Statistische Physik (SS 2018) **Blatt 8** **Prof. Rohlfing**

Ausgabe: 05.06.2018, Abgabe: 12.06.2018, Besprechung: 14./15.06.2018

Aufgabe 20: Mittlere Besetzungszahlen (schriftlich, 4 Punkte)

Berechnen Sie für ein ideales Quantengas (aus Bosonen bzw. aus Fermionen) die mittlere quadratische Schwankung in den Ein-Teilchen-Besetzungszahlen,

$$(\Delta n_j)^2 := \langle \hat{n}_j^2 \rangle - \langle \hat{n}_j \rangle^2 .$$

Aufgabe 21: Zustandsdichte in der Quantenmechanik (schriftlich, 8 Punkte)

Betrachten Sie ein freies Teilchen in einer, zwei oder drei Dimensionen. Die Dispersionsrelation sei durch $E(k) = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$ (quadratische Dispersion) bzw. $E(k) = c \cdot k$ (lineare Dispersion) gegeben. Bestimmen Sie für jeden der sechs Fälle die Zustandsdichte $Z(E)$ und skizzieren Sie sie (als Funktion von E). [Spin-Entartungen etc. sollen hier vernachlässigt werden.]

Aufgabe 22: Elektronengas (mündlich, 8 Punkte)

Betrachten Sie N Elektronen in einem Volumen $V = L^3$ (mit periodischen Randbedingungen), zunächst bei Temperatur $T = 0$.

a) [2P] Bestimmen Sie die Fermi-Wellenzahl, die Fermi-Energie, und die Gesamtenergie als Funktion der Elektronendichte.

b) [3P] Bestimmen Sie aus der Gesamtenergie den Druck $P = -(\partial E / \partial V)$, und daraus den Bulkmodul $B = -V(\partial P / \partial V)$. [Der Bulkmodul ist das Inverse der Kompressibilität eines Materials; ein hoher (niedriger) Bulkmodul entspricht einem harten (weichen) Material.] Vergleichen Sie die Ergebnisse aus dem freien Elektronengas mit Messdaten einiger Alkalimetalle; hierbei möge jedes Atom ein Valenzelektron zum Elektronengas beisteuern; alle Alkalimetalle liegen in der sogenannten „kubisch raumzentrierten“ Gitterstruktur vor; hier befinden sich jeweils zwei Atom in der kubischen Elementarzelle a^3.

	Gitterkonstante a [Å]	Bulkmodul (gemessen; in GPa)
Li	3.49	11.5
Na	4.23	6.42
K	5.23	2.81
Rb	5.59	1.92
Cs	6.05	1.43

c) [3P] Zeigen Sie, dass sich das Gas für sehr hohe Temperaturen wie ein klassisches ideales Gas verhält. Nehmen Sie hierzu an, dass $\mu \ll -k_B T$ gilt. Bestimmen Sie μ als Funktion von Teilchendichte und Temperatur. Zeigen Sie, dass für $T \to \infty$ $\mu \to -\infty$ gilt. Bestimmen Sie die innere Energie und vergleichen Sie sie mit dem Gleichverteilungssatz der klassischen Statistischen Physik. Schätzen Sie (für die oben angegebenen Metalle) ab, ab welcher Temperatur die zu Grunde gelegte Annahme $\mu \ll -k_B T$ erfüllt wäre. Hier können Sie z. B. mit der „thermischen“ Wellenlänge argumentieren.