Aufgabe 16 (mündlich): Wärmepumpe (10 Punkte)
Ein Gebäude mit einer erforderlichen Heizleistung von 10 kW soll im Winter mittels einer Wärmepumpe, die durch eine Wärmekraftmaschine angetrieben wird, geheizt werden. Die Wärmekraftmaschine führe einen Carnot-Prozess aus, bei dem die Wärmezufuhr bei 700 °C und die Wärmeabfuhr bei 50 °C erfolgt. Die dabei frei werdende Arbeit werde vollständig zum Betrieb der Wärmepumpe verwendet. Diese führe ebenfalls einen Carnot-Prozess aus, bei dem die Wärmezufuhr bei 3 °C und die Wärmeabfuhr bei 50 °C erfolgt. Die abgegebene Wärme werde in beiden Fällen zur Raumheizung verwendet.

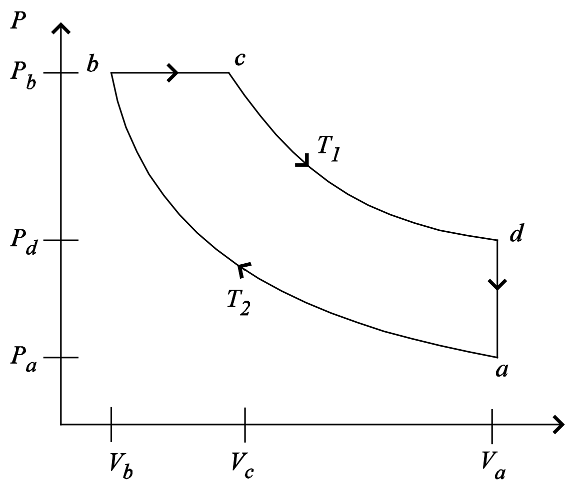
a) Wie groß ist der Wärmestrom (Wärme pro Zeit), der der Wärmekraftmaschine zuzuführen ist?
b) Welche Leistung muss der Wärmepumpe zugeführt werden, wenn diese alleine zur Gebäudeheizung verwendet wird?
c) Die unter b) berechnete Leistung soll durch die Wärmekraftmaschine erzeugt werden (ohne deren Abwärme zur Gebäudeheizung zu nutzen). Wie groß ist in diesem Fall der zuzuführende Wärmestrom?
d) Die Heizung soll ausschließlich durch elektrischen Strom, der von der Wärmekraftmaschine als Arbeit erzeugt wird, betrieben werden. Welchen Wärmestrom nimmt die Maschine dabei auf?
e) Diskutieren Sie den "Primärenergieaufwand" für die verschiedenen Arten der Heizung.

Aufgabe 17 (mündlich): Isentrope Erwärmung (3 Punkte)
Ein ideales einatomiges Gas wird von 273 K auf 373 K erwärmt. Bestimmen Sie, um welchen Faktor Sie gleichzeitig das Volumen verringern müssen, damit die Entropie unverändert bleibt.

Aufgabe 18 (schriftlich): Adiabatische Expansion (6 Punkte)
Ein Mol eines idealen, einatomigen Gases wird, ausgehend von $p_i = 1013$ hPa und $T_i = 273.15$ K, adiabatisch und reversibel auf das doppelte Volumen expandiert.

a) Wie groß sind Endvolumen V_f , Enddruck p_f und Endtemperatur T_f nach der Expansion?
b) Wie groß ist die Änderung der inneren Energie?
c) Wie groß ist die Änderung der Entropie?

Aufgabe 19 (schriftlich): Kreisprozess (10 Punkte)
Gegeben sei der skizzierte Kreisprozess bestehend aus den Isothermen $a \rightarrow b$ und $c \rightarrow d$, der Isobaren $b \rightarrow c$ und der Isochoren $d \rightarrow a$. Als Arbeitssubstanz werde ein einatomiges ideales Gas verwendet, d.h. die Wärmekapazität ist $C_V = \frac{3}{2} N k_B$.

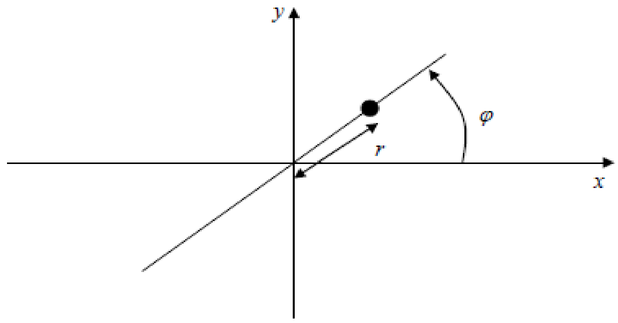


a) Berechnen Sie für jedes der vier Wegstücke die ausgetauschte Wärme, die zugeführte bzw. geleistete Arbeit und die Änderung der inneren Energie. Drücken Sie die berechneten Größen durch die beteiligten Temperaturen und Volumina aus und geben Sie auch jeweils das Vorzeichen der entsprechenden Größe an.
b) Wie ist der Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine definiert? Bestimmen Sie den Wirkungsgrad des hier gegebenen Kreisprozesses und drücken Sie ihn durch das Temperaturverhältnis T_1 / T_2 und das Volumenverhältnis V_a / V_b aus.
c) Berechnen Sie ausgehend von der für reversible Zustandsänderungen geltenden Beziehung $dS = \frac{\delta Q}{T}$ die Entropieänderung ΔS auf jedem der vier Wegstücke und zeigen Sie explizit, dass die gesamte Entropieänderung bei einem kompletten Umlauf verschwindet.

!Bitte die TE Aufgaben separat abgeben!

Aufgabe TE7 (mündlich): Lagrange erster Art (10 Punkte)

Längs einer Stange, die gleichförmig in der *x*-*y*-Ebene rotiert, kann sich eine mit einer Bohrung versehene Kugel bewegen. Zur Zeit $t = 0$ habe die Kugel vom Drehpunkt den Abstand a und ihre Radialgeschwindigkeit sei null.

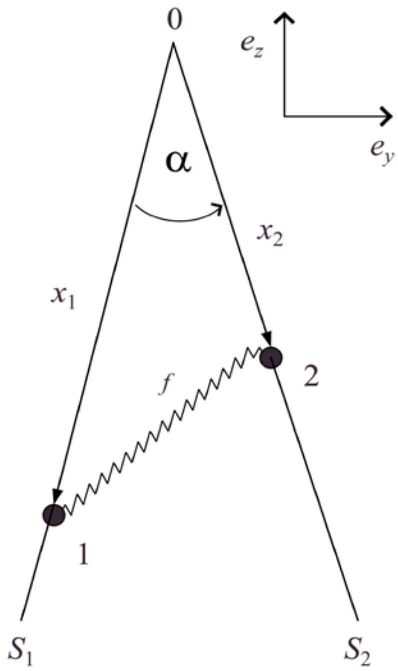


a) Geben Sie explizit die Zwangsbedingungen in der Form $f_v(r,\varphi,t) = 0$ für die folgenden Fälle an:
   (i) die Kugel werde auf der Stange festgeschraubt,
   (ii) die Kugel kann reibungsfrei auf der Stange gleiten,
   (iii) eine Coulombsche Reibungskraft mit der Radialkomponente $K = -fF_N \dot{r} / |\dot{r}|$ behindert das Gleiten der Kugel, wobei F_N der Betrag der Normalkraft ist, welche die Kugel auf die Stange drückt, und $f > 0$ eine Reibungskonstante ist.
b) Stellen Sie unter Vernachlässigung der Gravitation die Lagrange-Gleichungen erster Art in Polarkoordinaten r,φ auf.
c) Bestimmen Sie die radiale und die tangentiale Zwangskraft $\bar{Q}_r$ und $\bar{Q}_\varphi$ und lösen Sie die Bewegungsgleichungen für die Fälle (i) – (iii).

Hinweis: Die Reibungskraft tritt in den Bewegungsgleichungen in der Form einer nicht aus einem Potential ableitbaren generalisierten Kraft auf. $\bar{Q}_\varphi$ ist das durch die Kraft F_N bewirkte Drehmoment. F_N kann damit durch die im Fall (ii) berechnete Zwangskraft ausgedrückt werden.

Aufgabe TE8 (schriftlich): Eigenschwingungen (10 Punkte)

Zwei gerade Schienen $\overline{OS_1}$ und $\overline{OS_2}$ werden im homogenen Gravitationsfeld $(g = -ge_z)$ so aufgestellt, dass sie den Winkel α miteinander einschließen und die (y,z)-Ebene aufspannen. Die Winkelhalbierende von α fällt mit der z-Richtung zusammen. Auf jeder der beiden Schienen wird ein Massenpunkt reibungsfrei geführt $(m_1 = m_2 = m)$, wobei die beiden Massenpunkte noch über eine Feder gekoppelt seien (s. Skizze). Die Federkonstante sei f, die Federlänge im spannungsfreien Zustand sei null $(l_0 = 0)$.



a) Wie viele Freiheitsgrade hat das System? Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion $L(x_i, \dot{x}_i)$, die generalisierten Impulse p_i und die Lagrange-Gleichungen.
b) Bestimmen Sie die Gleichgewichtslagen (x_{10}, x_{20}) der beiden Massenpunkte. Führen Sie als neue Koordinaten die Auslenkungen $y_i = x_i - x_{io}$ $(i = 1,2)$ aus der Gleichgewichtslage ein, und stellen Sie die Bewegungsgleichungen für y_i auf.
c) Berechnen Sie die Frequenzen $\omega_{1,2}$ der Eigenschwingungen des mechanischen Systems und charakterisieren Sie die zugehörigen Eigenschwingungen. Gibt es Winkel α, bei denen beide Frequenzen gleich sind? Wenn ja,welche (Begründung!)? Was passiert für $\alpha \to \pi$?
d) Als Anfangsbedingung werde nun die Masse 1 an die Spitze O gebracht. Die Masse 2 befindet sich in ihrer Ruhelage. Zum Zeitpunkt $t = 0$ werden die beiden ruhenden Massen losgelassen. Für $t > 0$ bewegen sie sich auf verschiedenen Schienen. Berechnen Sie die Bewegung für diese Anfangsbedingung.