Aufgabe 8: Sinus- und Kosinussatz

Berechnen Sie (mit dem Sinus- und Kosinussatz) die fehlenden Seiten und Winkel im Dreieck:

a) $a = 4{,}6$ cm $\quad b = 6{,}4$ cm $\quad \beta = 33°$

b) $b = 2{,}6$ cm $\quad c = 3{,}5$ cm $\quad \alpha = 147{,}5°$

c*) $a = 86$ mm $\quad b = 5$ cm $\quad c = 6{,}1$ cm

Aufgabe 9*: Additionstheoreme

Benutzen Sie die Additionstheoreme

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\,\cos\beta + \sin\beta\,\cos\alpha \qquad \text{und} \qquad \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\,\cos\beta - \sin\alpha\,\sin\beta$$

um folgende Beziehung zu zeigen:

$$\sin(4\,\alpha) = 4\,(\sin\alpha\,\cos^3\alpha - \sin^3\alpha\,\cos\alpha)\ .$$

Aufgabe 10: Schnittwinkel von Geraden

Bestimmen Sie den Schnittwinkel der beiden Geraden

$$f(x) = -2\,x + 5 \qquad \text{und} \qquad g(x) = \frac{3}{2}\,x + 1\ .$$

Aufgabe 11: Polarkoordinaten

Stellen Sie folgende Punkte in Polarstellung dar:

a) $P = (+1, +1)$

b) $P = (-1, -1)$

c*) $P = (4, -3)$

Berechnen Sie die kartesischen Koordinaten folgender Punkte:

d) $r = 5 \qquad \phi = 295°$

e) $r = 7 \qquad \phi = \dfrac{4\,\pi}{6}$

Aufgabe 12: Vektoren

a) Berechnen Sie den Betrag der Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} , \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} , \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} .$$

b) Normieren Sie die Vektoren $\vec{a}$ bis $\vec{c}$.

c) Berechnen Sie mit den Vektroren $\vec{a}$ bis $\vec{c}$:

$$\left(\vec{a} + \vec{b}\right) , \qquad \left(\vec{a} - \vec{b}\right) , \qquad \left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right) , \qquad \vec{a} \times \vec{b} ,$$

$$\left(\vec{a} + \vec{c}\right) , \qquad \left(\vec{a} - \vec{c}\right) , \qquad \left(\vec{a} \cdot \vec{c}\right) , \qquad \vec{a} \times \vec{c} .$$

d) Wie groß ist der Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$; $\vec{a}$ und $\vec{c}$?

e*) Wie lang ist die Projektion von $\vec{a}$ auf $\vec{b}$?

Aufgabe 13: Koordinatendarstellung von Vektoren

Schreiben Sie die folgenden Vektoren in Koordinatendarstellung ($\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ seien die drei kartesischen Basisvektoren):

a) $\vec{e} = -3\,\vec{e}_1 + 5\,\vec{e}_2 - 12\,\vec{e}_3$

b) $\vec{f} = \vec{e}_3$

c) $\vec{g} = 2\,(\vec{e}_1 + \vec{e}_2) - 7\,(\vec{e}_1 - \vec{e}_3) - 6\,(\vec{e}_2 + \vec{e}_3)$

d*) $\vec{h} = 4\,(\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2) \cdot \vec{e}_3 + 5\,(\vec{e}_1 + \vec{e}_2) - 2\,(\vec{e}_3 \cdot \vec{e}_3) \cdot \vec{e}_3$

e*) $\vec{i} = 3\,(\vec{e}_2 \times \vec{e}_3) - 6\,(\vec{e}_1 \times \vec{e}_3)$

f*) $\vec{j} = (\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_3) \cdot \vec{e}_2 - (\vec{e}_1 \times \vec{e}_2) + (\vec{e}_3 \times \vec{e}_2)$

Aufgabe 14: Abstand von Punkten

Berechnen Sie jeweils den Abstand zwischen den beiden Punkten:

a) $(4, 3)$; $(-1, -4)$

b) $(6, -3)$; $(-6, 1)$

c*) $(1, 2, 3)$; $(4, 5, 6)$

Aufgabe 15*: Vektoren in komponentenfreier Darstellung

Beweisen Sie die Dreiecksungleichung für Vektoren:

$$\left||\vec{a}| - |\vec{b}|\right| \leq \left|\vec{a} + \vec{b}\right| \leq \left||\vec{a}| + |\vec{b}|\right| .$$