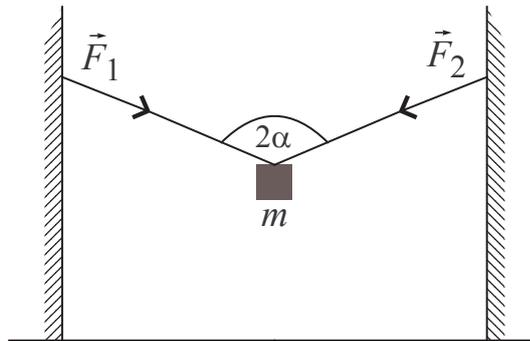
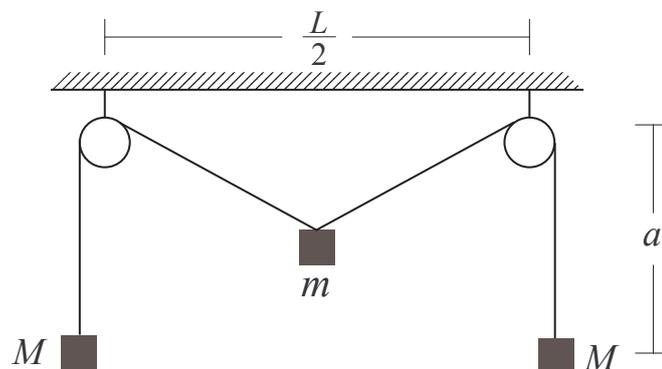


Aufgabe 16: Zerlegung von Kräften

- a) Zwischen zwei Hauswänden hängt zur Beleuchtung der Straße eine Lampe mit der Masse $m = 5 \text{ kg}$ an zwei Seilen. Berechnen Sie die Beträge der Kräfte \vec{F}_1 und \vec{F}_2 , die die Seile auf die Hauswände ausüben. In welchem Bereich darf der Wert des Winkels α liegen, wenn ein Seil maximal mit einer Kraft von 100 N belastbar ist?



- b*) An jedem Ende eines Seiles der Länge L , das über 2 Rollen im Abstand $\frac{L}{2}$ gelegt ist, hängt eine Masse M . In der Seilmitte hängt eine weitere Masse m . Berechnen Sie den Abstand a zwischen einer Rolle und der darunterhängenden Masse M als Funktion des Massenverhältnisses $\lambda = \frac{m}{M}$. Wie groß ist a speziell für $\lambda = 0$ und $\lambda = 1/2$? Für welches λ ist $a = 0$?



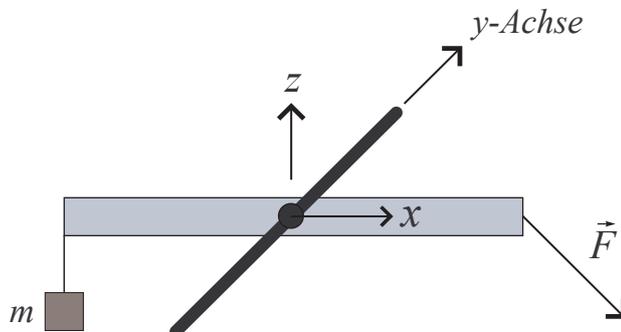
Hinweis:

Gehen Sie von einem masselosen Seil und unendlich dünnen Rollen aus. Es gilt: $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.

Aufgabe 17*: Kreuzprodukt

- a) Zeigen Sie, dass für zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} folgende Beziehung gilt: $(\vec{a} \times \vec{b})^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = a^2 b^2$.
- b) Ein Stab der Länge $L = 1 \text{ m}$ sei in seiner Mitte um eine in y -Richtung zeigende Achse drehbar gelagert. An einem Ende des Stabes greife eine Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} 3 \text{ N} \\ 0 \text{ N} \\ -4 \text{ N} \end{pmatrix}$ an.

Berechnen Sie das auf die Mitte des Stabes bezogene Drehmoment. Wie groß muss ein am anderen Ende des Stabes hängendes Gewicht sein, um das Gesamtdrehmoment zum Verschwinden zu bringen? Wie groß ist das Gewicht zu wählen, wenn die Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \text{ N} \\ 3 \text{ N} \\ -4 \text{ N} \end{pmatrix}$ wirkt?



Aufgabe 18: Differentiation

Berechnen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen:

- a) $f(x) = x^8$ b) $f(x) = (2 + x)(x^2 + 1)$ c) $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x}$
- d) $f(x) = \cos(7x)$ e) $f(x) = x^3 + 2 \sin(2\pi x)$ f) $f(x) = \sin^2 x$
- g) $f(x) = \sqrt{2x - 6x^4}$ h) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 + 2x}}$ i) $f(x) = x^2 \cdot \cos(x)$
- j) $f(x) = e^{2x-1}$ k) $f(x) = e^{-x} \sin(x)$ l) $f(x) = \ln(\sqrt{2} \cdot x)$
- m) $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

Aufgabe 19: Kurvendiskussion

Führen Sie eine Kurvendiskussion der Funktion $f(x) = -2x^3 - 5x^2 + 8x$ durch. Diskutieren Sie insbesondere Symmetrie, asymptotisches Verhalten, Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte, und zeichnen Sie ein Schaubild.

Aufgabe 20*: Extremwerte

Aus einem rechteckigen Stück Blech mit den Seitenlängen $a = 8 \text{ cm}$ und $b = 5 \text{ cm}$ soll nach Aussägen eines Quadrates an den Ecken des Rechtecks und Hochbiegen der dadurch entstandenen Randflächen ein oben offenes Kästchen mit möglichst großem Rauminhalt hergestellt werden. Berechnen Sie die Seitenlänge der herauszusägenden Quadrate und das Volumen des Kästchens.

