

Introduction to Monte Carlo simulation methods: from Ising model to lattice gauge theory

Lectures, programming course, and exercises

This lecture course provides a basic introduction to methods of Monte Carlo simulations in lattice quantum field theory. It first considers statistical models like the Ising model relevant for condensed matter systems. The approach is generalized to lattice quantum field theory, the most relevant method for investigations of the strongly interacting regime of quantum chromodynamics. The course consists of lectures and programming exercises. In the programming exercises, the students are supposed to write their own Monte Carlo simulation program for the two dimensional Ising model and for SU(2) Yang-Mills theory. In the case of SU(2) Yang-Mills theory some elementary routines will be provided to simplify the task.

Topics of the first block course:

Lectures:

- Introduction to the Ising model and its phase transitions
- Analytic predictions including high and low temperature expansions
- Monte Carlo methods, Importance sampling, Detailed balance, Metropolis algorithm
- Statistical analysis of Monte Carlo results
- Related spin models

Exercises:

- Basic simulation setup for Monte Carlo methods
- Metropolis algorithm for the 2D Ising model
- Statistical Analysis and determination of the phase transition

Topics of the second block course:

Lectures:

- From spin models to scalar lattice field theory
- Continuum limit
- Gauge symmetry and gauge theory
- Yang-Mills theory, confinement
- Metropolis algorithm for SU(2) Yang-Mills theory

Exercises:

- SU(2) Yang-Mills theory implementation of Metropolis algorithm
- Deconfinement transition and the Polyakov loop
- determination of the deconfinement transition

Requirements:

- Some basic knowledge of quantum field theory is not required, but desirable
- Some knowledge of programming is required, the Ising model simulations can be realized with any programming language, the solutions for SU(2) gauge theory simulation are provided in C, Fortran, and C++

Lecturer: PD Dr. habil. Georg Bergner

Diese Vorlesung bietet eine grundlegende Einführung in die Methoden für die Monte-Carlo-Simulationen in der Gitter-Quantenfeldtheorie. Sie betrachtet zunächst statistische Modelle wie das Ising-Modell, die für Systeme der Festkörperphysik relevant sind. Der Ansatz wird dann auf die Gitter-Quantenfeldtheorie verallgemeinert, bei der es sich um die wichtigste Methode für die Untersuchungen des stark wechselwirkenden Regimes der Quantenchromodynamik handelt. Der Kurs besteht aus Vorlesungen und praktischen Übungen. In den Übungen sollen die Studierenden ein eigenes Monte-Carlo-Simulationsprogramm für das zweidimensionale Ising-Modell und für die SU(2)-Yang-Mills-Theorie schreiben. Im Falle der SU(2)-Yang-Mills-Theorie werden einige elementare Routinen zur Verfügung gestellt, um die Aufgabe zu vereinfachen.

Themen des ersten Blockkurses:

Vorlesungen:

- Einführung in das Ising-Modell und seine Phasenübergänge
- Analytische Vorhersagen einschließlich Hoch- und Niedrig-Temperaturentwicklungen
- Monte-Carlo-Methoden, Importance sampling, Detailed balance, Metropolis-Algorithmus
- Statistische Analyse der Monte-Carlo-Ergebnisse
- Verwandte Spin-Modelle

Übungen:

- Grundlegender Simulationsaufbau für Monte-Carlo-Methoden
- Metropolis-Algorithmus für das 2D-Ising-Modell
- Statistische Analyse und Bestimmung des Phasenübergangs

Themen des zweiten Blockkurses:

Vorlesungen:

- Von Spinmodellen zur skalaren Gitterfeldtheorie
- Kontinuums-Limes
- Eichtheorie und Eichsymmetrie
- Yang-Mills-Theorie, Confinement
- Metropolis-Algorithmus für die SU(2)-Yang-Mills-Theorie

Übungen:

- SU(2) Yang-Mills-Theorie mit Metropolis-Algorithmus
- Deconfinement-Übergang und die Polyakov-Schleife
- Bestimmung des Phasenübergangs

Anforderungen:

- Einige Grundkenntnisse der Quantenfeldtheorie sind nicht erforderlich, aber wünschenswert.
- Einige Programmierkenntnisse sind erforderlich, die Ising-Modell-Simulationen können mit einer beliebigen Programmiersprache realisiert werden, die Lösungen für die Simulation der SU(2)-Yang-Mills-Theorie werden in C, Fortran und C++ bereitgestellt.

Vorlesender: PD Dr. habil. Georg Bergner