Kohl/Rohlfing Blatt 1

Vorbemerkungen zu allen Übungsaufgaben:

Die Teilnehmer des Physik-Vorkurses bringen unterschiedliche Vorkenntnisse und Zielsetzungen mit. Vor diesem Hintergrund decken die Übungsaufgaben bewusst ein breites Spektrum ab und sind eher umfangreich gestaltet, so dass jeder Teilnehmer/in seine/ihre persönliche Auswahl treffen kann und soll. Falls Ihnen die Präsenz-Bearbeitungszeit nicht genügt, so lassen Sie z.B. die mit einem Stern (*) gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben (zunächst) weg.

Zur Selbstkontrolle mag Folgendes dienen: um an der Veranstaltung "Physik 1" teilzunehmen, sollten Sie den überwiegenden Teil der Aufgaben bearbeiten können (vor allem diejenigen mit dem elementaren mathematischen Handwerkszeug wie Potenzregeln, Logarithmus, Umformungen, Vektorrechnung, Differenzieren und Integrieren). Hierbei ist es besonders wichtig, dass Sie die Techniken sicher beherrschen und sich auf Ihre eigenen Ergebnisse verlassen können. Wie viel Zeit Sie dafür benötigen, ist weniger wichtig.

Aufgabe 1: Rechnen mit Potenzen

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke (es sei $n \in \mathbb{N}$):

a)
$$0.3^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^6$$
 f) $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}}$

b)
$$2^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$$
 g) $e^{-x} e^{-x+2} e^{2x+3}$

c)
$$2^n \left(\frac{x}{2}\right)^n x$$
 h*) $\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}$

d)
$$\left(\frac{a-b}{c}\right)^{2n} \left(\frac{c}{b-a}\right)^{2n}$$
 i*) $\frac{1}{e^{2x}} + 3\left(e^{-x}\right)^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2$ e*) $(a-b)^n + (b-a)^n$

Aufgabe 2: Zerlegen von Logarithmen

Schreiben Sie folgende Ausdrücke als Summe bzw. Produkt:

a)
$$\ln \sqrt{\frac{3x^2\sqrt{y}}{2y^2\sqrt{x}}}$$
 b) $\ln \frac{\sqrt[3]{4}}{v^2-\omega^2}$

c)
$$\ln \sqrt[4]{c \sqrt[3]{b \sqrt{a}}}$$
 d^*) $\ln (x^{\ln x})$

Aufgabe 3: Zusammenfassen von Logarithmen

Schreiben Sie als einen Logarithmus:

a)
$$2 \ln(u^2) + \frac{1}{2} \ln(u \cdot v) - 4 \ln(\frac{u}{v^2})$$

b)
$$\ln (a^2 b^2) - 2 \ln (a \cdot b^2)$$

c*)
$$\frac{1}{3} \left[\ln a + \frac{1}{3} \ln (a - b) - 2 \left(\ln b + \frac{1}{3} \ln \left(\frac{a}{b^2} \right) \right) \right]$$

Aufgabe 4: Gleichungen

Lösen Sie folgende Gleichungen nach x auf:

a)
$$20x^2 + 5x = 0$$

b)
$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

a)
$$20x^2 + 5x = 0$$
 b) $x^2 + 2x + 1 = 0$ c) $\frac{1}{4}(4x + 8) = \frac{2}{3}(6x - 15)$ d*) $x(x - 5) = 2(1 - 2x)$ e) $2 + 2x = \frac{x + 1}{x - 1}$ f*) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

$$d^*) \quad x(x-5) = 2(1-2x)$$

e)
$$2 + 2x = \frac{x+1}{x-1}$$

$$f^*) \quad x^4 - 3x^2 + 2 = 0$$

g)
$$2x + \sqrt{25 - x^2} = 0$$

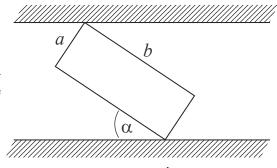
h*)
$$\sqrt{4x+9} - \sqrt{3x-5} = 2$$
 i*) $3^{2x-1} = 3^{3x+5}$

$$(*)$$
 $22x-1 = 23x+5$

j)
$$12 \cdot 3^{2x-3} \cdot 2^{x-3} = 6^{x-1}$$

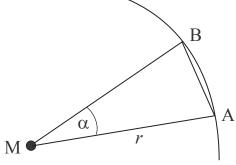
Aufgabe 5: Trigonometrie

Eine rechteckige Kiste mit den Kantenlängen a = 1,60 m und $b = 3{,}10$ m blockiert eine Durchfahrt. Wie breit ist die Durchfahrt, wenn $\alpha = 28^{\circ}$ ist?



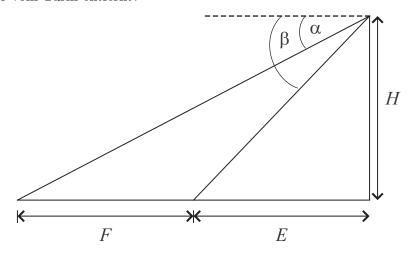
Aufgabe 6*: Flächen von Dreiecken

Wir betrachten einen Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r, in dem das Dreieck MAB liegt. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks. Benutzen Sie diese Formel um den Flächeninhalt eines regelmäßigen n-Ecks, das in dem Kreis liegt, auszurechnen.



Aufgabe 7: Trigonometrie

Ein Turm der Höhe H=30 m steht in der Entfernung E von einem Fluss der Breite F entfernt. Eine Person auf dem Turm blickt auf den Fluss. Sie sieht das entfernte Ufer unter einem Tiefenwinkel von $\alpha = 14^{\circ}$ und das nahe liegende Ufer unter einem Tiefenwinkel von $\beta = 30^{\circ}$. Wie breit ist der Fluss und wie weit ist er vom Turm entfernt?



2