5. Übung zur Physik I (WS 2013/14) **Prof. Kohl/Prof. Rohlfing**
Ausgabedatum: 11./12.11.2013 Abgabedatum: 18./19.11.2013

Aufgabe 29: Schiefer Wurf (mündlich, 2 Punkte)

Von einem 100 m hohen Turm werden zwei Steine mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 10$ m/s geworfen. Der erste Stein wird mit 45° zur Horizontalen schräg nach oben geworfen, der zweite genau horizontal. Berechnen Sie, welcher Stein weiter fliegt. Geben Sie die jeweilige Wurfweite an.

Aufgabe 30: Energiebilanz beim schiefen Wurf (mündlich, 2 Punkte)

Ein Körper der Masse m wird am Punkt $\vec{r}_0 = (0, 0, 0)$ mit der Geschwindigkeit

$$\vec{v}_0 = v_0 \,(\cos\,\alpha,\, 0,\, \sin\,\alpha)$$

abgeworfen und bewegt sich unter dem Einfluss der Schwerkraft $\vec{F} = -m\,g\,\vec{e}_z$.

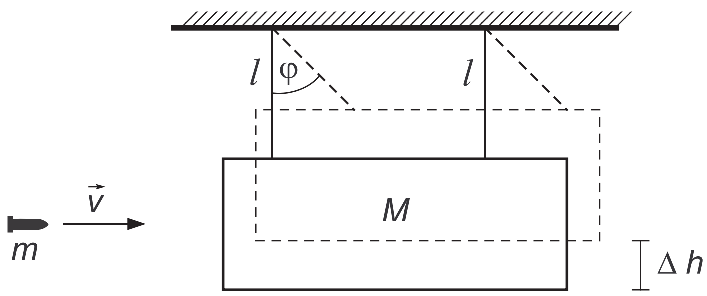
a) Geben Sie $\vec{r}\,(t)$ an.

b) Berechnen Sie die kinetische Energie $E_{\text{kin}}\,(t)$ und die potentielle Energie $E_{\text{pot}}\,(t)$ und deren Summe.

c) Zeichnen Sie die Energien aus b) als Funktion der Zeit t. Benutzen Sie dabei $m = 1$ kg, $v_0 = 20$ m/s, $\alpha = 30°$ und $g = 10$ m/s^2.

Aufgabe 31: Ballistisches Pendel (schriftlich, 2 Punkte)

Zur Messung der Geschwindigkeit v einer Gewehrkugel wird eine Masse M an Fäden der Länge l aufgehängt. Die Gewehrkugel wird zentral auf die Masse geschossen und bleibt darin stecken.



a) Wie groß ist die Maximalauslenkung φ aus der Ruhelage?

b) Welcher Anteil der kinetischen Energie der Gewehrkugel geht beim Auftreffen auf die Masse M verloren?

Benutzen Sie die Näherung $1 - \cos\,\varphi \simeq \dfrac{\varphi^2}{2}$.

Aufgabe 32: Wegintegrale und Arbeit I **(mündlich, 2 Punkte)**

Berechnen Sie die Arbeit, die notwendig ist, um einen Massepunkt im Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = (3\,x^2,\ x\,y,\ 2\,z)$ entlang der Geraden von $\vec{r}_a = (0,\ 0,\ 0)$ nach $\vec{r}_b = (2,\ 1,\ 0)$ zu bewegen.

Aufgabe 33: Wegintegrale und Arbeit II **(schriftlich, 3 Punkte)**

a) Ein Massepunkt bewege sich im Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = A\,r\,\vec{r}$ (mit $A = \text{const.}$). Berechnen Sie die Arbeit für eine Bewegung von $\vec{r}_a = (-1,\ 0,\ 0)$ nach $\vec{r}_b = (1,\ 0,\ 0)$ entlang der Wege C_1 bzw. C_2. Dabei seien die Wege wie folgt gegeben:

$$C_1 : \quad (x,\ 0,\ 0) \qquad \text{mit} \qquad -1 \leq x \leq 1$$

$$C_2 : \quad (-\cos\omega\,t,\ \sin\omega\,t,\ 0) \qquad \text{mit} \qquad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega}\ .$$

b) Führen Sie die Berechnung aus Teil a) für eine Bewegung im Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = (-A\,y,\ A\,x,\ 0)$ durch.

c) Untersuchen Sie, ob die beiden Kraftfelder aus a) und b) konservativ sind, und geben Sie ggf. das zugehörige Potenzial $V(\vec{r})$ an.

Aufgabe 34: Ableitungen im Mehrdimensionalen **(schriftlich, 2 Punkte)**

a) Gegeben seien eine Funktion $f(x,\ y)$ und eine Wegparametrisierung $x = x(u)$, $y = y(u)$. Zeigen Sie (z. B. mittels geeigneter Differenzenquotienten und Grenzwertbildung), dass gilt:

$$\frac{d}{d\,u} f(x(u),\ y(u)) = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{d\,x}{d\,u} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{d\,y}{d\,u}\ .$$

[Anmerkung: Dies ist ein Spezialfall der allgemeinen Regel

$$\frac{d}{d\,u} f(\vec{r}(u)) = \operatorname{grad} f(\vec{r}(u)) \cdot \frac{d}{d\,u}\vec{r}(u)\ ,$$

wobei $\vec{r} \in \mathbb{R}^n$.]

b) Gegeben seien eine Funktion $f(\vec{r})$ und ein Weg $\vec{r}(u)$, so dass $f(\vec{r}(u)) = \text{const.}$ („Höhenlinie“). Zeigen Sie, dass an jedem Punkt des Weges grad f auf dem Weg senkrecht steht.

Aufgabe 35: **Fallbewegung mit Reibung** **(mündlich, 4 Punkte)**

Ein Körper der Masse m bewege sich entlang der vertikalen z-Richtung im Schwerefeld und erfahre dabei eine geschwindigkeitsproportionale Reibungskraft $F_R = -\gamma\, m\, v$. Ausnahmsweise zeige die z-Achse nach unten.

a) Zeigen Sie, dass die Bewegung durch die Differentialgleichung für v

$$m\,\dot{v} = -\gamma\, m\, v + m\, g$$

beschrieben wird und erläutern Sie die einzelnen Terme.

b) Die Differentialgleichung lässt sich durch „Trennung der Variablen" (indem Sie v auf die eine und t auf die andere Seite bringen) lösen. Zeigen Sie, dass das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz durch

$$v\,(t) = \frac{g}{\gamma} + \left(v_0 - \frac{g}{\gamma}\right) \mathrm{e}^{-\gamma\, t}$$

gegeben ist, wobei v_0 die Anfangsgeschwindigkeit ist. Diskutieren Sie auch den Grenzfall $t \to \infty$.

c) Was ergibt sich daraus für das Weg-Zeit-Gesetz, wenn sich der Körper für $t = 0$ am Ort $z = z_0$ befindet? Diskutieren Sie auch hier den Grenzfall $t \to \infty$.

d) Lösen Sie die Differentialgleichung für $v\,(t)$ alternativ mit einem Exponentialansatz.

Aufgabe 36: **Elastischer Stoß** **(schriftlich, 3 Punkte)**

Sie beobachten beim Billardspiel den Stoß einer roten Kugel mit einer zunächst ruhenden weißen Kugel. Die rote Kugel wird durch die Kollision um einen Winkel von $\alpha = 29°$ gegenüber ihrer ursprünglichen Bewegungsrichtung abgelenkt. Die weiße Kugel bewegt sich nach dem Stoß in eine Richtung, die mit der ursprünglichen Bewegungsrichtung der roten Kugel einen Winkel von $\beta = 59°$ bildet. Wie groß ist das Massenverhältnis der beiden Kugeln? Was gilt für die Winkelsumme $\alpha + \beta$ im Fall von zwei gleichschweren Kugeln? Nehmen Sie in allen Fällen an, dass kein Energieverlust bei den Stößen auftritt.