

Aufgabe 7: Mittelwerte und Unschärfen

(mündlich, 5 Punkte)

a) Gegeben sei die eindimensionale Wellenfunktion

$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) & \text{für } 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Berechnen Sie die Mittelwerte $\langle x \rangle$ und $\langle p \rangle$, die Unschärfen Δx und Δp sowie das Unschärfeprodukt $\Delta x \Delta p$.

b) Zeigen Sie, dass für jede reelle eindimensionale Wellenfunktion $\psi(x)$ der Impulsmittelwert $\langle p \rangle$ verschwindet.

c) Gegeben sei eine eindimensionale Wellenfunktion $\psi(x)$ mit $\langle x \rangle = x_0$, $\langle p \rangle = p_0$, $\Delta x = \sigma_x$ und $\Delta p = \sigma_p$. Welche Werte haben $\langle x \rangle$, $\langle p \rangle$, Δx und Δp für die Wellenfunktion $\tilde{\psi}(x) = \psi(x) e^{ikx}$?

Aufgabe 8: Wellenfunktionen und Stromdichten

(schriftlich, 2 Punkte)

Berechnen Sie für die folgenden Wellenfunktionen die Wahrscheinlichkeitsdichten und die Wahrscheinlichkeitsstromdichten:

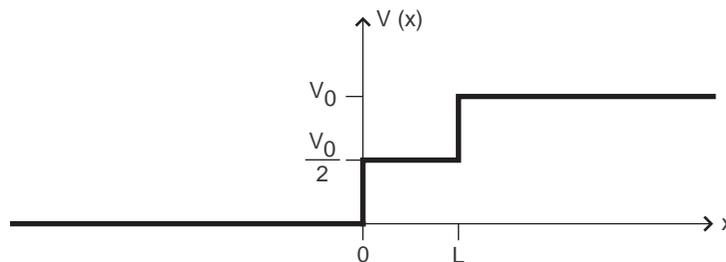
a) $\psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$ mit $A, B \in \mathbf{C}$. Interpretieren Sie das Ergebnis.

b) $\psi(\vec{r}) = \frac{A}{r} e^{\pm ikr}$. (Verwenden Sie den Nabla-Operator in Kugelkoordinaten.) Wie groß ist der gesamte Wahrscheinlichkeitsstrom durch eine Kugelfläche mit Radius R und Mittelpunkt bei $\vec{r} = 0$?

Aufgabe 9: Potentialtreppe

(schriftlich, 9 Punkte)

Ein Teilchen mit der Energie $E > V_0$ bewege sich von links auf eine doppelte Potentialstufe $V(x)$ zu.



a) Wie lauten die Ansätze für die Wellenfunktionen in den drei Bereichen $x \leq 0$, $0 < x < L$, $L \leq x$ und welche Anschlussbedingungen müssen an den Sprungstellen des Potentials erfüllt sein?

b) Berechnen Sie den Reflexionskoeffizienten R für die in den Bereich $x < 0$ reflektierte Welle. Was ergibt sich für den Grenzfall $L = 0$?

c) Skizzieren Sie (z. B. unter Verwendung eines Grafikprogramms) R als Funktion von E/V_0 für $L/L_0 = 0, 7, 10$, wobei $L_0^2 = \hbar^2/(m V_0)$ ist. Diskutieren Sie kurz Ihr Ergebnis.

Aufgabe 10: Volumen von Edelmetallen**(mündlich, 4 Punkte)**

Berechnen Sie die Größe von Cu-, Ag- und Au-Atomen und vergleichen Sie den erhaltenen Wert mit Abständen in einkristallinen Festkörpern dieser Materialien.

Massendichte:

- Cu: $8,93 \text{ g cm}^{-3}$
- Ag: $10,50 \text{ g cm}^{-3}$
- Au: $19,32 \text{ g cm}^{-3}$