Westfälische
Wilhelms-Universität
Münster

1. Klausur zur Physik I - WS 2013/14

Prof. Dr. Kohl / Prof. Dr. Rohlfing

13.02.2014, 13^{00}-16^{00} Uhr

Name, Vorname: ______________________________

Matrikel-Nr.: ______________________________

Übungsgruppenleiter/in: ______________________________

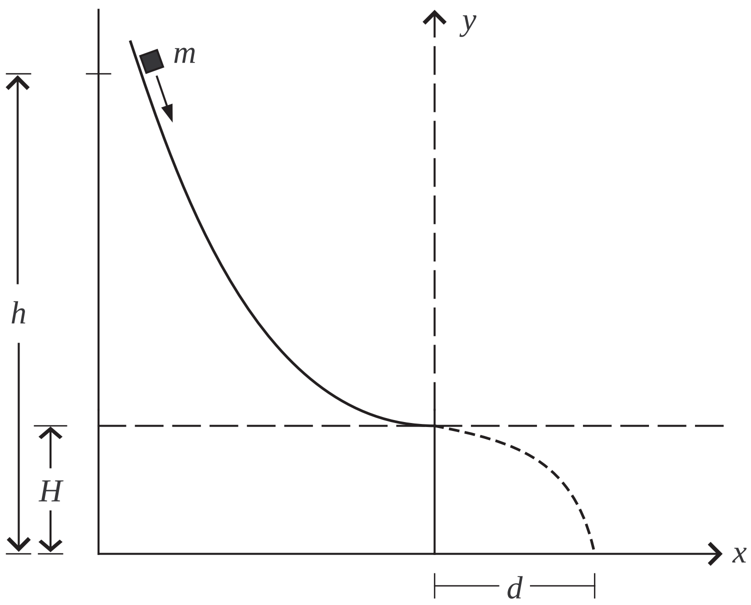
Unterschrift: ______________________________

Aufgabe	maximale Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	13	
2	16	
3	21	
4	19	
5	14	
6	17	
Summe	**100**	
Note		

Nur vollständig nachvollziehbare Lösungswege geben volle Punktzahl!

Aufgabe 1: Schiefer Wurf (13 Punkte)

Ein Skispringer gleitet reibungsfrei aus der Höhe h über den Boden eine Skischanze herunter und landet im Abstand d auf dem (als waagerecht angenommenen) Boden vor dem Schanzentisch (Höhe H). Die Form der Sprungschanze sei so beschaffen, dass die Steigung am Schanzentisch Null ist. Alle Lufteinflüsse (Reibung, Auftrieb, ...) seien vernachlässigbar.



a) [2P] Stellen Sie die Bewegungsgleichung für den schiefen Wurf ($x > 0$) auf.

b) [4P] Geben Sie die Randbedingungen für den schiefen Wurf an und lösen Sie die Bewegungsgleichung.

c) [4P] Bestimmen Sie aus Ihren Ergebnissen die Höhe h (relativ zum Boden), die Geschwindigkeit am Schanzentisch und die Flugdauer des schiefen Wurfes (nach Verlassen des Schanzentisches).

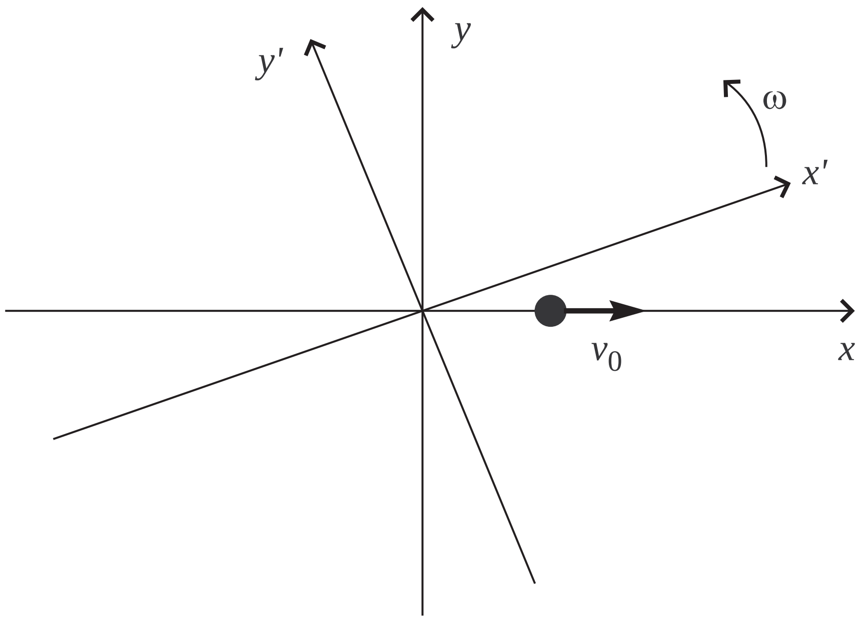
d) [3P] Es seien $d = 160$ m und $H = 80$ m. Welche Werte ergeben sich für h, für die Geschwindigkeit am Schanzentisch und für die Flugdauer des schiefen Wurfes (nach Verlassen des Schanzentisches)? Nehmen Sie $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ an.

Aufgabe 2: Koordinatentransformation (16 Punkte)

In einem Inertialsystem (Σ) bewege sich ein Massenpunkt mit gleichförmiger Geschwindigkeit entlang der x-Achse, d. h. auf einer Trajektorie $\vec{r}\,(t) = (x\,(t),\, y\,(t),\, z\,(t))$ mit

$$x\,(t) = v_0\, t\ , \qquad y\,(t) = 0\ , \qquad z\,(t) = 0\ .$$

Betrachten Sie diese Bewegung in einem Bezugssystem Σ', das zur Zeit $t = 0$ mit Σ deckungsgleich ist und mit Winkelgeschwindigkeit ω um die gemeinsame z-Achse rotiert. In Σ' wird die Trajektorie $\vec{r}\,'\,(t) = (x'\,(t),\, y'\,(t),\, z'\,(t))$ gemessen.



a) [7P] Bestimmen Sie (mit Begründung) die Drehmatrix $\underline{\underline{D}}\,(t)$, durch die $\vec{r}\,(t)$ in $\vec{r}\,'\,(t)$ überführt wird, und zeigen Sie, dass der Massenpunkt in Σ' die Trajektorie

$$x'\,(t) = v_0\, t\, \cos\,(\omega\, t)\ , \qquad y'\,(t) = -v_0\, t\, \sin\,(\omega\, t)\ , \qquad z'\,(t) = 0$$

durchläuft. Skizzieren Sie $\vec{r}\,'\,(t)$ in der $(x',\, y')$-Ebene.

b) [3P] Bestimmen Sie die in Σ' beobachtete Geschwindigkeit $\vec{v}\,'\,(t)$ und die Beschleunigung $\vec{a}\,'\,(t)$.

c) [3P] Bestimmen Sie die in Σ' auftretende Zentrifugalkraft $\vec{F}_Z = -m\,\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}\,')$.

d) [2P] Bestimmen Sie die in Σ' auftretende Corioliskraft $\vec{F}_C = -2\,m\,\vec{\omega} \times \vec{v}\,'$.

e) [1P] Überprüfen Sie, dass in Σ' die Beschleunigung durch

$$\vec{a}\,' = \frac{1}{m}\left(\vec{F}_C + \vec{F}_Z\right)$$

gegeben ist.

Aufgabe 3: Planetenbewegung (21 Punkte)

Ein Planet der Masse m bewege sich auf einer gebundenen Bahn $\vec{r}(t)$ im Schwerefeld einer Sonne der Masse M. Wegen $M \gg m$ kann die Sonne als Zentrum der Bewegung angenommen werden. Das Potential, in dem sich der Planet bewegt, lautet

$$V(\vec{r}) = -\frac{G\,M\,m}{r}$$

mit der Gravitationskonstante G.

a) [4P] Zeigen Sie durch Gradientenbildung, dass aus $V(\vec{r})$ eine Kraft

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\frac{G\,M\,m}{r^3}\,\vec{r}$$

folgt.

b) [4P] Zeigen Sie, dass wegen der Kugelsymmetrie des Gravitationspotentials (bzw. der Kraft) der Drehimpuls $\vec{L}$ des Planeten während der Bewegung konstant bleibt.

c) [4P] Wegen der Konstanz von $\vec{L}$ findet die Bewegung in einer Ebene statt und kann durch den Abstand $r(t)$ zwischen Sonne und Planet beschreiben werden. Bestimmen Sie für den einfachsten Fall einer Kreisbahn mit Radius $r(t) = r_0 = \text{const.}$ die Umlaufzeit T und überprüfen Sie hiermit die Gültigkeit des dritten Kepler'schen Gesetzes. Wie groß ist hierbei L?

d) [5P] Die vorliegende Situation ist ein Paradebeispiel für den Virialsatz. Erläutern Sie ihn und weisen Sie anhand Ihrer Ergebnisse seine Gültigkeit im vorliegenden Fall nach.

e) [4P] Von dem Planeten soll eine Raumsonde gestartet werden, die das Sonnensystem verlassen soll. Mit welcher Mindestgeschwindigkeit (relativ zum Planeten) muss sie abgeschossen werden? In welche Richtung? Vernachlässigen Sie die Gravitation zwischen Raumsonde und Planet.

Aufgabe 4: Uhrenpendel (19 Punkte)

Betrachten Sie ein Uhrenpendel, das aus einem (masselosen) Stab mit einer daran angebrachten Kreisscheibe (mit Radius R und Masse m) besteht.

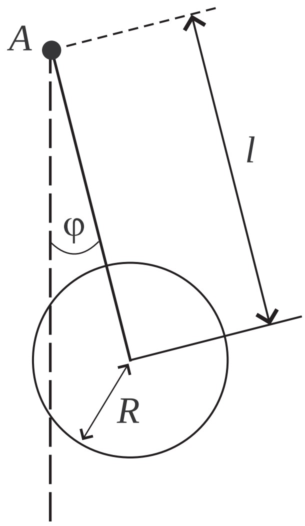
a) [4P] Berechnen Sie zunächst das Trägheitsmoment der Kreisscheibe, bezogen auf ihren Mittelpunkt. Ihr Ergebnis sollte $J_{\mathrm{MP}} = \frac{1}{2}\, m\, R^2$ lauten.

b) [2P] Bestimmen Sie nun das Trägheitsmoment bezogen auf den Aufhängepunkt A.

c) [2P] Bestimmen Sie das Drehmoment, das auf das Pendel wirkt, in Abhängigkeit vom Auslenkungswinkel φ.

d) [7P] Stellen Sie nun die Bewegungsgleichung für den Winkel φ auf, vereinfachen Sie sie unter Annahme kleiner Winkel ($|\varphi| \ll 1$) und bestimmen Sie die resultierende Kreisfrequenz des Pendels sowie seine Schwingungsperiodendauer T.

e) [4P] Vergleichen Sie den Ausdruck für die Schwingungsperiodendauer T mit der Beziehung für ein mathematisches Pendel der Länge l. Drücken Sie hierzu T als Funktion von $u := \left(\frac{R}{l}\right)^2$ aus und entwickeln Sie diesen Ausdruck in eine Taylorreihe bzgl. u bis zur ersten Ordnung. Stellen Sie T als Funktion von $\frac{R}{l}$ graphisch dar.



Aufgabe 5: **Fallschirmspringer** **(14 Punkte)**

Auf einen geöffneten Fallschirm, der mit einer Geschwindigkeit v fällt, wirken eine Reibungskraft F_R mit $|F_R| = c \cdot v$ sowie die Schwerkraft auf den Fallschirmspringer der Masse m.

a) [4P] Wie lautet die Differentialgleichung für $v(t)$?

b) [2P] Wie groß ist die Endgeschwindigkeit v_e des Fallschirmspringers?

c) [6P] Lösen Sie nun die Differentialgleichung, z. B. mit den Techniken für lineare Differentialgleichungen oder mittels Trennung der Variablen.

Hinweis: Die Stammfunktion zu $\frac{1}{1-u}$ (für $u > 1$) lautet $\quad -\ln(u-1)$.

Der Springer habe den Fallschirm im freien Fall bei der Geschwindigkeit v_0 ($> v_e$) zur Zeit $t = 0$ geöffnet. Wie groß ist seine Geschwindigkeit als Funktion der Zeit $v(t)$?

d) [2P] Skizzieren Sie $v(t)$.

Aufgabe 6: **Gekoppelte Pendel** **(17 Punkte)**

Die Massen m zweier gleicher Fadenpendel der Länge l, die nebeneinander hängen, sind durch eine Feder mit der Federkonstanten D verbunden. Die Ruhelänge der Feder ist gleich dem Abstand der Aufhängepunkte beider Pendel: bei senkrecht hängenden Pendeln ist die Feder entspannt.

a) [6P] Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für φ_1 und φ_2 auf. Nehmen Sie an, dass alle Auslenkungswinkel immer klein sind ($|\varphi_1| \ll 1$, $|\varphi_2| \ll 1$).

b) [7P] Welche Eigenfrequenzen ergeben sich für diese Anordnung?

c) [4P] Welche Bewegung führen die beiden Massen aus, wenn zur Zeit $t = 0$

$$\varphi_1 = \varphi_0 \,, \qquad \dot{\varphi}_1 = 0 \,, \qquad \varphi_2 = 0 \,, \qquad \dot{\varphi}_2 = 0$$

gilt.

Hinweis:

Sie können die gekoppelten Bewegungsgleichungen entweder durch Einführen der Koordinaten

$$u = \varphi_1 + \varphi_2 \,, \qquad v = \varphi_1 - \varphi_2$$

lösen, oder indem Sie sie mit Hilfe eines Exponentialansatzes ($e^{i\omega t}$) in ein lineares Gleichungssystem überführen und das charakteristische Polynom betrachten.