Aufgabe 9: Infinitesimale quasistatische Prozesse (3 Punkte)

Die Entropie eines einfachen, einkomponentigen thermodynamischen Systems ist eine eindeutige Funktion der inneren Energie U, des Volumens V und der Molzahl N. Zeigen Sie, dass für infinitesimale quasistatische Prozesse gilt:

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{p}{T}dV - \frac{\mu}{T}dN \,,$$

wobei T, p und μ Funktionen der unabhängigen Variablen U, V und N sind.

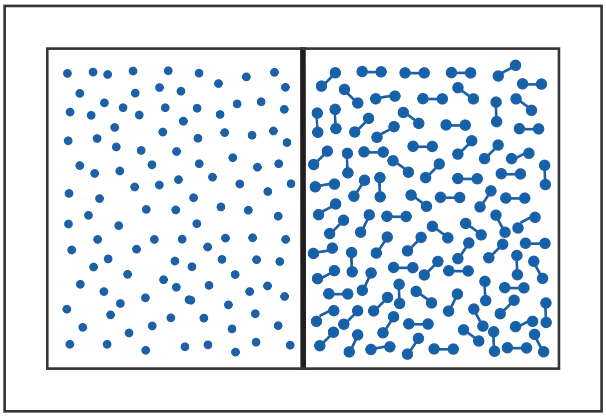
Hinweis: Nutzen Sie die Relationen a) und b) aus Aufgabe 6 aus.

Aufgabe 10: Thermisches Gleichgewicht (4 Punkte)

Gegeben sei ein abgeschlossenes thermodynamisches System bestehend aus zwei Teilsystemen mit den folgenden Zustandsgleichungen:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{3}{2}R\frac{N_1}{U_1} \qquad \text{und} \qquad \frac{1}{T_2} = \frac{5}{2}R\frac{N_2}{U_2} \,,$$

mit $R = 8.314$ J/mol $\cdot$ K. Das erste System enthält 2 mol eines monoatomaren idealen Gases, das zweite 3 mol eines diatomaren idealen Gases aus zweiatomigen Molekülen.



Die Trennwand zwischen den Gasen sei zunächst adiabatisch, starr und impermeabel. Wir ändern die Wand dann so, dass sie wärmedurchlässig wird.

a) Wenn in einem Ausgangszustand $T_1 = 245$ K und $T_2 = 350$ K waren, wie groß sind dann im Gleichgewichts-Endzustand U_{ges}, U_1, U_2 und T?

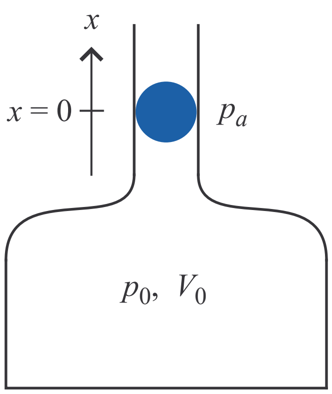
b) Von einem anderen Ausgangszustand sei nur bekannt, dass die gesamte innere Energie $U_{\text{ges}} = 25.000$ J ist. Wie groß sind jetzt U_1, U_2 und T im Gleichgewichts-Endzustand?

c) Ist es ein Zufall, dass in den verschiedenen Gleichgewichts-Endzuständen $U_2 > U_1$ ist?

Aufgabe 11: C_p/C_V**-Oszillator** **(7 Punkte)**

a) Leiten Sie für ein ideales Gas aus der thermischen ($p\,V = N\,R\,T$) und der kalorischen ($U = C_V\,N\,T$) Zustandsgleichung für konstante Molzahl N Relationen zwischen p und V für einen isochoren, isobaren, isothermen und isentropischen (adiabatischen) Prozess ab. Zeichnen Sie, ausgehend vom Punkt (p_0, V_0) eine Isochore, eine Isobare, eine Isotherme und eine Adiabate in ein p-V-Diagramm.

b) Betrachten Sie nun folgende Anordnung:



In einer großen Flasche befinde sich ein ideales Gas. Durch den Verschluss der Flasche führe ein Röhrchen mit der Querschnittsfläche A. In dem Glasröhrchen befinde sich ein genau passendes Kügelchen der Masse M. Im Gleichgewicht befinde sich das Kügelchen bei $x = 0$, wobei der Innendruck in der Flasche und das Gasvolumen die Werte p_0 und V_0 annehmen. Kleines Auslenken des Kügelchens aus dem Gleichgewicht gibt Anlass zu einer Schwingungsbewegung. Warum ist das so? Zeigen Sie unter der Annahme einer adiabatischen Kompression und Expansion des Gases in der Flasche bei einer Schwingung des Kügelchens um $x = 0$, dass man mit dieser Anordnung die Adiabatenkonstante $\kappa = (C_V + R)/C_V =: C_p/C_V$ messen kann.

Aufgabe 12: **Gleichgewichtsbedingungen** **(3 Punkte)**

In der Vorlesung wurden die Gleichgewichtsbedingungen aus dem Minimalprinzip der inneren Energie U abgeleitet.

a) Leiten Sie die Gleichgewichtsbedingungen aus dem Maximalprinzip der Entropie ab.

b) Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus der Vorlesung.

c) Begründen Sie die „scheinbaren“ Unterschiede.

Aufgabe 13: **Isotherme Kompressibilität und isobarer thermischer Ausdehnungskoeffizient** **(3 Punkte)**

Die Zustandsgleichung $p\,(V,T)$ eines Systems mit fester Molzahl N sei bekannt. Drücken Sie die isotherme Kompressibilität

$$\kappa_T = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p}\bigg|_T$$

und den isobaren, thermischen Ausdehnungskoeffizienten

$$\alpha_p = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}\bigg|_p$$

durch die partiellen Ableitungen von p nach V und T aus. Berechnen Sie κ_T und α_p für das ideale Gas mit $p\,V = N\,R\,T$.

Hinweis: Nutzen Sie die Relationen a) und b) aus Aufgabe 6 aus.