Übungen zur Physik I

Vorlesung: Prof. Dr. Nikos Doltsinis, Prof. Dr. Helmut Kohl
Übungen: PD Dr. Karol Kovařík, Dr. Lew Classen

Blatt 3

Abgabe: 21. oder 22.10.19
Besprechung: 24. oder 25.10.19

Aufgabe 7: Kollision von zwei Autos (4 Punkte, schriftlich)

Aus den Schäden an den Autos A und B ergibt sich folgendes Bild des Unfalls: Aus der Sicht des Fahrers von Auto A ist Auto B mit einer Geschwindigkeit von $|\vec{v}'_B| = 170\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ unter einem Winkel von $\alpha' = 30°$ relativ zur Fahrtrichtung auf Auto A geprallt. Der Straßenverlauf zeigt, dass die Autos unter einem Winkel von $\alpha = 45°$ aufeinander zugefahren sein müssen.

(a) (2 Punkte) Welche Geschwindigkeit $\vec{v}_B$ und welchen Geschwindigkeitsbetrag $|\vec{v}_B|$ hatte Auto B von der Straße aus gesehen?

(a) (2 Punkte) Welche Geschwindigkeit $\vec{v}_A$ und welchen Geschwindigkeitsbetrag $|\vec{v}_A|$ hatte Auto A von der Straße aus gesehen?

Aufgabe 8: Der total antisymmetrische Tensor (10 Punkte, mündlich)

Gegeben ist der total antisymmetrische Tensor 3. Stufe

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & : \text{falls (ijk) gerade Permutation von (123)} \\ -1 & : \text{falls (ijk) ungerade Permutation von (123)} \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

(a) (4 Punkte = 2+1+1) Beweisen Sie folgende Relationen

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{3} \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{imn} &= \delta_{jm}\delta_{kn} - \delta_{jn}\delta_{km} \\ \sum_{i,j=1}^{3} \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijn} &= 2\delta_{kn} \\ \sum_{i,j,k=1}^{3} \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijk} &= 6 \end{aligned}$$

(b) (6 Punkte) Für die Komponenten des Kreuzproduktes $\vec{a} = \vec{b} \times \vec{c}$ gilt die Beziehung $a_i = \sum_{j,k=1}^{3} \varepsilon_{ijk}\, b_j c_k$. Zeigen Sie mittels dieser Relation und der Ergebnisse aus Teil (a) folgende Identitäten in Komponentenschreibweise:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) &= \vec{b}\,(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a} \cdot \vec{b}) \\ (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) &= (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{a} \cdot \vec{d})(\vec{b} \cdot \vec{c}) \\ (\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) &= \vec{c}\left[\vec{d} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})\right] - \vec{d}\left[\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})\right] = \vec{b}\left[\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{d})\right] - \vec{a}\left[\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{d})\right] \end{aligned}$$

Aufgabe 9: Bewegungen **(6 Punkte, schriftlich)**

(a) (2 Punkte) Bei einer Radtour im Gebirge wird das Fahrrad bergauf geschoben ($v_1 = 5$ km/h). Bergab fährt das Rad mit etwa $v_2 = 45$ km/h schnell. Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit, wenn die Teilstrecken bergauf und bergab gleich lang sind?

(b) (2 Punkte) Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit, wenn man bei einer Radtour 1 Stunde lang gegen den Wind fährt ($v_1 = 5$ km/h) und danach wieder 1 Stunde mit dem Wind im Rücken ($v_2 = 45$ km/h)?

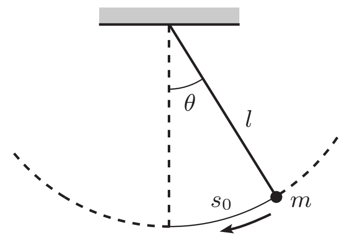
(c) (2 Punkte) Um mit einer Rolltreppe von einem Stockwerk zum anderen zu fahren, benötigt man $t_1 = 10$ s. Um über die stehende Rolltreppe zu gehen, benötigt man $t_2 = 30$ s. Wie lange braucht man, wenn man auf der laufenden Rolltreppe geht?

Aufgabe 10: Fadenpendel - Dimensionsanalyse **(5 Punkte, mündlich)**

(a) (2 Punkte) Benutzen Sie die Dimensionsanalyse um die Periode T eines Pendels zu ermitteln. Das Pendel hat die Länge l, die Masse m und es bewegt sich in einem homogenen Gravitationsfeld mit der Gravitationskonstante g.

(b) (2 Punkte) Wie ändert sich das Ergebniss aus (a) wenn wir auch die Anfangsbogenlänge s_0 als relevant betrachten (also kein mathematisches Pendel nur für kleine Auslenkungen)?

(c) (1 Punkt) Diskutieren Sie anhand dieses Beispiels inwieweit man die Dimensionsanalyse zum exakten Lösen physikalischer Probleme benutzen kann.



Aufgabe 11: Beschleunigte Kreisbewegung **(5 Punkte, schriftlich)**

Eine beschleunigte Bewegung mit konstanter Winkelbeschleunigung auf einem festen Kreis ist gegeben durch

$$\vec{r}\,(t) = \begin{pmatrix} R\,\cos\left(\omega\, t + \frac{1}{2}\,\varepsilon\, t^2\right) \\ R\,\sin\left(\omega\, t + \frac{1}{2}\,\varepsilon\, t^2\right) \end{pmatrix}.$$

(a) (2 Punkte) Berechnen Sie $\vec{v}\,(t)$, $|\vec{v}\,(t)|$, $\vec{a}\,(t)$ und $|\vec{a}\,(t)|$.

(b) (3 Punkte) Bestimmen Sie den Tangentialvektor $\vec{e}_T$ und den Normalenvektor $\vec{e}_N$ und drücken Sie $\vec{a}\,(t)$ über $\vec{e}_N$ und $\vec{e}_T$ aus. Zeigen Sie also, dass gilt:

$$\vec{a} = a_T \cdot \vec{e}_T + a_N \cdot \vec{e}_N = \frac{d\,|\vec{v}\,|}{d\,t}\,\vec{e}_T + \frac{\vec{v}^{\,2}\,(t)}{\rho}\,\vec{e}_N\ ,$$

wobei ρ der Krümmungsradius (hier $\rho = R$) ist.

Aufgabe 12: Wetterstation **(5 Punkte, mündlich)**

Auf dem Dach des Gebäudes der Geowissenschaften (Heisenbergstr. 2) befindet sich eine Wetterstation, deren Lage mit $51°58'9''$ N (nördliche Breite) und $7°35'45''$ E (östliche Länge) angegeben ist. Rechnen Sie diese Winkelangaben

(a) (2 Punkte) in dezimale Gradzahlen (Gradzahlen mit Nachkommastellen) und

(b) (2 Punkte) in das Bogenmaß um.

(c) (1 Punkt) Benutzen Sie das Ergebnis aus (b) um den Abstand der Station zum Äquator (entlang der Erdoberfläche) zu berechnen.