

**Aufgabe 3: Adiabatische Zustandsänderung**

**[10 Punkte]**

Reale Gase werden oft im Modell des van der Waals-Gases beschrieben. Die zugehörigen Zustandsgleichungen lauten:

$$p = \frac{N k_B T}{V - Nb} - \frac{N^2 a}{V^2} \quad \text{und} \quad U = C_V T - \frac{aN^2}{V},$$

wobei  $a$ ,  $b$  und  $C_V$  Materialkonstanten sind.

- a) Zeigen Sie, dass bei einer adiabatischen Zustandsänderung *allgemein* der Zusammenhang

$$dT = - \frac{p + \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_T}{\left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_V} dV$$

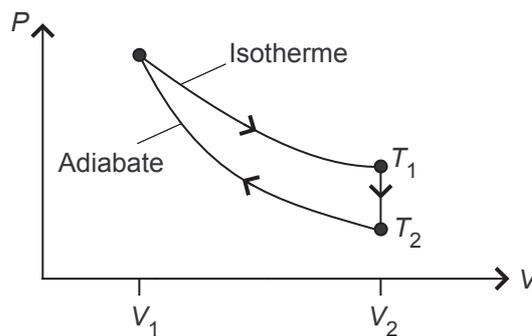
zwischen Temperaturänderung und Volumenänderung besteht.

- b) Der Zustand eines van der Waals-Gases werde adiabatisch von  $T_1, V_1$  nach  $T_2, V_2$  verändert. Berechnen Sie  $T_2$  in Abhängigkeit von  $T_1, V_1$  und  $V_2$ .

- c) 1 kg eines CO<sub>2</sub>-Gases (molare Masse  $M = \frac{44 \text{ g}}{\text{mol}}$ ) durchlaufe den in der Abbildung dargestellten Kreisprozess, der

- i) aus einer isothermen Expansion bei  $T_1 = 20 \text{ °C}$  von  $V_1 = 0,5 \text{ m}^3$  nach  $V_2 = 1 \text{ m}^3$ ,
- ii) einer isochoren Abkühlung und
- iii) einer adiabatischen Kompression besteht.

Das Gas soll im Rahmen des van der Waals-Modells beschrieben werden. Berechnen Sie die dabei geleistete Arbeit  $W$ .



*Hinweis:* Nutzen Sie aus, dass für einen Kreisprozess  $\Delta U = 0$  ist und berechnen Sie  $Q$ .

$$N^2 a = n^2 \cdot 36,4932 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2}, \quad Nb = n \cdot 0,43 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}},$$

Zahlenwerte:

$$C_V = n \cdot 27,614 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad \text{mit} \quad n = \text{Zahl der Mole}.$$

**Aufgabe 4: Zustandsgleichungen****[10 Punkte]**

- a) Die innere Energie  $U$  und die Entropie  $S$  sind Zustandsgrößen, d. h.  $dU$  und  $dS$  sind vollständige Differentiale. Zeigen Sie, dass daher für ein System, an dem Volumenarbeit  $\delta W = -p dV$  verrichtet wird, folgender Zusammenhang besteht:

$$\left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_T + p = T \left. \frac{\partial p}{\partial T} \right|_V .$$

- b) Zwei Systeme, deren innere Energie  $U(T)$  nur von der Temperatur und nicht vom Volumen abhängt, sollen den Zustandsgleichungen

i)  $pV^2 = ANk_B T$

ii)  $p^2 V = BNk_B T$

genügen.

Dabei sind  $A$  und  $B$  Konstanten. Welches dieser Systeme ist nicht im Einklang mit den Hauptsätzen der Thermodynamik?

- c) Die innere Energie eines Gases habe die Form  $U = V u(T)$ , wobei die Energiedichte  $u(T)$  nur eine Funktion von  $T$  sei. Die Zustandsgleichung des Systems sei  $pV = \frac{1}{3} U$ . Berechnen Sie  $u(T)$ .