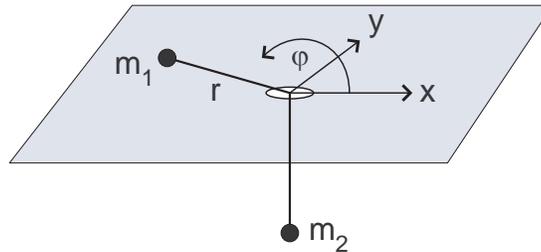


**Aufgabe TE6: Zyklische Koordinate**

(schriftlich, 7 Punkte)

Ein masseloser Faden der Länge  $l$  verbindet durch ein Loch in einer Ebene ( $z = 0$ ) zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$ . Die erste Masse  $m_1$  bewegt sich auf der Ebene und die zweite Masse  $m_2$  hängt unter dem Einfluss der Gravitationskraft  $\vec{F}_g = -m g \vec{e}_z$  herunter (siehe Abbildung). Die hängende Masse kann sich nur in  $z$ -Richtung bewegen.

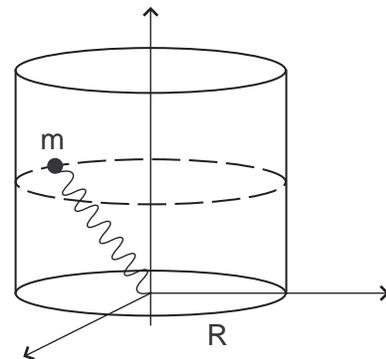
- [2 Punkte] Führen Sie die Zylinderkoordinaten für die Masse  $m_1$  ein und geben Sie die Lagrange-Funktion des Systems als Funktion von  $r$  und  $\varphi$  an.
- [2 Punkte] Leiten Sie mittels der Lagrange-Gleichung die Bewegungsgleichungen des Systems her.
- [2 Punkte] Geben Sie mögliche zyklische Variable des Systems sowie die möglichen zugehörigen Erhaltungsgrößen an.
- [1 Punkt] Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit sich die Masse  $m_2$  nicht bewegt?



**Aufgabe TE7: Teilchenbewegung auf Zylindermantel**

(mündlich, 8 Punkte)

Ein Teilchen der Masse  $m$  bewege sich reibungsfrei auf dem Mantel eines Zylinders mit Radius  $R$ . Zusätzlich wirke auf das Teilchen eine zum Ursprung gerichtete Kraft  $\vec{F} = -k \vec{r}$ .



- [2 Punkte] Benutzen Sie Zylinderkoordinaten und schreiben Sie die Geschwindigkeit des Teilchens als Funktion von  $R$ ,  $z$  und  $\dot{\phi}$ .
- [2 Punkte] Geben Sie die Lagrange-Funktion des Teilchens an.
- [2 Punkte] Leiten Sie mittels der Lagrange-Gleichung die Bewegungsgleichungen des Teilchens her.
- [2 Punkte] Lösen Sie die Bewegungsgleichungen und beschreiben Sie die Bewegung.

*Hinweis:*  $x = r \cos \phi$ ,  $y = r \sin \phi$ ,  $z = z$ .

**Aufgabe TE8: Nichtkonservatives System****(schriftlich, 5 Punkte)**

- a) [3 Punkte] Die Lagrange-Funktion  $L$  eines Teilchens habe die Gestalt

$$L(q, \dot{q}, t) = \left( \frac{m}{2} \dot{q}^2 - \frac{k}{2} q^2 \right) e^{\frac{\alpha}{m} t} .$$

Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf und berechnen Sie  $q(t)$ . Welches physikalische System wird durch  $L$  beschrieben?

- b) [2 Punkte] Ein Teilchen wird durch die Lagrange-Funktion

$$L(q, \dot{q}, t) = \frac{m}{2} \dot{q}^2 - \frac{k}{2} q^2$$

und die Dissipationsfunktion

$$D(\dot{q}) = \frac{1}{2} \alpha \dot{q}^2$$

beschrieben. Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf.