

TE-Aufgabe 4: Addition von Geschwindigkeiten**(mündlich, 4 Punkte)**

Für den Übergang vom Inertialsystem Σ zum Inertialsystem Σ' folgt gemäß Vorlesung aus dem Relativitätsprinzip die Transformation

$$z' = \gamma(z - vt), \quad t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}z\right)$$

und deren Umkehrung

$$z = \gamma(z' + vt'), \quad t = \gamma\left(t' + \frac{\beta}{c}z'\right).$$

- a) Im System Σ' bewege sich ein Massenpunkt mit der Geschwindigkeit u' gemäß

$$z' = u' t'.$$

Mit welcher Geschwindigkeit u bewegt sich der Massenpunkt im System Σ ?

- b) In welchem Spezialfall erhält man die Galilei-Transformation? Wie lautet dort der Ausdruck für die Geschwindigkeit u ?

TE-Aufgabe 5: Verkopplung von zwei Relativbewegungen**(schriftlich, 10 Punkte)**

Ein System Σ' bewege sich relativ zu einem System Σ mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_1 = (0, v_1, 0)$ in y -Richtung. Ein System Σ'' bewege sich relativ zu Σ' mit der Geschwindigkeit $\vec{v}'_2 = (v'_2, 0, 0)$ (gemessen in Σ') in x' -Richtung. Zur Zeit $t = t' = t'' = 0$ fallen die Ursprünge der drei Koordinatensysteme zusammen.

- a) Berechnen Sie die Koordinaten x'' , y'' , z'' und t'' in Σ'' in Abhängigkeit von x , y , z und t . Verwenden Sie dabei Vierervektoren und stellen Sie die Lorentz-Transformation mit Hilfe von Matrizen dar.

Verwenden Sie die Abkürzungen

$$\beta_1 = \frac{v_1}{c}, \quad \beta_2 = \frac{v'_2}{c}, \quad \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} \quad \text{und} \quad \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}}.$$

- b) Überprüfen Sie, ob Ihr Resultat aus a) für die Spezialfälle $v_1 = 0$ oder $v'_2 = 0$ das erwartete Ergebnis liefert.
- c) Welche Geschwindigkeit \vec{v}'' misst ein Beobachter im System Σ'' für die Bewegung des Ursprungs des Koordinatensystems Σ in Abhängigkeit von v_1 und v'_2 ?
- d) Überprüfen Sie, dass aus $|v_1| < c$ und $|v'_2| < c$ auch $|\vec{v}''| < c$ folgt.

TE-Aufgabe 6: Der Zwillings-Effekt**(mündlich, 6 Punkte)**

Die Astronautin Alice reist zum 4 Lichtjahre entfernten Stern Bierius, um auf dessen Planeten einen wichtigen Rohstoff zu gewinnen. Ihre Rakete fliegt mit 80 % der Lichtgeschwindigkeit. Bei ihrer Ankunft merkt Alice, dass sie die Flasche zum Abfüllen des Rohstoffs vergessen hat, und macht sich unverzüglich auf die Rückreise.

- a) Welche Zeit ist für Alice und welche Zeit für ihren auf der Erde verbliebenen Zwillingsbruder Bob während der gesamten Reise verstrichen?

Hinweis: Vernachlässigen Sie in Ihrer Rechnung die kurzen Beschleunigungs- und Bremsphasen und betrachten Sie die Rakete während des Hinflugs und während des Rückflugs als Inertialsystem.

- b) Zeichnen Sie ein Raum-Zeit-Diagramm der Reise in den Koordinaten x und ct des Sonnensystems. Verwenden Sie den Maßstab $1 \text{ Lichtjahr} \hat{=} 2 \text{ cm}$.
- c) Zeichnen Sie die Koordinatenachsen für x' und ct' des Inertialsystems, in dem sich die Rakete auf dem Hinflug befindet, ebenfalls ein.
- d) Berechnen Sie die Einheitspunkte (1 Lichtjahr) auf der x' -Achse und auf der ct' -Achse und zeichnen Sie auf allen Achsen die Markierungen bei n Lichtjahren für $n = 1, 2, \dots$
- e) Alice sendet während ihrer Reise nach jedem Jahr ihrer Borduhr eine Nachricht per Funk an Bob. Zeichnen Sie die Weltlinien der Funksignale und berechnen Sie die Zeitpunkte, zu denen die Nachrichten bei Bob eintreffen.