  $n_d$  definieren:

$$Q^2 = \sum_{t=1}^4 Q_t^2, \quad (3.53)$$

$$\tilde{Q}^2 = \frac{Q^2}{n_d}. \quad (3.54)$$

$n_d$  ist nach Gleichung (3.12) als Differenz der Anzahl  $N$  der Punkte im Datensatz und der Anzahl der freien Funktionsparameter  $n$  definiert zu  $n_d = N - n$ . Der Schrankenwert  $\delta_{\max}$  für den Abstand muss vorgegeben werden. Dazu befindet sich in der grafischen Oberfläche links unterhalb der Parametereinstellung ein Feld für die Eingabe des Wertes, welches mit `Chi2 threshold` betitelt ist.

Die Anpassung kann mit der Schaltfläche `Fit` gestartet werden. Mit dem Minuit-Verfahren werden die Funktionsparameter variiert und es wird ein minimaler Wert für die Summe  $Q^2$  der Abstandsquadrate gesucht. Mit den Eingabefeldern im mittleren Fensterbereich können dabei das Intervall, in dem der jeweilige Parameter variiert werden soll, und die Schrittweite der Variation vorgegeben werden. Ist der Haken in dem Feld links dieser Eingabefelder nicht gesetzt, wird der Parameter nicht angepasst, sondern als Konstante festgehalten. Die Werte für die Intervalle und die Schrittweite können manuell eingegeben werden oder mit `Create Fit Settings` generiert werden. Diese Funktion wählt abhängig von dem aktuellen Parameterwert die Grenzen. Ein mehrmaliges Aufrufen schränkt das Intervall ein und verringert die Schrittweite. Dies ist sinnvoll, wenn ein Datensatz mehrmals hintereinander angepasst wird, um ein optimales Ergebnis zu erhalten.

Unterhalb dieser Eingabefelder werden Informationen zu dem aktuell gewählten Parametersatz angezeigt. Einklammert wird angezeigt, wie groß der prozentuale Anteil der Punkte ist, die als korrelierte Daten interpretiert werden. Daneben wird der Wert

der reduzierten Bewertungsgröße  $\tilde{Q}^2$  dargestellt. Die Werte sind für den gesamten Datensatz sowie für die einzelnen Teildatensätze angegeben.

Mit der Schaltfläche `Save Parameters` werden die aktuellen Kalibrierungsparameter abgespeichert. Eine Parameterdatei kann mit `Load Parameters` eingelesen werden, beispielsweise um die Parameter eines anderen Detektorelementes als Startparameter für das aktuelle Element zu verwenden.

#### 3.4.7. Vergleich der Methoden

In diesem Kapitel wurde ein Verfahren gesucht, dass die energieabhängige Kalibrierungsfunktion – die Nicht-Linearitäts-Korrektur – für die Detektorelemente des Forward Range Hodoscopes bestimmt. Es wurde gezeigt, dass die ersten drei Lagen für die Datenanalyse relevant sind und eine Bestimmung der Funktionen nur zu sinnvollen Ergebnissen führt, wenn die Kalibrierungsfunktionen für mehrere hintereinander liegende Elemente gleichzeitig angepasst werden, wodurch sich eine mehrdimensionale Abhängigkeit der Messgrößen ergibt. Diese Komplexität stellt zusammen mit dem Vorhandensein von Ausreißern hohe Anforderungen an das Anpassungsverfahren.

Mit einer mehrdimensionalen Erweiterung der Least-Square-Methode können die Kalibrierungsparameter nicht korrekt bestimmt werden. Auch eine Einschränkung des Winkelbereichs und der betrachteten Lagen bringt zunächst keinen Vorteil. Als Alternative wurde eine Methode vorgestellt, die Daten durch eine zusammengesetzte Funktion anzupassen. Dies scheiterte jedoch auf Grund der hohen Komplexität der mathematischen Zusammenhänge. Dabei wurde das RANSAC-Verfahren zum Umgang mit Ausreißern eingeführt. Gelöst wurde die Aufgabe durch ein Programm, das über eine grafische Oberfläche bedient wird und einige Aspekte der anderen Methoden verbindet: Der Winkelbereich ist eingeschränkt, es werden nur die für die Messung relevanten ersten drei Detektorlagen betrachtet und für die Anpassung wird die Definition des Abstandsquadrates aus dem RANSAC-Verfahren übernommen. Entscheidend ist die manuelle Wahl der Startparameter für die Anpassung, die es der Minit-Methode erlaubt, optimale Kalibrierungsfunktionen zu bestimmen.

Diese Software ermöglicht es, alle Elemente der ersten drei Lagen des Forward Range Hodoscopes zu kalibrieren. Diese Kalibrierung wird aber weiterhin nur für einen Winkelbereich durchgeführt. Es muss geprüft werden, ob die Winkelkalibrierung, die

für die minimal ionisierenden Teilchen durchgeführt wurde, auch für das Heliumband gültig ist.

## 3.5. Nachkorrektur der Winkelabhängigkeit

In Kapitel 3.3 wurde beschrieben, wie die Korrektur der Winkelabhängigkeit der Messung anhand der minimal ionisierenden Teilchen durchgeführt wurde. Nach Anwendung dieser Kalibrierung wurde die Energieabhängigkeit am Heliumband kalibriert, wie in Kapitel 3.4 beschrieben. Dabei beschränkte sich der zweite Kalibrierungsschritt auf einen kleinen Polarwinkelbereich, um den Einfluss etwaiger Abweichungen der Winkelabhängigkeit von der zuvor bestimmten Verteilung der minimal ionisierenden Teilchen zu reduzieren. Im Folgenden wird die Winkelkalibrierung für die Heliumteilchen angepasst.

In Abbildung 3.24 sind die rekonstruierten Energieverlustbänder für alle acht Winkelintervalle des 11. Detektorelements gezeigt. Es ist zu erkennen, dass sie für den Bereich  $11^\circ \leq \vartheta \leq 13^\circ$  den simulierten Verläufen entsprechen, für die äußeren Intervalle aber leichte Abweichungen zeigen. Dieser Effekt zeigt, dass die Winkelkalibrierung auf Grundlage der minimal ionisierenden Teilchen nicht ausreichend ist, um auf die Winkelabhängigkeit der Heliumkerne zu schließen. Abhängig vom Polarwinkel werden die Energieverluste unterschiedlich rekonstruiert. Ein Grund kann die unterschiedliche Energiedeposition der Teilchen sein, da die Heliumkerne bis zu fünfzehnmal mehr Energie als die minimal ionisierenden Teilchen deponieren. Außerdem ist die geringe Statistik dieser Teilchen nicht ausreichend, um ihren Verlauf exakt anzupassen.

Zur Nachkorrektur der Winkelabhängigkeit werden die Parameter der energieabhängigen Kalibrierungsfunktionen konstant gehalten und die Parameter der winkelabhängigen Funktionen variiert. Das Anpassungsverfahren, das in der grafischen Oberfläche entwickelt worden ist, wird dazu erweitert. Für jeden der acht Winkelbereiche ergeben sich wie bisher vier Teildatensätze, zusammen also 32. Zur gleichmäßigen Gewichtung werden auch diese Teildatensätze normiert und zu jedem wird die Bewertungsgröße  $Q_t$  gemäß Gleichung (3.52) berechnet. Die Gesamtgröße  $Q$  zur Bewertung der Anpassung ergibt sich als Summe der Teilsummen  $Q_t$  und wird minimiert.

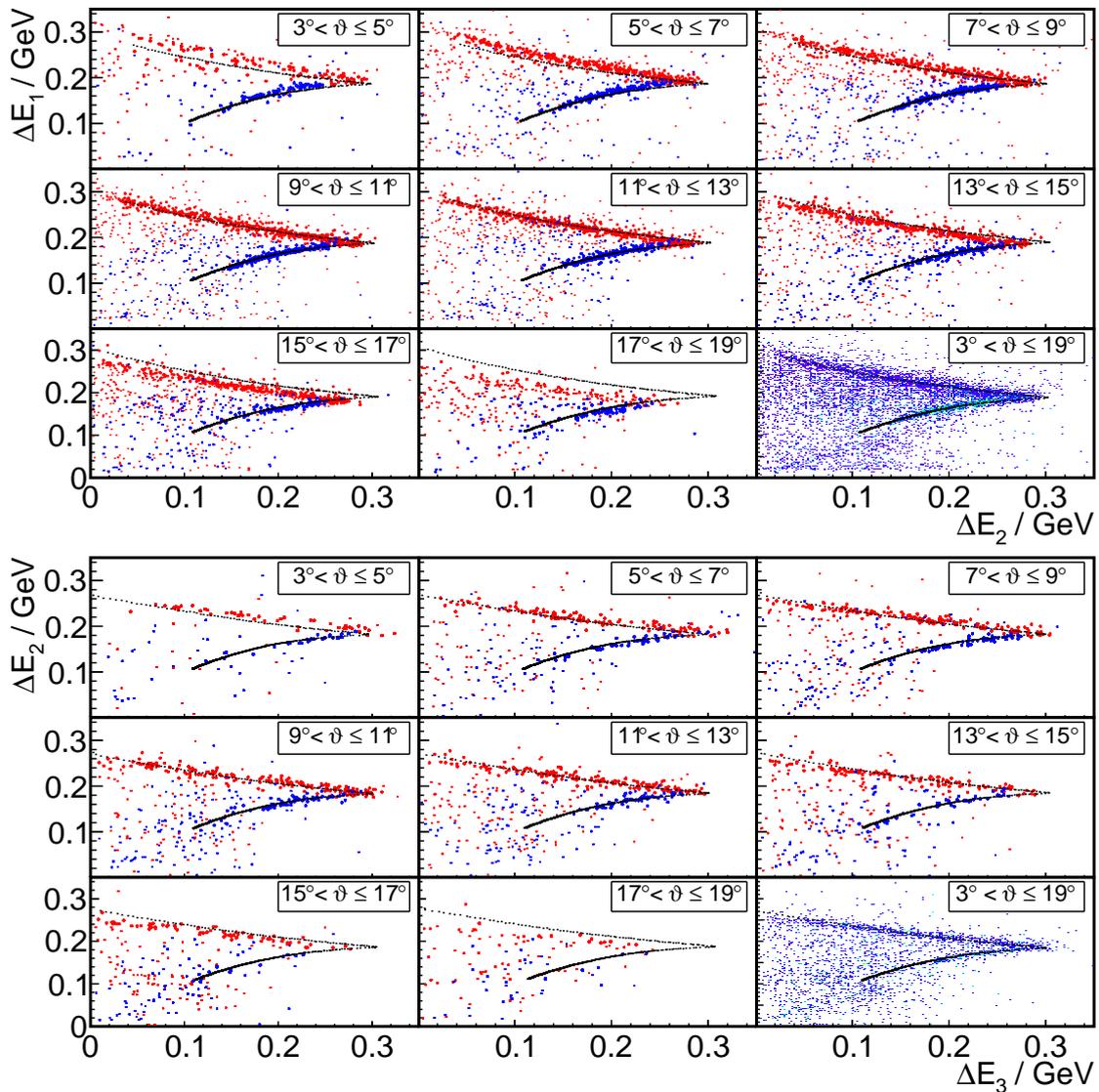


Abbildung 3.24.: Gezeigt sind die Energiebänder nach der Energiekalibrierung für alle Winkelintervalle (Element 11). Oben: Erste gegen zweite Lage des Forward Range Hodoscopes. Unten: Zweite gegen dritte Lage. Es ist zu erkennen, dass für einige Bereiche die rekonstruierten Bänder nicht mit den simulierten übereinstimmen.

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

Mit dem Minuit-Verfahren werden die Koeffizienten der drei Kalibrierungsfunktionen variiert bis ein minimales  $Q$  gefunden worden ist. Das Ergebnis für das 11. Element ist in Abbildung 3.25 gezeigt. In allen Winkelbereichen folgen die rekonstruierten Messpunkte dem simulierten Verlauf, sodass eine deutliche Verbesserung der Energierekonstruktion und eine Steigerung der Energieauflösung zu verzeichnen ist. Der Ansatz, die Nicht-Uniformitätsfunktionen zunächst anhand der minimal ionisierenden Teilchen durchzuführen, erweist sich trotz der notwendigen Nachkalibrierung als sinnvoll. Sie kann als automatisierte Wahl für die Startparameter der finalen Anpassung durch die MINUIT-Methode verstanden werden, die dadurch ohne weitere Benutzereingaben die Kalibrierungsfunktion optimieren kann.

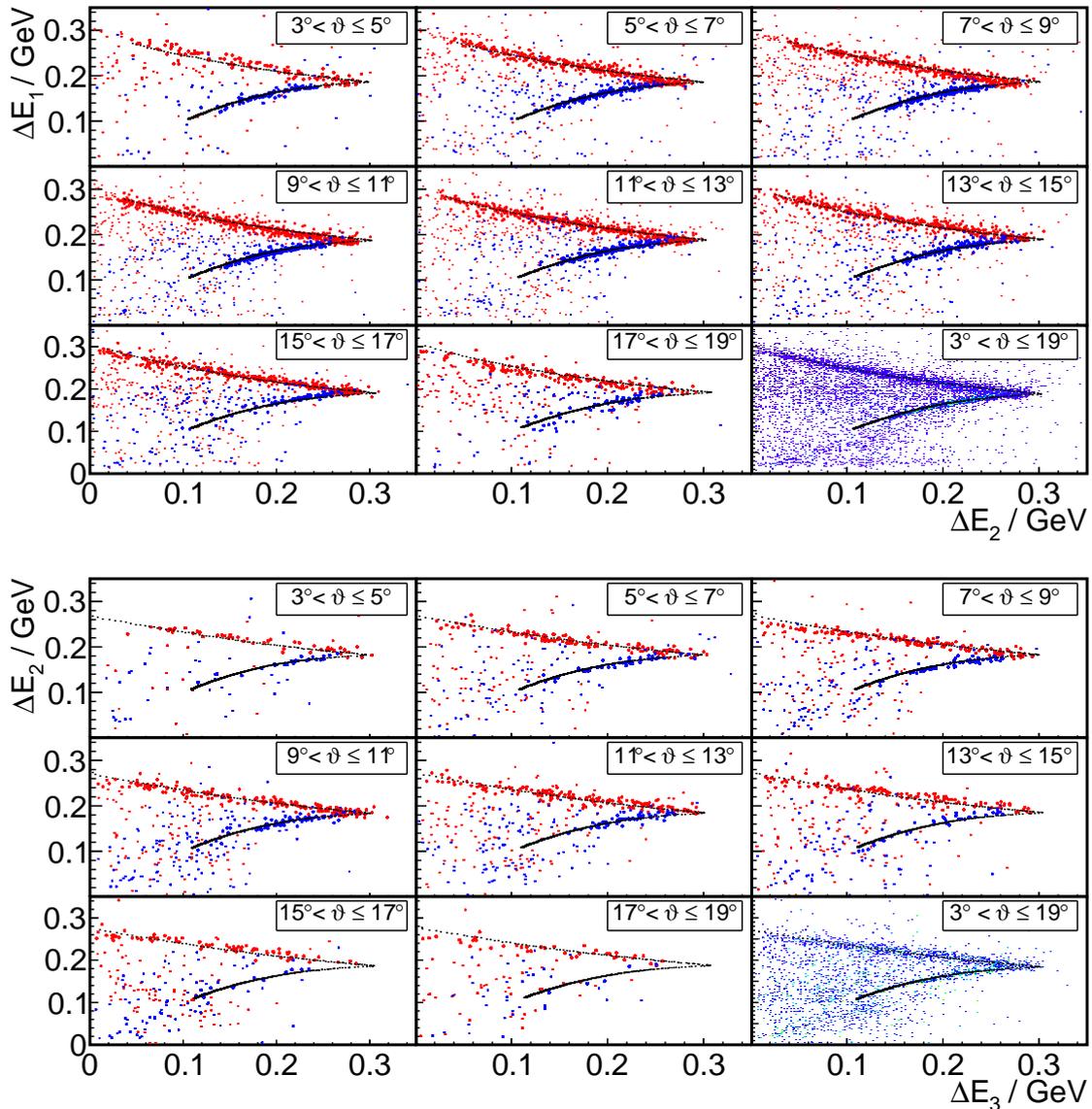


Abbildung 3.25.: Gezeigt sind die Energiebänder nach der Anpassung der Winkelkorrektur für alle Winkelintervalle (Element 11). Oben: Erste gegen zweite Lage des Forward Range Hodoskopes. Unten: Zweite gegen dritte Lage.

Nach der Anpassung der Winkelkalibrierung sind alle Winkelintervalle kalibriert.

## 3.6. Zusammenfassung der Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

Die Energiekalibrierung für das Forward Range Hodoscope ist in mehreren Schritten durchgeführt worden, die der Rekonstruktionsvorschrift (3.6)

$$\Delta E \cdot \cos \vartheta = f_{\text{NL}} \left( \frac{A \cdot \cos \vartheta}{f_{\text{NU}}} \right)$$

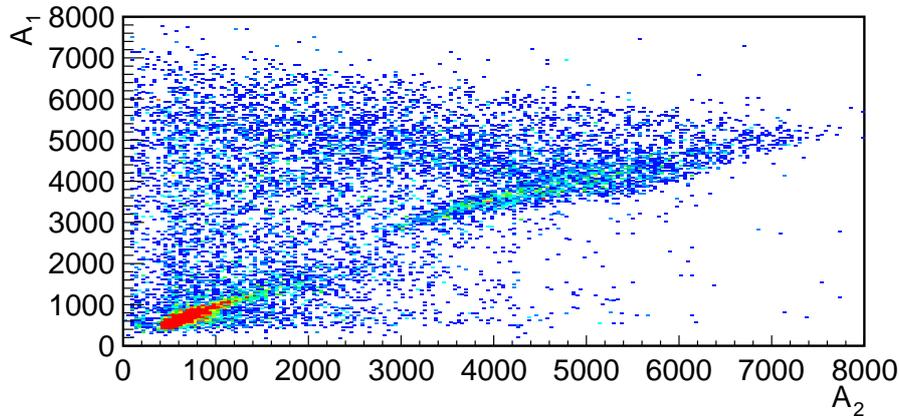
folgt.

Abbildung 3.26 zeigt exemplarisch am 11. Element die rekonstruierten Daten in den verschiedenen Stadien der Kalibrierung.

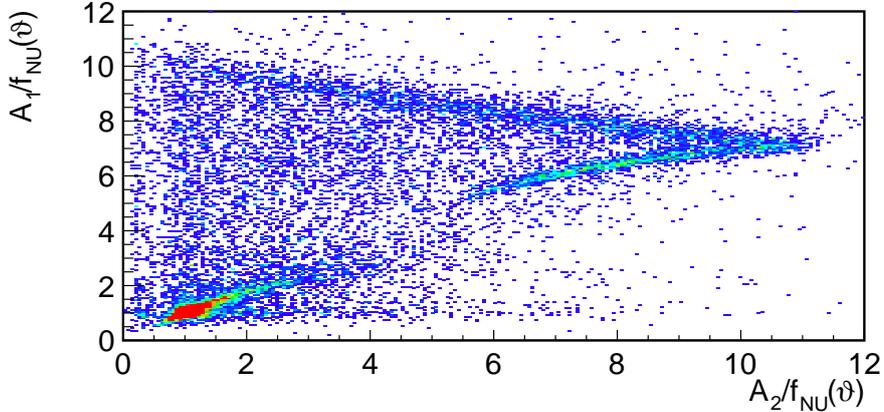
In den unkalibrierten ADC-Werten, die vom Detektor gelesen werden, zeigt sich die Nicht-Uniformität des Detektors in der weit ausgeschmierten Verteilung der  $^3\text{He}$ -Kerne (s. Abbildung 3.26a). Ihr Energieband hebt sich kaum vom Untergrund ab.

Nach der winkelabhängigen Korrektur (vgl. Abbildung 3.26b), die mithilfe der Winkelverteilung minimal ionisierender Teilchen durchgeführt worden ist, ist ein schmales Heliumband zu erkennen, das sich deutlich vom Untergrund abhebt. Die Energieauflösung der Messung konnte somit signifikant gesteigert werden. Auch die minimal ionisierenden Teilchen sind auf einem kleineren Energiebereich verteilt. Eine energieabhängige Korrektur ist noch notwendig, wie beispielsweise die unterschiedlich hohen Maximalwerte in den beiden Detektorlagen zeigen.

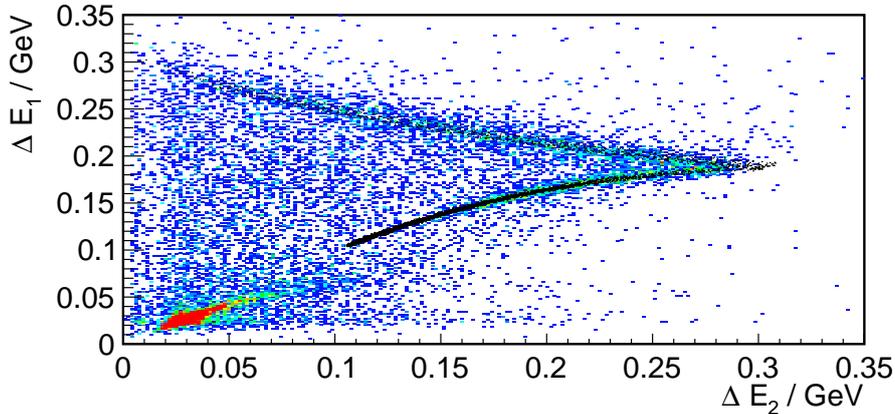
Diese Nicht-Linearitätskorrektur wird für einen Teildatensatz mit eingeschränktem Streuwinkelbereich durchgeführt. Für diesen Schritt der Kalibrierung wird eine angepasste Definition der Summe der Abstandsquadrate von dem RANSAC-Verfahren zur Beschreibung von Datensätzen mit Ausreißern übernommen. Die Kalibrierungsparameter werden durch eine grafische Oberfläche mit direkter optischer Kontrolle manuell gefunden. Die Optimierung dieser Startparameter erfolgt über das bei ROOT implementierte MINUIT-Verfahren. Auch die Ergebnisse dieser Anpassung können unmittelbar in derselben Oberfläche überwacht werden. Nach dieser Nicht-Linearitätskorrektur stimmen die Verläufe des rekonstruierten Energiebandes der detektierten  $^3\text{He}$ -Teilchen und die simulierten Verteilungen überein.



(a) Unkalibrierte ADC-Werte: Es ist kein Energieband zu erkennen.



(b) Nach der Nicht-Uniformitätskorrektur tritt ein schmales Energieband auf.



(c) Die Nicht-Linearitätskorrektur bringt eine Übereinstimmung zwischen rekonstruierten (farbig) und simulierten (schwarz) Energiebändern.

Abbildung 3.26.: Die Auswirkungen der Kalibrierungsschritte, gezeigt für den gesamten Winkelbereich an Element 11 der ersten und zweiten Detektorlage des Forward Range Hodoscopes.

### 3. Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

---

Eine nachträgliche Feinkalibrierung der Nicht-Uniformitätsfunktionen wird ebenfalls durch das MINUIT-Verfahren durchgeführt. Eine manuelle Wahl der Startparameter ist dazu nicht notwendig, weil die im ersten Schritt bestimmten Parameter nur wenig verändert werden müssen. Das Energiediagramm nach Anwendung der vollständigen Kalibrierung ist in Abbildung 3.26c gezeigt. Zum Vergleich ist der simulierte Verlauf des Heliumbandes eingezeichnet und eine gute Übereinstimmung ist festzustellen.

Die Datenmenge der gemessenen  $^3\text{He}$ -Teilchen ist nicht in allen Detektorelementen identisch. Insbesondere bei den Elementen 17, 23 und 24 ist die Datenmenge in einzelnen Energiebereichen oder über das gesamte Spektrum verteilt deutlich geringer verglichen mit anderen Elementen. Die Energieverlustdiagramme sind in Abbildung A.2 im Anhang gezeigt. Als Ursache können Defekte des Detektorsystems (beispielsweise des Szintillators, des Photomultipliers oder des Analog-Digital-Wandlers) oder nicht optimal eingestellte Triggerschwellen und Hochspannungen vermutet werden. Diese drei Detektorelemente werden in der späteren Analyse ausgeschlossen, um Artefakte der inhomogenen Detektorakzeptanz zu vermeiden.

## 4. Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes

Die Energie vorwärts gestreuter Teilchen an WASA-at-COSY wird hauptsächlich im Forward Trigger Hodoscope und im Forward Range Hodoscope gemessen. Die Energiekalibrierung des letzteren wurde im vorherigen Kapitel ausführlich diskutiert. Dazu wurden Teilchen betrachtet, die nacheinander mehrere Lagen des Detektors erreichen. Dies ist möglich, weil das Forward Range Hodoscope aus gleichförmigen Lagen aufgebaut ist, sodass hintereinander liegende Elemente sich genau überlappen.

Das Forward Trigger Hodoscope ist anders aufgebaut. Während die erste Lage aus radialen Elementen aufgebaut ist, sind die Elemente der hinteren beiden Lagen spiralförmig (siehe dazu Abbildung 2.8). Der Überlappbereich zweier Elemente ist dadurch sehr gering. Eine Auswertung, die auf Teilchen beruht, die genau zwei ausgewählte hintereinander liegende Elemente treffen, ist deshalb mangels Statistik nicht praktikabel. Es kann aber auf die Informationen des zuvor kalibrierten Forward Range Hodoscopes zurückgegriffen werden. Dadurch ist zu jedem Teilchen der Gesamtenergieverlust  $\Delta E_{\text{FRH}}$  im Forward Range Hodoscope bekannt und durch Simulationen lässt sich der Energieverlust im Forward Trigger Hodoscope berechnen. Die gemessenen ADC-Werte des Forward Trigger Hodoscope können somit direkt mit den Energieverlusten verglichen werden. Die Rekonstruktion erfolgt nach denselben Vorschriften wie beim Forward Range Hodoscope gemäß

$$\Delta E \cdot \cos \vartheta = f_{\text{NL}} \left( \frac{A \cdot \cos \vartheta}{f_{\text{NU}}(\vartheta)} \right). \quad (4.1)$$

Hierbei bezeichnen  $A$  die Messgröße, die der Detektor ausgibt,  $\vartheta$  den Streuwinkel des Teilchens bezüglich der Strahlachse und  $\Delta E$  den rekonstruierten Energieverlust.  $f_{\text{NU}}$

und  $f_{\text{NL}}$  sind die als Polynom dritten Grades angenommenen Kalibrierungsfunktionen, deren Parameter bei der Kalibrierung ermittelt werden.

Das Kalibrierungsverfahren besteht aus mehreren Schritten, die in den folgenden Abschnitten ausführlich beschrieben werden. Zunächst werden zur Untergrundreduzierung passende Kriterien zur Auswahl von  $^3\text{He}$ -Kernen gesucht und angewendet. Anhand von Teilchen mit identischen Energieverlusten wird die winkelabhängige Nicht-Uniformität bestimmt. An die winkelkorrigierten und mit Hilfe von Simulationen auf Energiewerte umgerechneten Daten wird die energieabhängige Nichtlinearitätskorrektur angepasst. Zuletzt wird geprüft, ob sowohl die Winkelabhängigkeit als auch die Energieabhängigkeit korrekt bestimmt worden sind.

### 4.1. Auswahl der $^3\text{He}$ -Kerne

Für die Datenanalyse sind  $^3\text{He}$ -Kerne relevant, die die erste Lage des Forward Range Hodoscopes erreichen und die dritte nicht durchdringen, weil Simulationen zeigen, dass sich in diesem Energiebereich die  $^3\text{He}$ -Kerne aus der  $\eta'$ -Produktion befinden (vgl. Abschnitt 3.4.1). Eine erste Auswahl auf  $^3\text{He}$ -Kerne besteht deshalb auf eine Energie-deposition in den beiden Lagen des Forward Window Counters, den drei Lagen des Forward Trigger Hodoscopes und in der ersten Lage des Forward Range Hodoscopes. In der vierten Lage des Forward Range Hodoscope wird eine Energiedeponierung von unter einem Megaelektronenvolt gefordert. Für diese Teilchen ist der gesamte Energieverlust im Forward Range Hodoscope bekannt, weil dieser Detektor bereits kalibriert ist. In einer Darstellung, die den Energieverlust in der ersten Lage gegen den in der zweiten Lage zeigt, liegen alle  $^3\text{He}$ -Kerne, die die zweite Lage erreicht haben, in einem schmalen Energieband. Deshalb kann für diese  $^3\text{He}$ -Teilchen ein grafischer Cut in diesem Diagramm vorgenommen werden. Entsprechend kann eine zusätzliche Auswahl für Teilchen angewendet werden, die die zweite Lage durchdringen, wenn die Energieverluste in der dritten und zweiten Lage verglichen werden.

Für weitere Auswahlkriterien wird ausgenutzt, dass die ersten drei Lagen des Forward Range Hodoscopes kalibriert sind und in diesem Detektor die Energieverluste aller detektierter Teilchen, die mindestens die erste Lage erreichen, bekannt sind. Für Teilchen, die die zweite Lage erreichen, kann eine grafische Auswahl in einem Diagramm gefun-

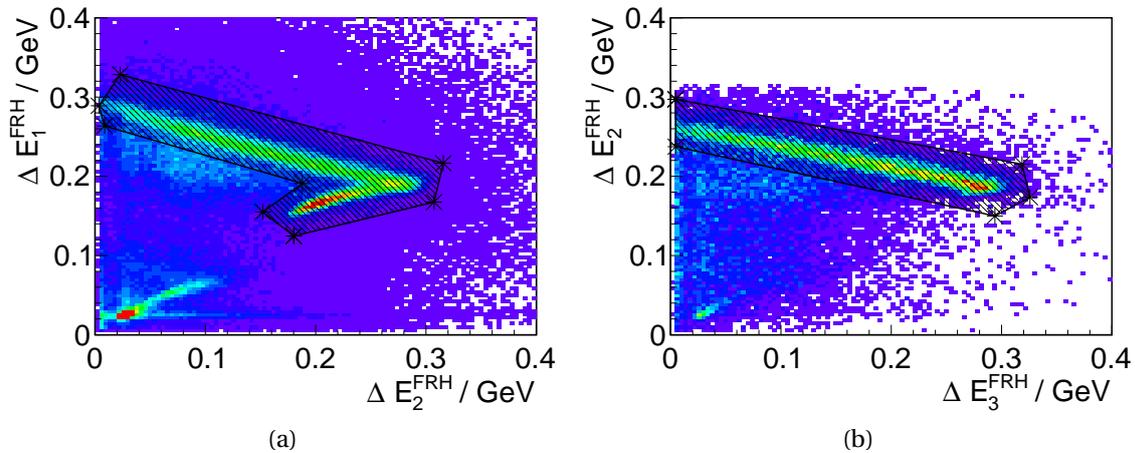


Abbildung 4.1.: Grafische Cuts auf die Energieverlustbänder in den ersten drei Lagen des Forward Range Hodoscopes. Das rechte Diagramm ist nach Anwendung des ersten Cuts entstanden. Der erste Cut wird nur auf Teilchen angewendet, die die zweite Lage erreichen, der zweite Cut nur auf Teilchen, die die dritte Lage erreichen.

den werden, das den Energieverlust in der ersten Lage gegen den in der zweiten Lage zeigt (s. Abbildung 4.1a). Entsprechend kann eine zusätzliche Auswahl für Teilchen angewendet werden, die die zweite Lage durchdringen, wenn die Energieverluste in der dritten und zweiten Lage verglichen werden (s. Abbildung 4.1b). Die für die folgende Kalibrierung angewendeten Auswahlen sind in Abbildung 4.1 dargestellt. Teilchen, die in der ersten Lage gestoppt werden, können über solche Diagramme nicht erfasst werden, weil sie keine Energie in der zweiten Lage deponieren. Sie sind trotzdem für die spätere Datenanalyse relevant, sodass eine Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes auch für diese niederenergetischen Teilchen nötig ist. Daher werden Teilchen, die in der ersten Lage des Forward Range Hodoscopes gestoppt werden, zunächst vollständig für die Kalibrierung ausgewertet.

Alle Teilchen, die die erste Lage des Forward Range Hodoscopes erreichen, durchdringen das Forward Trigger Hodoscope komplett, sodass sich für diese Teilchen die im Forward Trigger Hodoscope gemessenen ADC-Werte mit den im Forward Range Hodoscope gemessenen Energien vergleichen lassen. Dies ist in Abbildung 4.2 für die erste Lage des Forward Trigger Hodoscopes gezeigt. Auf der Abszisse ist die gesamte im Forward Range Hodoscope deponierte Energie aufgetragen, auf der Ordinate die ge-

#### 4. Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes

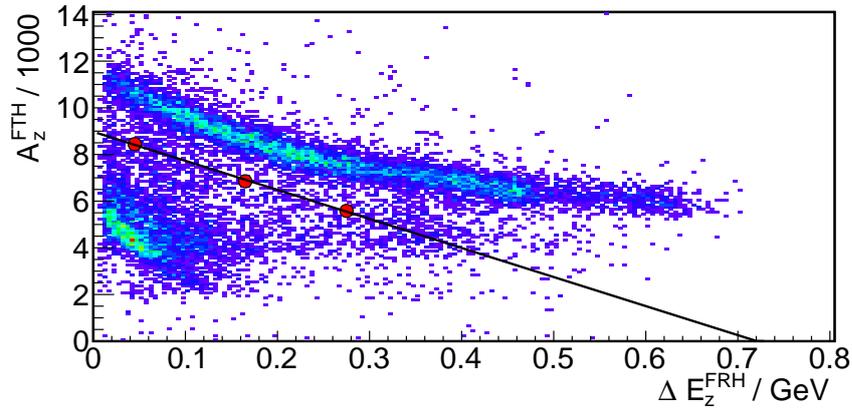


Abbildung 4.2.: Gemessene ADC-Werte der ersten Lage des Forward Trigger Hodoscopes gegen den gemessenen Energieverlust im Forward Range Hodoscope. Eine mögliche Cut-Linie zur Identifikation der  ${}^3\text{He}$ -Kerne ist eingezeichnet. Die Bestimmung der Hilfspunkte (rote Kreise) ist im Text erläutert (Lage 1, Element 6).

messenen ADC-Werte. Deutlich zu erkennen ist das Energieverlustband der  ${}^3\text{He}$ -Kerne bei hohen ADC-Werten. Bei niedrigeren Energieverlusten befindet sich eine große Anzahl an anderen Teilchen, wie den minimal ionisierenden Teilchen. Eine mögliche Trennungslinie ist eingezeichnet, die beide Teilchenarten separiert. Diese Trennung muss für alle 96 Detektorelemente der drei Lagen des Forward Trigger Hodoscopes durchgeführt werden. Da auf der Ordinate unkalibrierte ADC-Werte aufgetragen sind, kann eine Verschiebung der Werte von Element zu Element auftreten. Zur Anpassung der Trennlinie wird ein Cut-Finder entwickelt, der für jedes Element eine geeignete Funktion findet.

Der Cut-Finder erstellt an drei Stellen Projektionen parallel zur Ordinate<sup>1</sup>, die in Abbildung 4.3 gezeigt sind. In allen drei Projektionen sind die  ${}^3\text{He}$ -Kerne als Peak bei hohen ADC-Werten zu erkennen. Die anderen Teilchen treten in den ersten beiden Projektionen als weiterer Peak auf. Aus jeder Projektion wird ein Hilfspunkt konstruiert. An die erste Projektion wird eine quadratische Funktion zwischen den Maxima der beiden Peaks angepasst. Sie beschreibt das Tal zwischen den Peaks und die Stelle des Minimums wird als Ordinatenwert des ersten Hilfspunkts übernommen. An die  ${}^3\text{He}$ -Peaks der anderen beiden Projektionen werden Gaußfunktionen angepasst. Vom

<sup>1</sup> Die Energieintervalle für die drei Projektionen sind  $\Delta E^{\text{FRH}} \in [25,50]$  MeV,  $\Delta E^{\text{FRH}} \in [145,170]$  MeV und  $\Delta E^{\text{FRH}} \in [265,290]$  MeV.

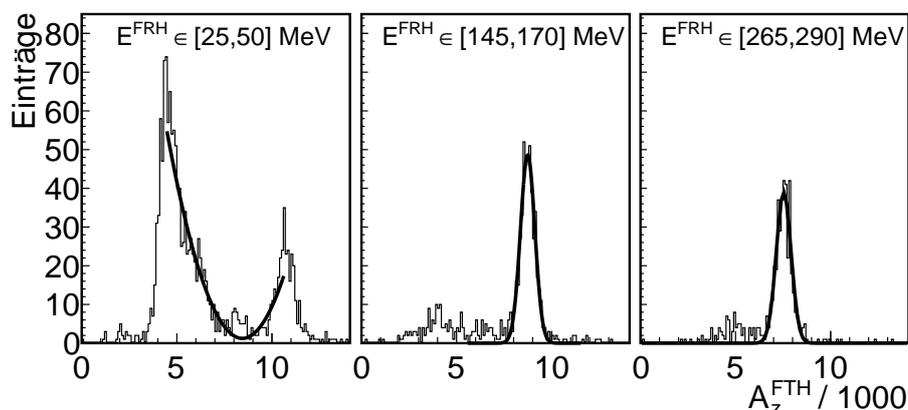


Abbildung 4.3.: Projektionen, die zur Bestimmung einer Cut-Grenze erstellt werden. Die erste Projektion wird quadratisch, die anderen beiden durch Gauß-funktionen angepasst (Lage 1, Element 6).

Mittelpunkt einer solchen Funktion wird die Standardabweichung fünfmal subtrahiert<sup>2</sup> und der so ermittelte Wert als Ordinatenwert des jeweiligen Hilfspunktes übernommen. An die drei Hilfspunkte wird eine lineare Funktion angepasst, die im Folgenden als Trennlinie zwischen  ${}^3\text{He}$ -Kernen und dem Untergrund verwendet wird. Die in Abbildung 4.2 gezeigte Trennlinie ist mit dem beschriebenen Verfahren ermittelt worden. Die Hilfspunkte sind ebenfalls eingezeichnet.

Durch die Anwendung der Auswahlkriterien steht ein Datensatz mit geringem Untergrundanteil für die Kalibrierung zur Verfügung.

## 4.2. Beschreibung der Simulationen

Für die folgende Kalibrierung wird ausgenutzt, dass die Zusammenhänge der Energieverluste für  ${}^3\text{He}$ -Teilchen in verschiedenen Detektorkomponenten durch Simulationen ermittelt werden können. Relevant ist insbesondere der Zusammenhang zwischen deponierter Energie  $\Delta E^{\text{FTH}\ell}$  in der  $\ell$ -ten Lage des Forward Trigger Hodoscopes und dem Gesamtenergieverlust  $\Delta E^{\text{FRH}}$  im Forward Range Hodoscope. Diese Abhängigkeiten sind in Abbildung 4.4 für die erste Lage gezeigt. Sie lassen sich durch Funktionen

<sup>2</sup> Es werden jedoch maximal 3000 Einheiten subtrahiert, um den Einfluss von Fehlern bei der Anpassung zu beschränken.

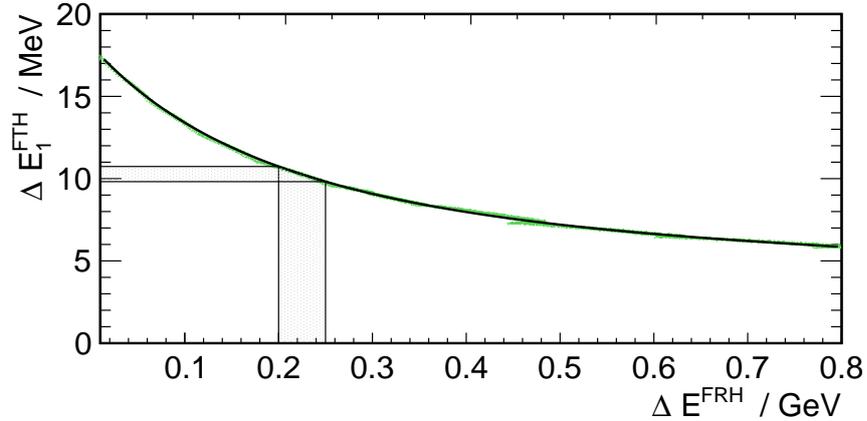


Abbildung 4.4.: Simulierter Verlauf der deponierten Energie in der ersten Lage des Forward Trigger Hodoscopes in Abhängigkeit von der im Forward Range Hodoscope deponierten Energie. Teilchen mit einer Energiedeposition im Forward Range Hodoscope zwischen 200 MeV und 250 MeV deponieren fast identische Energien im Forward Trigger Hodoscope.

$f_{\text{sim}}^{\ell}(\Delta E^{\text{FRH}})$  beschreiben, welche als Kehrwert eines Polynoms vierten Grades angenommen werden:

$$f_{\text{sim}}^{\ell}(\Delta E^{\text{FRH}}) = \left( \sum_{i=0}^4 c_i \cdot (\Delta E^{\text{FRH}})^i \right)^{-1}. \quad (4.2)$$

### 4.3. Korrektur der Nicht-Uniformität

Wie auch beim Forward Range Hodoscope tritt eine Abhängigkeit der Energiemessung vom Polarwinkel des gestreuten Teilchens auf, die Nicht-Uniformität des Detektors. Dieser Effekt wird durch eine entsprechende Kalibrierungsfunktion  $f_{\text{NU}}(\vartheta)$  korrigiert. In voran gegangenen Strahlzeiten hat sich ein Polynom dritten Grades als sinnvolle Wahl erwiesen. Bei der Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes wurden Teilchen ausgewählt, die – projiziert auf die Strahlachse – dieselbe Energiemenge deponieren wie die minimal ionisierenden Teilchen. Bei der Anwendung auf die  $^3\text{He}$ -Kerne, die weitaus größere Energien deponieren, hat sich jedoch gezeigt, dass die Verteilung einer nachträglichen Korrektur bedarf. Um diese Nachkorrektur zu vermeiden, werden für die Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes  $^3\text{He}$ -Kerne ausgewählt, die sich bereits im passenden Energiebereich befinden. Die in Abbildung 4.4 dargestellte

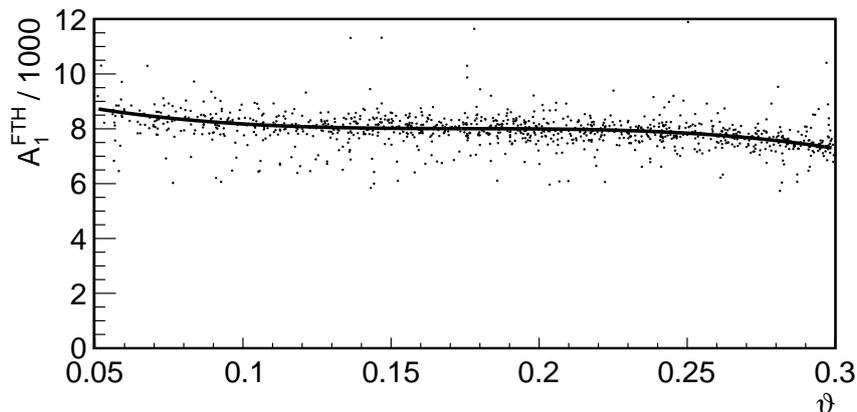


Abbildung 4.5.: Winkelabhängige Verteilung der ADC-Werte für die ausgewählten  $^3\text{He}$ -Kerne. Die Kalibrierungsfunktion wird als Polynom dritten Grades angepasst (Lage 1, Element 6).

Simulation zeigt, dass die  $^3\text{He}$ -Kerne zwischen 6 MeV und 17 MeV in der ersten Lage des Forward Trigger Hodoscopes deponieren. Teilchen, die im Forward Range Hodoscope zwischen 200 MeV und 250 MeV verlieren, deponieren etwa 10 MeV im Forward Trigger Hodoscope, liegen also etwa in der Mitte des relevanten Energiebereichs. Weil diese Teilchen ungefähr dieselbe Energie verlieren, sind unterschiedliche gemessene ADC-Werte nur auf die Nicht-Uniformität zurückzuführen. Werden die ADC-Werte gegen den Polarwinkel  $\vartheta$  aufgetragen, kann die Funktion  $f_{\text{NU}}$  an den Verlauf angepasst werden (siehe Abbildung 4.5). Dabei wird das in Abschnitt 3.3.4 beschriebene LTS-Verfahren angewendet.

Die angepasste Funktion beschreibt den Verlauf der Messpunkte korrekt. Effekte, die bei der Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes durch den hohen Untergrundanteil und die asymmetrischen Verteilungen beobachtet werden konnten, treten nicht auf. Die Gültigkeit der gefundenen Winkelabhängigkeit wird nach der Energiekalibrierung für den gesamten Energiebereich geprüft.

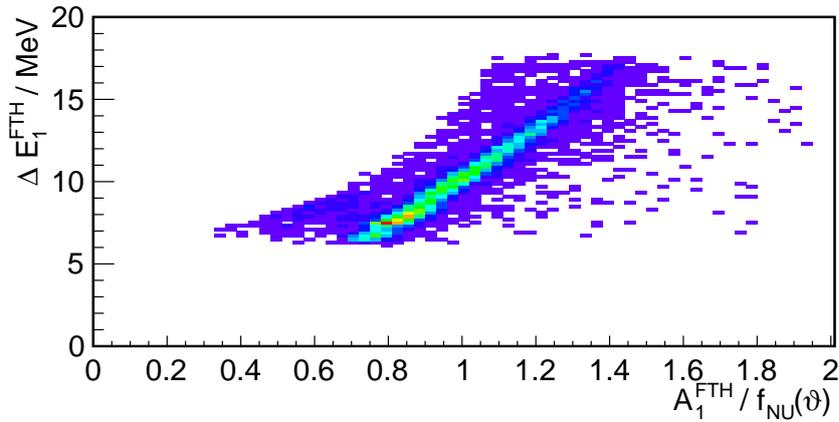


Abbildung 4.6.: Energieabhängiger Verlauf der gemessenen ADC-Werte für das 6. Element der 1. Lage.

#### 4.4. Korrektur der Nicht-Linearität

Nach der Korrektur der Winkelabhängigkeit kann die energieabhängige Kalibrierungsfunktion  $f_{NL}$  bestimmt werden. Nach Gleichung (3.5) gilt:

$$\Delta E_z = f_{NL}(A'_z) \quad \text{mit} \quad (4.3)$$

$$A'_z = \frac{A_z}{f_{NU}(\vartheta)}. \quad (4.4)$$

Abbildung 4.6 zeigt die Verteilung der Daten. Aufgetragen ist der aus der FRH-Energie rekonstruierte Energieverlust  $\Delta E^{FTH} = f_{sim}^\ell(\Delta E^{FRH})$  gegen die winkelkorrigierten ADC-Werte  $A' = \frac{A}{f_{NU}(\vartheta)}$ .

An diese Verteilung wird die Funktion  $f_{NL}$  als Polynom dritten Grades angepasst. Der konstante Koeffizient wird dabei auf Null festgesetzt, damit einem gemessenen ADC-Wert von Null ein Energieverlust von Null zugeordnet wird.

Es werden unterschiedliche Anpassungsverfahren getestet, die LS- bzw. LTS-Methode, das RANSAC-Verfahren und eine Anpassung über Projektionen und Hilfspunkte (Gaußmethode). Die Methoden werden im Folgenden vorgestellt und die Ergebnisse diskutiert.

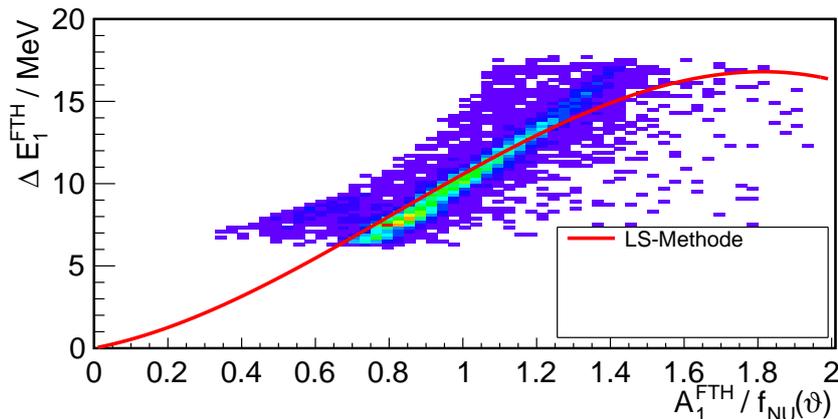


Abbildung 4.7.: An den energieabhängigen Verlauf der gemessenen ADC-Werte wird ein Polynom dritten Grades mit der LS-Methode angepasst. Die Funktion beschreibt die Daten nur unzureichend, insbesondere im Bereich hoher Energien (Lage 1, Element 6).

#### 4.4.1. Die LS-/LTS-Methode

Zur Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes wird ein Polynom dritten Grades gesucht, das die Abhängigkeit der berechneten Energieverluste von den gemessenen ADC-Werten beschreibt. Die bereits bei der Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes vorgestellte Methode der kleinsten Fehlerquadrate (LS: Least Square Fit) ist prinzipiell für eine solche Funktionsanpassung geeignet und wird auf die vorliegenden Daten angewendet. Die gefundene Funktion ist in Abbildung 4.7 eingezeichnet. Sie zeigt Abweichungen vom Verlauf der Daten und eignet sich insbesondere bei hohen Teilchenenergien nicht zur Datenbeschreibung. Eine mögliche Ursache für den nicht korrekten Kurvenverlauf ist das Vorhandensein von Ausreißern und die insgesamt breite Verteilung der Datenpunkte. Zur Anpassung von Datensätzen mit Ausreißern wurde in Kapitel 3.3.4 die Methode der begrenzten Summe der Abstandsquadrate (LTS: Least Trimmed Square Fit) vorgestellt und erfolgreich angewendet. Auf die Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes übertragen führt die LTS-Methode jedoch nicht zu einem besseren Ergebnis als die LS-Methode. Bei einer Fixierung des ersten Kalibrierungsparameters auf den Wert Null kann keine Konvergenz gefunden werden. Wird der Parameter als variabel zugelassen, ergibt sich der in Abbildung 4.8 gezeigte Verlauf.

Der Verlauf der Daten wird auf einem großen Energiebereich besser beschrieben als mit dem Polynom, das mit der LS-Methode gefunden wurde. Für  $A'$ -Werte kleiner

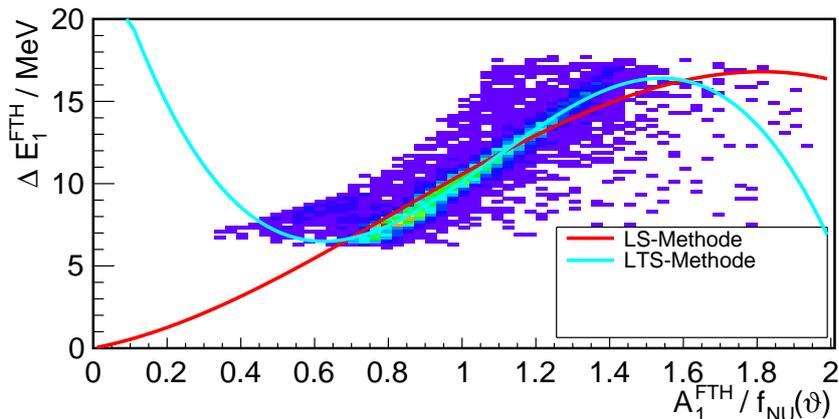


Abbildung 4.8.: Zusätzlich zur LS-Methode wird die LTS-Methode zur Polynom Anpassung getestet ( $h_{\text{rel}} = 60\%$ ). Die Bereiche mit negativer Steigung sind unphysikalisch, sodass sich Polynom nicht als Kalibrierungsfunktion eignet. Auch andere Werte für den relativen Anteil  $h_{\text{rel}}$  korrelierter Daten verbessern das Ergebnis nicht (Lage 1, Element 6).

als 0,7 und größer als 1,5 weist die Funktion jedoch eine starke Krümmung und sogar eine negative Steigung auf. Dieses Verhalten der Kalibrierungsfunktion ist jedoch unphysikalisch. Da verschiedene  $A'$ -Werte zu gleichen rekonstruierten Energiedepositionen führten, würde dies bedeuten, dass während der Messung Teilchen gleiche Energiemengen deponieren, der Detektor aber unterschiedliche Messwerte ausgibt. Eine Messung ist aber nur möglich, wenn dieser Zusammenhang eindeutig ist. Außerdem würden bei Anwendung dieser Kalibrierungsfunktion die höchsten Energiendeponierungen bei Teilchen rekonstruiert, die nur ein kleines Signal auslösen. Das Ergebnis der LTS-Methode kann aus diesen Gründen verworfen werden.

#### 4.4.2. Das RANSAC-Verfahren

Eine weitere Methode zum Anpassen von Datensätzen mit Ausreißern stellt das RANSAC-Verfahren dar, das in Kapitel 3.4.5 ausführlich vorgestellt wurde. Das RANSAC- und das LTS-Verfahren unterscheiden sich hauptsächlich im Entscheidungskriterium, welche Punkte als Ausreißer erkannt werden. Bei der LTS-Methode wird der vermutete Anteil der korrelierten Daten vorgegeben, während bei RANSAC eine Obergrenze für das Abstandsquadrat vorgegeben wird. Ein Vergleich der Polynome, die mit den unterschiedlichen Methoden gefunden worden sind, ist in Abbildung 4.9 dargestellt. Bei

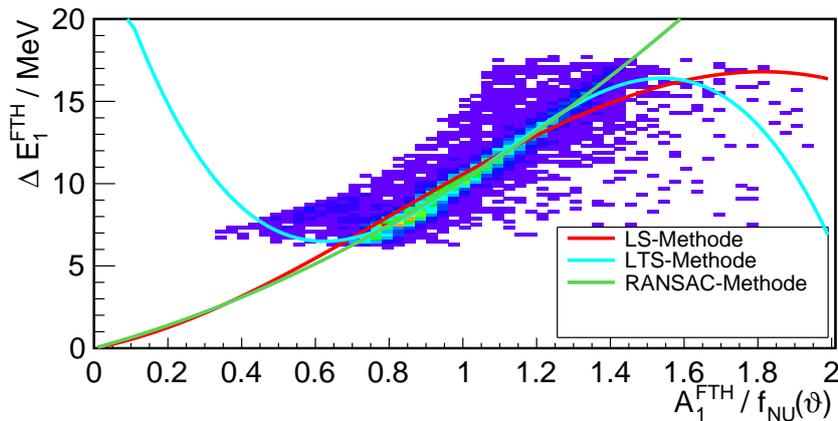


Abbildung 4.9.: Das RANSAC-Verfahren ermöglicht die Anpassung einer Funktion, die den Verlauf der Daten über den gesamten Energiebereich beschreibt und ist dem LS- und dem LTS-Verfahren vorzuziehen (Lage 1, Element 6).

der RANSAC-Methode können einzelne Funktionsparameter fixiert werden, sodass ein Funktionsverlauf durch den Ursprung gewährleistet werden kann.

Das angepasste Polynom beschreibt den Verlauf der Daten auf dem gesamten Energiebereich optimal und zeigt auch in Energiebereichen, in denen keine Daten vorliegen einen Verlauf ohne starke Krümmungen. Durch die Festlegung des ersten Funktionsparameters auf den Wert Null weist die Funktion keine Nullpunktverschiebung auf. Das RANSAC-Verfahren eignet sich somit zur Bestimmung der Kalibrierungsfunktionen.

### 4.4.3. Die Gaußmethode

Zur Bestimmung der Winkelkorrektur für das Forward Range Hodoscope wurde als ein mögliches Verfahren zur Polynomanpassung die Gaußmethode vorgestellt, die auf Grund der geringen Anzahl der minimal ionisierenden Teilchen nicht mit der LTS-Methode konkurrieren konnte. Für die Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscope werden die gemessenen  $^3\text{He}$ -Teilchen untersucht, die eine weitaus größere Datenmenge darstellen. Die Gaußmethode ist wegen der höheren Statistik zur Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes besser geeignet und wird in diesem Fall als Alternative zur RANSAC-Methode getestet.

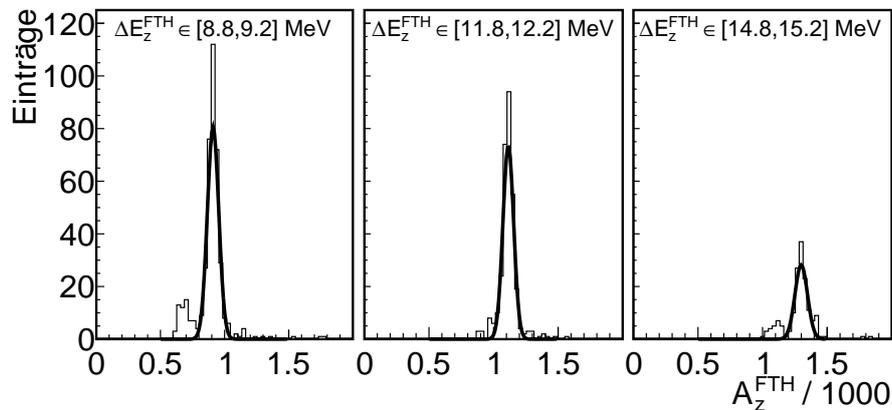


Abbildung 4.10.: Für die Gauß-Methode werden Projektionen auf die Abszisse erstellt und Gaußfunktionen angepasst (Lage 1, Element 6).

Dazu wird die Abszisse von Abbildung 4.9 gleichmäßig in 50 Intervalle eingeteilt und zu jedem Intervall eine Projektion auf die Ordinate gebildet. Enthält eine solche Projektion zehn oder mehr Einträge, wird sie durch eine Gaußfunktion angepasst. Exemplarisch sind drei Projektionen und die zugehörigen Gaußfunktionen in Abbildung 4.10 gezeigt.

Aus jeder Projektion wird ein Hilfspunkt konstruiert. Als Abszissenwert wird die Mitte des entsprechenden Intervalls gewählt und als Unsicherheit die Intervallbreite dividiert durch  $\sqrt{12}$ . Der Mittelwert der Gaußkurve wird als Ordinatenwert mit entsprechender Unsicherheit übernommen. Projektionen, die weniger als zehn Einträge enthalten, werden für die weitere Analyse nicht beachtet. Das Polynom dritten Grades wird an die Menge der Hilfspunkte angepasst und ist in Abbildung 4.11 dargestellt. Bei diesem exemplarisch ausgewählten Detektorelement unterscheiden sich die Polynome, die durch die RANSAC- und die Gauß-Methode gefunden werden, nur geringfügig.

#### 4.4.4. Wahl der Anpassungsmethode

Der Vergleich (s. Abbildung 4.11) der Methoden zur Anpassung eines Polynoms an den gegebenen Datensatz zeigt, dass mit der RANSAC- und der Gauß-Methode die besten Resultate erzielt werden können. Die Anpassung der LS-Methode wird stark durch Ausreißer verfälscht und auch die LTS-Methode führt zu einer Funktion, die die Daten nicht korrekt beschreiben kann. Der Vergleich der Methoden bei verschiedenen

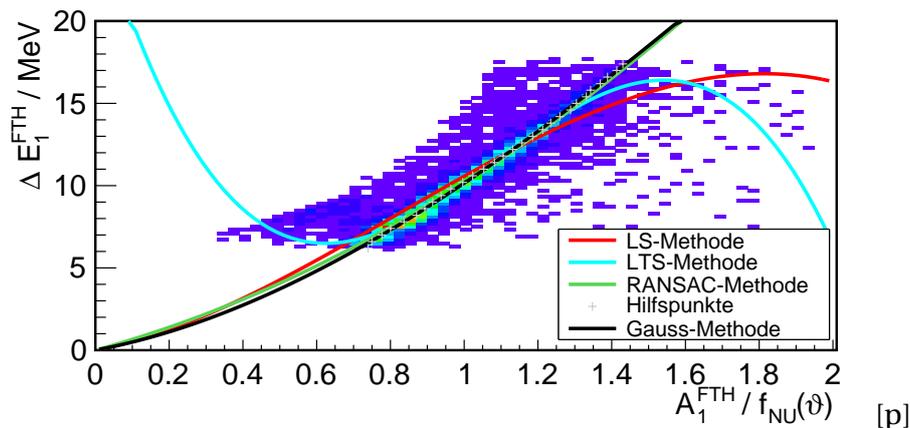


Abbildung 4.11.: Aus den Gaußanpassungen der Projektionen sind Hilfspunkte erstellt worden, an die mit der LS-Methode ein Polynom angepasst wird. Das Polynom deckt sich größtenteils mit der Funktion, die durch die RANSAC-Methode gefunden worden ist (Lage 1, Element 6).

Detektorelementen zeigt, dass die Gauß-Methode zuverlässig optimale Polynome anpasst und etwas besser geeignet ist als die RANSAC-Methode. Abbildung 4.12 zeigt ein Beispiel, bei dem das mit der RANSAC-Methode gefundene Polynom den Datenverlauf nicht optimal beschreibt.

Die Gaußmethode wird daher zur Kalibrierung aller Elemente des Forward Trigger Hodoscopes verwendet. Das gezeigte Beispiel behandelt ein Element der ersten Lage. Die Elemente der beiden hinteren Lagen lassen sich jedoch analog kalibrieren, da die Energierekonstruktion nach derselben Vorschrift nach Gleichung (4.1) durchgeführt wird.

## 4.5. Kontrolle der Winkelkalibrierung

Die Winkelkalibrierung ist nur für Teilchen durchgeführt worden, die sich in einem schmalen Energiebereich befinden, während die nachfolgende Energiekalibrierung zunächst nur für einen eingeschränkten Winkelbereich gültig ist. Es wird nun überprüft, ob die gefundenen Kalibrierungsfunktionen auf den gesamten Winkelbereich des Vorwärtsdetektors sowie auf den Energiebereich, der von den  $^3\text{He}$ -Teilchen abgedeckt wird, übertragen werden können. Der Winkelbereich wird in acht Intervalle aufgeteilt und die gemessenen Daten werden in diese separiert. Für jedes Winkelinter-

#### 4. Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes

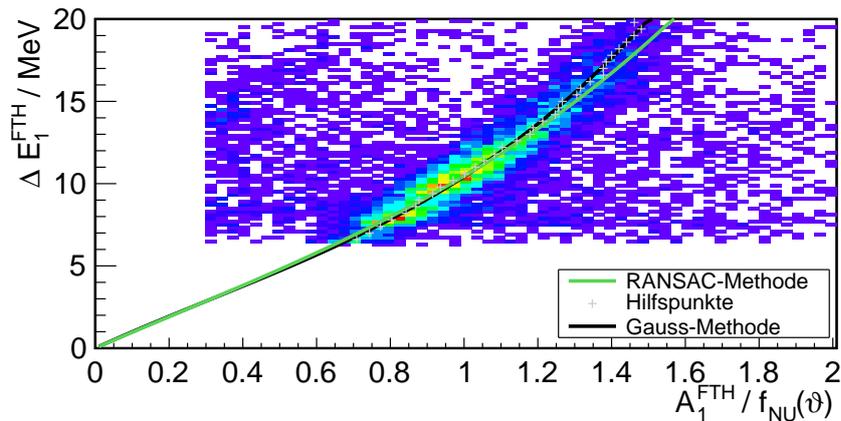


Abbildung 4.12.: Verlauf der gemessenen Daten für das 1. Detektorelement der 2. Lage und die Polynome, die mit der RANSAC- und der Gauß-Methode bestimmt worden sind. Die Gauß-Methode führt zu einer besseren Datenbeschreibung.

vall wird der nun kalibrierte Energieverlust im Forward Trigger Hodoscope gegen die Energiedeponierung im Forward Range Hodoscope zusammen mit dem simulierten Verlauf aufgetragen. Unkorrekte Kalibrierungsfunktionen würden zu Abweichungen zwischen dem Verlauf der kalibrierten Messdaten und der Theoriekurve führen. Abbildung 4.13 zeigt die Diagramme für alle acht Winkelintervalle und für den gesamten Winkelbereich.

In jedem der gezeigten Diagrammen folgen die kalibrierten Daten dem simulierten Verlauf, sodass auf eine korrekte Bestimmung der Kalibrierungsfunktionen geschlossen werden kann. Eine Nachkalibrierung wie im Fall der Forward Range Hodoscope-Kalibrierung ist nicht notwendig. Dies kann dadurch erklärt werden, dass die Winkelkorrektur für das Forward Trigger Hodoscope an  $^3\text{He}$ -Teilchen mit mittleren Energien durchgeführt wird, während beim Forward Range Hodoscope von den minimal ionisierenden Teilchen mit sehr geringen Energieverlusten auf die Energien der  $^3\text{He}$ -Teilchen extrapoliert werden muss.

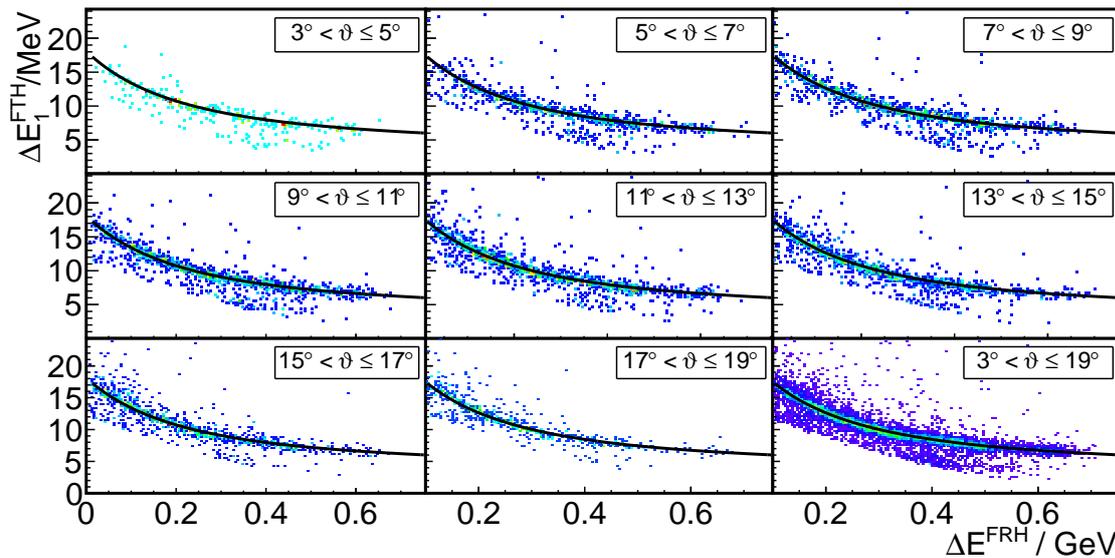


Abbildung 4.13.: Die Anwendung der Kalibrierungsfunktionen zeigt in allen Polarwinkelbereichen eine Übereinstimmung der gemessenen mit den simulierten Energiebändern. Das Diagramm unten rechts zeigt den gesamten Winkelbereich (Lage 1, Element 6).

## 4.6. Zusammenfassung der Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes

Abbildung 4.14 zeigt die Auswirkung der verschiedenen Kalibrierungsschritte auf die gemessenen Daten. Aufgetragen ist jeweils die Energiedeponierung im Forward Trigger Hodoscope gegen diejenige im Forward Range Hodoscope. Zusätzlich ist der simulierte Verlauf eingezeichnet. Es werden die Daten in allen Winkel- und Energiebereichen verwendet. Im ersten Diagramm ist noch keine Kalibrierung vorgenommen, lediglich eine Skalierung mit einem konstanten Faktor wurde angewendet. Das Energieverlustband ist sehr weit ausgeschmiert und stimmt nicht mit dem theoretischen Verlauf überein. Das zweite Diagramm zeigt nach der Winkelkorrektur ein deutlich schmaleres Band, das jedoch weiterhin nicht mit den Simulationen übereinstimmt. Das dritte Diagramm zeigt die Daten nach Anwendung der Winkel- und der Energiekorrektur. Das Energieband ist schmal und stimmt mit dem erwarteten Verlauf überein.

Die vorgestellten Kalibrierungsschritte werden mit einem Programm durchgeführt, das ein zuverlässiges Werkzeug zur Energiekalibrierung des Forward Trigger Hodosco-

#### 4. Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes

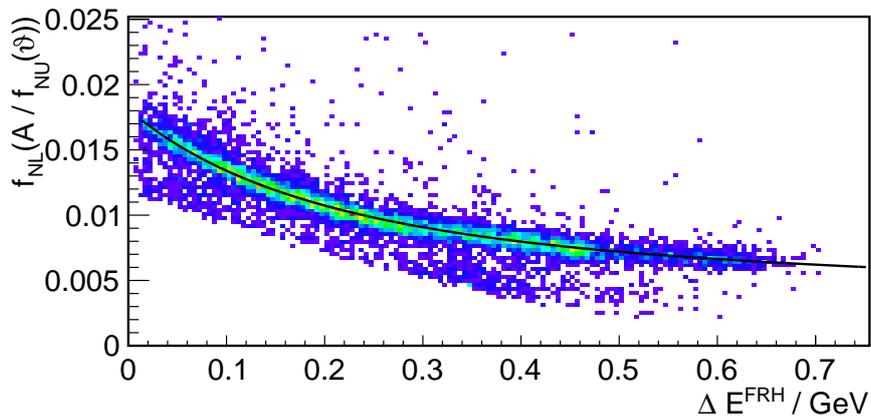
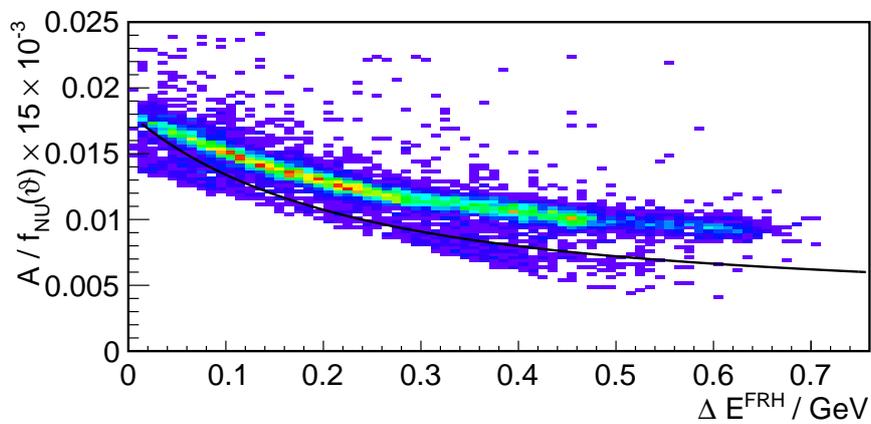
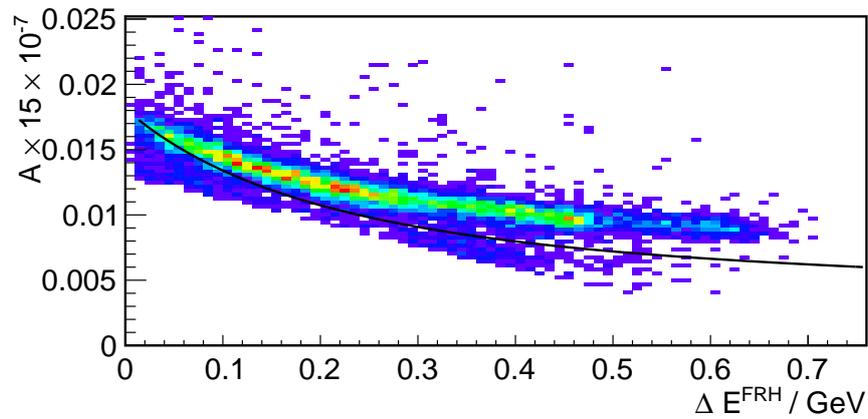


Abbildung 4.14.: Das Energieverlustband vor und nach den Kalibrierungsschritten. In den oberen Diagrammen sind die ADC-Werte um einen konstanten Faktor skaliert, um die Unterschiede zum simulierten Verlauf zu verdeutlichen (Lage 1, Element 6).

pes darstellt. Eine Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes und, an die jeweilige Strahlenergie angepasste, grafische Cuts in den Energieverlustdiagrammen vorausgesetzt, sind keine weiteren Anpassungen durch den Benutzer nötig. Die Auswahl der  $^3\text{He}$ -Teilchen erfolgt durch einen automatisierten Cut-Finder und für die Kalibrierungsschritte ist keine manuelle Wahl von Startparametern notwendig. Diagramme, wie in Abbildung 4.13 gezeigt, bieten eine Möglichkeit, die ermittelten Kalibrierungsparameter für jedes Detektorelement zu kontrollieren. Damit können die insgesamt 96 Detektorelemente des Forward Trigger Hodoscopes kalibriert werden.



## 5. Vorsortierung und Datenanalyse

Die in den letzten Kapiteln vorgestellte Kalibrierung dient der späteren Datenanalyse und der Messung des  $\eta'$ -Mesons. Die Energiekalibrierungen des Forward Trigger Hodoscopes und des Forward Range Hodoscopes ermöglichen die Untersuchung der vorwärtsgestreuten  $^3\text{He}$ -Kerne. Auch die Messungen des Zentraldetektors können für die Auswahl und für die Auswertung der gemessenen Ereignisse verwendet werden. Zwei wichtige Methoden zur Analyse kurzlebiger Teilchen, wie des  $\eta'$ -Mesons, werden im Folgenden vorgestellt. Daraufhin werden die Daten vorsortiert sowie erste Analyseschritte und Selektionsbedingungen zur Datenanalyse getestet und diskutiert.

### 5.1. Die Missing Mass und die invariante Masse

Der Viererimpuls fasst die kinematischen Größen Impuls und Energie zusammen, wie in Abschnitt 3.4.1 dargestellt. Beim Übergang zwischen Schwerpunkt- und Laborsystem werden die Größen lorentztransformiert, wobei sich das Betragsquadrat des Viererimpulses

$$|\mathbb{P}|^2 = E^2 - (\vec{p})^2 = m_0^2, \quad (5.1)$$

unter der Transformation des Bezugssystems nicht ändert.

Während einer Reaktion bleibt der Viererimpuls erhalten:

$$\mathbb{P}_a + \mathbb{P}_b = \mathbb{P}_c + \mathbb{P}_d \Rightarrow \mathbb{P}_d = \mathbb{P}_a + \mathbb{P}_b - \mathbb{P}_c. \quad (5.2)$$

Der Viererimpuls von Teilchen d lässt sich somit vollständig rekonstruieren, wenn die Viererimpulse der anderen Teilchen bekannt sind. Mit Gleichung (5.1) ergibt sich die Masse des nicht gemessenen Teilchens zu

$$m_d = |\mathbb{P}_a + \mathbb{P}_b - \mathbb{P}_c|. \quad (5.3)$$

Die Masse und die kinetischen Größen der Teilchen a und b sind durch den Experimentieraufbau sehr genau bekannt. Kann zusätzlich das Teilchen c detektiert und sein Viererimpuls gemessen werden, dann ist dies für die Untersuchung des möglicherweise nicht detektierbaren Ejektils d ausreichend. Im vorliegenden Fall der Reaktion  $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \eta'$  entspricht das schnell zerfallende  $\eta'$ -Meson dem Teilchen d, dessen kinetische Eigenschaften durch die Messung des  ${}^3\text{He}$ -Kernes rekonstruiert werden können. Weil bei diesem Verfahren auf eine nicht gemessene, fehlende Masse rückgeschlossen wird, wird es *Missing-Mass-Methode* genannt.

Die Informationen des  $\eta'$ -Mesons bleiben im System erhalten, auch wenn es zerfällt, bevor es den Detektor erreicht. Die Erhaltung des Viererimpulses gilt ebenso für den Zerfall eines einzelnen Teilchens. Die Summe der Viererimpulse der Zerfallsteilchen ist identisch mit dem Viererimpuls des zerfallenden Teilchens:

$$\sum_{\text{Zerfalls-}} \mathbb{P}_i = \mathbb{P}_d. \quad (5.4)$$

produkte

Diese Gleichung gilt auch, wenn der Zerfall mehrstufig über Zwischenprodukte stattfindet. Das Gesamtsystem der Zerfallsteilchen behält einen Viererimpuls, dessen Betrag der Masse des Teilchens d entspricht. Der Betrag der Viererimpulse der Zerfallsteilchen wird daher als *invariante Masse* bezeichnet. Werden alle Zerfallsteilchen detektiert und ihre Viererimpulse rekonstruiert, können wie bei der Missing-Mass-Methode der Viererimpuls und aus dessen Betrag die Masse des Teilchens d bestimmt werden.

## 5.2. Die Vorsortierung

Es ist vorteilhaft, die Daten vorzusortieren, weil für die Analyse lediglich Reaktionen vom Typ  $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + X$  relevant sind. Eine erste Selektion findet auf der Triggerebene bei der Datenaufnahme statt. Bei den vorliegenden Daten wurde für den Haupttrigger<sup>1</sup> (Trigger 10) je mindestens ein geladenes Teilchen in den Lagen des Forward Window Counter mit hoher Energiedeposition sowie einer durchgängigen Teilchenspür im Forward Window Counter, dem Forward Trigger Hodoscope und dem Forward Range Hodoscope gefordert. Durch diese Auswahlkriterien wird bereits der Untergrundanteil stark reduziert, jedoch erfüllen nicht nur die gesuchten  ${}^3\text{He}$ -Kerne diese Bedingung. Neben dem Haupttrigger sind weitere Trigger aktiviert, die für Kalibrierungs- und Normierungszwecke die Messungen elastisch gestreuter Protonen und Signale des Light Pulser Systems an die Datenaufnahme weiterleiten.

Untergrundsignale können zum einen das Ergebnis der Analyse beeinflussen, zum anderen stellen sie eine große Datenmenge dar, die bei jeder Analyse mitverarbeitet wird. Dies führt zu einem hohen Speicherbedarf und langen Rechenzeiten.

Eine Vorsortierung wird durchgeführt, um die Menge an Untergrunddaten zu reduzieren und für die Analyse irrelevante Datenströme, wie Kalibrierungssignale, von den Messdaten zu trennen. Für die Analyse der Reaktion  $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \eta'$  ist eine Identifikation von  ${}^3\text{He}$ -Teilchen und Trennung von anderen Teilchensorten essentiell.

Die zur Kalibrierung verwendeten Daten waren bereits vorsortiert auf das Energieverlustband der Heliumteilchen und auf hohe Energieverluste in den vorderen Detektorlagen des Vorwärtsdetektors. Der Datensatz enthält aber lediglich einen Teil, nämlich 15 Runs, der zur Verfügung stehenden 117 Runs der Strahlzeit und die Selektion basiert auf einer anderen als der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Energiekalibrierung. Es ist daher von großem Interesse, den gesamten zur Verfügung stehenden Datensatz zu analysieren und eine neue Vorsortierung durchzuführen.

Die neue Vorsortierung verwendet die in dieser Arbeit entwickelte Kalibrierung und wählt nur Ereignisse aus, die den Haupttrigger ausgelöst haben. Desweiteren wird eine Energiedeposition von jeweils mindestens 1 MeV in der ersten Lage des Forward Trigger Hodoscopes und der ersten Lage des Forward Range Hodoscopes gefordert

<sup>1</sup> Eintrag in der Trigger Table: fwHea1 | fwHeb1 | fHedwr1 [Was]

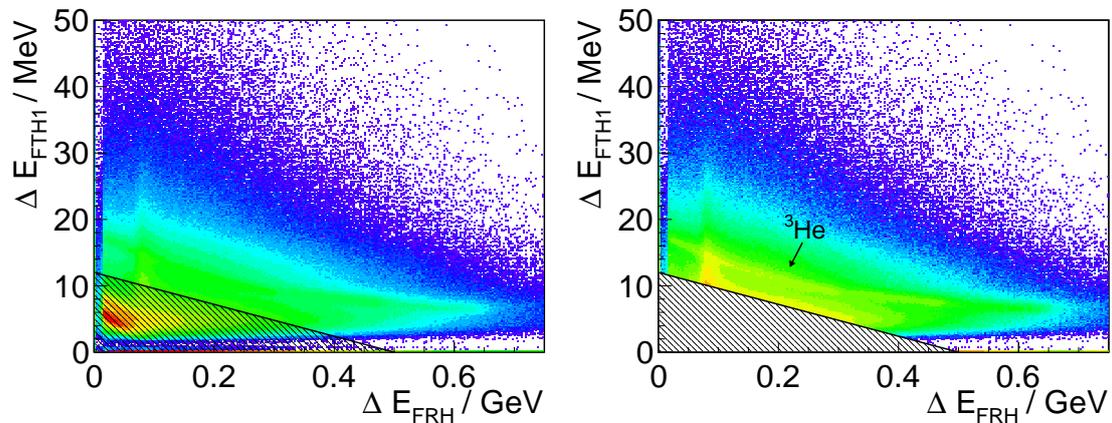


Abbildung 5.1.: Energieverlust geladener Teilchen in der ersten Lage des Forward Trigger Hodoscopes gegen den gesamten Energieverlust im Forward Range Hodoscope. Gezeigt sind die Daten eines Teildatensatz aus 12 von 117 verfügbaren Runs. Die Farbskala ist logarithmisch. Die Gerade (Parameter im Anhang Tabelle A.2) markiert den bei der Vorsortierung angewendete Trennung von Untergrundteilchen, die im schraffierten Bereich liegen.

sowie eine Energiedeponierung von jeweils weniger als 1 MeV in der vierten und fünften Lage. Dadurch werden nur Teilchen akzeptiert, die das Forward Range Hodoscope erreichen und vor der vierten Lage gestoppt werden. Teilchen, die das 17., 23. oder 24. Detektorelement treffen, werden wegen der in Kapitel 3.6 beschriebenen mangelnden Akzeptanz nicht für die spätere Analyse übernommen. Abbildung 5.1 zeigt den Energieverlust in der ersten Lage des Forward Trigger Hodoscopes und im gesamten Forward Range Hodoscope für alle vorwärts gestreuten, geladenen Teilchen von Ereignissen, die die oben genannten Bedingungen erfüllen. Während  $^3\text{He}$ -Kerne in einem schmalen Band bei hohen FTH-Energien erwartet werden (s. Abbildung 4.4), enthält das Diagramm eine Vielzahl von Teilchen im unteren Energiebereich. Dies sind unter anderem die minimal ionisierenden Teilchen, die für die Kalibrierung genutzt worden sind, nicht aber für die Datenanalyse ausgewertet werden müssen. Zur Trennung wird eine Gerade definiert, die das Helium-Band von den Untergrundteilchen trennt. Diese Auswahl wird zur Vorsortierung in der Art angewendet, dass nur Ereignisse beibehalten werden, die wenigstens ein geladenes Teilchen oberhalb der Geraden enthalten.

## 5.3. Die Datenanalyse

Die vorsortierten Daten werden analysiert mit dem Ziel, Mesonen, insbesondere  $\eta'$ -Mesonen, nachzuweisen. Die Untersuchung stützt sich auf die Analyse der im Vorwärtsdetektor gemessenen  ${}^3\text{He}$ -Teilchen mit der Missing-Mass-Methode. Nach Gleichung (5.3) berechnet sich die Missing Mass der  ${}^3\text{He}$ -Teilchen gemäß

$$m_{MM} = |\mathbb{P}_p + \mathbb{P}_d - \mathbb{P}_{{}^3\text{He}}|. \quad (5.5)$$

Zur Identifikation von Reaktionen, bei denen die gesuchten Mesonen entstanden sind, werden unterschiedliche Selektionsbedingungen vorgestellt, die Untergrundreaktionen herausfiltern. Dazu werden die spezifischen Energieverluste der  ${}^3\text{He}$ -Teilchen sowie die Reaktionscharakteristik der  $\eta'$ -Mesonen in die Analyse einbezogen.

### 5.3.1. Auswahl der ${}^3\text{He}$ -Kerne im Forward Range Hodoscope

Zusätzlich zu den Auswahlkriterien, die während der Vorsortierung angewendet worden sind, wird in der Analyse eine engere Eingrenzung möglicher  ${}^3\text{He}$ -Kandidaten verwendet. Pro Ereignis wird jeweils mindestens ein geladenes Teilchen gefordert, das in den ersten sechs Lagen des Vorwärtsdetektors jeweils eine Energiedeposition von mindestens 1 MeV aufweist, um nur Teilchen mit durchgängig rekonstruierter Spur zu analysieren.

Existieren in einem Ereignis mehrere Teilchen, die die beschriebenen Bedingungen erfüllen, wird dasjenige ausgewählt, das die größte kinetische Energie aufweist. Neben den  ${}^3\text{He}$ -Teilchen können auch Pionen den Vorwärtsdetektor erreichen und unter Umständen die Auswahlbedingungen erfüllen. Nach der Bethe-Bloch-Gleichung (3.2) weisen sie jedoch einen deutlich geringeren Energieverlust pro Strecke auf als die  ${}^3\text{He}$ -Kerne. Wegen des Vetos der vierten und fünften Lage des Forward Range Hodoscopes Auf Grund ihrer geringen Masse ist ihre Energie jedoch deutlich kleiner als die der  ${}^3\text{He}$ -Kerne. Minimal ionisierende Teilchen sind durch das Veto der vierten und fünften Lage des Forward Range Hodoscopes bereits aussortiert.

In der Vorsortierung ist ein grafischer Cut für den Zusammenhang zwischen Forward Trigger Hodoscope-Energie und Forward Range Hodoscope-Energie verwendet worden.

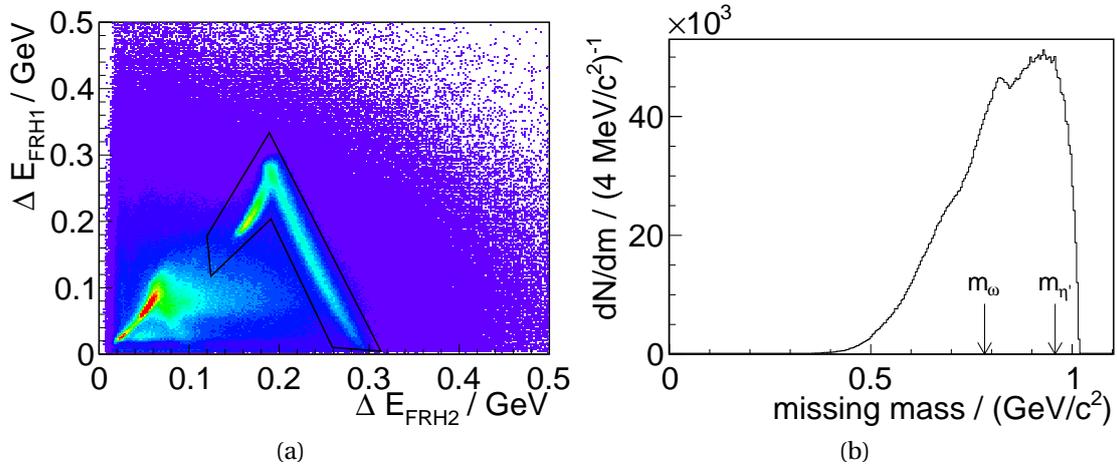


Abbildung 5.2.: a) Die Verteilung der  $^3\text{He}$ -Kandidaten, die die Forderungen in der Vorsortierung erfüllen und eine durchgängige Spur durch die ersten Lagen des Detektors bis zur zweiten Lage des Forward Range Hodoscopes besitzen. Das Energieband der  $^3\text{He}$ -Kerne ist deutlich zu erkennen. Bei geringen Energieverlusten sind andere Teilchen zu sehen. Ein grafischer Cut um das  $^3\text{He}$ -Band ist eingezeichnet (Parameter im Anhang Tabelle A.2).

b) Das Missing-Mass-Spektrum nach Anwendung dieses Cuts wird durch eine breite Verteilung aus der Mehrpionenproduktion dominiert. Ein Peak in der Nähe der Masse des  $\omega$ -Mesons ist sichtbar.

Zusätzlich wird nun ein Cut angewendet, der nur auf Teilchen wirkt, die mindestens die zweite Lage erreichen. Im Diagramm, das die Energiedepositionen in den ersten beiden Lagen des Forward Range Hodoscopes zeigt, werden nur Teilchen akzeptiert, die in einem schmalen Bereich um das  $^3\text{He}$ -Band verteilt sind. Dieser Cut ist in Abbildung 5.2a eingezeichnet. Geladene Teilchen, die in der ersten Lage gestoppt werden, sind von dieser Auswahl ausgenommen und werden alle als mögliche  $^3\text{He}$ -Kandidaten akzeptiert. Dieser grafische Cut wird in den folgenden Untersuchungen beibehalten.

Nach Anwendung der bisher beschriebenen Auswahlbedingungen wird für die  $^3\text{He}$ -Kandidaten ein Missing-Mass-Spektrum erstellt, das in Abbildung 5.2b dargestellt ist. Es wird dominiert von einer kontinuierlichen Verteilung, die sich aus dem Mehrpionenuntergrund ergibt. Bei dieser direkten Pionenproduktion entsteht neben dem  $^3\text{He}$  eine Kombination aus zwei oder mehr Pionen. Da es sich hierbei nicht um Reaktio-

nen mit nur zwei Ejektilen im Ausgangskanal handelt, ist das Missing-Mass-Spektrum kontinuierlich.

Überlagert wird das Untergrundspektrum von einem Peak bei etwa 815 MeV, der mit dem  $\omega$ -Meson ( $m_\omega = (782,65 \pm 0,12) \text{ MeV}$ , [Pdg]) identifiziert werden kann. Der Unterschied zwischen der Peakposition und der Masse des  $\omega$ -Mesons kann zum einen auf die fehlende Beschreibung des Untergrundes, zum anderen auf eine noch nicht optimale Feinkalibrierung zurückzuführen sein. In früheren Analysen wurden häufig trotz guter Detektorkalibrierung eine Verschiebung der Missing-Mass-Positionen beobachtet, die durch eine winkel- und impulsabhängige Feinkalibrierung korrigiert werden kann (vgl. dazu [Pas10]). Auf Grund des geringen Signal-zu-Untergrundverhältnisses der  $\omega$ - und  $\eta'$ -Produktion ist diese Feinkalibrierung in diesem Stadium der Analyse nicht möglich. Der Peak für das  $\eta'$ -Meson wird bei seiner Masse  $m_{\eta'} = 957,78 \pm 0,06 \text{ MeV}$ , [Pdg], erwartet. In dieser Massenregion befindet sich gerade das Maximum der Untergrundverteilung und mehrere Fluktuationen sind erkennbar. Ein  $\eta'$ -Peak kann daher nicht identifiziert werden.

### 5.3.2. Engere Auswahl im Forward Trigger Hodoscope

Die Teilchen, die die zweite Lage des Forward Range Hodoscope erreichen, werden durch den vorherigen Cut sortiert und es werden nur Teilchen innerhalb des Heliumbandes akzeptiert. Die Teilchen, die bereits in der ersten Lage stoppen, sind für diese Auswahl nicht zugänglich und werden lediglich in der Vorsortierung durch den Cut auf die FTH-Energie selektiert, der sehr weit gefasst ist. Als zusätzliche Auswahl wird ein engerer Schnitt um das Heliumband in den Energien im Forward Trigger Hodoscope und im Forward Range Hodoscope eingesetzt. Dieser Cut und das zugehörige Missing-Mass-Spektrum sind in Abbildung 5.3 gezeigt.

Im Energiediagramm Abbildung 5.3a ist das Helium-Band deutlich erkennbar und wird durch den eingezeichneten grafischen Cut weiter vom Untergrund separiert. Im Missing-Mass-Spektrum Abbildung 5.3b zeigt sich eine Verbesserung der Auflösung des  $\omega$ -Peaks. Auch dieser Cut wird im Folgenden beibehalten.

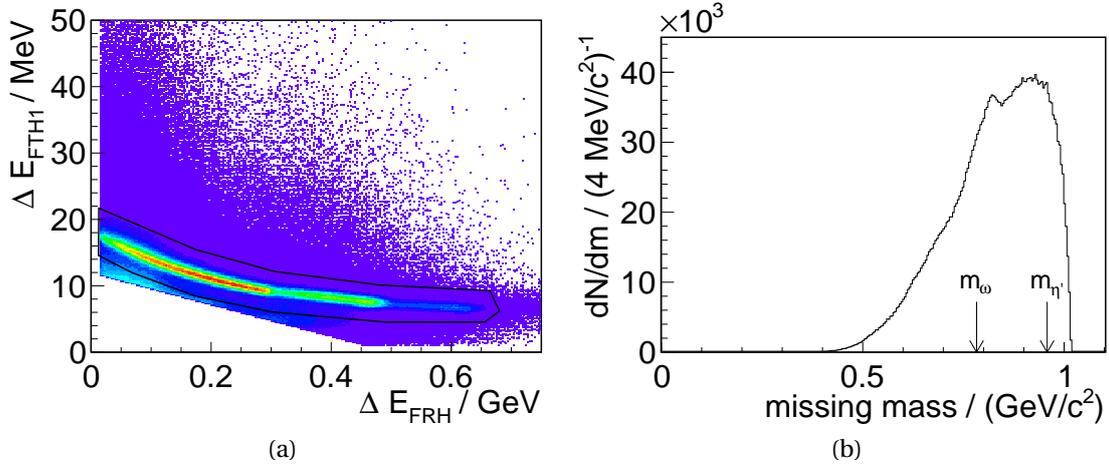


Abbildung 5.3.: a) Im Energieverlustdiagramm für die erste Lage des Forward Trigger Hodoscopes und die erste Lage des Forward Range Hodoscopes ist das Heliumband deutlich zu erkennen. Zusätzlich zur Auswahl in der Vorsortierung wird ein engerer grafischer Cut definiert (Parameter im Anhang Tabelle A.2).

b) Spektrum der Missing Mass nach Anwendung dieses Cuts.

### 5.3.3. Invariante Masse der Photonen

Die bisherigen Auswahlkriterien grenzen die Wahrscheinlichkeit ein, dass ein Teilchen im Vorwärtsdetektor fälschlicherweise als  ${}^3\text{He}$ -Kern identifiziert wird. Sie können somit nur Reaktionen danach trennen, ob ein  ${}^3\text{He}$ -Teilchen entstanden ist oder nicht. Der größte Teil des Untergrundes im Missing-Mass-Spektrum wird jedoch durch die Mehrpionenreaktionen gebildet. Weil bei diesen Reaktionen ebenfalls  ${}^3\text{He}$ -Teilchen entstehen, können die Selektionsbedingungen diese Reaktionen nicht von den Reaktionen trennen, bei denen  $\eta'$ -Mesonen entstehen, deren Untersuchung Ziel der Datenanalyse darstellt. Zur Identifikation der  $\eta'$ -Ereignisse wird deshalb die Zerfallscharakteristik des  $\eta'$ -Mesons ausgenutzt. Das Meson besitzt verschiedene Zerfallskanäle. Die häufigste Reaktion bildet der Zerfall in ein  $\eta$ -Meson und ein Pionenpaar nach [Pdg] gemäß

$$\eta' \rightarrow \eta + \pi + \pi \quad 65\%. \quad (5.6)$$

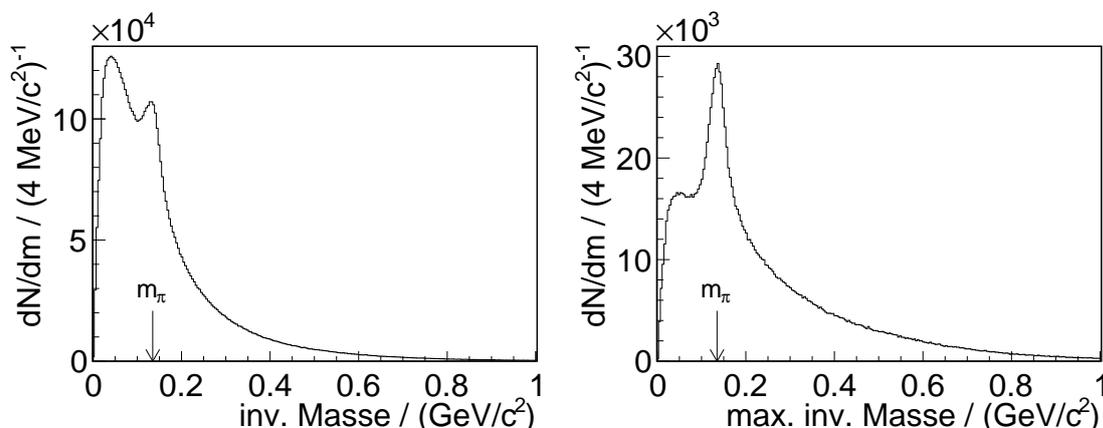


Abbildung 5.4.: Spektren der invarianten Massen von Photonenpaaren. Links: Die invariante Masse für jedes mögliche Paar ist eingetragen. Rechts: Für jedes Ereignis ist lediglich der größtmögliche Wert eingetragen.

Das leichtere  $\eta$ -Meson zerfällt weiter. Die wahrscheinlichste Reaktion ist die Bildung von zwei Photonen [Pdg] gemäß



Aus 25,5% der während des Experiments entstandenen  $\eta'$ -Mesonen gehen somit Photonensepaare hervor, die aus dem  $\eta$ -Zerfall stammen und deren invariante Masse der  $\eta$ -Masse von  $m_\eta = 547,853 \pm 0,024 \text{ MeV}$  [Pdg] entspricht.

Basierend auf dieser Überlegung bietet sich eine Selektion im Spektrum der invarianten Massen der im Zentraldetektor gemessenen Photonensepaare an. Das Spektrum der invarianten Massen ist in Abbildung 5.4a gezeigt. Es wird von einem kombinatorischen Untergrund dominiert. Ein Peak bei der Pionenmasse ( $m_{\pi^0} = 134,9766 \pm 0,0006 \text{ MeV}$  [Pdg]) hebt sich deutlich von diesem Untergrund ab, während bei der  $\eta$ -Masse keine Überhöhung erkennbar ist. Der kombinatorische Untergrund ist durch Ereignisse zu erklären, bei denen mehr als zwei Photonen detektiert worden sind. In das Spektrum ist die invariante Masse jeder möglichen Kombination aus je zwei Photonen eingetragen unabhängig davon, ob sie tatsächlich physikalisch als Photonensepaar erzeugt worden sind. Dieser Untergrund kann reduziert werden, indem nur jeweils die maximale invariante Masse aufgetragen wird, die sich durch die Kombinationen ermöglichen lässt. Findet tatsächlich ein  $\eta'$ -Zerfall über ein  $\eta$ -Meson zu einem Photonensepaar statt,

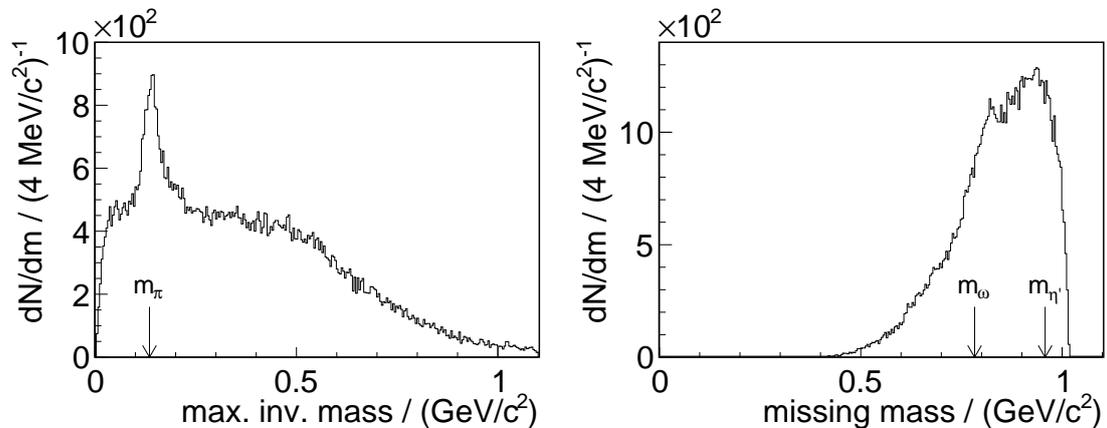


Abbildung 5.5.: Spektrum der maximalen invarianten Massen der Photonen und Missing-Mass-Spektrum nach der Forderung zweier Photonen mit Energien von jeweils mindestens 230 MeV.

so hat dieses Paar eine höhere invariante Masse, als beispielsweise die Paare, die durch den Zerfall der Pionen hervorgehen. Das so erzeugte Spektrum ist in Abbildung 5.4b dargestellt. Der Pionenpeak ist nun deutlich zu erkennen, bei der  $\eta$ -Masse ist jedoch weiterhin kein Peak zu beobachten. Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Photonen, die beispielsweise aus unterschiedlichen Pionen entstanden sind, zusammen eine sehr große invariante Masse aufweisen ist verglichen mit der  $\eta$ - und der  $\eta'$ -Produktion so groß, dass der Untergrund weiterhin überwiegt.

Anstatt einer Selektion auf die invariante Masse von Photonenpaaren wird daher lediglich an die Energie der gemessenen Photonen eine Bedingung geknüpft. Es werden nur Ereignisse weiter analysiert, bei denen die beiden höchstenergetischen Photonen jeweils eine Energie von mindestens 230 MeV besitzen. Andere Ereignisse werden als Untergrundreaktionen betrachtet und nicht weiter analysiert.

Abbildung 5.5a zeigt die Verteilung der jeweils größten invarianten Massen von Photonenpaaren nach dieser Selektion und Abbildung 5.5b die Auswirkungen auf das Missing-Mass-Spektrum. Im Spektrum der maximalen invarianten Massen ist der Anteil kleiner invarianten Massen unterdrückt, der Pionenpeak ist jedoch weiterhin dominant. Im Bereich der  $\eta$ -Masse ist kein Signal festzustellen.

Auch im Missing-Mass-Spektrum ist eine Verringerung des Anteils kleiner Werte gegenüber dem Spektrum vor Anwendung des Cuts zu beobachten (vgl. Abbildung 5.3).

Im Bereich der  $\eta'$ -Masse sind schmale Überhöhungen zu erkennen, die jedoch nicht signifikant gegenüber den statistischen Schwankungen des Untergrundes sind. Der  $\omega$ -Peak ist verglichen mit dem Spektrum ohne die Photonenauswahl deutlich kleiner. Dies lässt sich durch das Reaktionsverhalten dieses Mesons erklären, das nicht direkt in zwei Photonen zerfällt, sondern zu  $(89,2 \pm 0,7) \%$  gemäß  $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$  [Pdg]. Das entstehende neutrale Pion zerfällt hauptsächlich in zwei Photonen, die jedoch teilweise durch den angewendeten Cut aussortiert werden.

#### 5.3.4. Winkelbereich im Schwerpunktsystem

Untersuchungen der Reaktion  $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \eta'$  am Experiment COSY-11 haben gezeigt, dass das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis abhängig vom Polarwinkel  $\vartheta^{\text{cm}}$  der gestreuten  ${}^3\text{He}$ -Teilchen im Schwerpunktsystem ist. Ein hohes Verhältnis konnte im Bereich

$$-0,6 < \cos \vartheta^{\text{cm}} < +0,6 \quad (5.8)$$

beobachtet werden [TAK04].

Der vorliegende Datensatz wird daher auf diesen Winkelbereich beschränkt, während die zuvor beschriebenen Selektionsbedingungen beibehalten werden. Das resultierende Spektrum der maximalen invarianten Massen der Photonen und das Missing-Mass-Spektrum sind in Abbildung 5.6 gezeigt. In beiden Darstellungen ist eine Unterdrückung kleiner Massenbereiche zu erkennen. Im Spektrum der invarianten Massen bildet sich im Bereich der  $\eta$ -Masse eine breite Überhöhung, die jedoch nicht eindeutig vom Untergrund zu trennen ist. Im Missing-Mass-Spektrum sind keine signifikanten Peaks vorhanden.

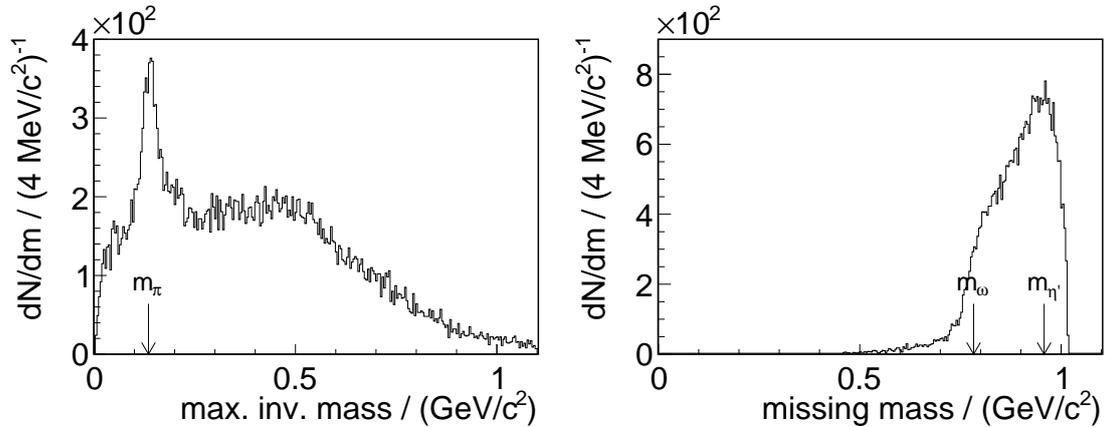


Abbildung 5.6.: Spektrum der maximalen invarianten Massen der Photonen (links) und das Missing-Mass-Spektrum der  $^3\text{He}$  nach Beschränkung des Streuwinkels im Schwerpunktsystem.

## 5.4. Zusammenfassung der Analyseschritte und Ausblick

Die vorgestellten Selektionsbedingungen können das  $\eta'$ -Meson im Missing-Mass-Spektrum nicht nachweisen. Die größte Herausforderung stellt der im Vergleich zu den Mehrpionenreaktionen sehr geringe Wirkungsquerschnitt der Reaktion



dar. Zur Untergrundreduzierung wurden zunächst verbesserte Unterscheidungskriterien zwischen  $^3\text{He}$ -Kernen und anderen Teilchen im Vorwärtsdetektor vorgestellt, die die Energieverlustbänder in Abhängigkeit der verschiedenen Detektorlagen isolieren. Daraufhin wurde ein Zerfallskanal des  $\eta'$ -Mesons zur Identifizierung untersucht und eine Selektion anhand der Photonenenergie getestet. Ein weiterer Ansatz basiert auf der an einem früheren Experiment festgestellten Winkelabhängigkeit der  $\eta'$ -Produktion und der Untergrundreaktionen. Diese vorläufigen Cuts konnten den Nachweis des  $\eta'$ -Mesons in den gemessenen Daten nicht ermöglichen.

Zur nachfolgenden Analyse stehen noch weitere Auswahlkriterien zur Verfügung. Die Flugzeit der  $^3\text{He}$ -Kerne ist ebenfalls sensitiv auf deren Energie und die zeitliche Koinzidenz zwischen Signalen des Vorwärts- und des Zentraldetektors kann den Untergrund

reduzieren. Eine optimierte Kalibrierung des Zentraldetektors ermöglicht eine genauere Messung der Photonenenergie. Dadurch kann die Photonenenergie weiter eingeschränkt werden. Eine Identifizierung von Photonensepaaren aus Pionenzerfällen durch eine erweiterte Untersuchung der invarianten Masse kann den Pionenuntergrund deutlich senken. Zusammen mit einer Messung von Leptonen im Zentraldetektor ist dann auch eine gezielte Suche nach anderen Zerfallskanälen, wie dem Drei-Pionen-Zerfall des  $\eta$ -Mesons, realistisch.

Diese Ansätze werden in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt, sondern sind Gegenstand aktueller Forschung im Rahmen der Masterarbeit von Nils Hüsken [Hüs13].



## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Analyse eines Datensatzes vorbereitet, der im Oktober 2008 mit dem Experimentieraufbau WASA-at-COSY des Forschungszentrums Jülich gemessen wurde. Dabei wurden Protonen mit einer kinetischen Energie von  $T_p = 1,8 \text{ GeV}$  mit einem Deuteriumtarget zur Kollision gebracht, um Reaktionen gemäß



untersuchen zu können. Gegenstand dieser Untersuchung ist das  $\eta'$ -Meson, ein an diesem Aufbau bisher wenig erforschtes Meson. Zur Vorbereitung dieser Analyse wurde die Energiekalibrierung für die zwei wichtigsten Energieverlustdetektoren des Vorwärtsdetektors, für das Forward Range Hodoscope und das Forward Trigger Hodoscope, durchgeführt. Dazu wurde ein Programmpaket entwickelt, das die Kalibrierung weitgehend ohne Benutzereingaben durchführen kann. Notwendige Einstellungen können über eine interaktive Benutzeroberfläche vorgenommen werden. In einem weiteren Teil der Arbeit wurde der gemessene Datensatz vorsortiert und erste Selektionsbedingungen für die spätere Analyse diskutiert.

### Die Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes

Die Energiedetektoren des WASA-Vorwärtsdetektors sind Plastiksziellatoren, die zur Trennung koinzidenter Teilchenspuren segmentiert sind. Die Rekonstruktion des Energieverlustes eines Teilchens aus dem digitalisierten Messwert, den ein Detektorelement ausgibt, erfolgt durch eine mehrstufige Rechnung gemäß

$$\Delta E \cdot \cos \vartheta = f_{\text{NL}} \left( \frac{A \cdot \cos \vartheta}{f_{\text{NU}}(\vartheta)} \right). \quad (6.2)$$

Diese Umrechnung kann nur dann korrekt durchgeführt werden, wenn die beiden Kalibrierungsfunktionen  $f_{\text{NU}}$  und  $f_{\text{NL}}$  für die entsprechende Strahlzeit bestimmt sind. Die Funktion  $f_{\text{NU}}(\vartheta)$  korrigiert die Nicht-Uniformität des Detektors, die Abhängigkeit der Energiemessung vom Polarwinkel  $\vartheta$  des eindringenden Teilchens. Um eine Trennung dieses Effekts von energieabhängigen Einflüssen zu trennen, wurde die Kalibrierungsfunktion im ersten Schritt anhand der Verteilung der minimal ionisierenden Teilchen durchgeführt. Diese Teilchen deponieren gleiche Energien, sodass nur die Winkelabhängigkeit des Detektors zu unterschiedlichen Messwerten führen kann. Zur Anpassung der Kalibrierungsfunktion als Polynom dritten Grades an diese Verteilungen wurden verschiedene Methoden diskutiert. Mit der LTS-Methode (Least Trimmed Squares) wurde ein Verfahren gefunden, das eine optimale Funktionsanpassung auch bei dem hohen Untergrundanteil und der teilweise geringen Anzahl an Messpunkten ermöglichte. Dazu wurde das  $\chi^2$  anders definiert, als bei der üblichen Methode der Minimierung der Abstandsquadrate.

Nach erfolgreicher Korrektur der Winkelabhängigkeit wurden die Parameter für die Kalibrierungsfunktion  $f_{\text{NL}}$ , ebenfalls ein Polynom dritten Grades, bestimmt. Dazu wurde zunächst jeder Datensatz auf einen kleinen Polarwinkelbereich beschränkt, um winkelabhängige Effekte zu vermeiden. Für die Kalibrierung wurden  $^3\text{He}$ -Teilchen ausgewählt, die in Strahlrichtung hintereinander liegende Elemente des Detektors erreichen. Durch Variation der Kalibrierungsparameter für diese Elemente wurden die rekonstruierten mit den simulierten Energieverlustbändern in Übereinstimmung gebracht, sodass für jedes Detektorelement zu gleich die dahinter liegenden Elemente kalibriert wurden. Die Kalibrierungsparameter wurden dabei in zwei Schritten angepasst. Zunächst wurden in einer grafischen Oberfläche interaktiv die Parameter variiert. Der Einfluss auf die Energierekonstruktion konnte simultan kontrolliert werden. In einem zweiten Schritt wurden mit dem MINUIT-Algorithmus die Parameter optimiert. Die Teilchen wurden nach der Lage separiert, in der sie gestoppt wurden, und die Teildatensätze anschließend normalisiert. Auch diese Datensätze enthielten einen Untergrundanteil, sodass auch hierbei eine andere Definition des  $\chi^2$  gewählt wurde, die vom RANSAC-Verfahren übernommen wurde.

Der letzte Korrekturschritt besteht in der Nachkalibrierung der Winkelabhängigkeit. Es hat sich gezeigt, dass die mithilfe der minimal ionisierenden Teilchen bestimmte Kalibrierung durch die Untersuchung der  $^3\text{He}$ -Kerne weiter optimiert werden konnte. Dazu wurde das für die Nicht-Linearitätskorrektur entwickelte Verfahren auf den gesamten

---

Winkelbereich erweitert. Eine manuelle Parameterwahl war dafür nicht notwendig, sodass auf eine grafische Oberfläche verzichtet werden konnte.

## **Kalibrierung des Forward Trigger Hodoscopes**

Das Forward Trigger Hodoscope ist ein zweiter Energieverlustdetektor des Vorwärtssystems und im Rahmen dieser Arbeit wurde auch für diesen Detektor eine Software zur Kalibrierung entwickelt. Die Energierekonstruktion erfolgt ebenfalls über eine Nicht-Uniformitäts- und eine Nicht-Linearitätskorrektur. Die kalibrierten Energieinformationen aus dem Forward Range Hodoscope ermöglichten zum einen eine Kalibrierung direkt anhand der  $^3\text{He}$ -Kerne, zum anderen konnten die Energieverluste in den Detektorlagen einzeln gegen die Energiedepositionen im Forward Range Hodoscope betrachtet werden. Daher konnte die Winkelabhängigkeit bereits im ersten Schritt korrekt bestimmt werden und für die Nicht-Linearitätskalibrierung waren wegen der geringeren Komplexität des Anpassungsverfahrens keine manuellen Eingaben notwendig.

## **Zusammenfassung der Kalibrierung und Ausblick**

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Programme stellen einfache und schnell ausführbare Werkzeuge zur Energiekalibrierung des Forward Range Hodoscopes und des Forward Trigger Hodoscopes dar und wurden erfolgreich für die Teststrahlzeit im Oktober 2008 angewendet. Diese Kalibrierung bildet die Grundlage für die nachfolgende Analyse.

Die vorgestellten Programme lassen sich unverändert auf andere Strahlzeiten anwenden, bei denen Helium-Kerne oder auch Protonen im Vorwärtsdetektor nachgewiesen werden. Eine Erweiterung auf andere Energiedetektoren, wie dem Forward Window Counter sind problemlos möglich. Eine Anpassung auf Energien, bei denen die vorwärtsgestreuten Teilchen bereits vor der dritten Lage des Forward Range Hodoscopes gestoppt werden oder die letzte Lage erreichen, ist ebenfalls möglich. Letzteres ist vor allem für Proton-Proton-Kollisionen wichtig und ermöglicht die Kalibrierung sämt-

licher Lagen des Forward Range Hodoscopies und wird zukünftig in der Analyse des  $\eta$ -Mesons aus der Reaktion  $p + p \rightarrow p + p + \eta$  angewendet.

### Vorsortierung und Analyse

Der komplette Datensatz der im Oktober 2008 gemessenen Teststrahlzeit bei  $T_p = 1,8 \text{ GeV}$  wurde im Rahmen dieser Arbeit vorsortiert. Dabei wurden die  $^3\text{He}$ -Kerne anhand der Energieverluste in der jeweils ersten Lage des Forward Trigger Hodoscopies und des Forward Range Hodoscopies sowie einem Veto in der vierten FRH-Lage ausgewählt.

Die vorsortierten Daten wurden in ersten Analysenschritten weiteren Selektionsbedingungen unterzogen. Engere Einschränkungen der Energieverlustfenster im Forward Trigger Hodoscope und im Forward Range Hodoscope erhöhten den relativen Anteil korrekt identifizierter  $^3\text{He}$ -Teilchen. Eine Identifikation der  $\eta'$ -Produktion über den Zerfall dieses Mesons in ein Pionenpaar sowie das  $\eta$  und dessen Zerfall in zwei Photonen konnte über die Einschränkung der Photonenenergien nicht erreicht werden. Auch eine Begrenzung des Streuwinkels im Schwerpunktsystem erbrachte kein signifikantes Signal.

### Ausblick

Die für den Vorwärtsdetektor kalibrierten und auf das Energieband der  $^3\text{He}$ -Teilchen vorsortierte Datensatz wird weiter analysiert. Neben den vorgestellten Selektionsbedingungen zur Auswahl der  $^3\text{He}$ -Kerne und der  $\eta'$ -Produktion können noch weitere Auswahlkriterien angewendet werden. So kann die zeitliche Koinzidenz zwischen Teilchentreffern im Vorwärts- und im Zentraldetektor den Untergrund zufälliger Koinzidenzen reduzieren. Desweiteren gewährt eine optimierte Kalibrierung des Zentraldetektors eine genauere Identifizierung des  $\eta'$ -Mesons über spezifische Zerfälle. Eine quantitative Beschreibung des Untergrundes durch Monte-Carlo-Simulationen ermöglicht eine verbesserte Separation zwischen  $\eta'$ - und Untergrundsignalen.

Die Analyse des Datensatzes wird aktuell im Rahmen einer Masterarbeit fortgeführt [Hüs13].

# A. Anhang

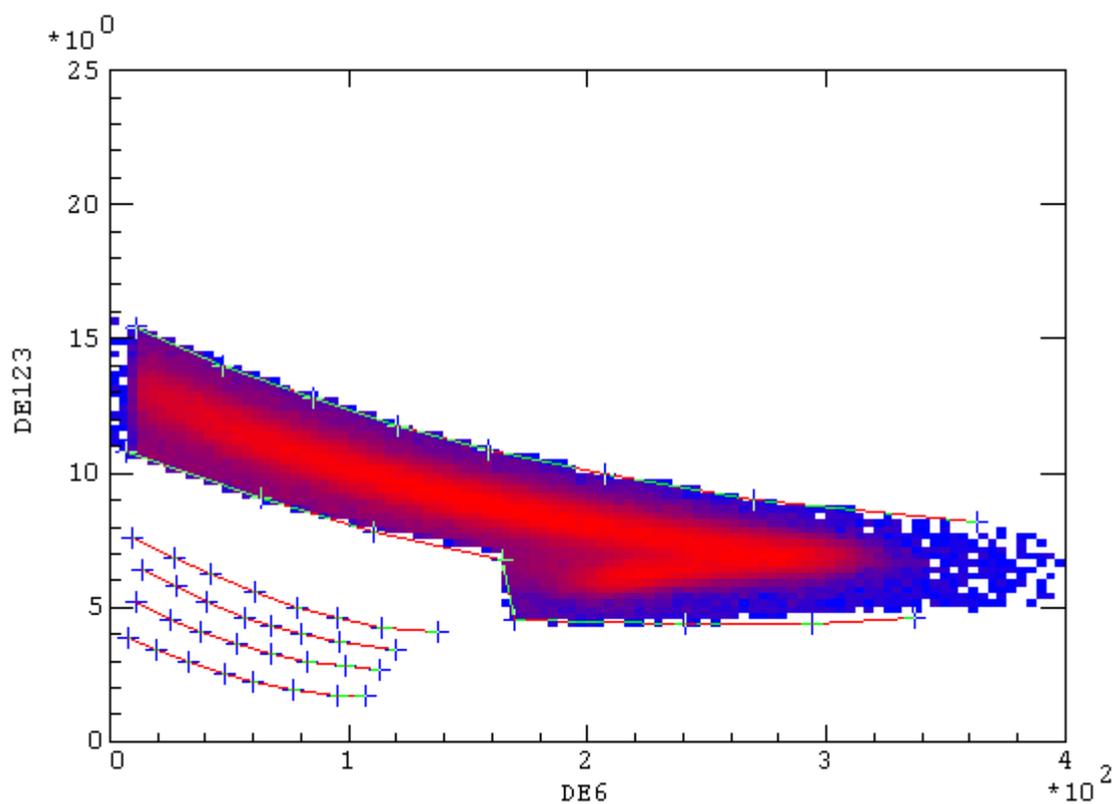
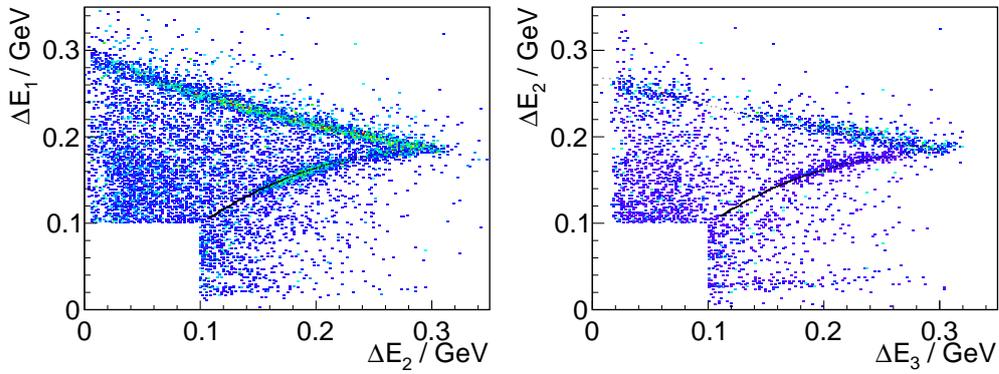


Abbildung A.1.:  $\Delta E$ - $\Delta E$ -Diagramm zur Selektion von  ${}^3\text{He}$ -Ereignissen für einen  $\text{pd} \rightarrow {}^3\text{HeX}$ -Datensatz bei einer Strahlenergie von  $T_p = 1 \text{ GeV}$ . DE123 bezeichnet den mittleren Energieverlust in FWC 1, 2 und FTH 1. DE6 ist der Energieverlust in FRH 1 [Zlo09].

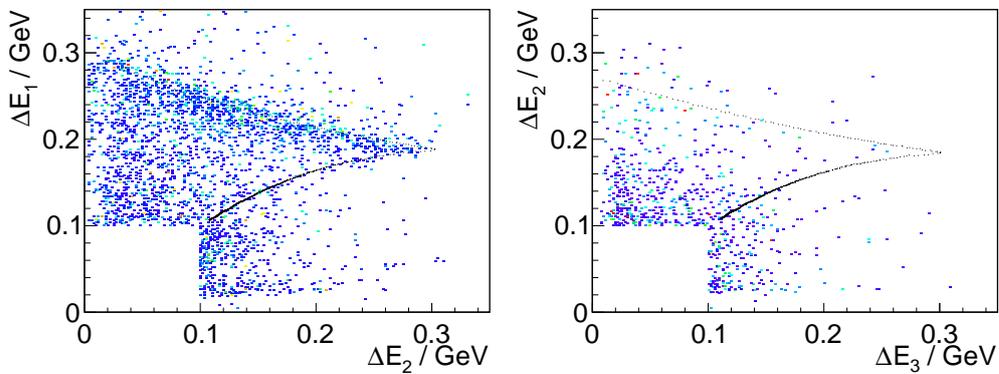
min. ionisierend in	$\Delta E/\text{MeV}$ in						
	FWC1,2	FTH3	FRH1	FRH2	FRH3	FRH4	FRH5
FRH 1	> 0	> 0	> 0	> 0	0...50	0...60	0...60
FRH 2	> 0	> 0	> 0	> 0	0...50	0...60	0...60
FRH 3	> 0	> 0	0...35	0...35	0...100	0...60	0...60
FRH 4	> 0	> 0	0...35	0...35	0...35	0...100	0...60
FRH 5	> 0	> 0	0...30	0...30	0...30	0...50	0...100

Tabelle A.1.: Energiefenster für die Auswahl minimal ionisierender Teilchen zur Nicht-Uniformitäts-Kalibrierung des Forward Range Hodoscopes.

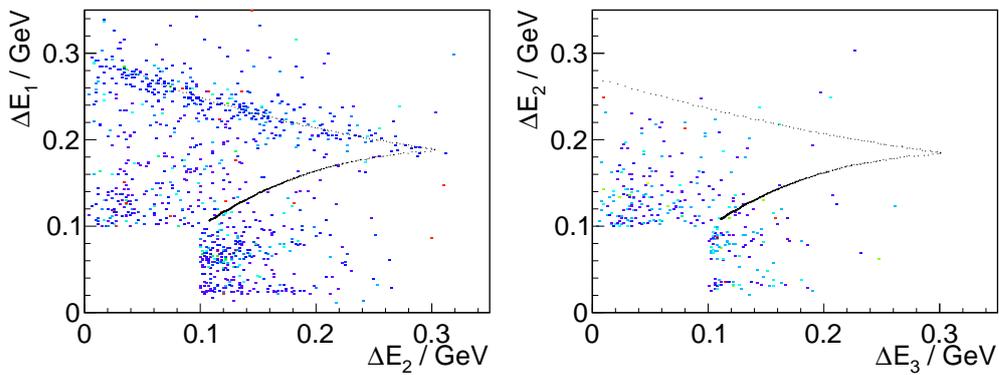
FWC: Forward Window Counter, FTH: Forward Trigger Hodoscope, FRH: Forward Range Hodoscope.



(a) Element 17: Akzeptanzlücke für  $\Delta E_{FRH3} \approx 0,1\text{GeV}$ .



(b) Element 23: Fehlende Akzeptanz für Teilchen, die die 3. Lage erreichen.



(c) Element 24: Fehlende Akzeptanz für  $^3\text{He}$ -Teilchen, mit  $\Delta E_{FRH1} < 0,2\text{GeV}$ .

Abbildung A.2.: Inhomogene Akzeptanzen der Elemente 17, 23 und 24, möglicherweise verursacht durch Detektorschäden, falsche Spannungen oder zu hohe Triggerschwellen. Minimal ionisierende Teilchen sind durch eine Mindestenergie von 100 MeV in jeweils einer der beiden Lagen ausgeblendet.

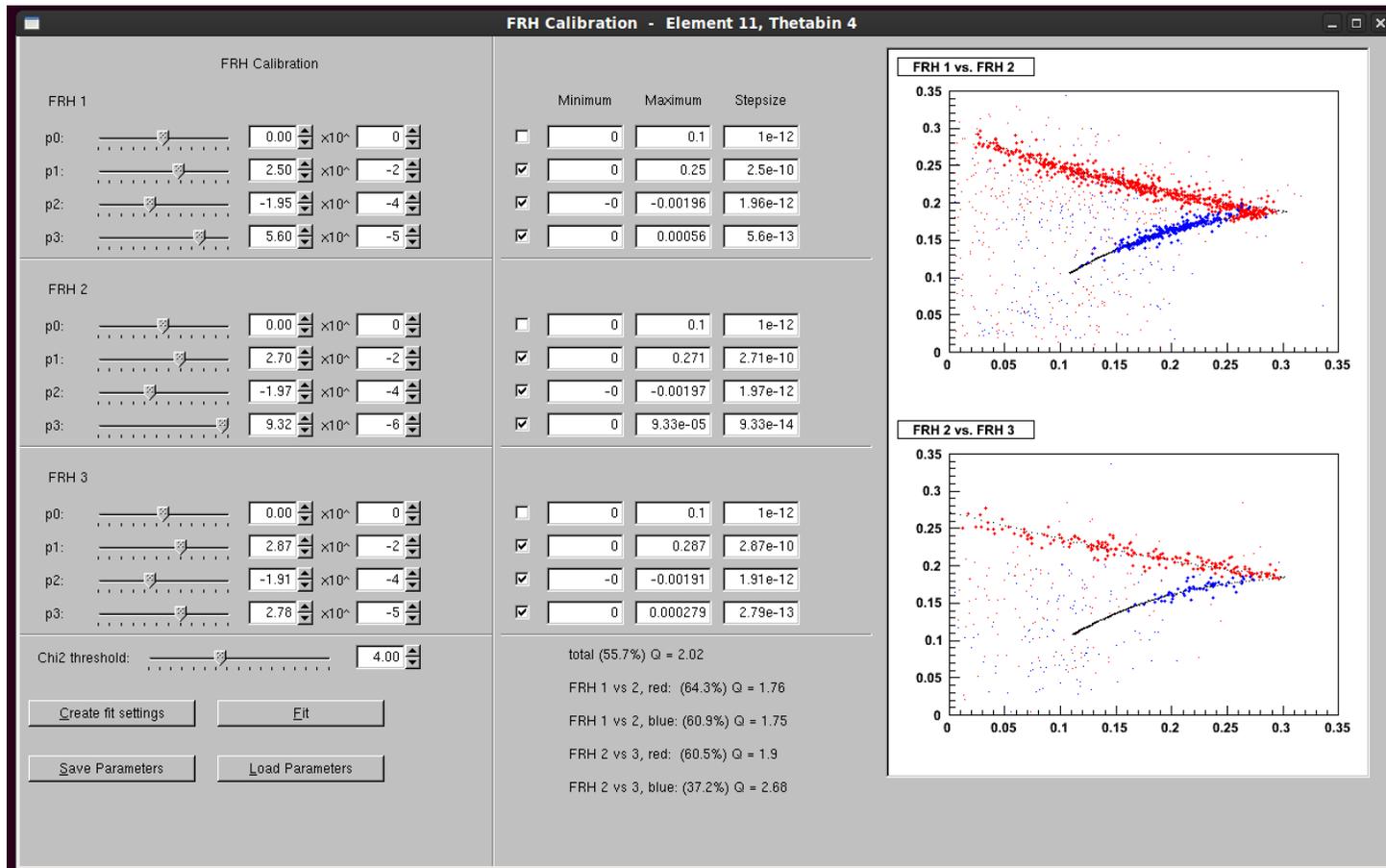


Abbildung A.3.: Grafische Oberfläche zur Kalibrierung der Nicht-Linearität des Forward Range Hodoscopes, Element 11,  $11^\circ \leq \vartheta < 13^\circ$ . Zur Erläuterung siehe Abschnitt 3.4.6.

Punkt	$\Delta E_{\text{FRH}}/\text{GeV}$	$\Delta E_{\text{FTH}}/\text{GeV}$
$P_1$	0,0	0,012
$P_2$	0,5	0,0

Punkt	$\Delta E_2/\text{GeV}$	$\Delta E_1/\text{GeV}$
$P_1$	0,1198587	0,1782486
$P_2$	0,1891012	0,3336158
$P_3$	0,3128722	0,00451977
$P_4$	0,2592093	0,01016949
$P_5$	0,1908323	0,2036723
$P_6$	0,1241864	0,1175141
$P_7$	0,1198587	0,1782486

Punkt	$\Delta E_{\text{FRH}}/\text{GeV}$	$\Delta E_{\text{FTH}}/\text{GeV}$
$P_1$	0,0128749	21,6976
$P_2$	0,17462	15,4453
$P_3$	0,305094	12,1738
$P_4$	0,479239	10,1381
$P_5$	0,664167	9,26572
$P_6$	0,680342	6,21229
$P_7$	0,65608	4,54017
$P_8$	0,490022	4,54017
$P_9$	0,300781	6,06688
$P_{10}$	0,173541	8,46601
$P_{11}$	0,0689464	11,9557
$P_{12}$	0,0123357	14,5729
$P_{13}$	0,0128749	21,6976

Tabelle A.2.: Polygonpunkte zur Definition der verwendeten grafischen Cuts.

Oben links: Zwei Punkte der Cutgeraden zur Auswahl des  $^3\text{He}$ -Bandes im Forward Trigger Hodoscope für die Vorsortierung, siehe Abschnitt 5.2.

Unten links: Auswahl im Forward Range Hodoscope, siehe Abschnitt 5.3.1.

Rechts: Engere Auswahl im Forward Trigger Hodoscope, siehe Abschnitt 5.3.2.



# Literatur

- [Ada<sup>+</sup>04] H. H. Adam et al.: *Proposal for the Wide Angle Shower Apparatus (WASA) at COSY-Juelich - "WASA at COSY"*. Technischer Report. 2004.
- [Adl<sup>+</sup>12] P. Adlarson et al.: *Exclusive measurement of the decay  $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$* . Physics Letters B 707.2 (2012), S. 243–249.
- [Adl<sup>+</sup>13] P. Adlarson et al.: *Search for  $\eta$ -mesic  $^4\text{He}$  with the WASA-at-COSY detector*. Phys. Rev. C 87 (3 2013), S. 035204.
- [BC93] R. Brun und F. Carminati: *GEANT Detector Description and Simulation Tool*. CERN Programming Library Long Writeup W5013 (1993).
- [BRus] R. Brun und F. Rademakers: *ROOT - An Object Oriented Data Analysis Framework*. In: *Proceedings AIHENP'96 Workshop*. Lausanne, 1996.
- [BSM05] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew und G. Musiol: *Taschenbuch der Mathematik*. Deutsch (Harri), 2005.
- [Bar<sup>+</sup>08] C. Bargholtz et al.: *The WASA detector facility at CELSIUS*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A 594.3 (2008), S. 339–350.
- [Ber09] F. S. Bergmann: *Studien zum seltenen Zerfall des  $\eta$ -Mesons  $\eta \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$  am Experimentaufbau WASA-at-COSY*. Diplomarbeit. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2009.
- [Ber<sup>+</sup>08a] F. Bergmann et al.: *The WASA-at-COSY pellet target*. FZ Jülich IKP Annual Report 2008 (2008), S. 52.
- [Ber<sup>+</sup>08b] M. Berłowski et al.: *Measurement of  $\eta$  meson decays into lepton-antilepton pairs*. Phys. Rev. D 77 (3 2008), S. 032004.
- [Ber<sup>+</sup>12] J. Beringer et al.: (*Particle Data Group*). Phys. Rev. D 86 (2012).

- [Büs<sup>+</sup>11] M. Büscher et al.: *Annual Report*. In: *Berichte des Forschungszentrums Jülich*. Bd. 4349. Jülich Center for Hadron Physics / Institut für Kernphysik / COSY, 2011.
- [Cal08] H. Calén: *Pellet Beam Dump modification*. WASA-at-COSY Collaboration WIKI - ID: Pelletdump\_HC080107. 2008.
- [Cow98] G. Cowen: *Statistical Data Analysis*. Oxford University Press, 1998.
- [FB81] M. A. Fischler und R. C. Bolles: *Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography*. Commun. ACM 24.6 (1981), S. 381–395.
- [Fra02] K. Fransson: *The Trigger System of the CELSIUS/WASA Detector*. Physica Scripta T99 (2002), S. 176–182.
- [Frö<sup>+</sup>07] I. Fröhlich et al.: *Pluto: A Monte Carlo Simulation Tool for Hadronic Physics* (2007).
- [GMS09] R. Gebel, R. Maier und H. Stockhorst: *Barrier-bucket RF tests*. In: *Annual Report*. Bd. 4282. IKP / COSY, 2009.
- [HHM04] V. Hejny, M. Hartmann und A. Mussgiller: *ANKE RootSorter - Users Guide*. 2004.
- [Hus12] C. Husmann: *Untersuchungen zur Optimierung der Dropleterzeugung innerhalb des Pellettargets des Experimentaufbaus WASA-at-COSY*. Diplomarbeit. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2012.
- [Hüs13] N. Hüsken: *Masterarbeit in Vorbereitung*. Masterarbeit in Vorbereitung. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2013.
- [Jam00] F. James: *MINUIT - Function Minimization and Error Analysis*. CERN Program Library Long Writeup D506 (2000).
- [Koc04] I. Koch: *Measurements of  $2\pi^0$  and  $3\pi^0$  Production in Proton-Proton Collisions at a Center of Mass Energy of 2.465 GeV*. Doktorarbeit. Uppsala University, 2004.
- [Mai97] R. Maier: *Cooler synchrotron COSY - performance and perspectives*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 390 (1997), S. 1–8.

- [Nor04] G. Norman: *Pellet Target Documentation*. Technischer Bericht. Uppsala University, 2004.
- [Pas10] A. Passfeld: *Bestimmung von totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitten der Reaktion  $p + d \rightarrow He + \eta$  bei 49 und 60 MeV Überschussenergie am Experimentaufbau WASA-at-COSY*. Diplomarbeit. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2010.
- [Pdg] *Particle Physics Booklet*. 2012.
- [Pov<sup>+</sup>06] B. Povh et al.: *Teilchen und Kerne*. 7. Springer, 2006.
- [Pri10] A. Pricking: *Double Pionic Fusion to  $^4He$  Kinematically Complete Measurements over the Energy Region of the ABC Effect*. Doktorarbeit. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2010.
- [RD99] P. J. Rousseeuw und K. V. Driessen: *Computing LTS Regression for Large Data Sets*. Technischer Bericht. Institute of Mathematical Statistics Bulletin, 1999.
- [Sch13] F. Schepers: *Untersuchungen zum Düsensystem des WASA-at-COSY Pellettargets*. Bachelorarbeit. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2013.
- [Sch<sup>+</sup>09] K. Schönning et al.: *Production of the  $\omega$  meson in the  $pd \rightarrow ^3He\omega$  reaction at 1450 MeV and 1360 MeV*. Phys. Rev. C 79 (4 2009).
- [Sch<sup>+</sup>10] K. Schönning et al.: *Production of  $\eta$  and  $3\pi$  mesons in the  $pd \rightarrow ^3HeX$  reaction at 1360 and 1450 MeV*. European Physical Journal A 45 (2010), S. 11–21.
- [TAK04] A. Täschner, H.-H. Adam und A. Khoukaz: *Study of the excitation function of the  $\eta'$ -meson in the reaction  $pd \rightarrow ^3He\eta'$  at COSY-11*. COSY Proposal 62.3. 2004.
- [TZ00] P. H. S. Torr und A. Zisserman: *MLESAC: A New Robust Estimator with Application to Estimating Image Geometry*. Computer Vision and Image Understanding 78 (2000).
- [Tro95] B. Trostell: *Vacuum injection of hydrogen micro-sphere beams*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 362 (1995), S. 41–52.
- [Was] *WASA-at-COSY Collaboration WIKI*. URL: [http://wasasrv.ikp.kfa-jue lich.de/WasaWiki/index.p](http://wasasrv.ikp.kfa-juelich.de/WasaWiki/index.p)

## Literatur

---

- [Win11] A. Winnemöller: *Analyse des verbotenen  $\eta$ -Meson Zerfalls  $\eta \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$  am Experimentaufbau WASA-at-COSY*. Doktorarbeit. Institut für Kernphysik, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 2011.
- [Zlo09] J. Zlomanczuk: *Selection of  $^3\text{He}$  events in  $pd$  runs at 1 GeV* (2009).

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum Gelingen dieser Masterarbeit beigetragen haben und mich in dieser Zeit begleitet haben.

Zunächst danke ich Herrn Prof. Dr. A. Khoukaz dafür, dass er mir die Möglichkeit gegeben hat, meine Masterarbeit in seiner Arbeitsgruppe zu schreiben.

Dr. Chr. Klein-Bösing danke ich für die Übernahme des Korreferats.

Florian Bergmann möchte ich für seine engagierte Unterstützung danken, sowohl in Hinblick auf das Gelingen dieser Masterarbeit als auch bei der Wartung des Pelletargets und den Kampf gegen die Pelletmonster 🦠. Und natürlich für das Korrekturlesen in Akkordgeschwindigkeit.

Den Targetgirls 🌸 Silke Grieser, 🌸 Ann-Katrin Hergemöller und 🌸 Esperanza Köhler danke ich für den herzlichen Umgang und die überaus angenehme und freundschaftliche Arbeitsatmosphäre. Dr. Alexander Täschner danke ich für seinen Rat bei sämtlichen Fragen zu Fits und Fehlern.

Ihr seid einfach das tollste Büro der Welt<sup>1</sup>!

Auch allen anderen Mitgliedern der Arbeitsgruppe – Elena Ceballos Romero, Michael Evelt, Christopher Fritsch, Paul Goslawski, Nils Hüsken, Christina Husmann, Malte Mielke, Michelle Neumann, Michael Papenbrock, Manuel Perez-Mayo, Marcel Rump, Florian Schepers, Daniel Schröer, Julian Sohn, Dr. Alexander Winnemöller und Alessandro Zannotti – danke ich für das freundliche Arbeitsklima.

*¡Muchas gracias!* und *Tack så mycket!* möchte ich Elena Perez del Rio und Lena Heijenskjöld sagen für wichtige Ansätze und Anregungen für die Kalibrierungsarbeit.

Meinen Eltern möchte ich für die ständige Unterstützung und Liebe während des Studiums danken.

---

<sup>1</sup> Und ein bisschen wahnsinnig...

## *Literatur*

---

Außerdem danke ich meinen Freunden für die stets offene Tür und das stets offene Ohr, wenn sie gebraucht wurden.

Ein ganz besonderer Dank gilt 🌸 Ann-Katrin Hergemöller 🌸, die mir während des gesamten Studiums zur Seite stand, für den Rückhalt, wenn die Motivation fehlte, und die vielen Situationen, die wir gemeinsam gemeistert haben.

Ein weiterer Dank ist an die weiteren fleißigen Korrekturleser Chris, Daniel und Anne gerichtet.

# Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen außer den angegebenen Hilfsmitteln verwendet habe.

Münster, März 2013

.....

(Kay Demmich)