

## Übungen zur Physik II

**Vorlesung:** Prof.Dr. Tilmann Kuhn, Prof.Dr. Cornelia Denz

**Übungen:** Dr. Karol Kovařík, Dr. Lew Classen

### Blatt 8

Abgabe: 29.05.19

Besprechung: 03. oder 04.06.19

#### Aufgabe 22: Temperaturschwankungen an der Erdoberfläche (12 Punkte, schriftlich)

Zur Beschreibung der jährlichen Temperaturschwankungen unterhalb der Erdoberfläche gehen wir von folgendem Modell aus: Die Erdoberfläche wird als Oberfläche eines Halbraumes ( $x \leq 0$ ) mit Temperaturleitzahl  $a = 0,006 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$  angesehen. Bei  $x = 0$  wird als Randbedingung der Temperaturverlauf

$$T = T_0 - T_1 \cos(\omega_1 t)$$

vorgegeben ( $T_0 = 8^\circ\text{C}$ ,  $T_1 = 10^\circ\text{C}$ ,  $\omega_1 = \frac{2\pi}{1 \text{ Jahr}}$ ). Bei  $x = -\infty$  ist die Temperatur gleich  $T_0$ .

(a) (4 Punkte) Zeigen Sie, dass die Temperatur als Funktion von Ort und Zeit die Form

$$T(x, t) = T_0 - T_1 \cos\left(\omega_1 t + \sqrt{\frac{\omega_1}{2a}} x\right) e^{\sqrt{\frac{\omega_1}{2a}} x}$$

hat. Lösen Sie dazu die Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2}$$

mit dem Ansatz  $T(x, t) = e^{\gamma x} e^{i\omega t}$  und berücksichtigen Sie die obige Randbedingung.

*Hinweis:* Lösungen, die für  $x \rightarrow -\infty$  divergieren, sind aus physikalischen Gründen auszuschließen.

- (b) (1 Punkt) In welcher Tiefe ist die Amplitude der Temperaturwelle auf den  $e$ -ten Teil des Maximalwertes abgesunken?
- (c) (1 Punkt) Wie groß ist die Geschwindigkeit der Temperaturwelle?
- (d) (1 Punkt) Skizzieren Sie den Temperaturverlauf  $T(x)$  mit  $0 \geq x \geq -20$  m für Januar ( $t = 0$ ), April, Juli und Oktober.
- (e) (2 Punkte) Betrachten Sie jetzt die tägliche Temperaturschwankung

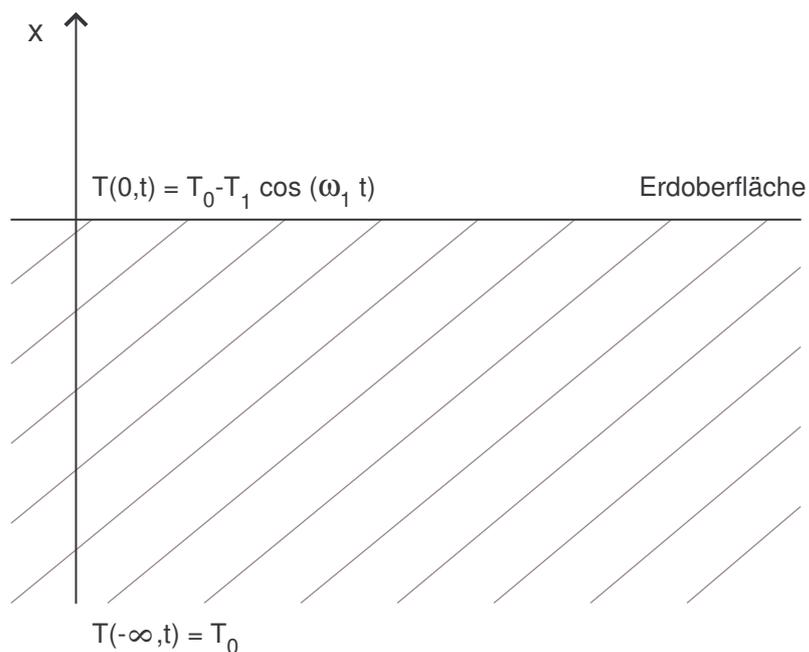
$$T = T_0 + T_2 \cos(\omega_2(t - t_2)), \quad \left(T_2 = 9^\circ\text{C}, \omega_2 = \frac{2\pi}{24 \text{ h}}, t_2 = 14 \text{ h}\right).$$

Bestimmen Sie  $T(x, t)$ . Wie tief dringt die Welle relativ zur jährlichen Temperaturschwankung in die Erde ein?

(f) (1 Punkt) Bestimmen Sie  $T(x, t)$  für eine Oberflächentemperatur von

$$T(0, t) = T_0 - T_1 \cos(\omega_1 t) + T_2 \cos(\omega_2(t - t_2)).$$

- (g) (2 Punkte) In welcher Tiefe muss man Wasserrohre verlegen, um vor Frost sicher zu sein? In welcher Tiefe sollte ein Weinkeller angelegt werden, damit die Temperaturschwankungen kleiner als  $1\text{ }^\circ\text{C}$  sind? In welcher Tiefe ist es im Januar am wärmsten?



**Aufgabe 23: Elektrisches Feld eines Dipols**

**(7 Punkte, mündlich)**

Bestimmen Sie das elektrische Feld auf der Achse welche durch die Mitte zwischen zwei Ladungen  $+q$  und  $-q$  verläuft. Die Ladungen sind in einem Abstand  $d$  voneinander platziert. Wie sieht das Feld in großer Entfernung zu den Ladungen ( $z \gg d$ ) aus?

