

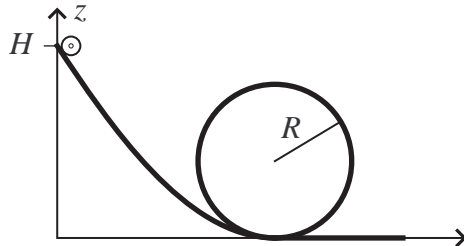
Aufgabe 64: Drehimpuls und Rotationsenergie der Erde

(schriftlich, 1 Punkt)

Berechnen Sie die Größe des Drehimpulses und der Rotationsenergie der Erde. Nehmen Sie dazu an, dass die Erde die konstante Dichte $\rho = 5,54 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ habe.

Aufgabe 65: Looping-Bahn

(schriftlich, 2 Punkte)



Eine Kugel mit Radius r und Masse m rolle auf einer Looping-Bahn. Auf welcher Höhe H muss sich der Schwerpunkt der Kugel beim Start mindestens befinden, damit sie eine Schleife mit dem Radius R durchlaufen kann, ohne dabei aus der Bahn zu fallen?

Aufgabe 66: Mehrfache Integrale

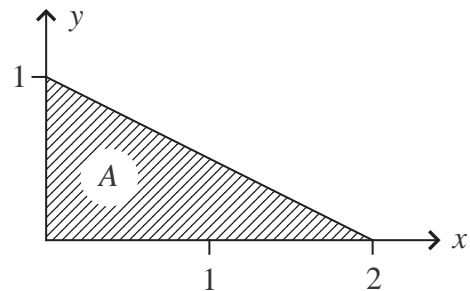
(mündlich, 3 Punkte)

- a) Berechnen Sie für die durch das Quadrat $1 \leq x \leq 2$ und $1 \leq y \leq 2$ gegebene Fläche A die Integrale

$$I_1 = \int_A dx dy \quad \text{und} \quad I_2 = \int_A \frac{1}{x+y} dx dy .$$

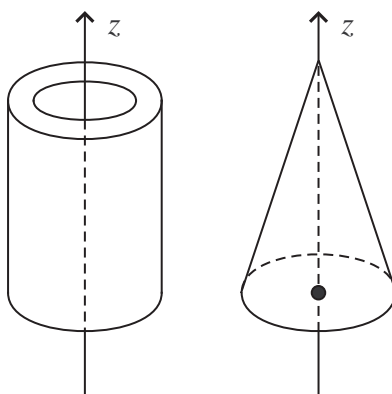
- b) Berechnen Sie für die in der folgenden Skizze gegebene Fläche A die Integrale

$$I_3 = \int_A dx dy \quad \text{und} \quad I_4 = \int_A (x^2 + y^2) dx dy .$$



Aufgabe 67: Trägheitsmomente

(schriftlich, 5 Punkte)



Berechnen Sie das Volumen und das Trägheitsmoment bezüglich einer Rotation um die Längsachse für

- einen Hohlzylinder mit Innenradius R_i , Außenradius R_a und Länge L
- einen Kegel mit kreisförmiger Grundfläche (Radius R) und Höhe h .

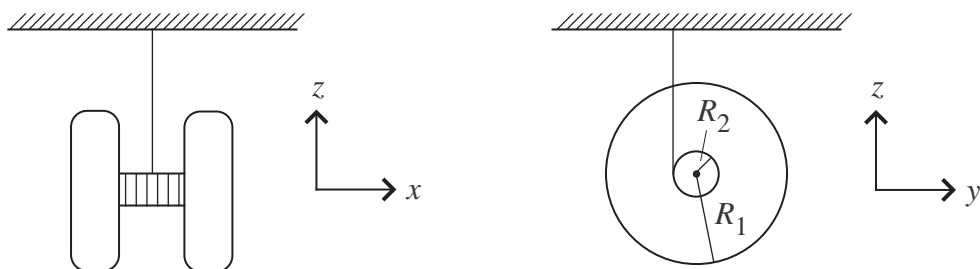
Bestimmen Sie für den Kegel auch die Lage des Schwerpunktes.

Gehen Sie bei beiden Körpern von einer homogenen Massendichte $\rho = \frac{m}{V}$ aus.

Aufgabe 68: Jo-Jo

(schriftlich, 3 Punkte)

Ein Spielzeug-Jo-Jo bestehe aus zwei homogenen zylindrischen Scheiben (Radius $R_1 = 3$ cm, Gesamtmasse beider Scheiben $m_1 = 30$ g), die über einen kleinen Zylinder (Radius $R_2 = 0,3$ cm, Masse $m_2 = 0,1$ g) miteinander verbunden sind. Um diesen Zylinder ist ein Faden gewickelt, an dem das Jo-Jo hängt. (Die Fadendicke soll in der Aufgabe vernachlässigt werden!) Lässt man das Jo-Jo (bei festgehaltenem Faden) los, so beginnt es zu rotieren und sich nach unten zu bewegen ($g = 9,81$ m/s²).



- Berechnen Sie zunächst das Trägheitsmoment des Jo-Jo's bezüglich einer Drehachse, die mit der Zylinderachse übereinstimmt.
- Der Faden haben die Länge $l = 1$ m. Wenn der Faden völlig aufgewickelt ist, befindet sich das Jo-Jo in Ruhe. Welche Translationsgeschwindigkeit hat das Jo-Jo unmittelbar vor Erreichen des unteren Umkehrpunktes? Wie groß ist dann die Winkelgeschwindigkeit?
- Beschreiben Sie qualitativ, wie die Bewegung im unteren Umkehrpunkt verläuft.

Aufgabe 69: Trägheitstensor

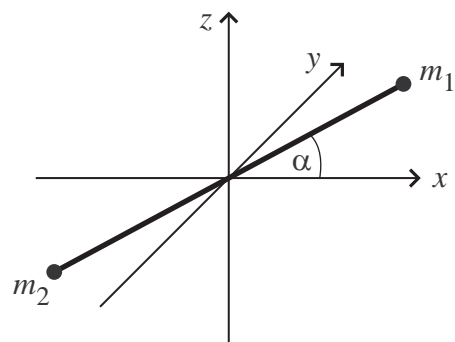
(mündlich, 4 Punkte)

An beiden Enden eines als masselos anzusehenden Stabes der Länge l befinden sich Punktmassen mit $m_1 = m_2 = m$. Der Stab liegt zur Zeit $t = 0$ in der x - z -Ebene und ist gegen die x -Achse um den Winkel α geneigt. Der Schwerpunkt des Stabes befinde sich im Koordinatenursprung.

- Berechnen Sie den Trägheitstensor $\overline{\overline{J}}$ des Systems bei $t = 0$.
- Der Stab wird mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ um die z -Achse gedreht. Berechnen Sie mit Hilfe von $\overline{\overline{J}}$ den Drehimpuls \vec{L} zur Zeit $t = 0$.
- Berechnen Sie den Drehimpuls \vec{L} für $t \geq 0$ unter Verwendung der Bahnkurven

$$\vec{r}_1(t) = \left(\frac{L}{2} \cos \alpha \cos \omega t, \frac{L}{2} \cos \alpha \sin \omega t, \frac{L}{2} \sin \alpha \right)$$

und $\vec{r}_2(t) = -\vec{r}_1(t)$ der beiden Massen. Wie ist der Drehimpuls relativ zum Stab orientiert? Bestimmen Sie das Drehmoment \vec{M} .



Aufgabe 70: Präzession eines Kreisels

(mündlich, 2 Punkte)

Ein schneller Kreisel (Trägheitsmoment J) rotiert 50 mal pro Sekunde in Pfeilrichtung um die Figuren-achse. Die Kreiselachse ist im Schwerpunkt unterstützt. Jetzt belastet man die Achse, wie skizziert, mit einem zusätzlichen Gewicht der Masse M im Abstand x vom Unterstützungspunkt. Wie reagiert der Kreisel auf diese Belastung?

Zahlenwerte: $J = 1 \text{ kg m}^2$, $m = 1 \text{ kg}$, $x = 0,32 \text{ m}$.

