

**Aufgabe 3: Ideales Gas****(schriftlich, 12 Punkte)**

Betrachten Sie ein einkomponentiges ideales Gas aus N Atomen oder Molekülen im Volumen V , das durch die Zustandsgleichungen

$$pV = N k_B T \quad \text{und} \quad E = \frac{f}{2} N k_B T$$

beschrieben wird (E = innere Energie, p = Druck, T = Temperatur, k_B = Boltzmann-Konstante, f = Zahl der Freiheitsgrade; $f = 3$ für Atome, $f = 5$ für linear gebaute (z. B. zweiatomige) Moleküle bei nicht zu hoher Temperatur, $f = 6$ für größere Moleküle bei nicht zu hoher Temperatur).

- a) [4P] Bei adiabatischer Kompression eines Gases (d. h. ohne Temperaturlausgleich mit der Umgebung) wird das Volumen reduziert, während gleichzeitig Druck und Temperatur steigen ($p(V)$ und $T(V)$; an jeder Fahrradluftpumpe zu beobachten). Zeigen Sie unter Verwendung der Zustandsgleichungen und unter Betrachtung einer infinitesimalen mechanischen Energiezufuhr ($dE = -pdV$), dass hierbei $T(V) = A \cdot V^\alpha$ sowie $p(V) = B \cdot V^\beta$ gilt; bestimmen Sie die Exponenten α und β .
- b) [8P] Betrachten Sie folgenden Kreisprozess, wie er z. B. im Ottomotor auftritt:
- Frisch eingeströmtes Gas (Druck = Außendruck p_A , Temperatur = Außentemperatur T_A , Volumen = V_A) wird zunächst adiabatisch auf ein Volumen $V_B = V_A/n$ komprimiert (n = „Verdichtung“, meistens $n \approx 10$), wobei sich Druck und Temperatur auf p_B und T_B erhöhen. Bestimmen Sie die dazu notwendige Arbeit W_1 .
 - Das Gas wird nun von T_B weiter erhitzt (i. d. R. durch einen Verbrennungsprozess), und zwar auf die Temperatur T_C , wodurch sich auch der Druck weiter erhöht. Bestimmen Sie die dazu notwendige „Energiezufuhr“ W_2 (= freigesetzte chemische Energie).
 - Nun wird das Gas vom Volumen V_B auf das ursprüngliche Volumen V_A dekomprimiert (wiederum adiabatisch), wobei Druck und Temperatur reduziert werden. Bestimmen Sie die dabei frei werdende mechanische Arbeit W_3 .
 - Der vierte Schritt (Austausch gegen frisches Gas) ist für uns hier ohne Bedeutung. Insgesamt wird durch den Prozess mechanische Arbeit $\Delta W_{13} = W_3 - W_1$ geleistet. Bestimmen Sie den Wirkungsgrad des Motors, d. h. $\eta := \Delta W_{13}/W_2$, und drücken Sie ihn sowohl als Funktion der Verdichtung als auch als Funktion des Quotienten T_A/T_B aus.

Aufgabe 4: Ideales Gas**(mündlich, 8 Punkte)**

Betrachten Sie einen senkrecht stehenden Zylinder mit Querschnittsfläche A , der von einem reibungsfrei beweglichen Stopfen der Masse M verschlossen sei. Der Zylinder sei mit einem idealen Gas gefüllt (Zahl der Freiheitsgrade pro Teilchen: f). Im Gleichgewicht habe der Zylinder das Innenvolumen $V_0 = A \cdot h_0$; Druck und Temperatur seien durch p_0 und T_0 gegeben. Der Stopfen kann nun um die Gleichgewichtslage herum harmonische Schwingungen ausführen, wobei das Gas adiabatisch komprimiert und dekomprimiert wird. Bestimmen Sie (für kleine Amplitude) die resultierende Schwingungsperiode τ . Eine solche Anordnung dient unter anderem dazu, das Verhältnis zwischen C_p und C_V zu messen. Erläutern Sie dies!