

WWU Münster

**Institut für
Angewandte Physik**

Bachelorarbeit

über das Thema:

**Berechnung der Dispersionscharakteristika von Spinwellen in
dünnen magnetischen Filmen**

Autor:	Frank Ehebrecht Frank-Ehebrecht@gmx.de
1. Prüfer:	Prof. Dr. S.O. Demokritov
2. Prüfer:	Prof. Dr. T. Kuhn
Abgabedatum:	29.08.2013

Inhaltsverzeichnis

I. Formelzeichenverzeichnis	iv
1. Einführung	1
2. Grundlagen	2
2.1. Spinwellen	2
2.2. Mögliche Anwendungen	4
3. Theorie	7
3.1. Damon-Eshbach-Theorie für dünne Filme	7
3.2. Fallunterscheidung	10
3.3. Generelles Verhalten	13
4. Numerische Berechnung	14
4.1. Ansatz	14
4.2. Umsetzung in Labview	16
5. Ergebnisse	22
5.1. Unbegrenzter Film	22
5.2. Beschränkte Geometrie: fester k_x - Wert	24
5.3. Beschränkte Geometrie: fester k_y - Wert	25
6. Zusammenfassung	29
7. Literaturverzeichnis	30
A. Inhalt der CD	31

I. Formelzeichenverzeichnis

\vec{T}	Drehmoment
$\vec{\mu}$	Magnetisches Dipolmoment
\vec{H}	Magnetische Erregung
\vec{J}	Drehimpuls
ω_p	Präzessionsfrequenz
\vec{M}	Magnetisierung
H_0	Magnetische Erregung in CGS-Einheiten
$4\pi M_S$	Magnetisierung in CGS-Einheiten
γ	Gyromagnetisches Verhältnis
S	Schichtdicke

1. Einführung

In dieser Bachelorarbeit soll das Dispersionsverhalten von Spinwellen in dünnen magnetischen Filmen, welche in Ebenenrichtung magnetisiert sind, berechnet werden. Dazu wird die Theorie von Damon und Eshbach genutzt. Diese vernachlässigt den Beitrag der Austauschwechselwirkung und nutzt nur die magnetische Dipol-Dipol-Wechselwirkung. Auf diesen Sachverhalt wird in "2. Grundlagen" genauer eingegangen. Die Theorie wird dann in Kapitel 3 vorgestellt. Die Theorie hält sich dabei an Hurben und Patton [3]. Die Dispersionsrelation hängt bei Spinwellen insbesondere von der Ausbreitungsrichtung ab. Damit kann man die Dispersionsrelation für alle Richtungen einerseits über Betrag und Richtung des k -Vektors ($f(k, \phi)$), andererseits aber auch über die k -Komponenten ($f(k_x, k_y)$) ausdrücken.

In Kapitel 4 wird dann die numerische Berechnung vorgestellt. Diese sollte in "LabView 9" erfolgen. Es wird in diesem Kapitel auch der modulare Aufbau in LabView präsentiert und gezeigt, wie man auf die einzelnen Elemente zugreifen kann. Als "fertiges Produkt" wurde dann ein Programm mit grafischer Oberfläche erzeugt, bei dem man nach Eingabe von entsprechenden Parametern die Dispersionsrelation als 2D Graph darstellen lassen kann.

In Kapitel 5 wird die Dispersionsrelation für anwendungstypische Werte vorgestellt. Dabei wurden mithilfe des Programms Wertesätze für 2D-Dispersionen berechnet, mit deren Hilfe eine dreidimensionale Dispersion $f(k_x, k_y)$ erstellt werden konnte.

2. Grundlagen

2.1. Spinwellen

Spinwellen sind ein Phänomen der Ferromagneten. Sie werden hauptsächlich durch den Elektronenspin hervorgerufen. Dieser kann als intrinsischer Drehimpuls des Elektrons aufgefasst werden, wodurch ein magnetisches Moment μ erzeugt wird. Bei Ferromagneten richten sich diese Momente parallel zueinander aus, so dass aus den mikroskopischen magnetischen Momenten im Makroskopischen eine Magnetisierung resultiert. Es wird davon ausgegangen, dass alle hier betrachteten Geometrien homogen diese Struktur über ihre komplette Ausdehnung besitzen. Wenn man nun vereinfacht den Fall einer linearen Kette von Spins betrachtet, kann man sehen, dass sich die Spins genau parallel zu diesem Feld ausrichten (Abb. 2.1).

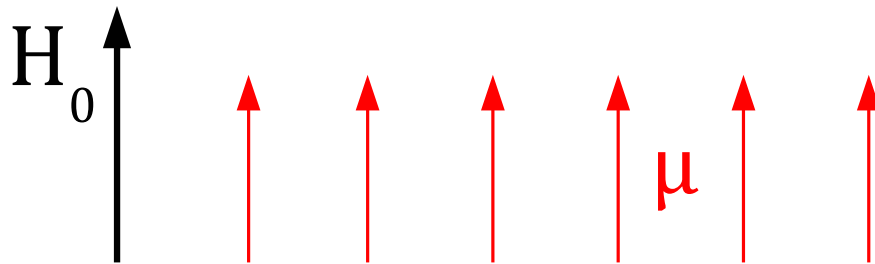


Abbildung 2.1.: Lineare Spin-Kette: Grundzustand

Werden diese Strukturen jedoch angeregt, können die elementaren magnetischen Momente eine Präzessionsbewegung um die Achse des äußeren Feldes durchführen. Dieses lässt sich mit der mechanischen Präzession vergleichen. Wenn sich ein rotierender Körper im homogenen Schwerfeld befindet, kann er bei entsprechender Anregung Präzessionsbewegungen um die Achse des Schwerfeldes ausführen. Dabei verhält sich die Präzessionsfrequenz linear zur Stärke des Gravitationsfeldes.

Wieder den Fall der Spinpräzession betrachtend, gilt allgemein für das Drehmoment \vec{T}^1 , welches auf ein Dipolmoment $\vec{\mu}$ wirkt, das sich in einem äußeren Magnetfeld \vec{H} befindet

$$\vec{T} = \vec{\mu} \times \vec{H}. \quad (2.1)$$

¹Hier wurde \vec{T} als Drehmoment genommen, um Verwechslungen mit der Magnetisierung \vec{M} auszuschließen.

Das elementare magnetische Dipolmoment ist durch $\vec{\mu} = -\gamma \vec{J} = -\gamma(\vec{L} + \vec{S})$ gegeben. Dabei ist γ das gyromagnetische Verhältnis. Aus $\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{T}$ folgt dann, dass $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = -\gamma \vec{T}$. Also:

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = -\gamma \vec{\mu} \times \vec{H}. \quad (2.2)$$

Da nun die gesamte Magnetisierung die Summe der magnetischen Momente ist ($\vec{M} = \sum \vec{\mu}$), ergibt sich die Landau-Lifshitz-Gleichung:

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H}. \quad (2.3)$$

Hieraus folgt dann:

$$\omega_p = \gamma H_0. \quad (2.4)$$

Also ist die Eigenfrequenz der Präzession linear zum äußeren Feld. Werden diese Momente nun *homogen* über die komplette Struktur angeregt, präzessieren alle Momente in Phase (Abb. 2.2).

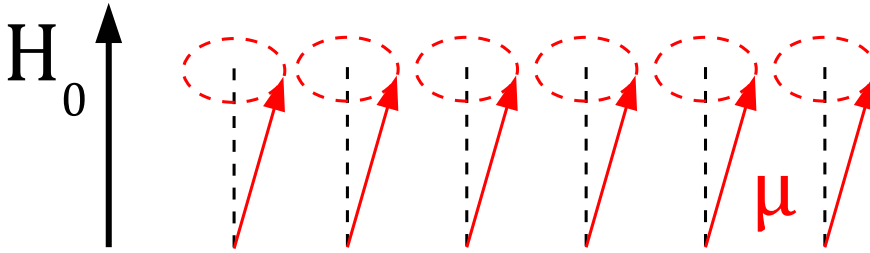


Abbildung 2.2.: Lineare Spin-Kette: Homogene Anregung

Regt man die Struktur jedoch *lokal* an, wird diese Anregung der Präzession an die Nachbarmomente weitergegeben und es entstehen Spinwellen (Abb. 2.3). Da bei dieser Art Wellen eine Präzessionsbewegung weitergegeben wird, herrscht (insbesondere auf einen dreidimensionalen Körper bezogen) bei diesem Problem keine räumliche Symmetrie mehr. Gerade diese Brechung der Symmetrie führt zur Komplexität der Dispersionsrelationen für Spinwellen.

Für die hier betrachteten Spinwellen wird die Austauschwechselwirkung vernachlässigt.

²Bei Ferromagneten kommt der Hauptanteil des Drehmoments vom Spin.

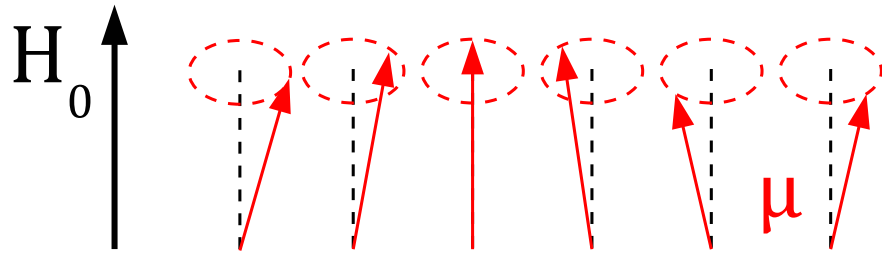


Abbildung 2.3.: Lineare Spin-Kette: Lokale Anregung

Der Nächste-Nachbarn-Hamiltonian nach dem Heisenbergmodell

$$H = -J_{Austausch} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (2.5)$$

verschwindet für große Wellenlängen, da benachbarte Spins auf ihren Abstand bezogen dann fast parallel zueinander stehen.

2.2. Mögliche Anwendungen

Es soll hier als Motivation noch eine mögliche Nutzung von Spinwellen gezeigt werden. Die Frequenz liegt im Gigahertz-Bereich, weswegen sie vor allem in der Kommunikationstechnik genutzt werden. Es soll hier doch wegen der komplexen Struktur der Dispersion auf die Realisierung von Logik-Schaltungen [2] mithilfe von Spinwellen eingegangen werden. Diese Schaltungen sind noch nicht realisiert worden und existieren nur theoretisch. Es wird zunächst eine Möglichkeit gebraucht um die Spinwellen zu transportieren. Dazu könnte ein dünner ferromagnetischer Film zwischen zwei Isolatoren genutzt werden. Dann muss man die Möglichkeit haben ein elektrisches Signal in ein Spinwellensignal umzuwandeln und dieses dann auch wieder rückzuwandeln. Dies könnte durch Induktivitäten realisiert, welche die Spinwellen anregen oder von den Spinwellen angeregt werden können (Abb. 2.4).

Es ist außerdem von Interesse Signale aufzuteilen oder wieder zusammenzuführen. Dies könnte wie, in (Abb. 2.5) gezeigt, realisiert werden. Dabei ist im Unterschied zu elektrischen Signalen die Geometrie des Knotenpunktes von Wichtigkeit.

Will man nun die Spinwelle manipulieren, kann dies durch eine Phasenverschiebung erreicht werden. Dabei könnte "logisch 1" in einer Phase kodiert sein, und "logisch 0" genau in der dazu um π verschobenen Phase. Eine solche Phasenverschiebung könnte durch eine Induktivität in Form eines Strom leitenden Drahtes realisiert werden (Abb. 2.6). Ein Problem hier könnte sein, dass bei mehreren Bauelementen dieser Art die Induktivitäten auch die Spinwellen anderer Bauelemente beeinflussen könnten.

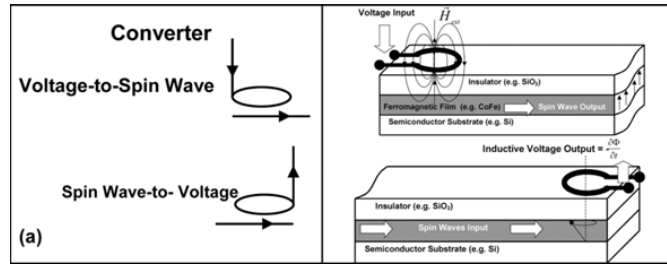


Abbildung 2.4.: [Aus [2]]: Aufbau eines Spinwellenleiters und die Möglichkeit zur Konvertierung: elektrisches Signal \leftrightarrow Spinwellensignal

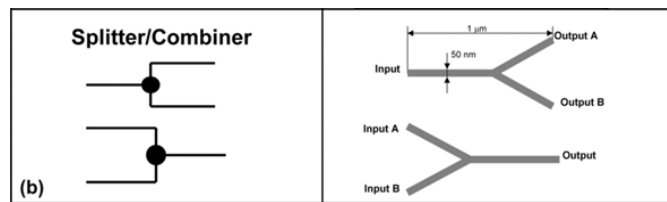


Abbildung 2.5.: [Aus [2]]: Aufteilung und Zusammenführung von Spinwellensignalen

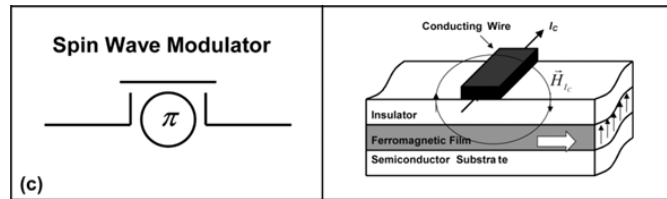


Abbildung 2.6.: [Aus [2]]: Manipulation der Phase einer Spinwelle

Mit Hilfe eines Piezoelementes könnte über eine elektrische Spannung der Wellenleiter mechanischem Druck ausgesetzt werden. Dadurch kann die *leichte* Richtung der wellenleitenden Schicht manipuliert werden. Auch hiermit kann die Phase manipuliert werden. Dieses Bauelement wirkt nicht induktiv.

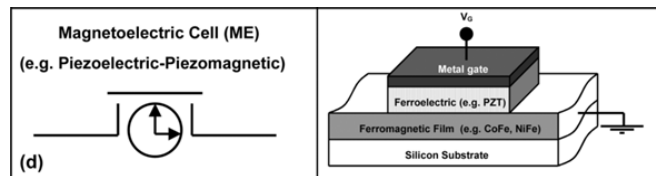


Abbildung 2.7.: [Aus [2]]: Manipulation der Spinwelle durch mechanischen Druck mit Hilfe eines Piezoelementes.

2. Grundlagen

Mit diesen Elementen könnte man nun logische Gatter realisieren. Dies ist einerseits ein NOT-Gatter (Abb. 2.8) und andererseits ein Majority-Gatter (Abb. 2.9). Aus diesen beiden Elementen können nun alle anderen möglichen logischen Gatter konstruiert werden (Abb. 2.10). Der besondere Vorteil wäre einerseits, dass ein Baustein je nach Eingangsspannungen mehrere Gatter gleichzeitig realisieren kann. Andererseits fließen bei Spinwellen im Gegensatz zu elektrischen Elementen keine Ströme. Dies bedeutet, dass geringere Hitzeentwicklung zu erwarten wäre. Außerdem können mehrere Signale gleichzeitig in die Phasen verschiedener Frequenzen kodiert werden. Also könnten mehrere Signale gleichzeitig verarbeitet werden.

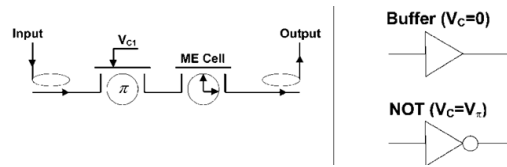


Abbildung 2.8.: [Aus [2]]: Realisierung eines NOT-Gatters

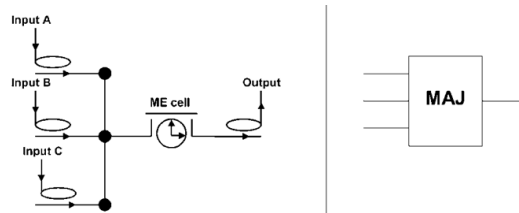


Abbildung 2.9.: [Aus [2]]: Realisierung eines Majority-Gatters

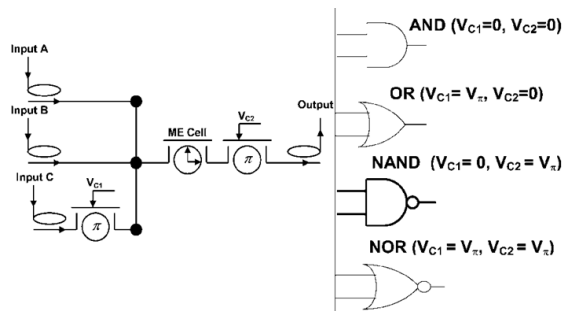


Abbildung 2.10.: [Aus [2]]: Sonstige logische Gatter aus obigen Gattern zusammengesetzt.

3. Theorie

3.1. Damon-Eshbach-Theorie für dünne Filme

Dieser Arbeit liegt die Damon-Eshbach-Theorie zugrunde [vgl. [3] S.263ff]. Dabei wird ein ferromagnetischer Film der Dicke S in der xy -Ebene betrachtet, der innerhalb dieser Ebene unendlich ausdehnt ist. Die konstante aufgeprägte magnetische Erregung H_0 und die dadurch bewirkte konstante Sättigungsmagnetisierung M_S verlaufen parallel zur x -Achse. Es wird davon ausgegangen, dass die magnetische Antwort $\vec{m}(\vec{r}, t)$ senkrecht zur Sättigungsmagnetisierung steht. Diese hat in der Kleinsignalnäherung nur Anteile in y - und z -Richtung. Die Bewegung von $\vec{m}(\vec{r}, t)$ ist eine Präzession (Abb 3.1) wie es aus dem Mikroskopischen zu erwarten war. Diese Bewegung wird durch einen allgemeinen Wellensatz beschrieben. Die gesamte Magnetisierung $\vec{M}(\vec{r}, t)$ lässt sich dann über (3.1) ausdrücken. Die magnetische Feldstärke (3.2) hat folglich die gleiche Form wie $M(r,t)$.

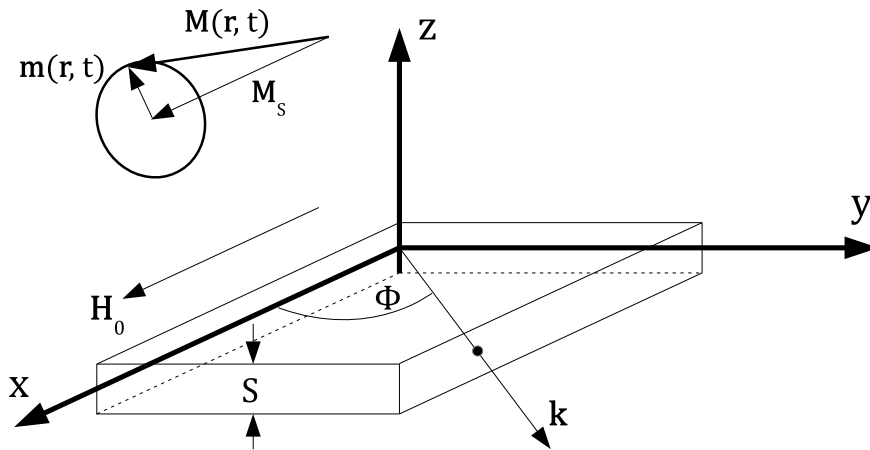


Abbildung 3.1.: Geometrie des ferromagnetischen Films in der Damon-Eshbach-Theorie.
Die Größen \vec{k} , \vec{H}_0 , \vec{M}_S , \vec{m} und \vec{M} sind vektorwertig.

$$\vec{M} = \begin{pmatrix} M_S \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_S \\ m_{y0}(z) \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)] \\ m_{z0}(z) \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)] \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\vec{H} = \begin{pmatrix} H_0 \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_0 \\ h_{y0}(z) \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)] \\ h_{z0}(z) \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)] \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Mit diesen Annahmen kann man die weitere Herleitung in drei Ansätze gliedern:

1. Suszeptibilitätstensor aus Landau-Lifshitz-Gleichung gewinnen
2. Maxwell-Gleichungen in magnetostatischer Approximation nutzen
3. Randbedingungen für \vec{H} und \vec{B} aufstellen

Setzt man den Magnetisierungsvektor \vec{M} und den Vektor der magnetischen Feldstärke \vec{H} in die dissipationsfreie Landau-Lifshitz-Gleichung

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma(\vec{M} \times \vec{H}) \quad (3.3)$$

ein und wertet dies entsprechend aus, so erhält man

$$\begin{pmatrix} 4\pi M_S \\ 4\pi m_y \\ 4\pi m_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4\pi M_S}{H_0} & 0 & 0 \\ 0 & \kappa & -i\nu \\ 0 & i\nu & \kappa \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_0 \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Dazu werden folgende Abkürzungen¹ verwendet:

$$\Omega = \frac{\omega}{\gamma 4\pi M_S}, \quad (3.5a)$$

$$\Omega_H = \frac{H_0}{4\pi M_S}, \quad (3.5b)$$

$$\kappa = \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}, \quad (3.5c)$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2}. \quad (3.5d)$$

¹Es wird hier mit ω , der Kreisfrequenz und Ω , der reduzierten Kreisfrequenz gerechnet. Dafür wird γ in den Einheiten $[\frac{rad}{Oe}]$ genutzt. Es ist jedoch die Frequenz f von Interesse und wird später noch rücks substituiert.

Hierbei kann Ω als reduzierte Kreisfrequenz aufgefasst werden. Die Matrix in (1.4) stellt einen Suszeptibilitätstensor χ dar. Also:

$$4\pi\vec{M} = \chi\vec{H} \quad (3.6)$$

Die Maxwell-Gleichungen mit Materie in der magnetostatischen Approximation für das Magnetfeld sind

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = 0, \quad (3.7)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot [\vec{H} + 4\pi\vec{M}] = 0. \quad (3.8)$$

Man braucht hierbei nur zwei Gleichungen für das Magnetfeld, da es in dieser Näherung vom elektrischen Feld entkoppelt ist. Die klassische magnetostatische Approximation geht von zeitlich konstanten Feldern aus. Das ist hier nicht der Fall. Dass diese Näherung aber auch im Fall der Spinwellen näherungsweise zutrifft, sieht man, wenn zunächst von einem ferromagnetischen *Isolator* ausgegangen wird und daher keine Ströme vorliegen. Man kann dann zeigen [vgl. [3] S.288f], dass die Ansätze $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{0}$ und $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\epsilon}{c} \partial_t \vec{E}$ zu gleichen Lösungen führen, wenn $k_{Spinwelle} \gg k_{em}$ erfüllt ist².

Wegen Gleichung (3.7) und da für beliebiges Skalarfeld φ die Gleichung $\text{rot}(\text{grad } \varphi) = 0$ immer erfüllt ist, kann man die magnetische Erregung als

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{\nabla} \psi(\vec{r}) e^{-i\omega t} \quad (3.9)$$

ausdrücken. Schreibt man nun (3.8) mithilfe von (3.6) und nutzt (3.9), erhält man

$$[\partial_x^2 + (1 + \kappa)(\partial_y^2 + \partial_z^2)]\psi = 0. \quad (3.10)$$

Es ist zu beachten, dass zwischen ψ_i innerhalb des Films und ψ_e ausserhalb des Films unterschieden werden muss. Für den Fall ausserhalb des Films ist $\vec{M} = \vec{0}$ und damit $\kappa = 0$ und (3.10) wird daher zur Laplace-Gleichung.

Um diese Differentialgleichungen auszuwerten braucht man Ansätze für die Skalarpotentiale $\psi_{i,e}$. Man nimmt an, dass sich die Potentiale nach x,y und z separieren lassen und damit folgende Form haben:

$$\psi_{i,e} = X(x)Y(y)Z_{i,e}(z). \quad (3.11)$$

Die Ansätze für X(x) und Y(y) gelten sowohl innerhalb als auch außerhalb des Films und sind

$$X(x) = e^{i k \cos(\phi) x} = e^{i k_x x}, \quad (3.12)$$

²Auf gleiche Frequenzen bezogen

$$Y(y) = e^{i k \sin(\phi) y} = e^{i k_y y}. \quad (3.13)$$

Es ist wichtig hier zu beachten, dass der k -Vektor auf die xy -Ebene bezogen ist (Abb. 3.1). Die im Folgenden definierten Vektorkomponenten für die z -Richtung innerhalb und außerhalb des Films werden erst durch die Anwendung von (3.10) miteinander verknüpft. Die Formen von $Z_i(z)$ und $Z_e(z)$ ergeben sich aus Geometrieüberlegungen zu

$$Z_i(z) = a \sin(k_{z,i} z) + b \cos(k_{z,i} z), \quad (3.14)$$

$$Z_e(z) = \begin{cases} c e^{-k_{z,e} z} & : z > +S/2 \\ d e^{+k_{z,e} z} & : z < -S/2 \end{cases}. \quad (3.15)$$

Dies führt mit (3.10) zu den Verknüpfungen

$$k_x^2 + (1 + \kappa)[k_y^2 + k_{z,i}^2] = 0, \quad (3.16)$$

$$k_x^2 + k_y^2 + k_{z,e}^2 = 0. \quad (3.17)$$

Es müssen jetzt noch die vier Unbekannten a, b, c und d bestimmt werden. Diese erhält man, wertet man die Randbedingungen für \vec{H} und \vec{B} aus.

$$\vec{H}_{\parallel,i} = \vec{H}_{\parallel,e} \quad (3.18)$$

$$\vec{B}_{\perp,i} = \vec{B}_{\perp,e} \quad (3.19)$$

Somit erhält man schließlich nach Rechnung als Dispersionsrelation die zentrale Gleichung:

$$\boxed{0 = (1 + \kappa)^2(A) + \nu^2 \sin^2(\phi) - 1 - 2(1 + \kappa)\sqrt{A} \cot(k_z^i S)} \quad (3.20a)$$

$$\text{mit} \quad A = -\frac{1 + \kappa \sin^2(\phi)}{1 + \kappa}, \quad (3.20b)$$

$$k_z^i = \pm \sqrt{A} k, \quad (3.20c)$$

$$k_{z,e} = k. \quad (3.20d)$$

3.2. Fallunterscheidung

Wie bereits erwähnt, ist $k, k_{z,e} \in \mathbb{R}$. Jedoch darf $k_{z,i}$ sowohl rein reell als auch rein imaginär sein. Dies bedeutet, dass die Gleichung (1.20a) zwei Lösungsmöglichkeiten besitzt. Unter der Nutzung von

$$\cot(ix) = -i \coth(x) \quad (3.21)$$

ergibt sich die Lösung für reelles $k_{z,i}$ genau dann, wenn $A > 0$ und die Lösung für imaginäres $k_{z,i}$ genau dann, wenn $A < 0$. Diesen beiden Lösungsmöglichkeiten werden Namen zugewiesen:

$$k_{z,i} \text{ reell} \Leftrightarrow A > 0 \quad : \text{Volumenmoden} \quad (3.22a)$$

$$k_{z,i} \text{ imaginär} \Leftrightarrow A < 0 \quad : \text{Oberflächenmoden} \quad (3.22b)$$

Die Namen resultieren aus dem Magnetisierungsprofil in z -Richtung. Dieses kann man durch (3.14) qualitativ abschätzen. Diese Potentiale sind in (Abb. 3.2) für a) 0-te Volumenmode, b) 1-te Volumenmode und c) Oberflächenmode dargestellt.

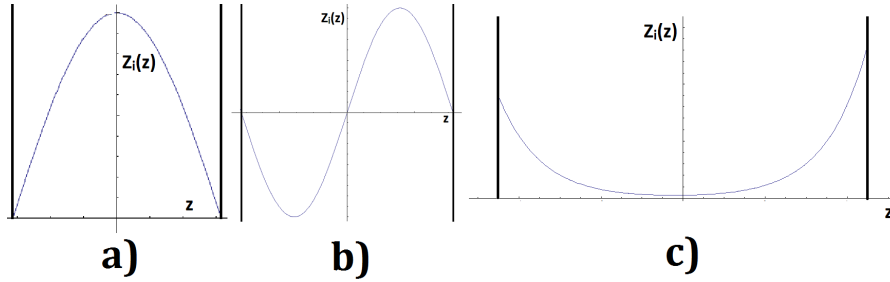


Abbildung 3.2.: Die z -Komponenten des Potentials innerhalb des Films für a) 0-te Volumenmode, b) 1-te Volumenmode, c) Oberflächenmode

Es wird nun der Fall der Volumenmoden betrachtet. Dafür wird das A aus (3.20) genauer untersucht und mithilfe von (3.5) ausgedrückt:

$$-\frac{1 + \kappa \sin^2(\phi)}{1 + \kappa} = \frac{\Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + \sin^2(\phi))}{\Omega_H(\Omega_H + 1) - \Omega^2}. \quad (3.23)$$

Dieser Ausdruck führt nach (3.22a) nur dann zu einer Volumenmode, wenn er positiv ist. In Abhängigkeit von der reduzierten Kreisfrequenz Ω kann man somit ein Frequenzband definieren, für das diese Bedingung erfüllt ist:

$$\underbrace{\sqrt{\Omega_H(\Omega_H + 1)}}_{:= \Omega_B} > \Omega > \underbrace{\sqrt{\Omega_H(\Omega_H + \sin^2(\phi))}}_{:= \Omega_A}. \quad (3.24)$$

Also sind Volumenmoden im Frequenzband von Ω_A bis Ω_B vorhanden.

Nun soll die Gleichung (3.20a) noch für den Fall der Volumenmoden auf eine vereinfachte Form gebracht werden:

$$2 \cot\left(\sqrt{\frac{\Omega^2 - \Omega_A^2}{\Omega_B^2 - \Omega^2}} kS\right) = \frac{(\Omega^2 - \Omega_A^2) - (\Omega_B^2 - \Omega^2) - \sin^2(\phi)}{\sqrt{(\Omega^2 - \Omega_A^2)(\Omega_B^2 - \Omega^2)}}. \quad (3.25)$$

Durch die Zweige des Kotangens entstehen bei diesem Fall abzählbar unendlich viele Lösungen, welche mit $n = 0, 1, 2, \dots$ durchnummeriert werden. Dabei entspricht $n = 0$ dem Fall, der durch den Hauptast entsteht.

Für die Oberflächenmode betrachtet man erneut A aus (3.20). Nun wird jedoch der Kotangens durch ein imaginäres Argument zum Kotangens Hyperbolicus (3.21). Man muss hier beachten, dass in diesem Fall im Vergleich mit Formel (3.25) die Substitution $ik \rightarrow k$ erfolgt.³ Da der Kotangens Hyperbolicus nur einen Ast besitzt, gibt es in diesem Fall nur eine Lösung:

$$2 \coth\left(\sqrt{\frac{\Omega_A^2 - \Omega^2}{\Omega_B^2 - \Omega^2}} kS\right) = \frac{2\Omega^2 - 2\Omega_H^2 - \Omega_H - (1 + \Omega_H) \sin^2(\phi)}{\sqrt{(\Omega_B^2 - \Omega^2)(\Omega_A^2 - \Omega^2)}}. \quad (3.26)$$

Das obere Frequenzlimit in (3.27) ergibt sich, wenn man die Gleichung so umstellt, dass sie mithilfe eines Areakotangens Hyperbolicus ausgedrückt werden kann. Dann ergibt sich aus der Bedingung, dass die Urbildmenge des Areakotangens Hyperbolicus für positives Argument $(1, \infty)$ beträgt, dass sich das obere Limit genau dann ergibt, wenn das Argument gleich 1 beträgt. Dieses Band ist durch (3.27) für Winkel in $\phi \in [0, \frac{\pi}{2}]$ definiert:

$$\underbrace{\frac{1}{2} \csc(\phi) [\Omega_H + \sin^2(\phi) + \Omega_H \sin^2(\phi)]}_{:= \Omega_U} > \Omega > \underbrace{\sqrt{\Omega_H(\Omega_H + 1)}}_{:= \Omega_B}. \quad (3.27)$$

Man muss hier jedoch noch beachten, dass aus gleichem Grund auch eine Beschränkung für den Winkel ϕ existiert. Dieser kritische Winkel beträgt

$$\phi_k = \tan^{-1}(\sqrt{\Omega_H}) \quad (3.28)$$

und beschränkt die Oberflächenmode auf einen (und damit natürlich auch das Frequenzband) Intervall $\phi \in [\phi_k, \frac{\pi}{2}]$.

Es wurde bis hierhin immer mit der reduzierten Kreisfrequenz gerechnet. Nach Gleichung (3.5a) lässt sich die die Frequenz als

³In [3] sind die vereinfachte Formel für die Oberflächenmode [Formel 48] und das obere Frequenzlimit der Oberflächenmode [Formel 49] nicht korrekt und sie sind auch untereinander inkonsistent.

$$f = \Omega \frac{\gamma 4\pi M_S}{2\pi} \quad (3.29)$$

ausdrücken⁴. Daher sind alle Frequenzen noch durch (3.29) rückzusubstituieren.

3.3. Generelles Verhalten

Die Frequenzbänder lassen sich mit Hilfe von (3.24), (3.27) und (3.28) in Abhängigkeit vom Winkel darstellen (Abb. 3.3). Man erkennt, dass das Frequenzband bei den Volumenmoden für alle Moden gilt und für alle $\phi \in [0, \frac{\pi}{2})$ vorhanden ist. Hierbei ist das obere Frequenzlimit f_B nicht vom Winkel abhängig. Durch das untere Limit f_A , wird das Frequenzband jedoch mit steigendem Winkel immer begrenzter. Für die Oberflächenmode existiert ein kritischer Winkel (3.28), unter dem sich keine Mode ausprägt. Bei Winkeln, welche größer sind als dieser kritische Winkel, verbreitert sich das Frequenzband und ist bei $\phi = \frac{\pi}{2}$ am breitesten. Die untere Grenzfrequenz der Oberflächenmode ist hier gerade die obere Grenzfrequenz der Volumenmoden und damit winkelunabhängig.

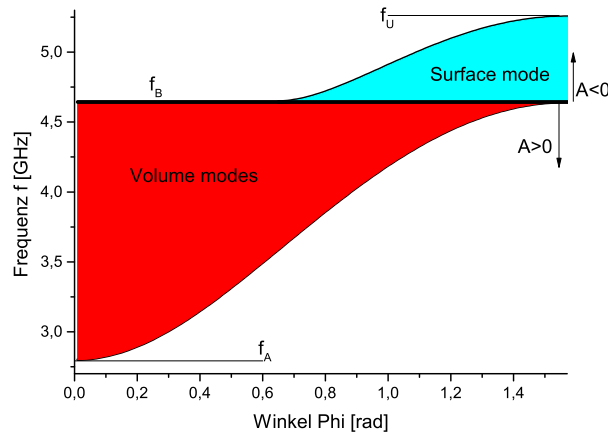


Abbildung 3.3.: Das Frequenzverhalten der Volumenmoden(rot) und der Oberflächenmode(cyan) für anwendungstypische Werte⁵. Das untere Frequenzlimit der Volumenmoden f_A ist winkelabhängig, das obere (f_B) jedoch winkelunabhängig. Es ist zu sehen, dass die Oberflächenmode erst ab einem gewissen kritischen Winkel auftritt.

⁴Das 2π im Nenner fällt weg, wenn γ in den Einheiten $[\frac{Hz}{Oe}]$ genutzt wird.

⁵Siehe Kapitel 5

4. Numerische Berechnung

Zur Berechnung sollte das Programm LabView in der Version 9 von "National Instruments" benutzt werden. Diese Programmierumgebung hat den Vorteil, dass die Eingabe- und Ausgabeparameter direkt auf einer Arbeitsfläche erscheinen und so besonders elegant zu manipulieren sind. Diese Arbeitsfläche ermöglicht auch die Nutzung interner Funktionen, die die Daten beispielsweise grafisch darstellen können.

4.1. Ansatz

Es sind sechs verschiedene Berechnungen von Interesse. Diese sind $\Omega(k)$ für festes ϕ , $\Omega(k_x)$ für festes k_y und $\Omega(k_y)$ für festes k_x , die jeweils im Falle der Volumenmoden und im Falle der Oberflächenmode ausgewertet werden müssen. Die Berechnungen werden in reduzierten Einheiten durchgeführt. Zur Berechnung dieser Werte wurden Gleichung (3.25) und (3.26) jeweils zunächst auf eine Form gebracht, die sich besser zur Lösung anbietet. Im Falle der Oberflächenmode lässt sich die Dispersionsgleichung auf die Form

$$\operatorname{arccoth}\left[\frac{1}{2} \frac{2\Omega^2 - 2\Omega_H^2 - \Omega_H - (1 + \Omega_H) \sin^2(\phi)}{\sqrt{(\Omega_B^2 - \Omega^2)(\Omega_A^2 - \Omega^2)}}\right] \sqrt{\frac{\Omega_B^2 - \Omega^2}{\Omega_A^2 - \Omega^2}} \frac{1}{S} = k \quad (4.1)$$

bringen. Damit liegt in diesem Fall eine explizite Lösung der Form $k(\Omega)$ vor. Für die Volumenmoden muss allerdings beachtet werden, dass durch den Kotangens abzählbar unendlich viele Lösungen entstehen. Für zwei reelle Funktionen $a(x)$ und $b(x)$ gilt:

$$\cot(a(x)) = b(x) \Leftrightarrow a(x) = \operatorname{arccot}(b(x)) + \frac{n\pi}{2}. \quad (4.2)$$

Also ergibt sich für den n -ten Ast der Volumenmoden

$$\left(\operatorname{arccot}\left[\frac{1}{2} \frac{(\Omega^2 - \Omega_A^2) - (\Omega_B^2 - \Omega^2) - \sin^2(\phi)}{\sqrt{(\Omega^2 - \Omega_A^2)(\Omega_B^2 - \Omega^2)}}\right] + \frac{n\pi}{2}\right) \sqrt{\frac{\Omega_B^2 - \Omega^2}{\Omega^2 - \Omega_A^2}} \frac{1}{S} = k. \quad (4.3)$$

Damit liegt auch in diesem Fall eine explizite Form für $k(\Omega)$ vor.

Um daraus ein $\Omega_0 = \Omega(k_0)$ bei einem speziellen Wert $k = k_0$ zu berechnen, muss nume-

risch vorgegangen werden. Um das gesuchte Ω_0 zu erhalten, muss

$$k(\Omega) - k_0 = 0 \quad (4.4)$$

gelöst werden. Da die $k(\Omega)$ für Volumenmoden und Oberflächenmode jeweils in Frequenzbändern ((3.24), (3.27)) definiert sind, müssen für (4.4) jeweils nur die entsprechenden Abszissenabschnitte bei der Nullstellensuche ausgewertet werden. In (Abb. 4.1) sieht man die Funktion (4.3) für typische Werte (vgl. Kapitel 5) in reduzierten Einheiten. Verschiebt man die Funktion um k_0 auf der Ordinate führt die Nullstellensuche zum gesuchten Ω_0 .

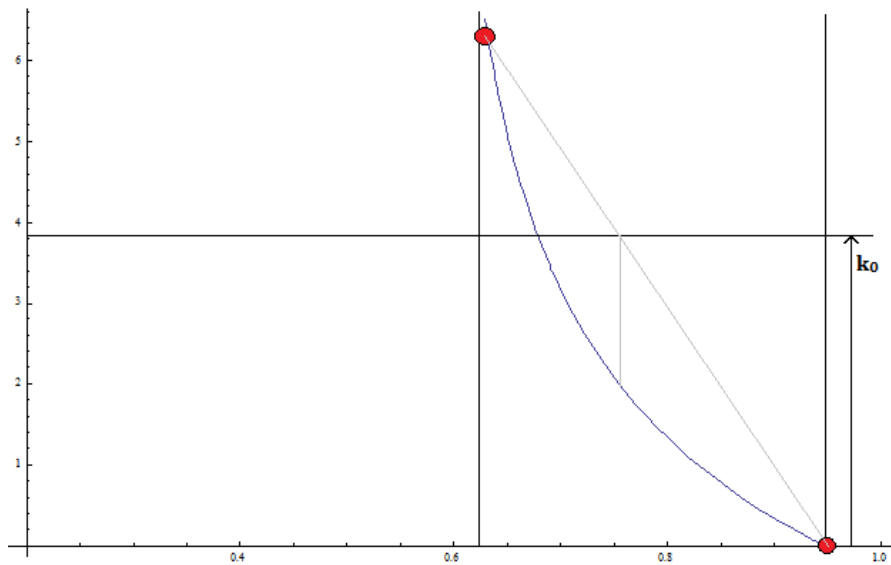


Abbildung 4.1.: Beispiel für Formel (4.3) in reduzierten Einheiten. Die roten Punkte stellen die Intervallgrenzen dar. Der Graph (in blau) muss nach (4.4) um k_0 auf der Ordinate verschoben werden. In grau ist der erste Schritt zu sehen.

Da das Newton-Verfahren bei diesem Problem nicht stabil ist, wurde das Regula-Falsi-Illinois-Verfahren (Abb. 4.2) gewählt. Dieses konvergiert im Gegensatz zum normalen Regula-Falsi-Verfahren auch bei Funktionen, die strikt konkav oder strikt konvex sind, superlinear [4]. Als Startpunkte bieten sich gerade die Intervallgrenzen an. Dabei muss man jedoch beachten, dass dieses ein offenes Intervall ist. Für den linken Startwert wird ein kleiner Wert ϵ_o zum Startwert hinzuaddiert, beim rechten Startwert wird dieser Wert subtrahiert. Die beiden roten Punkte in (Abb. 4.1) stellen die Startpunkte des Algorithmus dar. Es gilt als Abbruchkriterium, wenn sich der k -Wert zwischen zwei

Iterationsschritten um weniger als ϵ_p ändert.

Der Wert von ϵ_o bedarf genauerer Betrachtung. Einerseits darf er nicht zu groß sein, da sonst Werte ab einem gewissen k nicht mehr berechnet werden können (siehe linker Punkt in Abb. 4.1). Andererseits führt ein zu kleiner Wert zu einem zu großen k -Wert. Das bedeutet, dass der Wert so groß wird, dass er nicht mehr in dem dafür reservierten Speicherplatz abgelegt werden kann. Dies führt dann zum Versagen des Algorithmus. Es hat sich als sinnvoll erwiesen, für ϵ_o den gleichen Wert wie bei ϵ_p zu nehmen.

```

Bestimme  $k_1, k_2, f_1 = f(k_1), f_2 = f(k_2)$  ;
while ( $|k_2 - k_1| \geq \epsilon_p$ ) do
     $z := k_1 - f_1 \frac{k_2 - k_1}{f_2 - f_1}$ ;
     $f_z := f(z)$ ;
    if  $f_z \cdot f_2 < 0$  then
         $k_1 := k_2$ ;
         $f_1 := f_2$ ;
         $k_2 := z$ ;
         $f_2 := f_z$ ;
    else
         $f_1 := 0,5 \cdot f_1$ ;
         $k_2 := z$ ;
         $f_2 := f_z$ ;
    end
end

```

Abbildung 4.2.: Regula-Falsi-Illinois-Verfahren zur Nullstellensuche.

4.2. Umsetzung in Labview

Bei der Umsetzung in LabView bietet sich der modulare Aufbau über SubVIs¹ an. Dieser ist in (Abb. 4.3) schematisch für das Programm zur Berechnung der Volumenmoden dargestellt. Für die Oberflächenmoden ergibt sich dann ein äquivalenter Aufbau.

Im Folgenden wird auf die Nummerierung von (Abb 4.3) Bezug genommen.

In SubVI a) wird die explizit auswertbare Funktion $k(\Omega, \dots)$ in reduzierten Einheiten berechnet. Dieses SubVI wird in b) genutzt um die Umkehrfunktion wie in (Abb. 4.2) beschrieben numerisch zu berechnen. Dies geschieht ebenfalls in reduzierten Einheiten.

¹SubVIs sind Bausteine in Labview, welche Eingabe- und Ausgabeparameter besitzen und ein vorher erstelltes LabView-Programm aufrufen.

In SubVI d) und e) wird b) genutzt um auf "Frequenz in $[GHz]$ " umzurechnen. Außerdem werden in d) auf die Eingabeparameter "k-Vektor in cm^{-1} " und "Winkel in rad " und in e) auf die Eingabeparamter " k_x in cm^{-1} " und " k_y in cm^{-1} " umgerechnet. SubVI c) berechnet kritische Werte wie oberes oder unteres Frequenzlimit. In SubVI f) werden schließlich die SubVIs c), d) und e) genutzt, um die Dispersionsrelation in einem einstellbaren Intervall grafisch darzustellen. Außerdem existiert eine Möglichkeit zur Speicherung der Werte. Es sind noch die Einheiten der Eingabe- und Ausgabeparamter von Interesse. Für die fertigen Programme (siehe Abb. (4.6), (4.7)) stehen die Einheiten am Eingabefeld. Es sollen noch die Einheiten für Eingabe- und Ausgabeparameter der SubVIs, die einen einzelnen Wert berechnen (Abb. 4.5 c),d),h),i)) angegeben werden. Da S und k als Produkt vorkommen, ist hier keine spezielle Einheit von Nöten. Es müssen allerdings für beide Werte die gleichen Einheiten genommen werden². Der Wert von ϕ wird immer in Bogenmaß genommen. Die Frequenz f , ist so an γ gekoppelt, dass die Einheit von f Gigahertz beträgt, wenn γ in $MHzOe^{-1}$ angegeben ist.

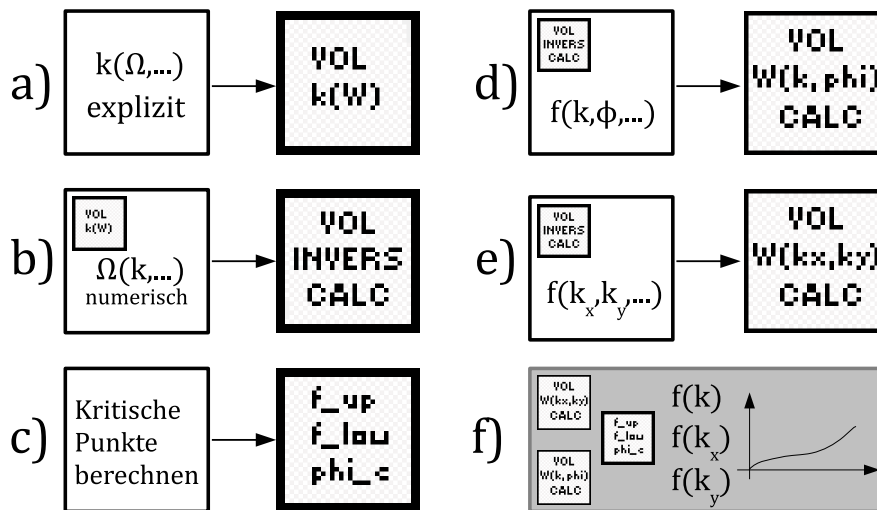


Abbildung 4.3.: Modularer Aufbau in LabVIEW über SubVIs. a) wird in b) genutzt. b) wird in d) und e) genutzt. c), d) und e) werden in f) genutzt. Der schematische Aufbau für den Fall der Oberflächenmode ist äquivalent.

In (Abb. 4.4) sind die Dateinamen der einzelnen SubVIs zu sehen. In (Abb. 4.5) sind die Anschlusskonfigurationen der einzelnen SubVIs dargestellt.

²Beispielsweise $[cm]$ und $[cm^{-1}]$

SubVI	Dateiname
a) VOL k(W)	...\VolMode\Vol_Function_reduced.vi
b) VOL INVERS CALC	...\VolMode\Vol_CalcInverse_k_Phi_reduced.vi
c) VOL $f_{upflow\phi_c}$ CALC	...\VolMode\Vol_up_low_crit.vi
d) VOL $f(k, \phi, \dots)$ CALC	...\VolMode\Vol_CalcInverse_k_Phi.vi
e) VOL $f(k_x, k_y, \dots)$ CALC	...\VolMode\Vol_CalcInverse_kx_ky.vi
f) VolModen Hauptprogramm	...\VolMode\VolPlot.vi
a*) SURF k(W)	...\SurfMode\Surf_Function_reduced.vi
b*) SURF INVERS CALC	...\SurfMode\Surf_CalcInverse_k_Phi_reduced.vi
c*) crit upper lower	...\SurfMode\Surf_up_low_crit.vi
d*) SURF $f(k, \phi, \dots)$ CALC	...\SurfMode\Surf_CalcInverse_k_Phi.vi
e*) SURF $f(k_x, k_y, \dots)$ CALC	...\SurfMode\Surf_CalcInverse_kx_ky.vi
f*) SurfModen Hauptprogramm	...\SurfMode\SurfPlot.vi

Abbildung 4.4.: Die Dateinamen der einzelnen SubVIs.

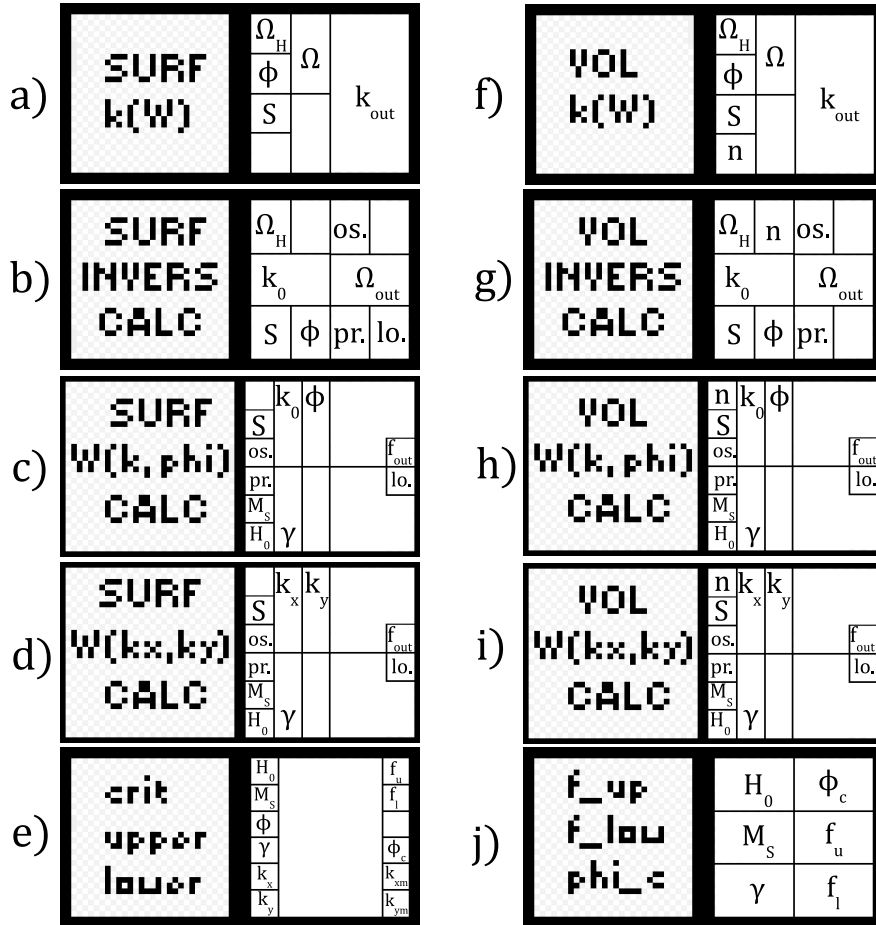


Abbildung 4.5.: Anschlüsse der SubVIs. Variablen soweit bekannt, wie oben erklärt. os. \rightarrow offset(ϵ_o); pr. \rightarrow precision(ϵ_p) ; lo. \rightarrow loops (Anzahl der Iterationsschritte bis zur gewünschten Genauigkeit); $\phi_c \rightarrow$ kritischer Winkel; $f_u/f_l \rightarrow$ oberes/unteres Frequenzlimit; $k_{xm} \rightarrow$ kritischer k_x -Wert über dem keine Oberflächemode zu sehen ist; $k_{ym} \rightarrow$ kritischer k_y -Wert über dem keine Oberflächemode zu sehen ist; $M_s \rightarrow$ Sättigungsmagnetisierung als $4\pi M_S$

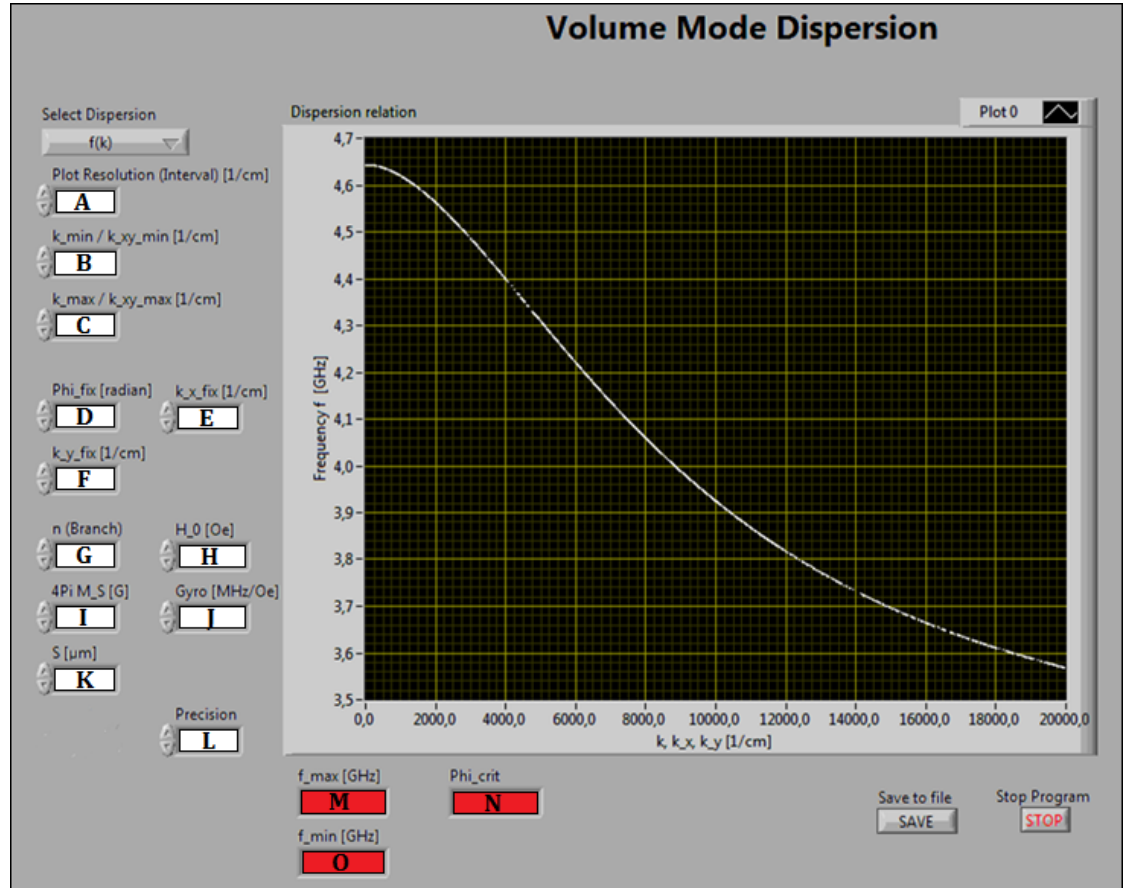


Abbildung 4.6.: Programm-Interface für Volumenmoden. A → Plot Resolution: Abstand zwischen zwei k -Werten; B → k_{\min} : linke Intervallgrenze für die k -Werte; C → k_{\max} : rechte Intervallgrenze für die k -Werte; D → Φ_{fix} : Schnittwinkel für $f(k)$; E → $k_{x\text{fix}}$: fester k_x -Wert für $f(k_y)$; F → $k_{y\text{fix}}$: fester k_y -Wert für $f(k_x)$; G → n : Zweig der Dispersion; H → H_0 : äußere magnetische Erregung; I → $4\pi M_S$: Sättigungsmagnetisierung; J → Gyro: Gyromagnetisches Verhältnis; K → S : Schichtdicke; L → Precision: Abbruchskriterium (ϵ_p aus (Abb. 4.2)); M → f_{\max} : Ausgabe des oberen Frequenzlimits; N → Φ_{crit} : Ausgabe des kritischen Winkels; O → f_{\min} : Ausgabe des unteren Frequenzlimits

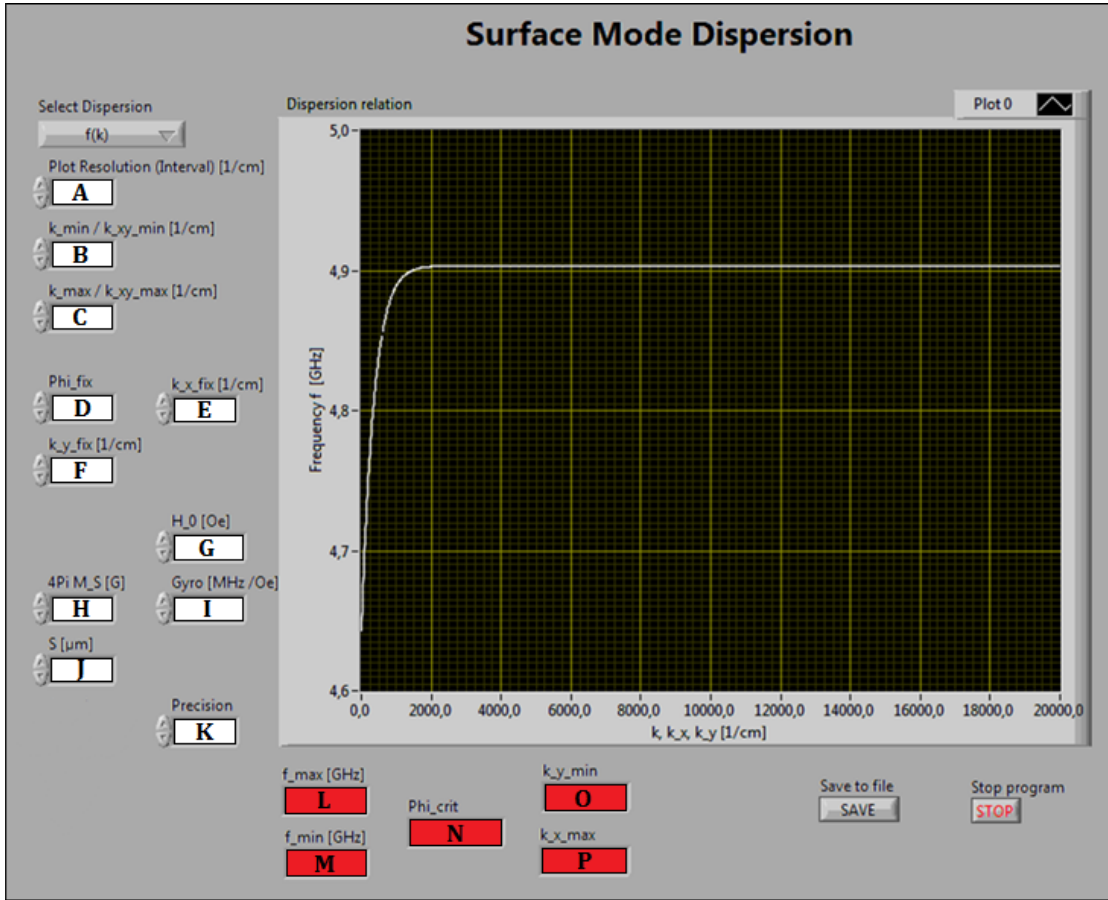


Abbildung 4.7.: Programm-Interface für Oberflächenmoden. A → Plot Resolution: Abstand zwischen zwei k -Werten; B → k_{\min} : linke Intervallgrenze für die k -Werte; C → k_{\max} : rechte Intervallgrenze für die k -Werte; D → Φ_{fix} : Schnittwinkel für $f(k)$; E → $k_{x,\text{fix}}$: fester k_x -Wert für $f(k_y)$; F → $k_{y,\text{fix}}$: fester k_y -Wert für $f(k_x)$; G → H_0 : äußere magnetische Erregung; H → $4\pi M_S$: Sättigungsmagnetisierung; I → Gyro: Gyromagnetisches Verhältnis; J → S : Schichtdicke; K → Precision: Abbruchskriterium (ϵ_p aus (Abb. 4.2)); L → f_{\max} : Ausgabe des oberen Frequenzlimits; M → f_{\min} : Ausgabe des unteren Frequenzlimits; N → Φ_{crit} : Ausgabe des kritischen Winkels; O → $k_{y,\min}$: Ausgabe des kritischen k_y -Wertes, unter dem im Fall $f(k_y)$ keine Oberflächenmode zu sehen ist; P → $k_{x,\max}$: Ausgabe des kritischen k_x -Wertes, über dem im Fall $f(k_x)$ keine Oberflächenmode zu sehen ist

5. Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird das Dispersionsverhalten für einen Satz von Parametern untersucht. Hierfür werden typische Werte für einen YIG¹-Film genommen. Diese sind:

$$H_0 = 1000 \text{ Oe},$$

$$4\pi M_S = 1750 \text{ G},$$

$$\gamma = 2,8 \text{ MHz Oe}^{-1},$$

$$S = 10 \text{ }\mu\text{m}.$$

In (Abb. 5.1) sieht man die Dispersionsrelationen dreidimensional dargestellt. Dabei entsprechen die unteren fünf Flächen Volumenmoden (rot: $n=0$; gelb: $n=1$; dunkelblau: $n=2$; grau: $n=10$; schwarz: $n=25$). Die Oberflächenmode ist in cyan abgebildet. Dabei ist zu beachten, dass $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ und $\tan(\phi) = \frac{k_y}{k_x}$ gelten. Ein Satz von Moden bei gegebenem k -Vektor und Winkel ϕ entspricht dem Schnitt einer vertikalen Ebene unter dem Winkel ϕ zur x -Achse mit dem Graphen aus (Abb. 5.1). Bei der Oberflächenmode ist direkt der Effekt des kritischen Winkels zu erkennen, der in diesem Fall $\phi_k = 37,1^\circ$ beträgt. Jede der Volumenmoden besitzt ein Frequenzband von $(f_A, f_B]$. Dies ist für Moden mit hohem n jedoch nur noch schwer erkennbar. Die Moden nähern sich in den Grenzen von sinnvollen k -Werten immer mehr einer Ebene bei $f = f_B$ an. Dies bedeutet, dass der Gradient nahezu Null beträgt und die Gruppengeschwindigkeit $v_{gr} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ zu Null wird. Somit findet in den Fällen keine Wellenausbreitung mehr statt.

Es sind nun drei Fälle der Dispersion von Interesse. Dies ist einerseits die Dispersion in einem komplett unbegrenzten Film (Abb 5.2). Andererseits gibt es noch zwei Fälle für einen in eine Richtung beschränkten Streifen, bei dem das Feld H_0 einmal parallel und einmal senkrecht zur Ausdehnung des Streifens verläuft.

5.1. Unbegrenzter Film

In diesem Fall sind den Wellen keine Zwangsbedingungen durch die Geometrie aufgeprägt (siehe Abb. 5.2). Die Dispersionsrelationen für eine Wellenausbreitungsrichtung in

¹Yttrium-Eisen-Granat: Ein ferrimagnetischer Isolator, der die geringste bekannte Spinwellendämpfung besitzt.

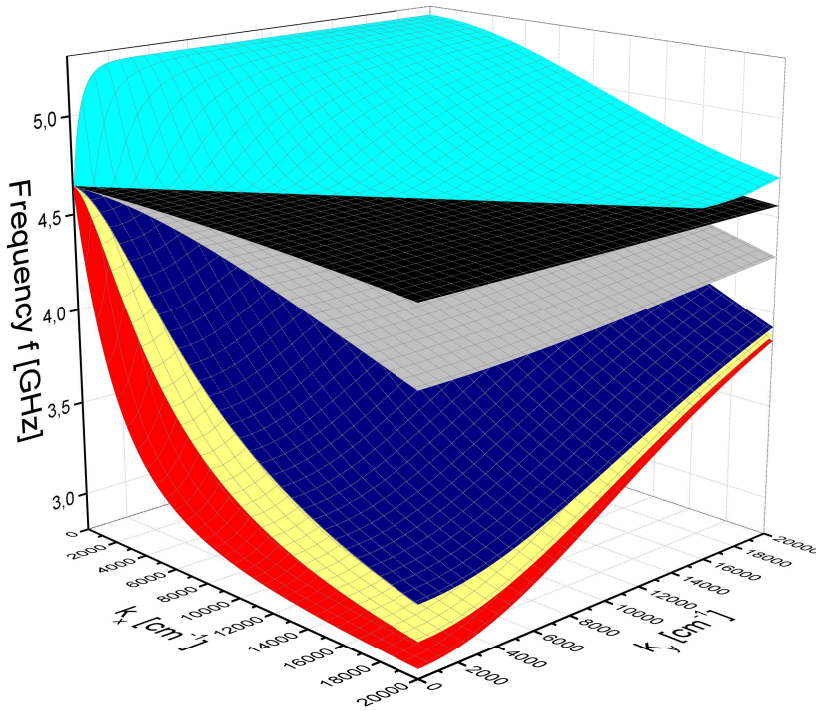


Abbildung 5.1.: Dispersionsrelationen für Oberflächenmode (cyan), Volumenmode $n=0$ (rot), $n=1$ (gelb), $n=2$ (blau), $n=10$ (grau) und $n=25$ (schwarz).

eine Richtung um ϕ gegen das externe Magnetfeld verschoben, ergeben sich als Schnitte unter einem Winkel ϕ zur x-Achse. Dies kann man in (5.5) erkennen. Hier wurden Schnitte unter den Winkeln 0° ; 30° ; 45° und 90° ; dargestellt². Die ersten beiden Schnitte liegen unterhalb des kritischen Winkels und deshalb sind keine Oberflächen-Moden zu sehen. Bei dem Schnitt unter 45° sind sowohl Oberflächenmode als auch Volumenmoden zu erkennen. Schließlich kann man die Oberflächenmode unter 90° am ausgeprägtesten sehen; alle Äste der Volumenmoden sind allerdings in der oberen Volumenfrequenz zu einer Mode mit Gruppengeschwindigkeit Null verkümmert. Zudem verkleinert sich bei wachsendem Winkel das Frequenzband der Volumenmoden, während das Frequenzband der Oberflächenmoden wächst (vgl. Abb. 3.3). Volumenmoden sind immer monoton fallend und Oberflächenmoden sind immer monoton steigend.

²Auf der CD befinden sich weitere Bilder

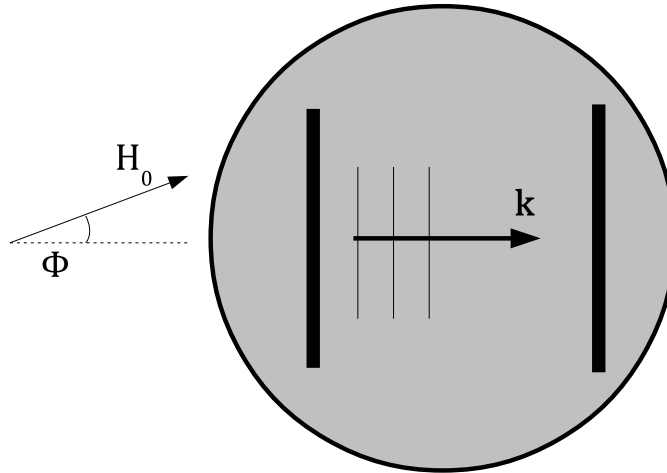


Abbildung 5.2.: Unbegrenzter Film, für freie Spinwellenausbreitung

5.2. Beschränkte Geometrie: fester k_x - Wert

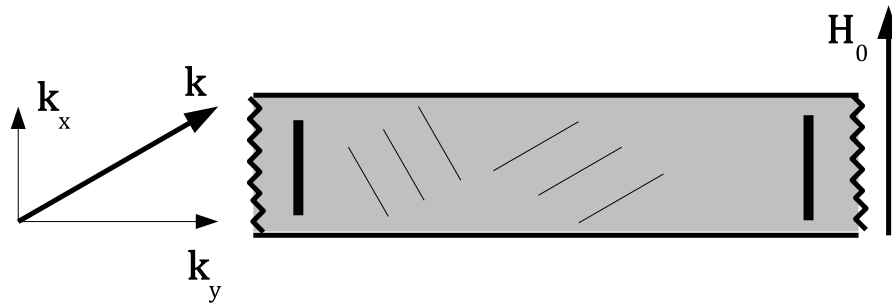


Abbildung 5.3.: Begrenzter Film, mit dem Feld senkrecht zur Filmrichtung

In diesem Fall sind die Wellen derart einer Zwangsbedingung ausgesetzt, dass ihre k_x -Komponente konstant ist. Dies bedeutet, dass das Potential an den Grenzen des Films gleich Null ist und sich für die k_x -Komponente stehende Wellen einstellen.

Es sind in (Abb. 5.6) Schnitte für k_x -Werte von 1000 cm^{-1} , 3000 cm^{-1} und 9000 cm^{-1} dargestellt. Man sieht, dass für alle Werte die Oberflächenmode vorhanden ist, aber erst

ab einem bestimmten Wert $k_{y,0}$ anfängt. Die Oberflächenmode ist zwar nicht mehr monoton steigend, jedoch fängt sie bei f_B an und läuft asymptotisch gegen f_U . Das Verhalten der Volumenmoden unterscheidet sich nun vollständig von dem Verhalten der Volumenmoden im unbegrenzten Fall. Der Verlauf der Moden ist *wachsend* und asymptotisch gegen f_B . Außerdem ist das untere Frequenzlimit für alle Moden verschieden.

5.3. Beschränkte Geometrie: fester k_y - Wert

Hierbei ist die Physik wie im vorherigen Fall. Jedoch ist der k_y -Wert hier eine Erhaltungsgröße.

In (Abb. 5.7) sind Schnitte für k_y -Werte von 1000 cm^{-1} , 3000 cm^{-1} und 9000 cm^{-1} dargestellt. Man erkennt, dass die Volumenmodendispersionen fallend sind, jedoch für alle Moden und k_y -Werte zwischen f_A und f_B liegen. Dabei rücken die Moden für größer werdendes k_y immer näher aneinander. Die Oberflächenmode verhält sich in diesem Fall *ebenfalls* fallend und ist nur für beschränkte k_x vorhanden. Das untere Frequenzlimit beträgt hierbei f_B . Das obere Limit ist variabel. Wenn $k_y = 0$ beträgt, ist es f_B . Für große Werte läuft es asymptotisch gegen f_U .

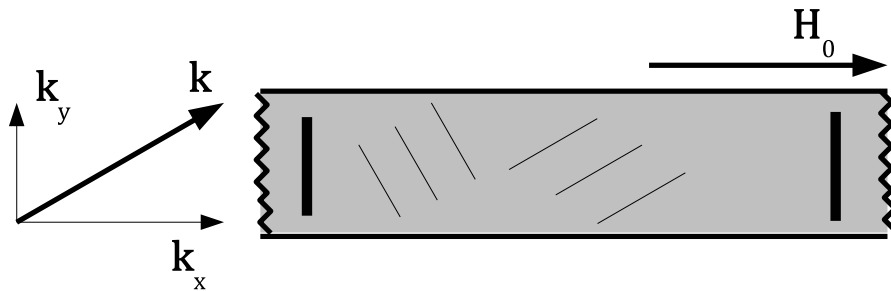
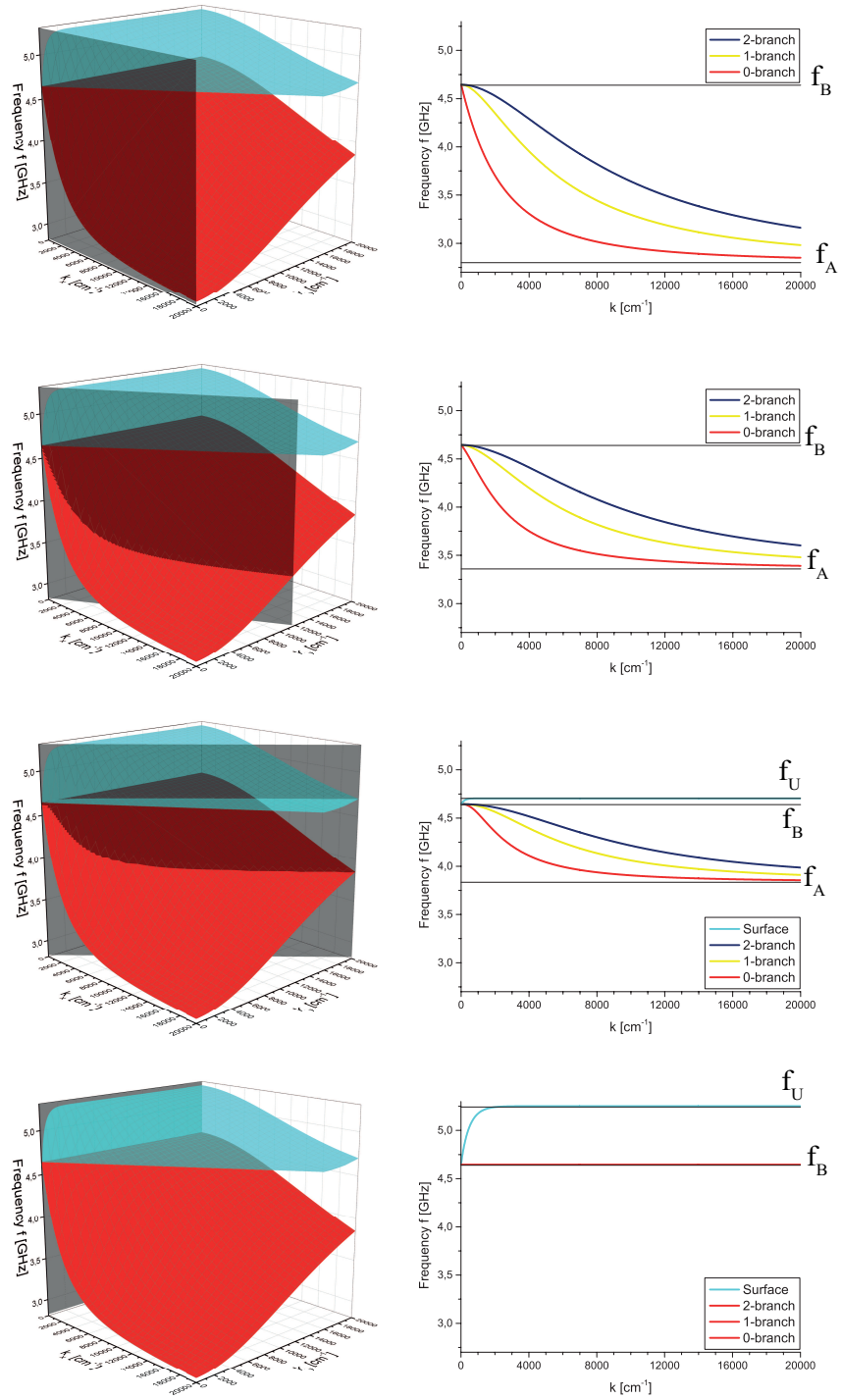


Abbildung 5.4.: Begrenzter Film, mit dem Feld parallel zur Filmrichtung



5.3. Beschränkte Geometrie: fester k_y - Wert

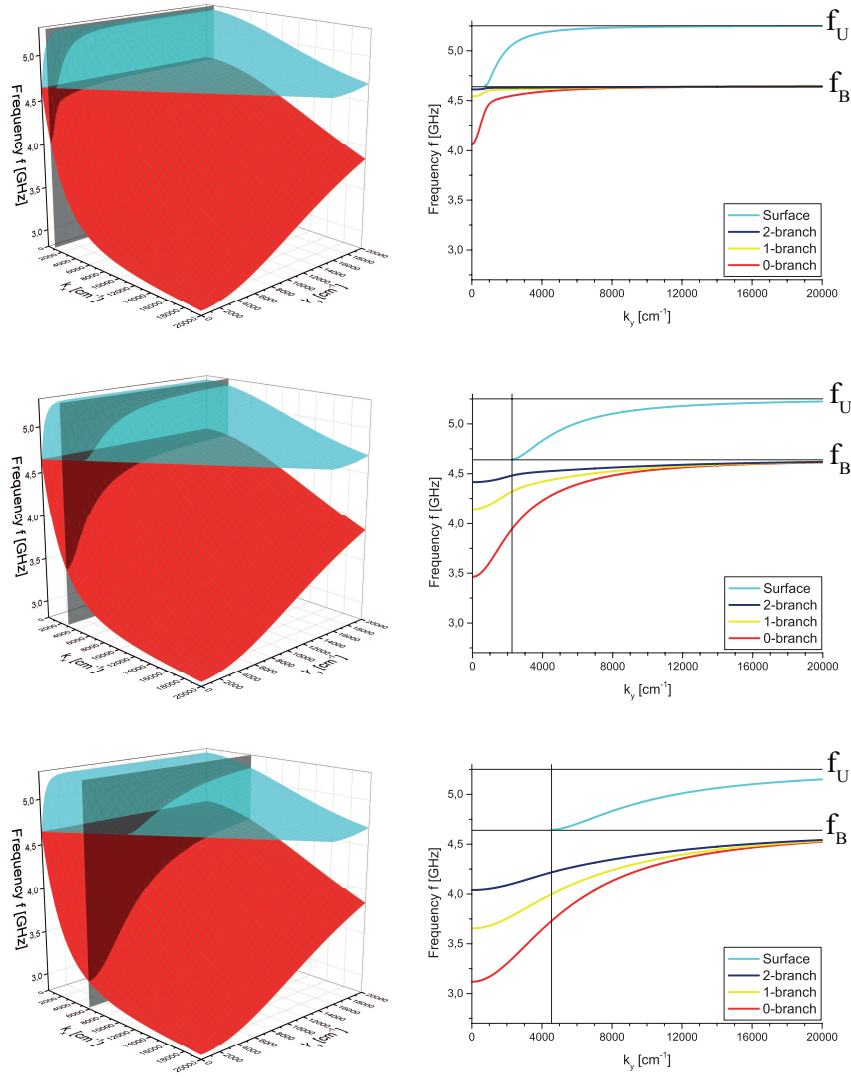


Abbildung 5.6.: Dispersionsrelation für festes k_x

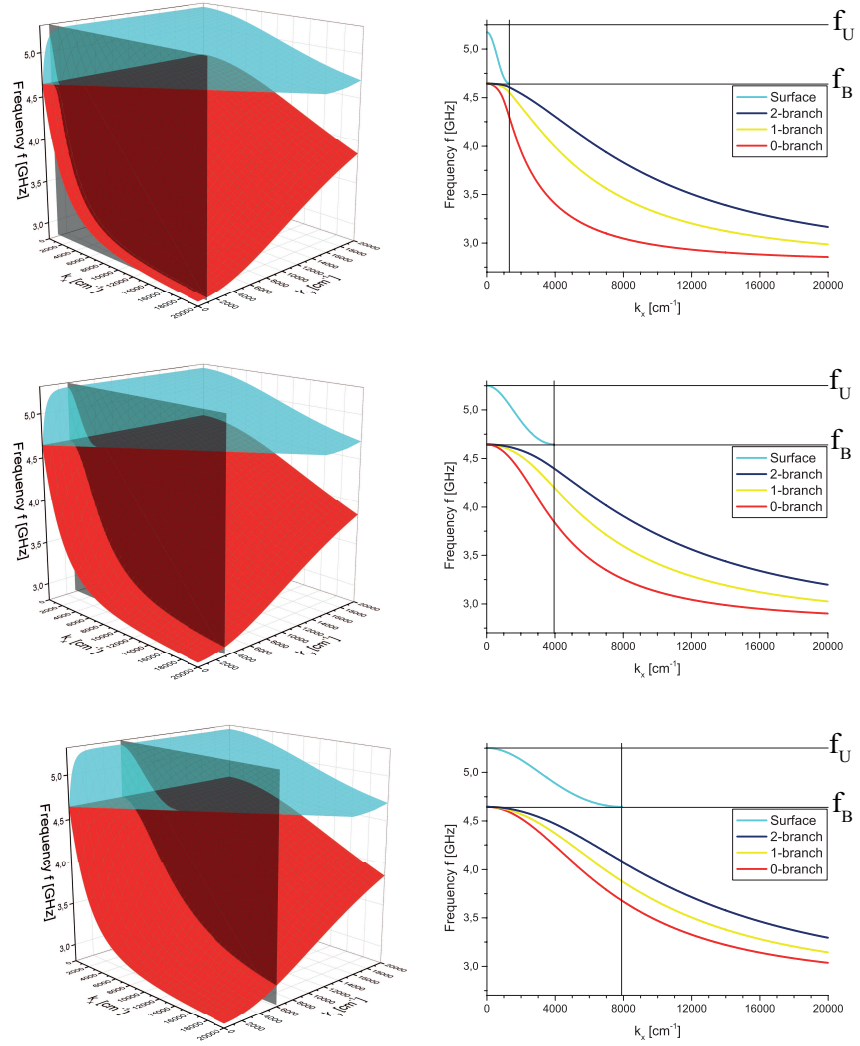


Abbildung 5.7.: Dispersionsrelation für festes k_y

6. Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit wurde ein Programm entwickelt, mit dessen Hilfe die Dispersionscharakteristika von Spinwellen in dünnen ferromagnetischen Schichten berechnet werden können. Diese wurden anschließend für verschiedene Fälle untersucht.

Dafür wurden zunächst die nötigen Grundlagen und Theorien untersucht und nachvollzogen. Dies waren einerseits Grundlagen über Spinwellen ([1], [5]) und andererseits die spezielle Spinwellentheorie für dünne Filme nach Damon und Eshbach [3]. Diese lieferte als Ergebnis eine Dispersionsgleichung bei der noch zwischen verschiedenen Fällen unterschieden werden musste.

Es wurden dann verschiedene Möglichkeiten der Lösbarkeit dieser Gleichung untersucht, um einen zuverlässigen und effektiven Algorithmus zu konstruieren. Dazu musste die Gleichung auf eine Form gebracht werden, die sich zur numerischen Lösung anbietet und dann ein dazu passender Lösungsalgorithmus gefunden werden. So wurden mehrere Lösungsmöglichkeiten ausgetestet bis eine stabile Variante gefunden wurde.

Der Algorithmus wurde dann in LabView 9 implementiert und dazu ein User Interface konstruiert. Das Programm ist in der Lage nach der Eingabe eines Wertesatzes die entsprechende Dispersionskurve zu berechnen. Außerdem kann diese grafisch ausgegeben und der dazu gehörige Datensatz abgespeichert werden. Mit dem Programm wurden dann für verschiedene anwendungstypische Wertesätze Dispersionskurven berechnet, um damit die Korrektheit und Zuverlässigkeit des Algorithmus zu prüfen.

Zur weiteren Analyse wurde aus diesen Dispersionskurven eine dreidimensionale Dispersionskurve erstellt, die nicht mehr vom Betrag des Wellenvektors, sondern von dessen Komponenten in x- und y-Richtung abhing. Für spezielle Fälle (Wellenleitergeometrien) konnte das jeweilige Dispersionsverhalten als eine Schnittebene dieser Fläche beschrieben werden.

Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen sind einerseits nützlich um experimentelle Daten damit abzugleichen. Andererseits ermöglicht der modulare Aufbau in LabView das Einbinden des Algorithmus in fremde Programme, die sich dieser Theorie bedienen möchten.

Zusammenfassend kann der Inhalt der Arbeit als eine Analyse der Spinwellentheorie und das Finden eines stabilen Lösungsalgorithmus beschrieben werden. Dieser Algorithmus wurde in LabView implementiert und die Dispersionskurven für verschiedene Fälle untersucht.

7. Literaturverzeichnis

- [1] A.G. Gurevich, G.A. Melkov: "Magnetization Oscillations and Waves", CRC Press, 1996
- [2] Alexander Khitun, Mingqiang Bao, Kang L. Wang, "Spin Wave Magnetic Nano-Fabric: A New Approach to Spin-Based Logic Circuitry", Transactions on Magnetics Vol.44, 2008
- [3] M.J. Hurben, C.E. Patton, "Theory of magnetostatic waves for in-plane magnetized isotropic films", Journal of Magnetism and Magnetic Materials 139, S.263-291, 1994
- [4] Germund Dahlquist, Åke Björck, "Numerical Methodes", Dover Publications, 2003
- [5] Ch. Kittel: "Einführung in die Festkörperphysik", Oldenbourg Verlag, 2006
- [6] R. Gross, A. Marx: "Festkörperphysik", Oldenbourg Verlag, 2012
- [7] W. Nolting: "Grundkurs Theoretische Physik: Elektrodynamik", Springer, 2011

A. Inhalt der CD

Ordner	Inhalt
...\VolMode\	Programm zur Berechnung der Volumenmoden
...\SurfMode\	Programm zur Berechnung der Oberflächenmoden
...\Grafiken\	3D Grafik der Dispersionsrelation
...\Grafiken\phi_fixed\	2D und 3D Plots der Dispersionsrelationen für festes ϕ
...\Grafiken\kx_fixed\	2D und 3D Plots der Dispersionsrelationen für festes k_x
...\Grafiken\ky_fixed\	2D und 3D Plots der Dispersionsrelationen für festes k_y
...\Animation\	3D Animation der Dispersionsrelation
...\BA\	Bachelorarbeit im *.pdf-Format