3. Übung Theoretische Ergänzungen zur Physik III (WS 2014/15) — Prof. Rohlfing

Abgabedatum: 26.11.2014, 10:30, Briefkasten neben IG1 85 — Besprechung: 01./02.12.2014

TE-Aufgabe 7: Doppler-Effekt: klassisch und relativistisch (mündlich, 9 Punkte)

Betrachten Sie in den Aufgabenteilen (a-e) nur eine Raumdimension! Bezeichnen Sie die Schall- bzw. Lichtgeschwindigkeit jeweils mit c.

a) Eine Schallquelle (Frequenz f) bewegt sich mit Geschwindigkeit v relativ zur (ruhenden) Luft auf einen ruhenden Beobachter zu. Welche Schallfrequenz nimmt dieser wahr?

b) Eine Schallquelle (Frequenz f) ruht relativ zur Luft. Welche Frequenz nimmt ein Beobachter wahr, der sich mit Geschwindigkeit v auf die Quelle zubewegt?

c) Eine Lichtquelle sendet Licht aus. Im Ruhesystem der Quelle beträgt die Frequenz f. Welche Frequenz misst ein Beobachter, der sich mit Geschwindigkeit v auf die Quelle zubewegt? Betrachten Sie hierzu eine geeignete Wellenfront, die Sie in Raum und Zeit in das bewegte Bezugssystem transformieren.

d) Zeigen Sie mittels Taylor-Entwicklung, dass für $v \ll c$ alle drei Ergebnisse (a-c) ineinander übergehen.

e) Wiederholen Sie die Aufgabenteil c), indem Sie den Vierer-Impuls eines der ausgesendeten Photonen betrachten und ihn mittels Lorentz-Transformation in das bewegte Bezugssystem transformieren.

Hinweis: Der räumliche Impuls eines Photons der Wellenlänge λ beträgt

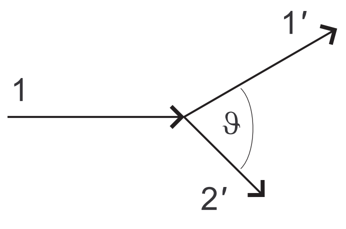
$$|\vec{p}| = \frac{h}{\lambda} \; ;$$

seine Energie beträgt $c\,|\vec{p}|$.

f) Benutzen Sie die Vorgehensweise aus e), um die Frequenzänderung von Licht zu untersuchen, das im Winkel α gegen die Bewegungsrichtung des bewegten Bezugssystems ausgestrahlt wird.

TE-Aufgabe 8: Stoßgesetze (schriftlich, 4 Punkte)

Ein Teilchen (= 1) der Masse m stoße elastisch auf ein ruhendes Teilchen (= 2) gleicher Masse. Nach dem Stoß bewegen sich die beiden Teilchen unter einem Winkel ϑ relativ zueinander (siehe Skizze).



a) Zeigen Sie, dass im Rahmen der klassischen Mechanik $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ (= 90°) gilt. (*Bemerkung*: An Billardkugeln schön beobachtbar – wenn auch nicht perfekt, da der Stoß nicht vollständig elastisch ist.)

b) Zeigen Sie, dass in der speziellen Relativitätstheorie $\vartheta \leq \frac{\pi}{2}$ gilt.

TE-Aufgabe 9: Relativistische Trajektorie (schriftlich, 7 Punkte)

Aus der relativistischen Bewegungsgleichung

$$K^\mu = m \frac{d}{d t} u^\mu$$

folgt für die drei räumlichen Komponenten

$$\vec{F} = \frac{d}{d t} m \gamma \vec{v} = \frac{d}{d t} \vec{p}\,.$$

Hierbei ist $\vec{p}$ der relativistische Impuls, und $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ hängt über v auch von der Zeit ab.

Betrachten Sie im Folgenden ein Teilchen der Masse m, das sich zur Zeit $t = 0$ bei $\vec{r} = 0$ befindet und die Anfangsgeschwindigkeit $(v_0,\, 0,\, 0)$ habe. Auf das Teilchen wirkt eine konstante Kraft $\vec{F} = (0,\, F_0,\, 0)$.

a) Berechnen Sie $\vec{p}\,(t)$ als Funktion der Zeit t.

b) Zeigen Sie, dass

$$\vec{v}\,(t) = \vec{p}\,(t) \cdot \frac{c^2}{T_{\text{rel}}}$$

gilt (mit T_{rel} = relativistische kinetische Energie). Drücken Sie T_{rel} mit Hilfe von $\vec{p}$ aus (mit dem $\vec{p}\,(t)$ aus Aufgabenteil a)) und bestimmen Sie somit $\vec{v}\,(t)$ als Funktion der Zeit t.

c) Berechnen Sie nun die Trajektorie $\vec{r}\,(t)$.

d) Zeigen Sie, dass $\vec{r}\,(t)$ für $c \to \infty$ in die klassische quadratische Wurfparabel übergeht. Skizzieren Sie diese Wurfparabel und die echte Trajektorie.