SoSe 2019

Übungen zu den Theoretischen Ergänzungen zur Physik II

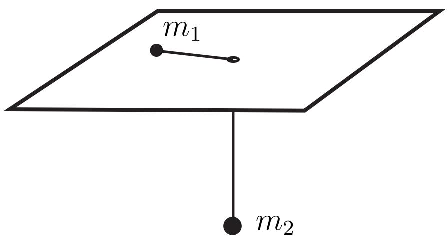
Vorlesung: Prof.Dr. Tilmann Kuhn
Übungen: Dr. Karol Kovařík

Blatt 3

Abgabe: 05.06.19
Besprechung: 06. oder 07.06.19

Aufgabe 5: Euler-Lagrange Gleichung (7 Punkte, schriftlich)

Ein massenloser Faden der Länge l verbindet durch einen Loch in einer Ebene ($z = 0$) zwei Massen m_1 und m_2. Die erste Masse m_1 ist in der Ebene gebunden und die zweite Masse m_2 hängt unter Einfluss der Gravitationskraft $\vec{F}_g = -mg\,\vec{e}_z$ herunter (siehe Abbildung). Die hängende Masse kann sich nur in der z-Richtung bewegen.



(a) (2 Punkte) Führen Sie die Zylinderkoordinaten für die Masse m_1 ein und geben Sie die Lagrange-Funktion des Systems als Funktion von r und φ an.

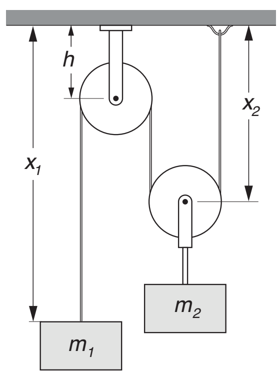
(b) (2 Punkte) Leiten Sie mittels der Euler-Lagrange-Gleichung die Bewegungsgleichungen des Systems her.

(c) (2 Punkte) Geben Sie mögliche zyklische Variable des Systems sowie die möglichen zugehörigen Erhaltungsgrößen an.

(d) (1 Punkt) Welche Bedingung muss erfüllt sein, so dass sich die Masse m_2 nicht bewegt?

Aufgabe 6: Eine feste und eine lose Rolle (6 Punkte, schriftlich)

Zwei Massen m_1 und m_2, $m_2 < 2m_1$ sind über eine feste und eine lose Rolle mit einem Seil verbunden. Seil und Rollen sind masse- und reibungslos.

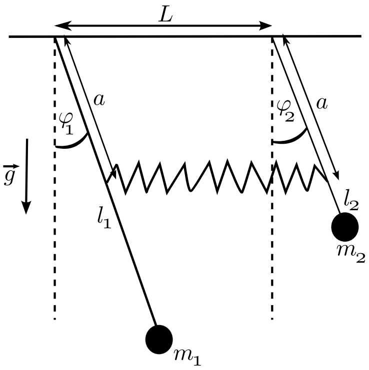


(a) (3 Punkte) Benutzen Sie die Zwangsbedingung, die die Koordinaten $x_1(t)$ und $x_2(t)$ verbindet um die Lagrange Funktion $L(\dot{x}_1, x_1, t)$ aufzustellen.

(b) (3 Punkte) Leiten Sie aus der Lagrange Funktion die Bewegungsgleichungen für die Massen m_1 und m_2 ab. Bestimmen Sie dann daraus die Beschleunigungen der beiden Massen.

Aufgabe 7: Gekoppelte Pendel **(7 Punkte, mündlich)**

Zwei Pendel (Pendellänge l_i, Pendelmasse m_i, $i = 1, 2$) mit L als Abstand der Aufhängepunkte seien durch eine Feder mit Federkonstante k miteinander verkoppelt. Im nicht-ausgelenkten Zustand habe die Feder die Länge L und sei im Abstand a vom Aufhängepunkt an den Fadenpendeln befestigt.



(a) (1 Punkt) Welche systemangepassten generalisierten Koordinaten, die zur Beschreibung des Systems ausreichen, bieten sich an?

(b) (2 Punkte) Bestimmen Sie die potentielle und kinetische Energie des Systems und daraus dessen Lagrange-Funktion.

(c) (2 Punkte) Bestimmen Sie mit Hilfe der der Euler-Lagrange-Gleichung die Bewegungsgleichungen des Systems. Benutzen Sie dabei die Annahme, dass beide Winkel (φ_1 und φ_2) klein sind.

(d) (2 Punkte) Man löse die Bewegungsgleichungen für den Fall $l_1 = l_2$, $m_1 = m_2$ und kleiner Pendelschwingungen durch Entkopplung von φ_1 und φ_2 mittels $z_1 = \varphi_1 + \varphi_2$, $z_2 = \varphi_1 - \varphi_2$ mit den Anfangsbedingungen $\varphi_1(0) = \varphi_0$, $\dot{\varphi}_1(0) = 0$, $\varphi_2(0) = \dot{\varphi}_2(0) = 0$.

Wie lauten die Lösungen für φ_1 bzw. φ_2?